

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**Varianta 33**

Prof: Ionescu Maria

- ◆ Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- ◆ Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- ◆ Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea punctajului obținut la 10.

SUBIECTUL I (30 de puncte)

1.	$S = 5 + 10 + 15 + \dots + 95 = 5(1 + 2 + 3 + \dots + 19) =$ $= 5(19 \cdot 20) / 2 = 950$	3p 2p
2.	<p>Se scrie ecuația $3^x \cdot 3^2 + 3^x \cdot 3 + 3^x = 117$</p> $3^x(9 + 3 + 1) = 117 \Rightarrow 3^x \cdot 13 = 117$ $3^x = 9 \Rightarrow x = 2$	1p 2p 2p
3.	$T_{k+1} = C_{20}^k (\sqrt[3]{2})^k = C_{20}^k 2^{\frac{k}{3}}$ $k \in \{0, 3, 6, \dots, 18\}$ <p>7 termeni raționali</p>	2p 2p 1p
4.	$P = \frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}}$ <p>Numerele posibile: $\overline{abc} : 3 \cdot 4 \cdot 4 = 48$</p> <p>Numere favorabile: $\overline{abc} : 3 \cdot 4 \cdot 2 = 24$</p> $P = \frac{24}{48} = \frac{1}{2}$	1p 1p 1p 2p
5.	$d_1 \parallel d_2 \Leftrightarrow \frac{3}{4} = -\frac{2}{m} \neq -\frac{5}{2}$ $m = -\frac{8}{3}$	2p 3p

6.	Fie M mijlocul segmentului [BC] $\Rightarrow M\left(\frac{x_B + x_C}{2}, \frac{y_B + y_C}{2}\right) \Rightarrow M(0, 2)$	2p
	$AM = \sqrt{(x_M - x_A)^2 + (y_M - y_A)^2} \Rightarrow AM = \sqrt{4^2 + 1^2}$	2p
	$AM = \sqrt{17}$	1p

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1.	C(-1,1)	1p
a)	$AC: \begin{vmatrix} x & y & 1 \\ 3 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0$	2p
	$AC: x - 4y + 5 = 0$	2p
b)	A,B,C coliniare $\Leftrightarrow \begin{vmatrix} x_A & y_A & 1 \\ x_B & y_B & 1 \\ x_C & y_C & 1 \end{vmatrix} = 0$	1p
	$\begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 1 & 5 & 1 \\ -n & n & 1 \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow n + 13 = 0$	3p
	$n = -13 \notin N^* \Rightarrow A, B, C \text{ nu pot fi coliniare, } \forall n \in N^*$	1p
c)	$A_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \left \begin{vmatrix} x_A & y_A & 1 \\ x_B & y_B & 1 \\ x_C & y_C & 1 \end{vmatrix} \right $	1p
	$\frac{1}{2} \left \begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 1 & 5 & 1 \\ -n & n & 1 \end{vmatrix} \right = 10 \Leftrightarrow n + 13 = 20$	2p
	$n = 7$	2p
2.	Asociativitatea: $(x * y) * z = x * (y * z), \forall x, y, z \in R$	1p
a)		4p

	Demonstrarea asociativității	
b)	Comutativitatea legii Calculul elementului neutru $e = 1$ Calculul $x' * 2 = 2 * x' = 1 \Rightarrow x' = \frac{6}{7}$	1p 2p 2p
c)	Folosim $x * y = 6\left(x - \frac{5}{6}\right)\left(y - \frac{5}{6}\right) + \frac{5}{6}$ $x * x * x = 6^2\left(x - \frac{5}{6}\right)^3 + \frac{5}{6}$. Ecuația devine pentru $x - \frac{5}{6} = t$ $36t^3 - t = 0$ cu soluțiile $t \in \left\{0, \pm \frac{1}{6}\right\}$ $x \in \left\{\frac{4}{6}, \frac{5}{6}, 1\right\}$	2p 2p 1p

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1.		2p
a)	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3x^2 + 2}{x-1} = \frac{0}{0}$ $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - 6x}{1} = -3$	3p
b)	Calculul $f'(x) = 3x^2 - 6x$ $f'(x) = 0 \Rightarrow x \in \{0, 2\}$ Tabelul de variație și finalizarea	1p 2p 3p
c)	$f(0) = 2 - m, f(2) = -2 - m$ Șirul lui Rolle pentru $m \in (-2, 2) \Rightarrow -, +, -, +$ 3 soluții reale	2p 2p 1p

2. a)	$I_1 = \int_0^1 \frac{x}{x+2014} dx = \int_0^1 \frac{x+2014-2014}{x+2014} dx =$ $\int_0^1 1 dx - 2014 \int_0^1 \frac{1}{x+2014} dx = (x - 2014 \ln x+2014) \Big _0^1 =$ $1 - 2014 \ln \frac{2015}{2014}$	1p 3p 1p
b)	$I_{n+1} + 2014I_n = \int_0^1 \frac{x^{n+1} + 2014x^n}{x+2014} dx =$ $= \frac{x^{n+1}}{n+1} \Big _0^1 = \frac{1}{n+1}, \forall n \in \mathbb{N}^*$	2p 3p
c)	$I_{n+1} - I_n < 0$ $\frac{1}{2015(n+1)} < I_n < \frac{1}{2015n}$ $\lim_{n \rightarrow \infty} nI_n = \frac{1}{2015}$	1p 2p 2p