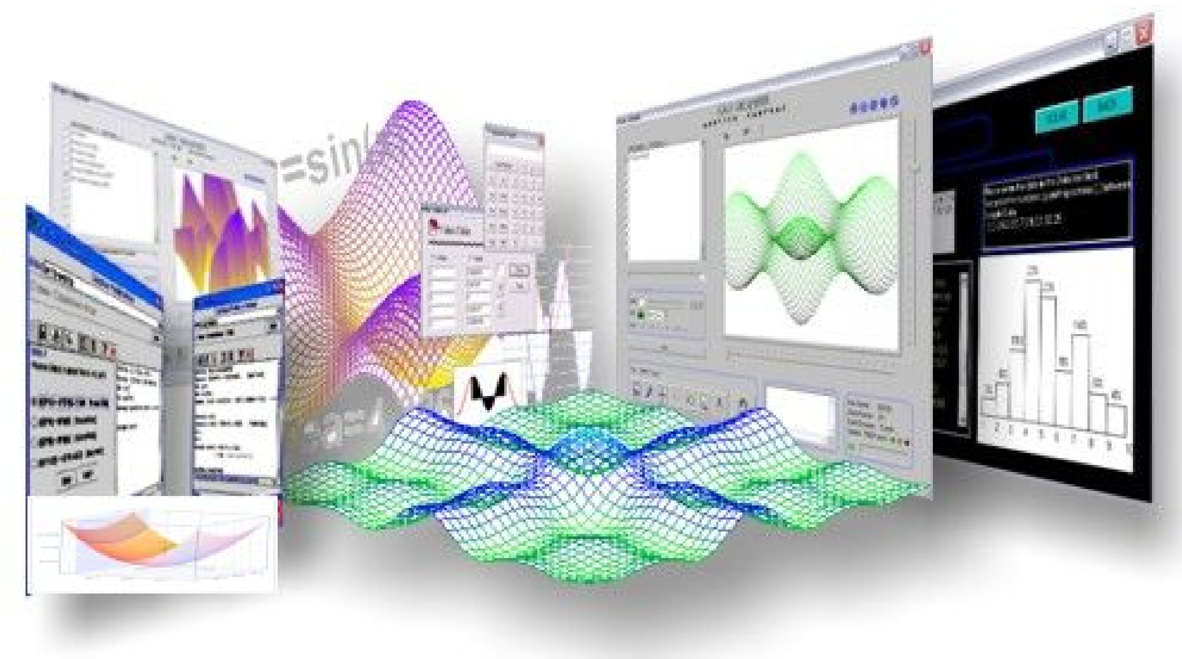
CULEGERE ONLINE

BACALAUREAT LA MATEMATICĂ 2012

Modele de subiecte cu bareme realizate după modelului oficial

www.mateinfo.ro & **www.bacmatematica.ro**



Andrei Octavian **Dobre** (coordonator)

Elena Andone
Emanuel Andone
Lenuța Andrei
Daniela Badea
Ion Badea
Cornelia Bășcău
Silvia Brabeceanu
Viorica Ciocănaru
Ion Dogaru
Loghin Gaga
Maria Ionescu
Cătălina Anca Isofache
Glia Liliana Ivănescu
Ioana Lefteriu
Roxana Lica
Viorica Lungana
Ștefan Florin Marcu
Gabriela Necula
Elena Opriță
Nicolae Nicolaescu
Csaba Oláh
Cornel Cosmin Păcurar
Daniela Podumeanca
Ileana Constanța Rîcu
Constantin Soare
Ana Szöcs

Ploiești 2012

ISBN 978-973-0-12401-9

Fiecare autor al acestei culegeri răspunde de corectitudinea variantelor propuse.

*Culegerea a fost **verificată**, dar dacă totuși gasiți vreo greșeală vă rugam să ne anuntați pe bacm2@mateinfo.ro pentru a face corecturile necesare. Ultima modificare 8.04.2012.*

SOLUȚIILE ȘI BAREMELE DE NOTARE LE GASIȚI PE WWW.MATEINFO.RO

Cele mai complexe site-uri dedicate examenelor naţionale dar şi pregătirii elevilor pentru concursurile şcolare

la matematică:

www.mateinfo.ro

www.bacmatematica.ro

prof. Andrei Octavian Dobre, Ploiești

dobre.andrei@yahoo.com

Varianta 1

Prof: Andone Elena

SUBIECTUL I (30 de puncte)

(5p) 1. Determinaţi a 2012-a zecimală a numărului $\frac{1}{63}$.

(5p) 2. Fie funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=\frac{1}{2}x-4$. Calculaţi $(f\circ f)(2)$.

5p) 3. Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $5\cdot 9^x-2\cdot 3^x-3=0$

(5p) 4. În câte moduri pot fi aranjate 6 cărţi pe un raft ?

(5p) 5. Aflaţi panta dreptei care trece prin punctele A(2,4) şi B(-1,0)

(5p) 6. Aflaţi raza cercului circumscris unui triunghi dreptunghic ce are catetele 8 cm respectiv 6 cm.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ -2 & 1\end{pmatrix}$

(5p) a) Arătaţi că $A^2-2A+5I_2=O_2$

(5p) b) Verificaţi dacă matricea A este inversabilă şi, în caz afirmativ, aflaţi inversa matricei A.

(5p) c) Calculaţi $(A-I_2)^2$.

2. Pe mulţimea numerelor reale se defineşte următoarea lege de compoziţie: $x\circ y=xy-x-y+7$

(5p) a) Să se arate că $x\circ y=(x-1)(y-1)+6$ pentru orice x,y$\in\mathbb{R}$

(5p) b) Verificaţi dacă egalitatea $(x\circ y)\circ z=x\circ(y\circ z)$, este adevărată pentru oricare x, y, z numerele reale

(5p) c) Să se rezolve, în mulțimea numerelor reale, ecuația $x\circ x=31$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Fie $f:\mathbb{R}-\{1\}\to\mathbb{R},\ f(x)=\frac{x^2}{x-1}$

(5p) a) Studiaţi existenţa asimptotelor la ∞ la graficul funcţiei f;

(5p) b) Studiaţi monotonia funcţiei f;

(5p) c) Arătaţi că funcţia f este concavă pe intervalul $(-\infty,1)$

2. Fie $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=\begin{cases}\frac{x}{x^2+1}, x>0\\ e^x-1, x\le 0\end{cases}$

(5p) a) Arătaţi că funcţia f admite primitive pe mulţimea numerelor reale.

(5p) b) Determinaţi primitiva funcţiei f , al cărei grafic trece prin punctul de coordonate (1,0)

(5p) c) Calculaţi $\int_{-2}^{3} f(x)dx$

Varianta 2

Prof: Andone Elena

SUBIECTUL I (30 de puncte)

(5p) 1. Aflaţi partea întreagă a numărului $\log_{2012} 2011$.

(5p) 2. Determinaţi imaginea funcţiei $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x^2-4x+5$

(5p) 3. Dacă x_1 şi x_2 sunt rădăcinile ecuaţiei $x^2+3x-8=0$, calculaţi $x_1^2+x_2^2$

(5p) 4. Scrieţi toate submulţimile cu 3 elemente, ale mulţimii {a,b,c,d}

(5p) 5. Scrieţi ecuaţia dreptei care trece prin punctele A(5,1) şi B(2,0).

(5p) 6. Fie x, $0^0<x<90^0$, astfel încât cosx=$\frac{2}{3}$. Calculaţi cos(180^0-x).

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1.Se consideră punctele $A_n(2^n,3^n)$, n∈ ℕ.

(5p) a) Scrieţi ecuaţia dreptei care trece prin punctele A_2A_3.

(5p) b) Calculaţi aria triunghiului $A_2A_4A_6$

(5p) c) Demonstraţi că punctele A_n,A_{n+1},A_{n+2} nu sunt coliniare, oricare ar fi n∈ ℕ

2. Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=2xy+4x+4y+3$

(5p) a) Arătaţi că $x*y=2(x+2)(y+2)-5$ pentru orice $x,y\in\mathbb{R}$

(5p) b) Verificaţi dacă legea admite element neutru .

(5p) c) Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuaţia $x*x*x=-7$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Fie $f:(0,\infty)\to\mathbb{R}, f(x)=x^2\ln x$

(5p) a) Calculaţi $\lim_{x\to 0} f(x)$.

(5p) b) Calculaţi derivata funcţiei f

(5p) c) Precizaţi intervalele de monotonie ale funcţiei f.

2. Se consideră funcţia $f:[0,+\infty)\to\mathbb{R}, f(x)=\frac{1}{x+2}$

(5p) a) Să se calculeze $\int_0^1 f(x)dx$

(5p) b) Să se calculeze volumul corpului obţinut prin rotaţia în jurul axei Ox, a graficului funcţiei $g:[0,2]\to\mathbb{R}, g(x)=f(x)$

(5p) c) Să se arate că orice primitivă a funcţiei f este strict crescătoare pe intervalul $[0,+\infty)$.

Varianta 3

Prof: Andone Elena

SUBIECTUL I (30 de puncte)

(5p) 1. Ordonaţi crescător numerele: $\log_{\frac{1}{2}} 8, \sqrt[3]{-\frac{27}{64}}, \left(-\frac{1}{2}\right)^3$.

(5p) 2. Determinaţi inversa funcţiei $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, f(x)= - 2x+3

(5p) 3. Rezolvaţi ecuaţia $\log_{x-1}(x+2)=2$

(5p) 4. Calculaţi $A_5^3+C_4^2-P_4$.

(5p) 5. Scrieţi ecuaţia mediatoarei segmentului AB ştiind că, A(1,2) şi B(-1,0).

(5p) 6. Fie x, $90^0<x<180^0$, astfel încât sinx= $\frac{1}{3}$. Calculaţi tgx.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Fie matricele A= $\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$ şi B= $\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

(5p) a) Calculaţi det(A+B)

(5p) b) Stabiliţi dacă matricea A este inversabilă şi, în caz afirmativ, aflaţi inversa sa.

(5p) c) Să se rezolve ecuaţia A$\cdot$X=B, unde $X\in M_3(\mathbb{Z})$

2. Fie polinomul $f=X^3-aX^2+bX+2, a,b$ numere reale

(5p) a) Determinaţi a şi b ştiind că 2 este rădăcină a polinomului f şi, restul împărţirii polinomului f la X-1 este egal cu 2.

(5p) b) Calculaţi $\frac{1}{x_1\cdot x_2}+\frac{1}{x_2\cdot x_3}+\frac{1}{x_1\cdot x_3}$

(5p) c) Pentru a şi b determinaţi la punctul (a) demonstraţi că polinomul f are toate rădăcinile reale.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Fie $f:(0,\infty)\to\mathbb{R}, f(x)=\frac{1}{x}\ln x$

(5p) a) Calculaţi $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$ şi $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)$

(5p) b) Scrieţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f, în punctul de abscisă 1

(5p) c) Determinaţi punctele de extrem ale funcţiei f.

2. Fie $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=\sqrt{x^2+64}$

(5p) a) Calculaţi $\int f(x)dx$

(5p) b) Calculaţi $\int xf(x)dx$

(5p) c) Determinaţi volumul corpului obţinut prin rotaţia graficului funcţiei $g:[0,1]\to\mathbb{R}$, g(x)=f(x) în jurul axei Ox.

Varianta 4

Prof: Andone Emanuel

SUBIECTUL I (30 de puncte)

(5p) 1. Într-o progresie aritmetică $(a_n)_{n\geq 1}$ se cunosc $a_1 = 7$ şi $r = 3$. Calculaţi suma primilor 10 termeni ai progresiei.

(5p) 2. Demonstraţi că ecuaţia $x^2-(2m-1)x-m=0$ are rădăcini reale distincte,oricare ar fi m număr real.

(5p) 3. Determinaţi punctele de intersecţie ale graficului funcţiei $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=5^{x-2}-1$ cu axele Ox şi Oy

(5p) 4. Calculaţi: $A_4^2 - 3P_3$

(5p) 5. Se consideră vectorii $\vec{v_1} = 2\vec{i} + a\vec{j}$ şi $\vec{v_2} = (5+a)\vec{i} + 2\vec{j}$, unde $a \in \mathbb{R}$. Determinaţi numărul a pentru care vectorii v_1 şi v_2 sunt perpendiculari.

(5p) 6. Aria triunghiului ABC este egală cu $32\sqrt{3}$. Dacă AB=16 şi AC=8, calculaţi cosA .

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Fie matricea A = $\begin{pmatrix} 0 & a & -a \\ -3 & 4 & -3a \\ -a & a & 0 \end{pmatrix}, a \in \mathbb{R}$

(5p) a) Determinaţi $a \in \mathbb{R}$ pentru care matricea A este inversabilă

(5p) b) Pentru a=2, calculaţi transpusa matricei A^2

(5p) c) Determinaţi $a \in \mathbb{R}$ pentru care are loc relaţia $A^2-3A+2I_3=0_3$

2. Definim pe mulţimea numerelor reale următoarea lege de compoziţie:
$x * y = xy + ax - by$, a şi bb numere reale

(5p) a) Demonstraţi că numărul $a*(-b)-ab$ este un pătrat perfect,oricare ar fi numerele a şi b

(5p) b) Determnaţi a şi $b$numere reale astfel încât $(\mathbb{R},*)$ să fie monoid

(5p) c) Pentru fiecare din monoizii astfel obţinuţi să se determine elementele inversabile.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{x-1}{e^x}$

(5p) a) Rezolvaţi ecuaţia $f(x)+f'(x)=1$

(5p) b) Precizaţi intervalele de monotonie ale funcţiei

(5p) c) Scrieţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei în punctul de abscisă 0.

2. Fie funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{(x-1)^3}{x^2+x+1}$

(5p) a) Determinaţi primitivele funcţiei $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=(x^2+x+1)\cdot f(x)$

(5p) b) Scrieţi funcţia f sub forma $x+a+\frac{bx+c}{x^2+x+1}$, $a,b,c\in\mathbb{R}$

(5p) c) Calculaţi $\int [x-4+\frac{3(2x+1)}{x^2+x+1}]dx$

Varianta 5

Prof: ANDONE EMANUEL.

SUBIECTUL I (30 de puncte)

(5p) 1.Arătaţi că numărul $\log_5 7 \cdot \log_7 25$ este natural.
(5p) 2. Determinaţi valorile reale ale lui m pentru care $x^2+x+m \geq -4\ (\forall) x \in R$
(5p) 3.Rezolvaţi ecuaţia $\frac{1}{5^x} = 25^{-2}$
(5p) 4. Determinaţi numărul natural $n \geq 3$ soluţie a ecuaţiei $A_n^2 = 56$
(5p) 5. Calculaţi perimetrul triunghiului ABC ştiind că A(1,1), B(1,2), C(2,1)
(5p) 6. Aflaţi raza cercului circumscris triunghiului ABC dacă BC=8 şi cos A=$\frac{1}{2}$

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ şi $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

a) Să se verifice că $A^2 = 2I_2$ unde $A^2 = A \cdot A$
b)Să se determine x real astfel încât $\det(A - xI_2) = 0$
c)Să se demonstreze că $A^4 \cdot X = X \cdot A^4$, pentru orice $X \in M_2(\mathbb{R})$

2. Fie polinomul $f = 3x^4 + 2x^3 + x^2 - ax + 2,\ f \in R[X]$
(5p) a) Determinaţi valoarea lui a dacă $\sqrt{2}$ este rădăcină a polinomului f
(5p) b) Calculaţi $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} + \frac{1}{x_4}$
(5p) c) Determinaţi restul împărţirii polinomului f la $(x-1)^2$

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Fie funcţia $f : (0, \infty) \to \mathbb{R},\ f(x) = (x^2 - x + 1) \cdot \ln x$
(5p) a) Determinaţi asimptotele la graficul funcţiei f
(5p) b) Calculaţi $\lim_{x \to \infty} \frac{f(x)}{x^3}$
(5p) c) Scrieţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei în punctul de abscisă 1

2. Fie funcţia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, f(x)= $|x-2| e^{|x|}$
(5p) a) Să se arate ca funcţia f admite primitive
(5p) b) Să se determine primitiva al cărei grafic trece prin origine
(5p) c) Arătaţi că $\int_4^5 f(x)dx \geq 32$

Varianta 6

Prof: ANDONE EMANUEL

SUBIECTUL I (30 de puncte)

(5p) 1.Determinaţi partea întreagă a numărului $10\sqrt{3}$

(5p) 2. Stabiliţi domeniul de definiţie al funcţiei f(x)= $\log_{\frac{1}{2}}(x^2-3x+2)$

(5p) 3. Rezolvaţi în $\mathbb{R}$ ecuaţia $\sqrt{x+1}$=x+1

(5p) 4. Determinaţi numărul submulţimilor ordonate cu 2 elemente, ale mulţimii {2,4,6,8}

(5p) 5. Determinaţi ecuaţia dreptei de pantă 5, care trece prin punctul A(2,1)

(5p) 6. In triunghiul ABC se cunosc laturile AB=6, AC=14, BC=10.Calculaţi cosinusul unghiului cel mai mare.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1.Considerăm sistemul: $\begin{cases} ax+y+z=1 \\ x+ay+z=2 \\ x+y+az=3 \end{cases}$ $, a\in\mathbb{R}$

(5p) a) Calculaţi determinantul matricei sistemului

(5p) b) Determinaţi a, număr întreg ştiind că sistemul admite soluţia (2,1,0)

(5p) c) Rezolvaţi sistemul a=4

2. Se dau polinoamele $P(x)=(x^4+1)(x^2+1)(x-1)(x+1)+10$ şi $Q(x)=(x-1)(x+1)+10$

(5p) a) Arătaţi că $P(2)=P(-2)$ şi $|Q(a)|=Q(a)$,oricare ar fi a număr real

(5p) b) Aflaţi câtul şi restul împărţirii polinomului P la polinomul Q

(5p) c) Descompuneţi polinomul Q în $\mathbb{C}[X]$

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases} \sqrt{a^2x^2+ax+1}, x\le 1 \\ \sqrt{x-1}+|a|\sqrt{x}, x>1 \end{cases}$

(5p) a) Determinaţi valorile lui a pentru care f este continuă în punctul $x_0=1$

(5p) b) Studiaţi derivabilitatea funcţiei f în punctul $x_0=1$

(5p) c) Pentru a=-1 calculaţi $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{f(x)}{\sqrt{x+2}}$

2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{1}{x^2+6x+10}$

(5p) a) Calculaţi $\int_0^1 (x+3)f(x)dx$

(5p) b) Calculaţi $\int_0^1 f'(x)f''(x)dx$

(5p) c) Calculaţi aria suprafeţei mărginite de graficul funcţiei f, axa Ox şi dreptele x=1, x=2

Varianta 7

Prof: Andrei Lenuţa.

SUBIECTUL I (30 de puncte)

(5p) 1.Determinaţi numărul real x, astfel încât numerele x-3, 8, x+3 să fie termenii consecutivi ai unei progresii aritmetice.

(5p) 2.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x-2012$. Să se calculeze numărul p= $f(0)\cdot f(1)\cdot\ldots\cdot f(2012)$.

(5p) 3. Să se rezolve în mulţimea numerelor reale ecuaţia $9^x = 27^{x-1}$.

(5p) 4. Să se calculeze probabilitatea ca un element $x\in\{1,2,3,4,5\}$ să verifice inegalitatea $3^x \le 60$.

(5p) 5. Să se calculeze aria triunghiului ABC cu vârfurile $A(0,-2), B(1,1)$ şi $C(-2,0)$.

(5p) 6. Calculaţi $\sin^2 70^0 + \sin^2 20^0$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1.Se consideră determinantul $d=\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ x_2 & x_3 & x_1 \\ x_3 & x_1 & x_2 \end{vmatrix}$, unde x_1, x_2, x_3 sunt soluţiile ecuaţiei $x^3-4x+3=0$.

(5p) a) Să se calculeze $x_1+x_2+x_3$

(5p) b) Să se demonstreze că $x_1^3+x_2^3+x_3^3=-9$.

(5p) c) Să se calculeze valoarea determinantului d.

2. Se consideră mulţimea $M=\left\{A_x=\begin{pmatrix} 2012^x & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \middle| x\in\mathbb{R}\right\}$ şi funcţia $f:\mathbb{R}\to M, f(x)=A_x$.

(5p) a) Să se arate că $A_x\cdot A_y = A_{x+y}, \forall A_x, A_y \in M$

(5p) b) Să se demonstreze că mulţimea M împreună cu operaţia de înmulţire a matricelor formează grup abelian.

(5p) c) Să se demonstreze că $f(x+y)=f(x)\cdot f(y)$, $\forall x,y\in\mathbb{R}$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}-\{-1\}\to\mathbb{R}$ dată prin $f(x)=x+1+\dfrac{1}{x+1}$.

(5p) a) Să se calculeze $f'(x), x\in\mathbb{R}-\{-1\}$.

(5p) b) Să se studieze monotonia funcţiei f.

(5p) c) Să se determine ecuaţia asimptotei verticale.

2. Fie funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\sqrt{x^2+5}$.

(5p) a) Calculaţi $\int_0^2 \dfrac{x}{f(x)}dx$.

(5p) b) Să se determine volumul corpului de rotaţie obţinut prin rotirea graficului funcţiei f în jurul axei Ox şi dreptele de ecuaţii $x=2$ şi $x=4$.

(5p) c) Demonstraţi că $\int_{-2}^{2} xf(x)dx=0$

Varianta 8

Prof: Andrei Lenuţa

SUBIECTUL I (30 de puncte)

(5p) 1. Să se calculeze $C_5^3 - 10$.

(5p) 2. Să se determine soluţia reală a ecuaţiei $\log_6(5x+6) = 2$.

(5p) 3. Determinaţi numerele reale m pentru care ecuaţia $x^2 - (3m+2)x + 1 = 0$ are rădăcini reale egale.

(5p) 4. După o reducere cu 5% un produs costă 190 lei. Să se determine preţul produsului înainte de reducere.

(5p) 5.În sistemul de coordonate xOy se consideră punctele $A(5,4)$ şi $B(0,2)$ .Scrieţi ecuaţia dreptei AB.

(5p) 6. Calculaţi aria triunghiului DEF, ştiind că DE=12, DF=6 şi $m(\measuredangle EDF) = 60^0$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1.Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ şi mulţimea $G = \left\{ X(a) \middle| X(a) = aA + I_2, a \in \mathbb{R} \right\}$

(5p) a) Să se arate că $A^2 = 4A$.

(5p) b) Să se demonstreze că $X(a) \cdot X(b) = X(a+b+4ab)$, oricare ar fi $a, b \in \mathbb{R}$.

(5p) c) Arătaţi că este matrice $X(a)$ inversabilă oricare ar fi $a \in \mathbb{Z}$.

2.Polinomul $f = x^3 + 4x^2 - 10x + m$, cu $m \in \mathbb{R}$ are rădăcinile x_1, x_2, x_3.

(5p) a) Arătaţi că $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$ este constantă oricare ar fi $m \in \mathbb{R}$.

(5p) b) Determinaţi $m \in \mathbb{R}$ astfel încât $x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 = -9$.

(5p) c) Arătaţi că determinantul $d = \begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ x_2 & x_3 & x_1 \\ x_3 & x_1 & x_2 \end{vmatrix}$ este număr natural, oricare ar fi $m \in \mathbb{R}$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcţia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = \sqrt{x^2 + 2}$.

(5p) a) Să se calculeze $f'(x), x \in \mathbb{R}$

(5p) b) Să se determine ecuaţia asimptotei spre $+\infty$ la graficul funcţiei

(5p) c) Să se arate că f este convexă oricare ar fi $x \in \mathbb{R}$.

2. Pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$ se consideră funcţiile $f_n : [0,1] \to \mathbb{R}, f_n(x) = \dfrac{1}{x^n + 9}$.

(5p) a) Să se calculeze $\int (x+9)^2 f_1(x)\,dx$, unde $x \in [0,1]$.

(5p) b) Să se calculeze $\int_0^1 x f_2(x)\,dx$.

(5p) c) Să se demonstreze că aria suprafeţei plane cuprinse între graficul funcţiei f , axa Ox şi dreptele $x = 0, x = 1$ este un număr din intervalul $\left[\dfrac{1}{10}, \dfrac{1}{9}\right]$.

Varianta 9

Prof: Andrei Lenuţa

SUBIECTUL I (30 de puncte)

(5p) 1. Comparaţi numerele $a=\log_3 27$ şi $b=\sqrt[3]{64}$.

(5p) 2. Rezolvaţi în mulţimea numerelor întregi inecuaţia $2x^2-3x+1\le 0$.

(5p) 3. Preţul unui produs este de 150 lei, el se scumpeşte cu 10%. Calculaţi preţul produsului după scumpire.

(5p) 4. Să se determine numărul numerelor naturale de trei cifre dictincte ce se pot forma cu elemente din mulţimea $\{1,2,3,4,5\}$.

(5p) 5. Determinaţi numarul real m, pentru care punctul $A(m^2, 4m+1)$ se află pe dreapta d: x+y+3=0.

(5p) 6.Să se calculeze $\cos x$, ştiind că $\sin x=\frac{1}{5}$, unde x este măsura unui unghi ascuţit.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. În mulţimea $M_3(\mathbb{R})$ se consideră matricea $A=\begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$.

(5p) a) Calculaţi determinantul matricei A.

(5p) b) Verificţi dacă $A^{-1}=\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$, unde A^{-1} este inversa matricei A.

(5p) c) Rezolvaţi ecuaţia $AX=\begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 4 & 4 & 4 \\ 6 & 6 & 6 \end{pmatrix}, X\in M_3(\mathbb{R})$

2. Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=xy-x\sqrt{2012}-y\sqrt{2012}+2012+\sqrt{2012}$.

(5p) a) Calculaţi $\sqrt{2012}*\sqrt{2012}$.

(5p) b) Demonstraţi că $x*y=\left(x-\sqrt{2012}\right)\left(y-\sqrt{2012}\right)+\sqrt{2012}$, oricare ar fi $x, y\in\mathbb{R}$

(5p) c) Determinaţi numărul real a pentru care $x*a=a$, oricare ar fi $x\in\mathbb{R}$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases} 2x-1, x<1 \\ \frac{2}{x^2+1}, x\ge 1 \end{cases}$

(5p) a) Demonstraţi că funcţia f este continuă în punctul $x_0=1$.

(5p) b) Calculaţi $\lim\limits_{x \to \frac{1}{2}} \frac{f(x)}{4x^2-1}$.

(5p) c) Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul A(2, $\frac{2}{5}$).

2.Se consideră funcţiile $f_m : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f_m(x) = (m^2-4)x^2 + 4mx + 2012$, unde $m \in \mathbb{R}$.

(5p) a) Determinaţi mulţimea primitivelor funcţiei f_1.

(5p) b) Calculaţi aria suprafeţei cuprinse între graficul funcţiei f_2, axa Ox şi dreptele de ecuaţii $x=0$ şi $x=1$

(5p) c) Calculaţi $\int_1^{e^2} \frac{f_2(x)-2012}{x} \cdot \ln x dx$.

Varianta 10

Prof. Badea Daniela

SUBIECTUL I (30 de puncte)

(5p) 1. Arătaţi că numărul $N = \sqrt{5-2\sqrt{6}} + \sqrt{\left(1-\sqrt{2}\right)^2} + 1 - \sqrt{3}$ este natural

(5p) 2. Fie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = x^2 + mx + 3, m \in \mathbb{R}$. Determinaţi valorile parametrului real m astfel încât $G_f \cap Ox \neq \Phi$.

(5p) 3. Aflaţi valorile reale ale lui x astfel încât numerele $3^{x+1}, 9^x, 5 \cdot 3^x - 6$ sunt termenii consecutivi ai unei progresii aritmetice.

(5p) 4. Determinaţi probabilitatea ca alegând un număr din mulţimea $\left\{C_{11}^k \mid k \in \mathbb{N}, 0 \le k \le 11\right\}$ acesta să fie divizibil cu 11.

(5p) 5. Care sunt coordonatele centrului cercului circumscris triunghiului ABC unde A(3,0), B(2,2) şi C(-1,-2)?

(5p) 6. Fie vectorii $\vec{u} = \left(m^2-1\right)\vec{i} + 2\vec{j}$ şi $\vec{v} = m\vec{i} + \vec{j}; m \in \mathbb{R}$. Aflaţi valorile parametrului real m astfel încât vectorii $\vec{u}$ şi $\vec{v}$ sunt coliniari.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. În mulţimea $M_2(\mathbb{R})$ se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ şi $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

(5p) a) Calculaţi $\det A$, A^2 şi A^3;

(5p) b) Verificaţi egalitatea $A^2 = 4A - 5I_2$ şi demonstraţi că $A^{n+1} = 4A^n - 5A^{n-1}$, $(\forall) n \in \mathbb{N}, n \ge 2$;

(5p) c) Arătaţi că $A^n \neq I_2$, $(\forall) n \in \mathbb{N}^*$.

2. Se consideră polinoamele $f = X^8 + X^4 + 1$ şi $g = X^2 + X + 1$, iar x_1 şi $x_2 \in \mathbb{C}$ rădăcinile polinomului g.

(5p) a) Aflaţi restul împărţirii lui f la $g` = X^2 \cdot g$;

(5p) b) Calculaţi $x_1^2 + x_2^2$ şi $x_1^3 + x_2^3$;

(5p) c) Arătaţi că $f\left(x_1^2\right)+f\left(x_2^2\right)\in\mathbb{N}$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Fie funcţia $f:[-3,\infty)\setminus\{1\}\to\mathbb{R},\ f(x)=\dfrac{\sqrt{3+x}-2}{x-1}$.

(5p) a) Calculaţi $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)$ şi $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$;

(5p) b) Demonstraţi relaţia $f^2(x)=-2f'(x)\cdot\sqrt{3+x}\ (\forall)x\in(-3,\infty)\setminus\{1\}$ şi stabiliţi monotonia funcţiei *f*;

(5p) c) Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei *f* în punctul de abscisă $x_0=-2$.

2. Se consideră funcţiile $f,F:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=\cos x-\sin x\cdot e^{\cos x}-1$ şi $F(x)=e^{\cos x}+\sin x-x+1$.

(5p) a) Să se arate că funcţia *F* este o primitivă a funcţiei *f*;

(5p) b) Să se calculeze $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)\,dx$;

(5p) c) Să se calculeze aria suprafeţei plane mărginite de graficul funcţiei $g:\left[0,\frac{\pi}{4}\right]\to\mathbb{R}$,

$g(x)=\dfrac{f(x)-\cos x+1}{\left(\sin^2 x-1\right)e^{\cos x}}$, axa Ox şi dreptele de ecuaţii $x=0$ şi $x=\dfrac{\pi}{4}$.

Varianta 11

Prof. Badea Daniela

SUBIECTUL I (30 de puncte)

(5p) 1. Calculaţi $\left(1-\frac{1}{3}+\frac{1}{3^2}-\frac{1}{3^3}+....-\frac{1}{3^{2011}}\right):\left(1-\frac{1}{3^{2012}}\right)$.

(5p) 2. Aflaţi numerele reale *a* şi *b* care au suma 1 şi produsul -12.

(5p) 3. Fie $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=2x-1$. Aflaţi numerele $x\in\mathbb{N}^*$ astfel încât $f\left(\log_2 x\right)\le 3$.

(5p) 4. După o ieftinire cu 20% şi apoi o scumpire cu 10% un produs costă 1760 lei. Care este preţul iniţial al produsului?

(5p) 5. Scrieţi ecuaţia mediatoarei segmentului (AB) unde A(-1,1) şi B(3,3).

(5p) 6. Calculaţi suma $S=\sin^2 0^0+\sin^2 15^0+\sin^2 30^0+\sin^2 45^0+\sin^2 60^0+\sin^2 75^0+\sin^2 90^0$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Se consideră sistemul de ecuaţii $\begin{cases} x-my+z=2m \\ x-2y+z=-2 \\ mx+m^2y-2z=2 \end{cases}$, unde $m\in\mathbb{R}$ şi matricea sistemului

$A=\begin{pmatrix} 1 & -m & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ m & m^2 & -2 \end{pmatrix}$.

(5p) a) Arătaţi că $\det A=4-m^2$

(5p) b) Determinaţi valorile lui *m* pentru care sistemul este compatibil determinat

(5p) c) Rezolvaţi sistemul pentru *m*=0;

2. Fie polinomul $f_{a,b}\in\mathbb{R}[X],\ f_{a,b}=2a^2X^3-2abX^2+b^2X-(2a-1)$

(5p) a) Determinaţi numerele întregi *a* şi *b* pentru care $f_{a,b}\ \vdots\ (X-1)$;

(5p) b) Dacă x_1,x_2,x_3 sunt rădăcinile polinomului $f_{1,1}$, calculaţi $x_1^3+x_2^3+x_3^3$;

(5p) c) Rezolvaţi în $\mathbb{R}$ ecuaţia $2\cdot 8^x-2^{2x+1}+2^x-1=0$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se dă funcţia $f:[-2,2]\to\mathbb{R},\ f(x)=\dfrac{\left(x\sqrt{3}-2\right)^4}{4\sqrt{3}}$.

(5p) a) Să se studieze monotonia funcţiei *f*;

(5p) b) Să se demonstreze că tangentele la graficul funcţiei *f* în punctele $A\left(\dfrac{\sqrt{3}}{3}, f\left(\dfrac{\sqrt{3}}{3}\right)\right)$ şi $B\left(\sqrt{3}, f\left(\sqrt{3}\right)\right)$ sunt perpendiculare.

(5p) c) Să se calculeze $\lim\limits_{x\to\sqrt{3}}\left(f'(x)\right)^{\frac{1}{x-\sqrt{3}}}$.

2. Pentru orice număr natural nenul *n* se consideră funcţiile $f_n:[-1,1]\to\mathbb{R},\ f_n(x)=\dfrac{(x-1)^n}{x+2}$ şi integralele $I_n=\int_{-1}^{1} f_n(x)dx$.

(5p) a) Să se calculeze $\int_{-1}^{1}(x+2)f_1(x)dx$.;

(5p) b) Să se calculeze I_1;

(5p) c) Să se arate că $I_{n+1}+3I_n=\dfrac{(-2)^{n+2}}{n+1}, (\forall)n\in\mathbb{N}^*$

Varianta 12

Prof. Badea Daniela

SUBIECTUL I (30 de puncte)

(5p) 1. Fie progresia aritmetică $(a_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ cu $a_2=-12,\ a_3=-9$. Determinaţi $n\in\mathbb{N}^*$ astfel încât suma primilor n termeni să fie zero.

(5p) 2. Determinaţi elementele mulţimii $A=\left\{x\in\mathbb{N}\mid \frac{x^2-7}{x-1}\le 1\right\}$.

(5p) 3. Rezolvaţi în $\mathbb{R}$ ecuaţia $\left(\frac{2}{3}\right)^{x+1}+\left(\frac{2}{3}\right)^{1-x}=\frac{13}{9}$.

(5p) 4. Câte numere naturale de trei cifre distincte se pot forma cu cifrele 0,1,2,3,4?

(5p) 5. Fie punctele A(3,0), B(-2,-2), C(2,2). Scrieţi ecuaţia dreptei determinată de mijloacele laturilor (CA) şi (CB).

(5p) 6. Aflaţi raza cercului înscris în triunghiul ABC, de laturi 5, 6 şi 7.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Fie $a,b,c\in\mathbb{R}^*$ distincte între ele şi sistemul $(S)\begin{cases}a^2x+ay-z=a^3\\ b^2x+by-z=b^3\\ c^2x+cy-z=c^3\end{cases}$

(5p) a) Calculaţi determinantul matricei A ataşată sistemului (S):

(5p) b) Rezolvaţi sistemul (S);

(5p) c) Dacă (x,y,z) este soluţia sistemului aflaţi soluţiile ecuaţiei $t^3-xt^2-yt+z=0$.

2. Fie polinoamele $f,g\in\mathbb{R}[X]$, $f=(2X+5)^{2012}+4X+10$ şi $g=X^2+5X+6$.

(5p) a) Arătaţi că suma coeficienţilor polinomului *f* este un număr întreg divizibil cu 7;

(5p) b) Determinaţi restul împărţirii lui *f* la *g*;

(5p) c) Calculaţi suma $S=\frac{1}{g(0)}+\frac{1}{g(1)}+\frac{1}{g(2)}+....+\frac{1}{g(2013)}$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcţia $f:[0,1]\to\mathbb{R},\ f(x)=e^{2x}+x^2-2$.

(5p) a) Să se studieze monotonia funcţiei *f*;

(5p) b) Să se demonstreze că funcţia *f* are o singură rădăcină în intervalul (0, 1);

(5p) c) Să se demonstreze prin inducţie matematică $f^{(n)}(x)=2^ne^{2x},\ (\forall)n\in\mathbb{N}, n\ge 3$.

2. Fie funcţia $f:[0,\infty)\to\mathbb{R},\ f(x)=(x+1)^2$.

(5p) a) Calculaţi $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{\int_0^x f(t)dt}{x^3}$;

(5p) b) Dacă $h:[0,\infty)\to\mathbb{R}, h(x)=\dfrac{x}{f(x)}$, determinaţi primitiva $H:[0,\infty)\to\mathbb{R}$ a funcţiei h astfel încât $H(0)=-1$;

(5p) c) Calculaţi volumul corpului obţinut prin rotaţia, în jurul axei Ox, a graficului funcţiei f pentru $x\in[0,1]$.

Varianta 13

Prof: Badea Ion

SUBIECTUL I (30 de puncte)

(5p) 1. Aflaţi cardinalul mulţimii $A=\{x\in\mathbb{Z} \mid |2x-1|\le 3\}$.

(5p) 2. Determinaţi funcţia de gradul al doilea $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x^2+ax+b$ ştiind că punctul $A(0,3)\in G_f$ şi axa de simetrie este dreapta $d: x-1=0$.

(5p) 3. Să se rezolve ecuaţia $\log_3(x^2-2x)=1$.

(5p) 4. În câte moduri, din 10 elevi poate fi ales un comitet format din 3 elevi?

(5p) 5. Aflaţi valorile reale ale lui m pentru care vectorii $\vec{u}=m\vec{i}+\vec{j}$ şi $\vec{v}=(m-2)\vec{i}+\vec{j}$ sunt perpendiculari.

(5p) 6. Calculaţi $S=\cos 0^0+\cos 10^0+\cos 20^0+...+\cos 170^0+\cos 180^0$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1.Fie matricele $A=\begin{pmatrix}0 & 2\\ 1 & 0\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ şi mulţimea $M(A)=\{x\in M_2(\mathbb{R}) \mid XA=AX\}$.

(5p) a) Să se arate că $A^{2012}=2^{1006}\cdot I_2$;

(5p) b) Să se arate că, dacă $X\in M(A)$, atunci există $a,b\in\mathbb{R}$ astfel încât $X=\begin{pmatrix}a & 2b\\ b & a\end{pmatrix}$;

(5p) c) Demonstraţi că $A+A^3+A^5+....+A^{2011}=(2^{1006}-1)A$ şi $A^2+A^4+A^6+....+A^{2012}=2(2^{1006}-1)I_2$.

2. Fie „*”: $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}\to\mathbb{Z}$, $x*y=xy-4x-4y+20$, $(\forall)x,y\in\mathbb{Z}$.

(5p) a) Determinaţi elementul neutru al legii „*”;

(5p) b) Aflaţi simetricul lui 3 în raport cu legea „*”;

(5p) c) Ştiind că legea este asociativă calculaţi $S=1*2*3*....*2012$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Fie funcţia $f:\mathbb{R}\setminus\{-1\}\to\mathbb{R}, f(x)=\dfrac{e^x}{x+1}$.

(5p) a) Scrieţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă $x_0=1$;

(5p) b) Calculaţi $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)$ şi $\lim\limits_{\substack{x\to -1\\ x>-1}} f(x)$;

(5p) c) Demonstraţi că $f(x)\geq 1, (\forall) x>-1$.

2. Fie funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=3x^2+1$.

(5p) a) Arătaţi că orice primitivă a lui *f* este strict crescătoare.

(5p) b) Aflaţi o primitivă a funcţiei *f* al cărei grafic conţine punctul $A(1,3)$;

(5p) c) Calculaţi aria suprafeţei cuprinse între axa absciselor, graficul funcţiei $g:[0,1]\to\mathbb{R}$, $g(x)=\left(f(x)-3x^2+x\right)\cdot e^x$, şi dreptele de ecuaţii $x=0$ şi $x=1$;

Varianta 14

Prof: Badea Ion

SUBIECTUL I (30 de puncte)

(5p) 1. Aflaţi $x\in\mathbb{N}$ astfel încât $2+5+8+....+x=155$.

(5p) 2. Dacă x_1, x_2 sunt soluţiile ecuaţiei $x^2-x+m=0, m\in\mathbb{R}$ aflaţi *m* ştiind că $|x_1-x_2|=1$.

(5p) 3. Rezolvaţi în $\mathbb{R}$ ecuaţia $\sqrt{x-1}=5-2x$.

(5p) 4. Arătaţi că numărul $\mathrm{N}=A_{10}^2+C_{10}^2+3P_3$ este divizibil cu 17.

(5p) 5. Determinaţi valorile reale ale lui *x* dacă aria $\Delta\mathrm{ABO}$ este 3 ştiind că $\mathrm{A}(x,1), \mathrm{B}(2x,-1), \mathrm{O}(0,0)$.

(5p) 6. Fie $\Delta\mathrm{ABC}$ şi punctele M, N astfel încât $2\overrightarrow{\mathrm{MB}}=-\overrightarrow{\mathrm{MA}}, \overrightarrow{\mathrm{BN}}=2\overrightarrow{\mathrm{NC}}$. Demonstraţi că $\overrightarrow{\mathrm{MN}}=-\frac{1}{3}\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\frac{2}{3}\overrightarrow{\mathrm{AC}}$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Fie $M=\left\{A(a,b)=\begin{pmatrix} a & b\\ 0 & a\end{pmatrix} \mid a,b\in\mathbb{R}\right\}$.

(5p) a) Arătaţi că $A(a,b)\cdot A(x,y)=A(ax,ay+bx), (\forall) A(a,b), A(x,y)\in M$;

(5p) b) Calculaţi $A^n(a,b),\ n\in\mathbb{N}^*$;

(5p) c) Determinaţi matricele $A(a,b)\in M$ astfel încât $A^{2012}(a,b)=A(1,2012)$.

2. Fie polinomul $f=X^3+aX^2+bX-1\in\mathbb{R}[X]$ cu rădăcinile x_1, x_2, x_3.

(5p) a) Determinaţi $a,b\in\mathbb{R}$ astfel încât $f\,\vdots\,(X-1)$ şi restul împărţirii lui *f* la $X+1$ este -4.

(5p) b) Pentru $b=1$ aflaţi valorile lui a astfel încât $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_3}=x_1^2+x_2^2+x_3^2$;

(5p) c) Dacă $a=-1, b=1$ aflaţi valoarea determinantului $\Delta=\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ x_2 & x_3 & x_1 \\ x_3 & x_1 & x_2 \end{vmatrix}$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Fie funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=\left|x^2-x-2\right|$.

(5p) a) Studiaţi derivabilitatea funcţiei f;
(5p) b) Stabiliţi monotonia funcţiei f;
(5p) c) Aflaţi ecuaţia asimptotei spre ∞ la graficul funcţiei $h:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, h(x)=\sqrt{f(x)}$.

2. Fie $f:(0,\infty)\to\mathbb{R}, f(x)=\begin{cases} \ln x; \ x\in(0,e) \\ x-e+1; \ x\in[e,\infty) \end{cases}$.

(5p) a) Arătaţi că f admite primitive pe $(0,\infty)$;
(5p) b) Aflaţi aria domeniului plan cuprins între graficul funcţiei $h:\left[e^{-1},1\right]\to\mathbb{R}, \ h(x)=x\cdot f(x)$, axa absciselor şi dreptele de ecuaţii $x=e^{-1}, x=1$;
(5p) c) Demonstraţi că $\int_1^2 f^{2012}(x)dx\le\frac{1}{2013}$.

Varianta 15

Prof: Badea Ion

SUBIECTUL I (30 de puncte)

(5p) 1. Să se arate că $\log_2\left(5-\sqrt{3}\right)+\log_2\left(5+\sqrt{3}\right)-\log_2 11=1$.
(5p) 2. Fie funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=2x-1$. Calculaţi suma $S=f(1)+f(2)+f(3)+...+f(2012)$.
(5p) 3. Rezolvaţi în $\mathbb{R}$ ecuaţia $2^{x^2+x+0,5}-4\sqrt{2}=0$.
(5p) 4. Determinaţi valorile naturale ale lui x astfel încât $C_{10}^{x}\le C_{10}^{x-2}$.
(5p) 5. Dacă $A'(1,-1), B'(3,1)$ şi $O(0,0)$ sunt mijloacele laturilor BC, AC şi respectiv AB ale ΔABC, determinaţi coordonatele punctelor A, B, C.
(5p) 6. Calculaţi $\cos\alpha$ ştiind că $\alpha\in\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$ şi $\sin\alpha=\frac{12}{13}$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Fie matricele $A(x)=\begin{pmatrix} x & -1 & 1 \\ 1 & x & -1 \\ -1 & 1 & x \end{pmatrix}; x\in\mathbb{R}$.

(5p) a) Determinaţi x astfel încât $A(x)$ inversabilă;

(5p) b) Aflaţi $A^{-1}(1)$;

(5p) c) Rezolvaţi ecuaţia $A(1)\cdot\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}$.

2. Fie inelul claselor de resturi modulo 6, $(\mathbb{Z}_6,+,\cdot)$.

(5p) a) Calculaţi suma elementelor neinversabile din $\mathbb{Z}_6$;

(5p) b) Determinaţi valorile lui $x\in\mathbb{Z}_6$ astfel încât determinantul matricei $A=\begin{pmatrix}x & \hat{1}\\ \hat{2} & \hat{3}\end{pmatrix}$ să fie element inversabil în $\mathbb{Z}_6$;

(5p) c) Rezolvaţi în $\mathbb{Z}_6$x $\mathbb{Z}_6$ sistemul $\begin{cases}\hat{2}x+y=\hat{4}\\ \hat{3}x+\hat{2}y=\hat{1}\end{cases}$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Fie funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=e^x\left(x^2-5x+7\right)$.

(5p) a) Scrieţi ecuaţia asimptotei spre $-\infty$;

(5p) b) Aflaţi punctele de extrem ale funcţiei;

(5p) c) Demonstraţi că $7\le f(x)\le 3e,\ (\forall)x\in[0,2]$.

2. Fie $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=\begin{cases}\sin x;\ x<0\\ \dfrac{x}{x+2};\ x\ge 0\end{cases}$.

(5p) a) Calculaţi $\int_{-1}^{1} f(x)dx$;

(5p) b) Aflaţi volumul corpului obţinut prin rotaţia în jurul axei absciselor, a graficului funcţiei $g:[-\pi,0]\to\mathbb{R},g(x)=f(x)$;

(5p) c) Calculaţi $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1}{x}\int_0^x f(t)dt$.

Varianta 16

Prof: Bășcău Cornelia

SUBIECTUL I (30 de puncte)

(5p) 1. Să se arate că $\left(\frac{1}{4}\right)^{-2} - \sqrt[3]{-\frac{1}{8}} - \log_3 \sqrt{3} \in \mathbb{N}$.

(5p) 2. Să se determine $a \in \mathbb{R}$ astfel încât numerele $a, a+2, a+8$ să fie termenii consecutivi ai unei progresii geometrice.

(5p) 3. Fie funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=3x-2$. Să se rezolve ecuația $(f\circ f)(x)-f(x)=0$.

(5p) 4. Să se determine numărul de drepte care trec prin 10 puncte distincte, necoliniare.

(5p) 5. Aflați coordonatele punctului de intersecție al dreptelor d: $3x-2y=0$ și g: $2x-3y-5=0$.

(5p) 6. Calculați $\cos 60^\circ + \cos 45^\circ + \cos 120^\circ$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1.Se consideră punctele A(2,1) şi $A_n(-n,n)$, $n \in \mathbb{N}^*$.

(5p) a) Să se determine ecuația dreptei A_1A_2.

(5p) b) Să se afle aria triunghiului AA_2A_3.

(5p) c) Să se verifice dacă punctele O, A_{2011}, A_{2012} sunt coliniare.

2. Pe $\mathbb{R}$ se definește legea de compoziție $x \circ y = 2012^{x+y}$.

(5p) a) Să se calculeze $2012 \circ (-2012)$.

(5p) b) Să se rezolve în $\mathbb{R}$ ecuația $x^2 \circ 2x = \frac{1}{2012}$.

(5p) c) Să se arate că dacă $x \circ y \circ z = 2012^{z+2012}$, atunci $x+y=1$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\setminus\{1\}\to\mathbb{R}, f(x)=\frac{2x-1}{x^2-2x+1}$.

(5p) a) Să se verifice că $f'(x)=\frac{-2x}{(x-1)^3}, x\neq 1$

(5p) b) Să se arate că $f(x)\geq -1, \forall x\in\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

(5p) c) Să se determine asimptotele funcției *f*.

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=\begin{cases}3x^2+2x-1, x\geq 0\\ 2x-1, x<0\end{cases}$.

(5p) a) Să se arate că funcția *f* admite primitive pe $\mathbb{R}$.

(5p) b) Să se calculeze $\int_{-1}^{1} f(x)dx$.

(5p) c) Aflați $a\in\left[\frac{1}{3},2\right]$ astfel încât aria suprafeţei plane cuprinsă între graficul funcţiei f, axa =x şi dreptele de ecuaţii x=2 şi x=a să fie egală cu 9

Varianta 17

Prof: Bășcău Cornelia

SUBIECTUL I (30 de puncte)

(5p) 1. Să se rezolve în $\mathbb{R}$ ecuația: $\left|\frac{2x}{5}-\frac{1}{3}\right|-\frac{2}{3}=4$.

(5p) 2. Fie funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=ax-3$. Să se determine $a\in\mathbb{R}$ astfel încât $(f\circ f)(-1)=-1$.

(5p) 3. Să se compare numerele $a=\log_2\frac{1}{2}, b=\log_2\frac{1}{\sqrt{2}}, c=\sqrt[3]{-\frac{1}{27}}, d=\log_2 1$.

(5p) 4. Să se calculeze probabilitatea ca alegând un numar natural de doua cifre acesta sa fie pătrat perfect.

(5p) 5. Să se determine lungimea laturii NP și raza cercului circumscris triunghiului MNP, dacă $MN=3, m(\measuredangle P)=30^\circ, m(\measuredangle M)=45^\circ$

(5p) 6. Să se arate că triunghiul cu vârfurile M(1,6), N(-1,0) și P(5,-2) este isoscel.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Se consideră sistemul de ecuații: $\begin{cases}3x+2y+z=6\\ax+y+z=0\\x-ay+2z=5\end{cases}$.

(5p) a) Să se calculeze detA, unde A este matricea asociată sistemului.

(5p) b) Pentru a=-2 să se rezolve sistemul de ecuații.

(5p) c) Să se arate că sistemul are soluție unică, oricare ar fi $a\in\mathbb{Q}$.

2. Pe $\mathbb{R}$ definim legea de compoziție $x\circ y=xy-2012x-2012y+a, a=2012\cdot 2013$.

(5p) a) Să se arate că $x\circ y=(x-2012)(y-2012)+2012$.

(5p) b)Aflați elementul neutru al legii de compoziție.

(5p) c) Calculați $1\circ 2\circ\ldots\circ 2013$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. 1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=x^{2012}+2012^x-2012$.

(5p) a) Să se calculeze $f'(x), \forall x\in\mathbb{R}$.

(5p) b) Să se scrie ecuația tangentei la graficul funcției în punctul de abcisă 1.

(5p) c) Să se arate că funcția *f* este convexă pe $\mathbb{R}$.

2. Se consideră funcția $f:[1,\infty)\to\mathbb{R},\ f(x)=\frac{1}{x}+\frac{1}{x+2}$

(5p) a) Să se calculeze $\int_2^4\left(f(x)-\frac{1}{x}\right)dx$

(5p) b) Să se arate că orice primitivă F a funcției *f* este concavă pe $[1,\infty)$.

(5p) c) Să se determine aria suprafeței plane mărginită de graficul funcției *f*, axa O*x* si dreptele de ecuație *x*=1 și *x*=2.

Varianta 18

Prof: Bășcău Cornelia

SUBIECTUL I (30 de puncte)

(5p) 1. Să se arate că $\left|-2,5\right|+\left\{-2,5\right\}+\left[-2,5\right]=0$.

(5p) 2. Să se determine $a\in\mathbb{R}$ astfel încât numerele $a+1, 1-a, 5a-3$ să fie termenii consecutivi ai unei progresii aritmetice.

(5p) 3. Să se rezolve sistemul de ecuații $\begin{cases} x+y=-\dfrac{13}{12} \\ xy=-10 \end{cases}$.

(5p) 4. Să se rezolve ecuația $\log_2(x-1)+\log_2 x=1$.

(5p) 5. Fie triunghiul ABC și vectorii $\overrightarrow{OA}=2\vec{i}, \overrightarrow{OB}=4\vec{i}+2\vec{j}, \overrightarrow{OC}=6\vec{i}-4\vec{j}$ Să se determine cordonatele centrului de greutate al triunghiului.

(5p) 6. Să se determine $a\in\mathbb{R}$ astfel încât lungimea segmentului AB să fie $\sqrt{13}$, unde A(a, 4) și B(-2, 1-a).

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to M_2(\mathbb{R}), f(x)=\begin{pmatrix} x & 0 \\ 0 & x \end{pmatrix}$

(5p) a) Să se arate că $f(-1)+f(1)=0_2$.
(5p) b) Să se rezolve ecuația $f(2x)=I_2$.
(5p) c) Sa se calculeze $f(2)+\left(f(2)\right)^2+\ldots+\left(f(2)\right)^{2012}$.

2. Fie polinoamele $f,g\in\mathbb{Z}_5[x], f(x)=x^4+a, g(x)=x^2+\hat{3}x+\hat{2}, a\in\mathbb{Z}_5$.

(5p) a) Aflați rădăcinile polinomului g.
(5p) b) Determinați $a\in\mathbb{Z}_5$ astfel încât polinomul g să dividă polinomul f.
(5p) c) Pentru $a=\hat{1}$, arătați că polinomul f nu are rădăcini.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1.Fie funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=2012^x-2012^{-x}$

(5p) a) Să se calculeze $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)-f(0)}{x}$.
(5p) b) Arătați că funcția f este crescătoare pe $\mathbb{R}$.
(5p) c) Să se arate că funcția f nu admite asimptote.

2.Se consideră funcțiile $f_n:\mathbb{R}\setminus\{1\}\to\mathbb{R}, f_n(x)=\dfrac{1}{(x-1)^n}, \forall n\in\mathbb{N}^*$

(5p) a) Să se calculeze $\int_e^{e+1} f_1(x^2)dx$.

(5p) b) Să se calculeze primitivele funcției $g:\mathbb{R}\setminus\{1\}\to\mathbb{R}, g(x)=\dfrac{1}{f_2(x)}$

(5p) c) Să se calculeze $\int_2^3 2x\cdot f_n(x^2)dx, n\in\mathbb{N}, n\geq 2$.

Varianta 19

Prof: Brabeceanu Silvia

SUBIECTUL I (30 de puncte)

(5p) 1. Determinaţi $x \in \mathbb{Z}$ pentru care $\left|\frac{x+3}{2}\right| \le 1$.

(5p) 2. Determinaţi funcţia de gradul al doilea al cărei grafic conţine punctul $A(0,0)$ iar vârful parabolei este punctul $V(2,-4)$.

(5p) 3. Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{2x+5} = x+3$.

(5p) 4. Calculaţi $3C_4^2 + 5A_5^2$.

(5p) 5. Se consideră vectorii $\vec{v_1} = 3\vec{i} + a\vec{j}$ şi $\vec{v_2} = (a-1)\vec{i} + 2\vec{j}$, unde $a \in \mathbb{R}$. Determinaţi numărul $a > 0$ pentru care vectorii $\vec{v_1}$ şi $\vec{v_2}$ sunt coliniari.

(5p) 6. Calculaţi cosinusul unghiului B al triunghiului ABC, ştiind că $AB = 8$, $BC = 12$, $AC = 10$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & -4 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix} \in M_3(R)$.

(5p) a) Să se afle numărul $\det(A - 2I_3)$.

(5p) b) Să se determine rangul matricei A.

(5p) c) Rezolvaţi ecuaţia $A \cdot X = I_3$, $X \in \mathrm{M}_3(\mathbb{R})$.

2. Se consideră legea de compoziţie „$*$” definită prin $x * y = x + y - 6$, $\forall x, y \in \mathbb{R}$.

(5p) a) Să se arate că $e=6$ este elementul neutru al legii de compoziţie „$*$” pe mulţimea $\mathbb{R}$.

(5p) b) Să se rezolve în $\mathbb{R}$ inecuaţia $(x^2 + 3x - 1) * (2x^2 - x + 6) \ge 0$.

(5p) c) Să se demonstreze că $\frac{1}{2} * \frac{1}{2^2} * \cdots\cdots * \frac{1}{2^7} < 0$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcţia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x-2}{x-3}, & x \le 0 \\ \dfrac{x+2}{x+3}, & x > 0 \end{cases}$

(5p) a) Verificaţi dacă funcţia este continuă în punctul $x_0 = 0$.

(5p) b) Determinaţi intervalele de monotonie ale funcţiei f.

(5p) c) Arătaţi că $f(x) \in \left[\frac{2}{3}, 1\right)$, oricare ar fi $x \in \mathbb{R}$.

2. Se consideră funcţiile, $f_n : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f_n(x) = 4n^2x^2 + 8nx + 16$, unde $n \in \mathbb{N}$

(5p) a) Determinaţi mulţimea primitivelor funcţiei f_1.

(5p) b) Calculaţi aria suprafeţei cuprinse între graficul funcţiei f_1, axa Ox şi dreptele de ecuaţii $x=0$ şi $x=1$.

(5p) c) Calculaţi $\int_1^2 \frac{f_2(x)-16}{x}\cdot e^x dx$.

Varianta 20

Prof: Brabeceanu Silvia

SUBIECTUL I (30 de puncte)

(5p) 1. Într-o progresie geometrică $(a_n)_{n\geq 1}$ cu raţia pozitivă se cunosc $a_3=18$ şi $a_5=162$. Calculaţi suma primilor 6 termeni ai progresiei.

(5p) 2. Determinaţi numărul real m pentru care ecuaţia $mx^2-(m+1)x+m=0$ are soluţii reale egale.

(5p) 3. Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_2(x+3)+\log_2(2x-1)=2$.

(5p) 4. Se consideră toate numerele naturale de câte trei cifre scrise cu elementele din mulţimea $\{1,2\}$. Să se calculeze probabilitatea ca, alegând un astfel de număr, acesta să fie divizibil cu 4.

(5p) 5. Să se găsească ecuaţia mediatoarei segmentului determinat de punctele $A(2,-4)$ şi $B(-1,5)$

(5p) 6. Să se calculeze aria triunghiului ABC ştiind că $AB=6$, $BC=7$, $AC=11$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$, $A=\begin{pmatrix}1 & -1\\ -3 & 3\end{pmatrix}$ şi $X(a)=I_2+aA$, unde $a\in\mathbb{Z}$.

(5p) a) Calculaţi A^2-2A.

(5p) b) Demonstraţi că $X(a)\cdot X(b)=X(a+b+4ab)$, $\forall a,b\in\mathbb{Z}$.

(5p) c) Arătaţi că $X(a)$ este matrice inversabilă, $\forall a\in\mathbb{Z}$.

2. Se consideră polinomul $f=X^3+(m-2)X^2-15X+(m+1)$.

(5p) a) Pentru $m=3$ determinaţi câtul şi restul împărţirii polinomului f la $X-2$.

(5p) b) Determinaţi $m\in\mathbb{R}$ pentru care polinomul este divizibil cu $X+4$.

(5p) c) Pentru $m=1$ calculaţi $x_1^3+x_2^3+x_3^3$, unde x_1, x_2, x_3 sunt rădăcinile polinomului.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2^x-x\ln 2$.

(5p) a) Să se calculeze $f'(x)$, $x\in\mathbb{R}$.

(5p) b) Să se calculeze $\lim_{x\to 1}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}$.

(5p) c) Să se rezolve ecuaţia $f'(x)=0$

2. Se consideră şirul $I_n=\int_0^1 x^n\sqrt{1-x}\,dx$, $n\in\mathbb{N}$.

(5p) a) Să se calculeze I_0 şi I_1.

(5p) b) Să se arate că $I_n = \frac{2n}{2n+3} I_{n-1}$, $\forall n \geq 1$.

(5p) c) Să se studieze monotonia şirului $(I_n)_{n\geq 0}$.

Varianta 21

Prof: Brabeceanu Silvia

SUBIECTUL I (30 de puncte)

(5p) 1. Să se arate că $a = \frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}} + \frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}$ este număr natural.

(5p) 2. Să se determine x astfel încât să existe intervalul $I = \left[\frac{x^2+1}{2}, \frac{3x+4}{4}\right]$.

(5p) 3. Fie funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x) = \begin{cases} 3ax+2b, & x<0 \\ (a-b)x+b, & x\geq 0 \end{cases}$. Să se determine $a,b\in\mathbb{R}$ ştiind că $A(-1,1)$ şi $B\left(\frac{1}{3},\frac{1}{2}\right)$ sunt pe graficul funcţiei.

(5p) 4. După o reducere a preţului cu 18% un produs costă 820 lei. Să se calculeze preţul iniţial al produsului.

(5p) 5. Se consideră vectorii $\overrightarrow{AB} = \vec{u}$ şi $\overrightarrow{AC} = \vec{v}$. Să se scrie sub o formă mai simplă expresia $\overrightarrow{BC} - 2\overrightarrow{BA} + 2\vec{u} - 3\vec{v}$.

(5p) 6. În triunghiul ABC, $m(\widehat{A}) = 90^0$, $m(\widehat{C}) = 30^0$ şi $AB = 20\sqrt{3}$. Să se calculeze lungimea înălţimii $AD,\ D\in BC$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A_n(n, n^2+1)$, $n\in\mathbb{N}^*$.

(5p) a) Determinaţi ecuaţia dreptei A_1A_2.

(5p) b) Să se determine $n\in\mathbb{N}^*$ astfel încât punctele A_1, A_2, A_n să fie coliniare.

(5p) c) Să se calculeze aria triunghiului A_1, A_2, A_3.

2. Pe mulţimea numerelor reale $\mathbb{R}$ seconsideră legea de compoziţie $x \perp y = \frac{1}{2}(xy - x - y + 3)$

(5p) a) Să se demonstreze că $x \perp y = \frac{1}{2}(x-1)(y-1)+1,\quad \forall x,y\in\mathbb{R}$.

(5p) b) Să se rezolve în $\mathbb{R}$ ecuaţia $5^x \perp 3^{x-3} = 1$.

(5p) c) Să se calculeze $x\perp x\perp x\perp x\perp x,\ \forall x\in\mathbb{R}$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\setminus\{-3\}\to\mathbb{R},\ f(x)=\dfrac{x^2+4x+4}{x+3}$.

(5p) a) Să se scrie ecuaţia asimptotei oblice spre $+\infty$ a graficului funcţiei f.

(5p) b) Să se determine punctele de extrem pentru funcţia f.

(5p) c) Să se calculeze $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{f(x)}{x}\right)^x$.

2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=\dfrac{6}{9+x^2}$.

(5p) a) Să se arate că $f(x)\le\dfrac{1}{x},\ \forall x\in(0,+\infty)$.

(5p) b) Să se calculeze $\int_1^{\sqrt{3}} f(x)\,dx$.

(5p) c) Să se arate că $arctge\le\dfrac{1}{2}+arctg\dfrac{1}{3}$.

Varianta 22

Prof: Ciocănaru Viorica

SUBIECTUL I (30 de puncte)

(5p) 1. Într-o progresie aritmetică se cunosc: $a_1 = 2$ şi $r = 3$. Calculaţi a_{11}.

(5p) 2. Calculaţi $\log_3 3 + 3\log_3 2 - 2\log_3 4$.

(5p) 3. Se consideră funcţia $f: \mathbf{R} \to \mathbf{R},\ f(x) = x^2 - 5x + 6$. Determinaţi coordonatele punctelor de intersecţie ale graficului funcţiei f cu axa Ox.

(5p) 4. Calculaţi $2C_5^2 - A_5^2 + P_3$.

(5p) 5. Se consideră vectorii $\vec{v} = 2\vec{i} + 3\vec{j}$ şi $\vec{u} = 3\vec{i} - 2\vec{j}$. Determinaţi vectorul $2\vec{v} - 3\vec{u}$.

(5p) 6. Triunghiul ABC are AB = 8, AC = 10 şi $m(\hat{A}) = 30^0$. Calculaţi aria triunghiului.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Se consideră sistemul de ecuaţii $\begin{cases} x+y+z=1 \\ ax+3y+z=-1 \\ a^2x+9y+z=1 \end{cases}$.

(5p) a) Determinaţi $a\in\mathbf{R}$ pentru care matricea sistemului este inversabilă.

(5p) b) Transpuneţi matricea sistemului şi calculaţi determinantul acesteia pentru $a = 2$.

(5p) c) Rezolvaţi sistemul pentru $a = 4$.

2. Se consideră polinomul $f = X^4 - 8X^2 + 16$, cu rădăcinile x_1, x_2, x_3, x_4 reale.

(5p) a) Dacă $S = x_1 + x_2 + x_3 + x_4$ şi $P = x_1x_2x_3x_4$, calculaţi $f(S) + P$.

(5p) b) Arătaţi că polinomul f este divizibil cu $g = X - 2$.

(5p) c) Calculaţi $x_1^4 + x_2^4 + x_3^4 + x_4^4$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcţia f: **R** →**R**, $f(x) = \dfrac{2x}{x^2+3}$.

(5p) a) Calculaţi $f'(x)$, $f'(0)$, $x\in\mathbf{R}$.
(5p) b) Determinaţi punctele de extrem ale funcţiei f.
(5p) c) Calculaţi $\lim\limits_{x\to\infty}(f(x)-x)$.

2. Se consideră funcţia f , f: **R** →**R**, $f(x) = \begin{cases} -x^2+3x-2 & x<1 \\ (x+3)\ln x & x\geq 1 \end{cases}$

(5p) a) Să se arate că funcţia f admite primitive pe **R**.

(5p) b) Să se calculeze $\int_0^{\frac{1}{2}} f(x)dx$.

(5p) c) Să se calculeze $\int_1^{e^2} \dfrac{f(x)}{x+3}dx$.

Varianta 23

Prof: Ciocănaru Viorica

SUBIECTUL I (30 de puncte)

(5p) 1. Într-o progresie aritmetică se cunosc: $a_1 = 3$ şi $r = -2$. Calculaţi S_{25}.

(5p) 2. Determinaţi numărul real m pentru care ecuaţia $x^2-(m-1)x+2m=0$ are soluţii reale egale.

(5p) 3. Se consideră funcţia f: **R** →**R**, $f(x) = 3^{2x+1}-1$. Determinaţi coordonatele punctelor de intersecţie ale graficului funcţiei f cu axele Ox şi Oy.

(5p) 4. Rezolvaţi ecuaţia $C_n^2 = P_3$.

(5p) 5. Se consideră vectorii $\vec{v} = (a+2)\vec{i} + (a-3)\vec{j}$ şi $\vec{u} = 3\vec{i} - 2\vec{j}$, cu $a\in\mathbf{R}$. Determinaţi a astfel încât vectorii $\vec{v}$ şi $\vec{u}$ să fie coliniari.

(5p) 6. Calculaţi $\sin 75^0$ folosind $\sin(a+b)$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3, a)$, $B(a, 2)$ şi $C(-3, -2)$ unde $a\in\mathbf{R}$.
(5p) a). Pentru $a = 1$ să se determine ecuaţia dreptei BC.
(5p) b) Pentru $a = -2$ să se calculeze aria triunghiului ABC.
(5p) c) Determinaţi a pozitiv astfel încât punctele A, B, C să fie coliniare.

2. Se consideră inelul $(\mathbf{Z}_5, +, \cdot)$ unde $\mathbf{Z}_5 = \{\hat{0}, \hat{1}, \hat{2}, \hat{3}, \hat{4}\}$.

(5p) a) Rezolvaţi ecuaţia $\hat{2}x + \hat{3} = \hat{1}$ în $\mathbf{Z}_5$.

(5p) b) Calculaţi determinantul $\begin{vmatrix} \hat{1} & \hat{2} & \hat{3} \\ \hat{2} & \hat{3} & \hat{1} \\ \hat{3} & \hat{1} & \hat{2} \end{vmatrix}$ în $\mathbf{Z}_5$.

(5p) c) Rezolvaţi în $\mathbf{Z}_5$ sistemul $\begin{cases} \hat{2}x + y = \hat{1} \\ x + \hat{4}y = \hat{3} \end{cases}$

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcţiile $f: (0, +\infty) \to \mathbf{R}$, $f(x) = \ln x + \frac{x^2}{2}$ şi $g: \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $g(x) = x^2 - 3x$.

(5p) a) Calculaţi $(f(x) \cdot g(x))'$ pentru $x \in (0, +\infty)$.
(5p) b) Determinaţi intervalele de concavitate şi convexitate pentru funcţia f.
(5p) c) Calculaţi $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{f(x)}{g(x)}$.

2. Se consideră funcţiile $f: [1, 3] \to \mathbf{R}$, $f(x) = x^2 + x + \frac{2}{x}$ şi $g: [1, 2] \to \mathbf{R}$ $g(x) = f(x) - x$.

(5p) a) Determinaţi mulţimea primitivelor funcţiei f.
(5p) b) Calculaţi $\int_1^3 (f(x) - x^2 - \frac{2}{x})e^x dx$.
(5p) c) Calculaţi volumul corpului obţinut prin rotaţia în jurul axei Ox a graficului funcţiei g.

Varianta 24

Prof: Ciocănaru Viorica

SUBIECTUL I (30 de puncte)

(5p) 1. Într-o progresie geometrică cu termeni pozitivi $b_1 - b_4 = 7$ şi $b_1 - b_2 = 4$. Determinaţi b_{12}.
(5p) 2. Rezolvaţi ecuaţia $5^{\frac{x+2}{x-1}} = 125$.
(5p) 3. Rezolvaţi ecuaţia $\log_3 x + \log_3 (2x - 1) = 2\log_3 (x + 1)$.
(5p) 4. Se consideră funcţia $f: \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x) = x^2 - 3x + 4$. Determinaţi coordonatele vârfului parabolei associate funcţiei şi intersecţia parabolei cu axa Oy.
(5p) 5. Se consideră vectorii $\vec{v} = (5a+1)\vec{i} + (2b-3)\vec{j}$ şi $\vec{u} = 3{,}5\vec{i} + 2{,}4\vec{j}$, cu $a, b \in \mathbf{R}$.

Determinaţi a şi b astfel încât vectorii $\vec{v}$ şi $\vec{u}$ să fie egali.

(5p) 6. Triunghiul ABC are AB = 8, AC = 10 şi $m(\hat{A}) = 60^0$. Calculaţi lungimea laturii BC.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Se consideră matricele A = $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ B = $\begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 \\ 4 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

(5p) a) Calculaţi det (A – B) şi Tr (A -B).
(5p) b) Verificaţi dacă A este inversabilă şi calculaţi inversa ei.
(5p) c) Calculaţi $A \cdot B$.
Verificaţi dacă A este inversabilă şi calculaţi inversa ei.

2. Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea $x * y = xy - 3x - 3y + 12$.
(5p) a) Verificaţi dacă legea de compoziţie “$*$” este asociativă.
(5p) b) Rezolvaţi ecuaţia $x * 5 = 1$.
(5p) c) Rezolvaţi inecuaţia $2 * C_n^2 > 1$ unde $n \in \mathbf{N}$, $n \geq 2$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcţia $f: \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x-3}{x-4}, & x \leq 0 \\ \dfrac{x+3}{x+4}, & x > 0 \end{cases}$

(5p) a) Verificaţi dacă funcţia f este continuă în punctul $x_0 = 0$.
(5p) b) Calculaţi $f'(2)$.
(5p) c) Cercetaţi existenţa asimptotelor orizontale sau oblice ale funcţiei f.

2. Se consideră funcţiile $f: \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f_n(x) = \dfrac{x^n}{x^2+1}$, unde n este număr natural.

(5p) a) Calculaţi $\int_1^2 f_0(x)dx$.

(5p) b) Dacă $I_n = \int_0^1 f_n(x)dx$, calculaţi $I_{2010} + I_{2012}$.

(5p) c) Calculaţi aria suprafeţei plane mărginite de graficul funcţiei f_2, axa Ox şi dreptele de ecuaţii

$x = 0$ şi $x = 1$.

Varianta 25

Prof: Dobre Andrei Octavian

SUBIECTUL I (30 de puncte)

(5p) 1.Soluţia ecuaţiei (x+1)+(x+4)+(x+7)+...+(x+28)=155

(5p) 2.Să se determine mulțimea tuturor parametrilor reali m pentru care $(m-1)x^2+mx+m+1>0$ oricare ar fi $x\in\mathbb{R}$

(5p) 3. Să se rezolve în multimea numerelor reale ecuația $\ln(e^x-1)+\ln(e^x+1)=1$

(5p) 4. Cei 30 de elevi ai unei clase au făcut schimb reciproc de fotografii. Aflați numarul de fotografii de care a fost nevoie.

(5p) 5. Fie punctele A(2,2), B(4,6), C(0,8) . Dacă punctul M este mijlocul segmentului [AB], aflați aria triunghiului AMC.

(5p) 6.Calculați perimetrul triunghiului MNP știind că MN=2 cm, MP=3cm și $m(\sphericalangle NMP)=120^0$

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Fie $A=\begin{pmatrix}5 & 2\\ -10 & -4\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $M=\{X(a)/a\in\mathbb{R}, X(a)=I_2-a\cdot A\}$

(5p) 1. Calculați A^2-A.

(5p) 2. Să se arate că $X(a)\cdot X(b)=X(a+b-ab)$.

(5p) 3. Să se calculeze $X(0)\cdot X(1)\cdot X(2)\cdot\ldots\cdot X(2012)$

2. Definim pe $\mathbb{R}$ legea de compozitie “ * ” prin $x*y=\log_{2012}(2012^x+2012^y)$ $(x,y\in\mathbb{R})$

(5p) a) Arătați ca legea “*” este asociativa, dar nu admite element neutru.

(5p) b) Demonstrați că $2012+(y*z)=(2012+y)*(2012+z)$, oricare ar fi $y,z\in\mathbb{R}$

(5p)c) Rezolvați în $\mathbb{R}$ ecuația $x*x*x=x\log_{2012}6036$

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f:(-\infty,-1]\cup[0,+\infty)\to\mathbb{R}, f(x)=x+\sqrt{x^2+x}$.

(5p) a) Calculați $f'(x)$

(5p) b) Să se determine intervalele de monotonie ale funcției f

(5p) b) Să se determine ecuațiile asimptotelor către $-\infty$ și $+\infty$ la graficul funcției f

2. Pentru fiecare $n\in\mathbb{N}$ se consideră $I_n=\int_0^1\frac{1}{(x^2+1)^n}dx$.

(5p) a) Să se arate că $I_0+I_1=\frac{\pi+4}{4}$

(5p) b) Să se arate că $I_2=\frac{\pi+2}{8}$

(5p) c) Să se demonstreze că $I_n<I_2$, oricare ar fi $n\in\mathbb{N}, n\geq 3$

Varianta 26

Prof: Dogaru Ion

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p 1. Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale inecuaţia $7x^2 - 15x + 2 \le 0$

5p 2. Să se determine numărul submulţimilor cu trei elemente ale mulţimii A = { 1,2,3,…,10}, care conţine elementul 5.

5p 3. Să se determine probabilitatea ca alegând un număr $\overline{ab}$ din mulţimea numerelor naturale de două cifre, să avem $a \ne b$.

5p 4. Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\lg(x-1) + \lg(6x-5) = 2$.

5p 5. Să se determine $m \in \mathbb{R}$ astfel încât distanţa dintre punctele A(m,-7) şi B(-5,m) să fie 10.

5p 6. Să se calculeze modulul vectorului $\vec{u} + \vec{v}$ ştiind că $\vec{u} = 11\vec{i} - 7\vec{j}$, $\vec{v} = -5\vec{i} + 4\vec{j}$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Pentru $x \in \mathbf{R}$, se consideră matricele: $A = \begin{pmatrix} x & 1 & 1 \\ 1 & x & 1 \\ 1 & 1 & x \end{pmatrix}$ şi $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

5p a) Să se determine $x \in \mathbf{R}$ pentru care rang A = 2.

5p b) Pentru x = - 2 determinaţi $\det A^*$, unde A^* este adjuncta matricei A.

5p c) Pentru x = - 1 să se rezolve ecuaţia YA = B, unde $Y \in M_{1,3}(\mathbb{R})$.

2. Se consideră polinomul $f = X^3 - 9X^2 - X + 9$ care are toate rădăcinile x_1, x_2, x_3, reale.

5p a) Să se determine câtul şi restul împărţirii polinomului f la $X^2 - 1$.

5p b) Arătaţi că $x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 = 9(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2) - 18$.

5p c) Rezolvaţi ecuaţia $f(3^x) = 0$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcţia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x) = \sqrt[3]{x^3 + 3x^2 - 4}, \forall x \in \mathbf{R}$.

5p a) Să se determine asimptotele graficului funcţiei f.

5p b) Să se arate că $f^2(x) f'(x) = x^2 + 2x, \forall x \in \mathbf{R} \setminus \{-2,1\}$

5p c) Să se determine derivatele laterale ale graficului funcţiei f în punctul $x_0 = -2$

2. Se consideră funcţia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x) = x^3 - 3x + 2$.

5p a) Să se determine valorile de extrem local ale funcţiei f;

5p b) Să se calculeze $\int_2^3 \frac{f(x)}{x-1} dx$;

5p c) Să se calculeze $\int_{-1}^0 \frac{x^2 - 13}{f(x)} dx$.

Varianta 27

Prof: Dogaru Ion

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p 1. Calculaţi $(1+i)^{2012}-(1-i)^{2012}$.

5p 2. Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{11x+4}=x-2$

5p 3. Fie $(a_n)_{n\geq 1}$ o progresie aritmetică. Ştiind că $a_6 + a_{16} = 2012$, calculaţi $a_3 + a_{19}$.

5p 4. Să rezolve inecuaţia $(x^2 - 1)(x + 2) \geq 0$.

5p 5. În sistemul cartezian de coordonate *xOy* se consideră punctele A(3,-2), B(-5,6). Să se determine ecuaţia mediatoarei segmentului [AB].

5p 6. În mulţimea $[0,2\pi]$, rezolvaţi ecuaţia $\sin^2 x-\cos^2 x=\cos x$.

SUBIECTUL II (30 de puncte)

1. Pentru $m\in\mathbf{R}$ se consideră matricea $M = \begin{pmatrix} m & 2 & 1 \\ 2m-1 & 3 & 1 \\ m & m-3 & 1 \end{pmatrix}$ şi punctele $A(m,2)$, $B(2m-1,3)$, $C(m,m-3)$.

5p a) Determinaţi $m\in\mathbf{R}$ pentru care rangM = 2.

5p b) Determinaţi $m\in\mathbf{R}$ pentru care punctele A,B,C sunt necoliniare.

5p c) Pentru $m\in[1,5]$ determinaţi valoarea maximă a ariei triunghiului ABC.

2. Pe mulţimea **Z** se defineşte legea de compoziţie $x * y = 5xy + 6x + 6y + 6$.

5p a) Arătaţi că legea de compoziţie $*$ este asociativă;

5p b) Determinaţi elementele din **Z** simetrizabile în raport cu operaţia $*$;

5p c) Rezolvaţi în **Z** ecuaţia $\underbrace{x * x * \ldots * x}_{\text{de } 2012 \text{ ori}} = -1$.

SUBIECTUL III (30 de puncte)

1. Se consideră funcţia $f : \mathbb{R}\to\mathbf{R}$, $f(x) = (x + 1)e^x$.

5p a) Determinaţi intervalele de monotonie ale funcţiei *f*.

5p b) Determinaţi intervalele de concavitate şi de convexitate ale funcţiei *f*.

5p c) Determinaţi ecuaţia asimptotei orizontale către $-\infty$ la graficul funcţiei *f*.

2. Se consideră funcţia $f : [1,+\infty)\to\mathbf{R}$, dată prin $f(x) = 6x + \frac{2}{x}$.

5p a) Determinaţi o primitivă F a funcţiei f care are proprietatea F(1) = 2012;

5p b) Să se calculeze volumul corpului de rotaţie determinat de subgraficul lui f şi dreapta x = 2;

5p c) Calculaţi asimptota oblică către $+\infty$ a graficului funcţiei f.

Varianta 28

Prof: Dogaru Ion

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p **1.** Calculaţi $(1+i)^{2012}-(1-i)^{2012}$.

5p **2.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $9^{x}-10\cdot 3^{x-1}+1=0$.

5p **3.** Fie $(a_n)_{n\geq 1}$ o progresie aritmetică. Ştiind că $a_6+a_{16}=2012$, calculaţi a_3+a_{19}.

5p **4.** Să se determine valorile naturale ale numărului n astfel încât $C_{n+1}^{1}+C_{n+1}^{2}=36$.

5p **5.** În sistemul cartezian de coordonate *xOy* se consideră punctele A(3,-2), B(-5,4). Să se determine ecuaţia mediatoarei segmentului [AB].

5p **6.** În mulţimea $[0,2\pi]$ rezolvaţi ecuaţia $\sin^2 x-\cos^2 x=\cos x$.

SUBIECTUL II (30 de puncte)

1. Pentru fiecare $t\in(0,+\infty)$ se consideră matricea $H(t)=\begin{pmatrix}1 & \ln t & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & t\end{pmatrix}$.

5p **a)** Să se calculeze,în raport cu $t>0$, rangul matricei adjuncte $H^*(t)$;

5p **b)** Arătaţi că $H(x)\cdot H(y)=H(xy);\ \forall x,y\in(0,+\infty)$;

5p **c)** Calculaţi determinantul matricei H(1)+H(2)+H(3)+….+H(10).

2. Se consideră operaţia $x*y=xy-2(x+y)+6, \forall x,y\in\mathbb{R}$ şi mulţimea $G=(2,+\infty)$.

5p **a)** Arătaţi că G este parte stabilă faţă de legea de compoziţie $*$.

5p **b)** Să se determine elementele simetrizabile ale mulţimii G în raport cu legea de compoziţie $*$;

5p **c)** Ştiind că legea de compoziţie $*$ este asociativă, să se calculeze $\frac{1}{2}*\frac{2}{3}*\cdots*\frac{8}{9}$

SUBIECTUL III (30 de puncte)

1. Se consideră funcţia $f:\mathrm{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=x^{2012}+2012(x-1)-1$.

5p **a)** Să se calculeze $f(1)+f'(0)$;

5p **b)** Să se determine ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f, în punctul de abscisă $x_0=1$;

5p **c)** Arătaţi că funcţia *f* este convexă pe **R**.

2. Se consideră funcţia $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=(x+1)^3-3x^2-1$.

5p **a)** Să se calculeze $\int_0^1 f(x)dx$;

5p **b)** Să se calculeze $\int_{-1}^1 f^5(x)dx$;

5p **c)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{\int_0^x f(t-1)dt}{x^4}$;

Varianta 29

Prof: Gaga Loghin.

SUBIECTUL I (30 de puncte)

(5p) 1. Calculați suma $1+5+9+\cdots+61$

(5p) 2. Fie funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ care verifică relația $f(2x+3)=2x^2-3x+5$. Să se calculeze $f(4)$

(5p) 3. Pentru $x>3$, rezolvați ecuația $\log_{x-2}2+\log_{x-2}8=4$.

(5p) 4. Se dă mulțimea $M=\{1,2,3,\cdots,10\}$. Câte submulțimi care îl conțin pe 1 are mulțimea M?

(5p) 5. Se consideră vectorii $\overline{v}_1=(m-2)\overline{i}+3\overline{j}$ și $\overline{v}_2=4\overline{i}-(m+1)\overline{j}$. Să se determine $m\in\mathbb{R}$ astfel încât vectorii să fie perpendiculari

(5p) 6. Laturile unui triunghi ABC sunt $AB=4, BC=8, AC=6$. Să se determine măsura sinusului unghiului B.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Se consideră matricea $M=\begin{pmatrix}3&0\\0&1\end{pmatrix}\in M_2(\mathbb{R})$

(5p) a) Să se calculeze M^n, $n\in N^*$

(5p) b) Să se rezolve ecuația $7\cdot\det(M^n)-4\cdot 3^n=729$

(5p) c) Să se calculeze $S=M+M^2+\cdots+M^{2012}$

2. Se consideră polinomul $f(X)=2X^3-(m+1)X^2+2n;\ m,n\in\mathbb{R}$, cu rădăcinile x_1,x_2,x_3

(5p) a) Să se determine parametri m,n știind că polinomul admite rădăcinile $x_1=-1, x_2=2$

(5p) b) Să se determine $m\in\mathbb{R}^+$, știind că $x_1^2+x_2^2+x_3^3=4$

(5p) c) Pentru $m=5, n=4$, să se rezolve în $\mathbb{R}$ ecuația $2\cdot 625^x-(m+1)\cdot 25^x+2n=0$

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Fie funcția $f:\mathbb{R}\setminus\{1\}\to\mathbb{R},\ f(x)=\dfrac{xe^{x-2}}{(x-1)^2}$

(5p) a) Să se calculeze $f'(x)$

(5p) b) Să se calculeze $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{f(x)}{f'(x)}$

(5p) c) Să se determine ecuația tangentei la graficul funcției în $x_0=2$.

2. Fie funcția $f:(-2,\infty)\to\mathbb{R},\ f(x)=\ln(x+2)-x-2$

(5p) a) Să se calculeze $\int_{-1}^{1}\left(x-f(x)+\ln(x+2)\right)^2 dx$

(5p) b) Să se studieze concavitatea funcției f

(5p) c) Să se calculeze aria suprafeței cuprinse între graficul funcției $g:[1,e]\to\mathbb{R}, g(x)=f(x)+x+2$, axa Ox și dreptele de ecuații $x=1$ și $x=e$

Varianta 30

Prof: Gaga Loghin.

SUBIECTUL I (30 de puncte)

(5p) 1. Aflați partea imaginară a numărului $z=\left(1-i\sqrt{3}\right)^3$

(5p) 2. Se consideră ecuația $x^2-(m-2)x+m-3=0$. Să se determine $m\in\mathbb{R}$, astfel ca $x_1^2+x_2^2=16$.

(5p) 3. Calculați $C_{2012}^{7}-C_{2012}^{2005}$

(5p) 4. Să se determine probabilitatea ca, alegând un element din mulţimea $A=\{1,2,3,...,2013\}$, acesta să fie multiplu de 3.

(5p) 5. Se consideră punctele $A(-3,m)$ şi $B(m,-3)$. Să se determine $m\in\mathbb{R}$ astfel încât $[AB]=6\sqrt{2}$.

(5p) 6. În triunghiul ABC, avem AB=3, AC=4, BC=5. Determinați lungimea medianei corespunzătoare laturii BC a triunghiului.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A=\begin{pmatrix} x+5 & 4 \\ 4 & x+5 \end{pmatrix}, x\in\mathbb{R}$

(5p) a)Să se determine $x\in\mathbb{R}$ dacă $\det A=0$

(5p) b) Să se calculeze $A^2-(2x+10)A+\left(x^2+10x+9\right)I_2$

(5p) c) Pentru $x=-1$, să se calculeze $A^n, n\in\mathbb{N}^*$.

2. Fie, în inelul $\mathbb{Z}_5[X]$, polinoamele $f=X^3+aX^2+X+\hat{2}$ și $g(X)=X+\hat{4}$

(5p) a) Să se determine $a\in\mathbb{Z}_5$ astfel încât f să fie divizibil cu g.

(5p) b) Pentru $a=\hat{1}$, să se descompună în factori primi polinomul

(5p) c) Pentru $a=\hat{1}$, să se calculeze suma $f(\hat{0})+f(\hat{1})+\cdots+f(\hat{4})$

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f:(0,\infty)\to\mathbb{R},\ f(x)=\dfrac{1-\ln^2 x}{1+\ln^2 x}$

(5p) a) Să se calculeze $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$

(5p) b) Să se determine derivata I a funcției f

(5p) c) Determinați asimptotele funcției f(x)

2. Considerăm integralele $I_n=\displaystyle\int_0^1 \frac{x^n+1}{x^2+1}dx, n\in\mathbb{N}^*$

(5p) a) Să se calculeze I_1

(5p) b) Să se arate că $I_1\le I_3$

(5p) c) Să se calculeze I_n+I_{n+1}

Varianta 31

Prof: Ionescu Maria.

SUBIECTUL I (30 de puncte)

(5p) 1. Să se calculeze: $\log_2 6+\log_2 10-\log_2 15$.

(5p) 2. Să se rezolve în mulţimea numerelor întregi inecuaţia: $9x^2-16\le 0$.

(5p) 3. Să se determine al şaptelea termen al unei progresii aritmetice ştiind că primul termen este 7, iar suma primilor doi termeni este 17.

(5p) 4. Să se determine câte numere de 3 cifre distincte se pot forma folosind cifre din mulţimea {3,4,5,6}.

(5p) 5. În reperul cartezian *XOY* se consideră punctele *A*(2,3), *B*(-1,2) şi *C*(3,-4). Calculaţi lungimea medianei din *A*, a triunghiului *ABC*.

(5p) 6. Să se calculeze aria triunghiului *ABC* în care *AB=6*, *AC=8* şi $m(\sphericalangle BAC)=120^0$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Se consideră sistemul de ecuaţii: $\begin{cases} x-y+z=2 \\ 2x+y-z=1 \\ mx-3y+2z=3 \end{cases}$

(5p) a) Să se determine $m\in R$ astfel încât (1,2,3) să fie o soluţie a sistemului de ecuaţii de mai sus.

(5p) b) Rezolvaţi ecuaţia: $\begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ m & -3 & 2 \end{vmatrix} = m^2-5m+1$, $m\in R$.

(5p) c) Să se rezolve sistemul de ecuaţii pentru $m\in R$.

2. Fie polinoamele $f=\hat{2}X^5+\hat{4}X^4+\hat{3}X+\hat{1}$, $g=\hat{2}X^3+\hat{3}X^2+\hat{2}X+\hat{3}$, $f,g\in Z_5[X]$.

(5p) a) Calculaţi $f\left(\hat{1}\right)+g\left(\hat{0}\right)$.

(5p) b) Să se rezolve în Z_5 ecuaţia $f(x)=\hat{0}$

(5p) c) Să se determine câtul şi restul împărţirii polinomului *f* la polinomul *g*.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Fie funcţia $f:R\to R$, $f(x)=x^{2012}+2012^x+2012x+2012$.

(5p) a) Calculaţi $f'(x)$, $x\in R$.

(5p) b) Să se scrie ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul cu abscisa nulă.

(5p) c) Să se demonstreze că f este convexă pe *R*.

2. Fie funcţia $f:(0,\infty)\to R$, $f(x)=\frac{1}{x+2012}+x+2012$.

(5p) a) Să se determine mulţimea primitivelor funcţiei *f* .

(5p) b) Să se calculeze volumul corpului obţinut prin rotaţia, în jurul axei *OX*, a graficului funcţiei $g:[1,2]\to R$, $g(x)=f(x)-\frac{1}{x+2012}$.

(5p) c) Calculaţi $\int_1^2 f\left(x^2\right)dx$.

Varianta 32

Prof: : Ionescu Maria

SUBIECTUL I (30 de puncte)

(5p) 1. Să se determine elementele mulţimii $A=\left\{x\in Z \,\|\, |2x-5|\le 3\right\}$.

(5p) 2. Să se rezolve în mulţimea numerelor reale ecuaţia: $\sqrt{x-5}+\sqrt{2-x}=\sqrt{7}$.

(5p) 3. Se consideră funcţia $f:R\to R,\quad f(x)=x^2-7x+12$. Să se calculeze $f(1)\bullet f(2)\bullet\ldots\bullet f(10)$.

(5p) 4. Să se rezolve ecuaţia $25^x-6\cdot 5^x+5=0$.

(5p) 5. Să se determine cosinusul unghiului A, al triunghiului *ABC*, ştiind că *AB=5, AC=7* şi *BC=8.*

(5p) 6. Să se determine ecuaţia dreptei ce trece prin punctele M(2,3) şi N(-3,-2).

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Fie matricele $A=\begin{pmatrix}1 & -2 & 3\\ 2 & -1 & 1\\ 3 & -1 & -2\end{pmatrix}$ şi $I_3=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$.

(5p) a) Să se calculeze A^2.

(5p) b) Calculaţi $\det\left(I_3+A\right)$.

(5p) c) Să se determine inversa matricei A.

2. Pe mulţimea numerelor întregi se defineşte legea de compoziţie $x\circ y=(x-5)(y-5)+5$.

(5p) a) Să se demonstreze că $x\circ 5=5\circ x=5,\quad \forall x\in Z$

(5p) b) Să se determine elementul neutru al legii de compoziţie "$\circ$".

(5p) c) Ştiind că legea de compoziţie "$\circ$" este asociativă, să se rezolve în mulţimea numerelor întregi ecuaţia: $x\circ x\circ x\circ x\circ x=x$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Fie funcţia $f:R\to R,\quad f(x)=\left(x^2-2012x+2011\right)e^x$.

(5p) a) Calculaţi $f'(x),\quad x\in R$.

(5p) b) Să se calculeze $\lim\limits_{x\to 0}\frac{f(x)-f(0)}{x}$.

(5p) c) Să se arate că $-2009e^2\le f(1)\le 2011$

2. Pentru orice număr natural nenul *n* se consideră $I_n=\int_0^1\frac{x^n}{x+2}dx$.

(5p) a) Calculaţi I_2.

(5p) b) Să se demonstreze că $I_{n+1}+2I_n=\frac{1}{n+1}$ pentru orice $n\in N^*$.

(5p) c) Utilizând, eventual, inegalitatea $\frac{1}{3} \le \frac{1}{x+2} \le \frac{1}{2}, \quad \forall x \in [0,1], \quad n \in N^*$ să se demonstreze că $\frac{1}{3} \le 2012 \cdot I_{2011} \le \frac{1}{2}$.

Varianta 33

Prof: Ionescu Maria.

SUBIECTUL I (30 de puncte)

(5p) 1. Să se determine coordonatele vârfului parabolei asociate funcţiei $f : R \to R, \quad f(x) = x^2 - 8x + 12$.

(5p) 2. Să se determine $m \in R$ astfel încât soluţiile ecuaţiei $x^2 - (m+1)x + 2m = 0$ să verifice relaţia $3(x_1^2 + x_2^2) = x_1 \cdot x_2 - 2$.

(5p) 3. Să se calculeze suma obţinută după un an de zile , dacă s-au depus 700 de lei la o bancă cu o rată a dobânzii de 5,5% pe an.

(5p) 4. Să se calculeze $C_{2012}^{2010} - C_{2012}^{2}$

(5p) 5. Să se determine $m \in R$astfel încât dreptele $d_1 : 2mx + 3y - 7 = 0$ şi $d_2 : 3x - 8y + 2 = 0$ să fie perpendiculare.

(5p) 6. Să se calculeze $\cos \frac{5\pi}{6}$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. În reperul cartezian XOY se consideră punctele O(0,0) şi $A_n(n+5, 2n-3), \quad n \in N^*$.

(5p) a) Să se determine ecuaţia dreptei A_1A_3.

(5p) b) Să se calculeze aria triunghiului OA_1A_2 .

(5p) c) Să se arate că punctele $A_n(n+5, 2n-3), \quad n \in N^*$ sunt coliniare.

2. Se consideră polinomul $f = X^3 - 3X^2 - 13X + 15$ care are rădăcinile $x_1, x_2, x_3 \in R$.

(5p) a) Calculaţi $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$.

(5p) b) Arătaţi că rădăcinile polinomului f sunt termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice.

(5p) c) Să se rezolve în mulţimea numerelor reale ecuaţia $25^x - 3 \cdot 5^x - 13 + 15 \cdot 5^{-x} = 0$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcţia $f : R \to R, \quad f(x) = \frac{x^2 - 4}{x^2 + 4}$.

(5p) a) Calculaţi $f'(x), \quad x \in R$.

(5p) b) Să se determine ecuaţia asimptotei orizontale catre $+\infty$ la graficul funcţiei f .

(5p) c) Să se determine $\lim\limits_{x \to 0} \frac{f'(x) - f'(0)}{x}$.

2. Se consideră funcţia $f : R \to R, \quad f(x) = \begin{cases} x^2 + x + 1, & x \le 0 \\ e^x + x \quad , & x > 0 \end{cases}$.

(5p) a) Să se arate că funcţia f admite primitive pe R.

(5p) b) Să se calculeze $\int_{-2}^{1} f(x)dx$

(5p) c) Calculaţi $\int_{1}^{e} f(\ln x)dx$

Varianta 34

Prof:Isofache Cătălina Anca

SUBIECTUL I (30 de puncte)

(5p) 1. Calculaţi suma $1+2^2+2^4+2^6+2^8+2^{10}+2^{12}$.
(5p) 2. Determinaţi punctele de intersecţie dintre reprezentarea grafică a funcţiei f: $R \to R$, f(x)=x^2 +6x-7 şi axele de coordonate.
(5p) 3. Rezolvaţi în mulţimea ***R*** ecuaţia lg(x+7)-lg(x-2)=1
(5p) 4. Determinaţi probabilitatea ca alegând un element din mulţimea A={2 ;4 ;6 ;... ;2012}acesta să fie divizibil cu 6,dar să nu fie divizibil cu 4.
(5p) 5. Triunghiul ABC are laturile AB=10 ;AC=24 şi BC=26.Calculaţi cosB
(5p) 6. Calculaţi $\sin 1^0+\sin 2^0+\sin 3^0+\sin 4^0+\ldots+\sin 360^0$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. In mulţimea $M_2(R)$ se consideră matricele : A=$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ şi $O_2=\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

(5p) a) Calculaţi A^2 şi detA.

(5p) b) Arătaţi că ,dacă X$\in$ $M_2(R)$şi XA=AX,atunci există a,b$\in$R,astfel încât X=$\begin{pmatrix} a & b \\ 0 & a \end{pmatrix}$.

(5p) c) Demonstraţi că ecuaţia Y^2=A nu are soluţie în $M_2(R)$.

2. Pe mulţimea numerelor reale se consideră legea de compozitie "$\circ$"definită prin: $x\circ y$=2xy+2x+2y+1, $\forall$ x;y$\in$**R**.
(5p) a) Arătaţi că $x\circ y$=2(x+1)(y+1)-1, $\forall$ x;y$\in$**R**.
(5p) b) Demonstraţi că $(x\circ y)\circ z = x\circ(y\circ z)$, $\forall$ x;y ;z$\in$**R.**
(5p) c) Verificaţi dacă $(-2012)\circ(-2011)\circ\ldots\circ 0\circ 1\circ\ldots\circ 2012<0$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcţia f: $R \to R$,f(x)=(x^2-4)(x^2-1).
(5p) a) Calculaţi f'(x), x$\in R$.
(5p) b) Calculaţi $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{f(x)-f(0)}{x}$
(5p) c) Determinaţi numărul punctelor de inflexiune ale graficului funcţiei f.

2. Se consideră şirul $(I_n)_{n\in N}$,definit prin $I_0=\int_0^1\frac{1}{4x+3}dx$ şi $I_n=\int_0^1\frac{x^n}{4x+3}dx$,n$\in$N*.

(5p) a) Calculaţi I_0 şi I_1.

(5p) b) Demonstraţi că $4I_{n+1}+3I_n=\frac{1}{n+1}$, $\forall$ n$\in$N*.

(5p) c) Calculaţi $\lim\limits_{n\to\infty} nI_n$.

Varianta 35

Prof: IVĂNESCU-GLIGA LILIANA.

SUBIECTUL I (30 de puncte)

(5p) 1. Determinaţi valorile reale ale lui x pentru care $|x|-x=3$.

(5p) 2. Fie funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+x-6$. Să se calculeze suma cuburilor soluţiilor ecuaţiei $f(x)$ = 0.

(5p) 3. Să se calculeze expresia E = $\frac{A_6^5-A_6^4}{A_5^4-A_5^3}$.

(5p) 4. Care este probabilitatea ca alegând un element din mulţimea $\mathbb{Z}_5$ acesta sa fie soluţie a ecuaţiei $x^2=\hat{2}$?

(5p) 5. Fie punctele A(-5, 0), B(-2, 2) şi M mijlocul segmentului AB în reperul (O,$\vec{i}$, $\vec{j}$). Să se determine coordonatele vectorilor: $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{OM}$.

(5p) 6. Să se determine aria triunghiului ABC dacă BC = 12 şi $m(\hat{B})=m(\hat{C})=30^\circ$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Fie matricea A = $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & m \end{pmatrix}$, m$\in\mathbb{R}$.

(5p) a) Să se calculeze suma S = $a_{12}a_{21}-a_{11}a_{22}$.

(5p) b) Să se găsească valoarea parametrului real m astfel încât $A^{-1}=-A^*$.

(5p) c) Pentru m = –1 să se calculeze A^{-1}.

2. Fie polinomul $f=X^4-6X^2+8$, $f\in\mathbb{R}[X]$.

(5p) a) Să se arate că polinomul f este divizibil cu X + 2.

(5p) b) Să se descompună f în polinoame ireductibile în $\mathbb{Q}[X]$.

(5p) c) Să se determine rădăcinile reale ale polinomului f.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Fie funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x\cdot e^{-x}$.

(5p) a) Să se determine numărul real $f'(0)$.

(5p) b) Să se determine $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)$.

(5p) c) Să se determine numărul punctelor de inflexiune ale funcţiei f.

2. Fie funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2^x+x^2+e^x$.

(5p) a) Să se determine o primitivă F_1 a functiei f care verifică relaţia $F_1(0)=1$.

(5p) b) Să se calculeze $\int_0^1 f(x)dx$.

(5p) c) Să se determine aria suprafeţei plane cuprinse între graficul funcţiei g: $\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, g(x) = = f (x) – ($2^x + e^x$), axa Ox şi dreptele de ecuaţii x = 1 şi x = 2.

Varianta 36

Prof: IVĂNESCU-GLIGA LILIANA.

SUBIECTUL I (30 de puncte)

(5p) 1. Se dă progresia aritmetică $(a_n)_{n\ge1}$ cu $a_1 = 1$ şi r = 3. Numărul 2012 aparţine progresiei?

(5p) 2. Să se rezolve în R ecuaţia $3^{1-|x|}=1$.

(5p) 3. Să se rezolve ecuaţia $C_n^0+C_n^1+...+C_n^n=64$, $n\in\mathbb{N}, n\ge1$.

(5p) 4. Care este probabilitatea să obţinem un element iraţional alegând un element din mulţimea M = $\{\sqrt{2},\sqrt{3},\sqrt{5},\sqrt{6},\sqrt{7},\sqrt{8},\sqrt{10}\}$?

(5p) 5. Să se scrie ecuaţia carteziană generală a dreptei ce trece prin punctul A(1, 1) şi are direcţia vectorului director $\vec{u}$(–1, 1).

(5p) 6. Fie punctele A(4, 0), B(0, 3) şi O(0, 0). Să se calculeze aria patrulaterului O A O' B, unde O' este simetricul lui O faţă de AB.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Se consideră matricea A = $\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$.

(5p) a) Să se calculeze det (^tA).

(5p) b) Să se găsească elementul b_{22} al matricei B = 2A – ^tA.

(5p) c) Să se calculeze S, suma elementelor de pe diagonala principală a matricei A^3.

2. Fie polinomul f = $(X^3 + X^2 - 1)^5$ = $a_0 + a_1X + ... + a_{15}X^{15}$, $f \in\mathbb{R}[X]$.

(5p) a) Să se determine coeficientul a_0.

(5p) b) Să se calculeze $a_0 + a_1 + ... + a_{15}$.

(5p) c) Să se arate că polinomul f nu e divizibil cu $X^2 - 1$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Fie funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{x^2}{x^2+1}$.

(5p) a) Să se determine numărul f (1) + f'(1).

(5p) b) Să se determine ecuaţia asimptotei orizontale la graficul funcţiei f .

(5p) c) Să se determine numărul punctelor de extrem ale funcţiei f .

2. Fie funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases} e^x, x\in(-\infty,0) \\ 1-x, x\in[0,\infty) \end{cases}$.

(5p) a) Să se arate că funcţia f admite primitive pe $\mathbb{R}$.

(5p) b) Să se calculeze $\int_{-1}^{1} x \cdot f(x)dx$.

(5p) c) Să se determine volumul corpului obţinut prin rotaţia în jurul axei Ox a graficului funcţiei $g:[0;1]\to\mathbb{R}, g(x)=f(x), x\in[0;1]$.

Varianta 37

Prof: IVĂNESCU-GLIGA LILIANA.

SUBIECTUL I (30 de puncte)

(5p) 1. Fie funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=(m-1)x^2+(m-1)x-m+2$, $m\in\mathbb{R}-\{1\}$. Pentru ce valori reale ale lui m ecuaţia $f(x)=0$ are soluţii reale şi egale?

(5p) 2. Să se găseasca elementele mulţimii A = $\left\{x\in\mathbb{N}\,\middle|\,\frac{2x^2-x}{x^2+x+1}>2\right\}$.

(5p) 3. Să se determine al patrulea termen din dezvoltarea $\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)^6$.

(5p) 4. Să se determine soluţiile reale ale ecuaţiei $x^4-10x^2+9=0$.

(5p) 5. Fie punctele A(1, 2), B(5, 1) şi dreapta d: $x+ay-1=0$, $a\in\mathbb{R}^*$. Să se găsească valoarea reală a lui a dacă dreptele AB şi d sunt paralele.

(5p) 6. În triunghiul ABC se cunosc AC = 5, AB = 7 şi m$\left(\widehat{BAC}\right)=60^0$. Să se calculeze lungimea laturii BC.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Fie sistemul de ecuaţii $\begin{cases} mx+my-z=0 \\ 3x-2y+2z=5 \\ 2x+2y-2z=2 \end{cases}, m\in\mathbb{R}$.

(5p) a) Să se calculeze determinantul d asociat matricei coeficienţilor sistemului.
(5p) b) Să se determine valoarea lui m astfel încât sistemul să fie de tip Cramer.
(5p) c) Pentru m = 2 să se rezolve sistemul.

2. Fie grupul abelian ($\mathbb{R}$, $\circ$) înzestrat cu legea de compoziţie $x\circ y=x+y-1$.

(5p) a) Să se rezolve în $\mathbb{R}$ ecuaţia $2^x\circ 1=16$.
(5p) b) Să se determine $2'$, simetricul lui 2 în această lege.
(5p) c) Să se verifice că inecuaţia $x\circ x^2\le 1$ are soluţia [-2; 1].

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Fie funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x^3-3x$.

(5p) a) Să se calculeze $\lim_{x\to 0}\frac{f(x)-f(0)}{x}$.
(5p) b) Să se studieze monotonia funcţiei f.

(5p) c) Să se determine rădăcinile reale ale ecuaţiei $f(x)-f'(x)+f''(x)=30$.

2. Fie funcţia $f:(0,\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2\cdot\ln x$.

(5p) a) Să se calculeze $\int\frac{f(x)}{x^2}dx$, x > 0.

(5p) b) Să se arate că $\int_1^e\frac{f(x)}{x^3}dx>0$.

(5p) c) Să se verifice că $\int_2^4\frac{5f(x^2)}{\ln x}dx$ = $2^6(2^5-1)$.

Varianta 38

Prof: LEFTERIU IOANA.

SUBIECTUL I (30 de puncte)

(5p) 1. Verificaţi daca numărul $(2+\sqrt{3})^2+\left(1-2\sqrt{3}\right)^2$ este natural.

(5p) 2. Calculaţi b-a, ştiind că numerele: 2,a,8,b sunt termenii consecutivi ai unei progresii aritmetice.

(5p) 3. Rezolvaţi ecuaţia: $2^{x+3}=\left(\frac{1}{2}\right)^{-2x+1}, \forall x\in\mathbb{Z}$.

(5p) 4. Calculaţi probabilitatea ca numărul $\log_3^n\in\mathbb{N}, n\in\{1,3,5,7,9\}$.

(5p) 5. Fie punctele $A(-1,1), B(3,-2), C(5,4)$.Să se determine ecuaţia dreptei AM,unde M este mijlocul segmentului BC.

(5p) 6. Ştiind că $x=\sin 70^0-\cos 70^0$, să se calculeze $\sin 110^0+\cos 110^0-x$

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1.Se considera matricele: $A=\begin{pmatrix}2\\3\\4\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}1\\-2\\3\end{pmatrix}, I_3=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$. Definim matricele: $C=A\cdot B^t$ şi $D(x)=xC+I_3, x\in\mathbb{R}$,unde B^t este transpusa matricei B.

(5p) a) Să se arate că $C=\begin{pmatrix}2&-4&6\\3&-6&9\\4&-8&12\end{pmatrix}$.

(5p) b) Să se calculeze determinantul matricei C.

(5p) c) Să se arate că matricea $D(x)$ este inversabilă, $\forall x\in\mathbb{R}-\left\{-\frac{1}{8}\right\}$.

2. Pe mulţimea numerelor întregi,se defineşte legea de compoziţie: $x*y=xy-7(x+y)+56$.

(5p) a) Să se demonstreze că: $x*y=(x-7)(y-7)+7, \forall x,y\in\mathbb{Z}$

(5p) b) Ştiind că "*" este asociativă,să se rezolve în $\mathbb{Z}$ ecuaţia: $x*x*x=x$.

(5p) c) Să se determine $a\in\mathbb{Z}$,care are proprietatea: $x*a=a*x=a, \forall x\in\mathbb{Z}$ şi apoi să se calculeze $E=(-10)*(-9)*\ldots*9*10$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=\dfrac{2x+a}{x^2+4}, a\in\mathbb{R}$.

(5p) a) Determinaţi ecuaţia asimptotei la $+\infty$ a graficului funcţiei f.

(5p) b) Pentru a = 1,calculaţi $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)-f(0)}{x}$.

(5p) c) Pentru a = 3,determinaţi coordonatele punctelor de extrem ale funcţiei f.

2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=\begin{cases} x^2-3x+5, x<0 \\ e^x+x+4, x\ge 0\end{cases}$.

(5p) a) Să se arate că funcţia f admite primitive pe $\mathbb{R}$.

(5p) b) Să se calculeze $\int_{-1}^{1} f(x)dx$.

(5p) c) Să se demonsteze că $\int_0^1 2xf(x^2)dx=e+\dfrac{7}{2}$.

Varianta 39

Prof: Lefteriu Ioana

SUBIECTUL I (30 de puncte)

(5p) 1. Calculaţi: $\sqrt{3}\left(\sqrt{12}-\sqrt{3}+\sqrt{27}\right)-3\sqrt[3]{64}$.

(5p) 2. Să se determine elementele mulţimii $A=\{x\in\mathbb{Z} / |3x-2|\le 4\}$.

(5p) 3. Se consideră funcţiile: $f,g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=2x^2-3x+1, g(x)=-2x+1$.Să se determine soluţiile reale ale ecuaţiei $g(x)=-f(x)$.

(5p) 4. Să se rezolve în mulţimea numerelor reale,ecuaţia: $\log_2^x+\log_2^{(x-2)}=3$.

(5p) 5. Să se determine $\vec{a}$, unde $\vec{a}=3\vec{u}-2\vec{v}$,iar $\vec{u}=2\vec{i}+3\vec{j}, \vec{v}=3\vec{i}-2\vec{j}$.

(5p) 6. Să se determine aria unui triunghi ABC,ştiind că $AB=AC=6$,iar $m(\measuredangle A)=30^0$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1.În mulţimea $M_3(\mathbb{Z})$, se consideră matricele: $A=\begin{pmatrix} a & b & c \\ x & y & z \\ u & v & w\end{pmatrix}, I_3=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}, O_3=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0\end{pmatrix}$.

(5p) a) Să se determine numerele întregi a,b,c,x,z,y,u,v,w, astfel încît $A+3I_3=0_3$.
(5p) b) Să se calculeze determinantul matricei $B=A-A^t$,unde A^t este transpusa matricei A.
(5p) c) Pentru a = y =w = 0 şi b = c = x = z = u = v =1,să se calculeze A^2.
2. Se consideră polinomul: $f=x^4+ax^3+bx^2-5x+4, a\in R, x_1,x_2,x_3,x_4$, fiind rădăcinile euaţiei f(x)=0
(5p) a) Pentru a = 3,b = -1,să se determine câtul şi restul împărţirii polinomului f la g = x-2.
(5p) b) Să se determine a,b$\in R$,astfel încît $x_1=-1, x_2=1$ să fie radacini ale polinomului f.
(5p) c) Pentru a = 3,b= -1,calculaţi: $P=(1-x_1)(1-x_2)(1-x_3)(1-x_4)$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Fie $f:\mathbb{R}-\{-1\}\to\mathbb{R}, f(x)=\dfrac{x^2+x-6}{x+1}$.
(5p) a) Să se calculeze limitele laterale în $x_0=-1$ şi să se precízeze daca f are limită în acest punct
(5p) b) Să se determine asimptota oblică la $+\infty$ a graficului funcţiei f .
(5p) c) Să se determine convexitatea funcţiei f .
2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=e^x\sqrt{x^2+25}$.
(5p) a) Să se calculeze $\int_0^1 \dfrac{f(x)}{e^x}dx$.
(5p) b) Să se calculeze volumul corpului obţinut prin rotaţia în jurul axei Ox a graficului funcţiei $g:[0,1]\to\mathbb{R}, g(x)=\dfrac{f(x)}{e^x}$
(5p) c) Verificaţi dacă $\int_0^1 \sqrt{x^2+25}f(x)dx=26e-27$.

Varianta 40

Prof:LEFTERIU IOANA.

SUBIECTUL I (30 de puncte)

(5p) 1. Să se rezolve în $\mathbb{Z}$ sistemul: $\begin{cases} x+y=4 \\ x\cdot y=-32 \end{cases} x,y\in\mathbb{Z}$
(5p) 2. Fie mulţimea: $A=\{3,8,13,18,\ldots,98\}$ .Aflaţi numrul elementelor mulţimii A.
(5p) 3. Să se calculeze: $\log_5^{(2+\sqrt{3})}+\log_5^{(2-\sqrt{3})}$
(5p) 4. Rezolvaţi ecuţia $A_n^3=6n$,unde $n\in N, n\geq 3$.
(5p) 5. Se consideră rombul ABCD,iar O este punctul de intersecţie al diagonalelor sale.Să se calculeze: $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}$.
(5p) 6. Să se calculeze:S=$\sin^2 60^\circ+\cos^2 120^\circ$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1.Se consideră sistemul: $(S)=\begin{cases} x+my-2z=1 \\ -x+y+2z=-5 \\ (m-1)x-y+3z=-1 \end{cases}$ $,m\in R$.Notăm cu A ,matricea sistemului(S)

(5p) a) Să se determine $m\in R$,astfel încât det(A) = 1.

(5p) b) Să se determine $m\in R$,pentru ca sistemul să admită soluţie unică.

(5p) c) Pentru m = 1,să se rezolve sistemul (S).

2. Se consideră polinomul: $f=x^3+mx^2-15x-2m$,cu x_1,x_2,x_3,rădăcinile polinomului f.

(5p) a) Să se determine $m\in R$,astfel încât polinomul f sa fie divizibil prin g = x-2.

(5p) b) Să se determine $m\in R$, astfel încât $f\left(\sqrt{3}\right)=0$.

(5p) c) Pentru m = 1,calculaţi: $S=x_1^2+x_2^2+x_3^2$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se dă funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=\begin{cases} x^3-5x^2+7x+1+a, x>0 \\ xe^x+2x-2e^x, x\le 0 \end{cases}$.

(5p) a) Să se determine $a\in\mathbb{R}$,pentru care funcţia este continua în $x_0=0$.

(5p) b) Pentru a = -3,să se scrie ecuaţia tangentei în punctul de abscisă $x_0=2$,situat pe graficul funcţiei f.

(5p) c) Să se determine monotonia funcţiei f pentru $x\in(0,\infty)$.

2. se consideră funcţiile $f_m:[0,1]\to\mathbb{R}, f_m(x)=\left(m^2+m+1\right)x^2+\left(2m^2-m+3\right)x+4$, unde $m\in\mathbb{R}$

(5p) a) Să se calculeze $\int f_1(x)dx$.

(5p) b) Să se calculeze $\int_0^1 e^x f_0(x)dx$.

(5p) c) Să se determine $m\in\mathbb{R}^*$,astfel încât $\int_0^1 f_m(x)dx=\frac{35}{6}$.

Varianta 41

Prof: LICA ROXANA

SUBIECTUL I (30 de puncte)

(5p) 1. Sa se calculeze partea intreaga a numarului $\frac{1}{\sqrt{5}-2}$.

(5p) 2. Daca intr-o progresie aritmetica $a_1+a_5=8$, sa se calculeze a_3.

(5p) 3. Sa se determine solutiile intregi ale inecuatiei $x^2+2x\le 0$

(5p) 4. Sa se determine $m\in\mathbb{R}$, stiind ca solutiile x_1,x_2 ale ecuatiei $x^2-(2m+1)x+3m=0$ verifica relatia $x_1+x_2+x_1x_2=11$

(5p) 5. Sa se rezolve in multimea numerelor naturale ecuatia $C_n^2-3C_n^1=-3$.

(5p) 6. Sa se determine raza cercului circumscris unui triunghi cu laturile de lungime7, 5 si $2\sqrt{6}$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Se considera sistemul $\begin{cases}2x-y-z=0\\x+y+2z=4\\3x-y-z=1\end{cases}$, si matricea $A=\begin{pmatrix}2&-1&-1\\1&1&m\\3&-1&-1\end{pmatrix}$ cu $m\in\mathbb{R}$.

(5p) a) Sa se calculeze determinantul matricei A pentru m=2.
(5p) b) Sa se determine valorile lui m pentru care determinantul matricei A este nul.
(5p) c) Sa se rezolve sistemul.

2. Pe multimea numerelor reale se considera legea de compozitie $x\circ y=xy+\frac{x}{3}+\frac{y}{3}-\frac{2}{9}$.

(5p) a) Sa se arate ca legea se poate scrie $x\circ y=\left(x+\frac{1}{3}\right)\left(y+\frac{1}{3}\right)-\frac{1}{3}$, $\forall\ x,y\in\mathbb{R}$.

(5p) b) Sa se determine $a\in\mathbb{R}$astfel incat $a\circ x=a$, pentru $\forall\ x\in\mathbb{R}$.

(5p) c) Sa se calculeze $\left(-\frac{2012}{3}\right)\circ\left(-\frac{2011}{3}\right)\circ\left(-\frac{2010}{3}\right)\circ\ldots\circ\left(-\frac{1}{3}\right)$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se considera functia $f:(0,\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x-x\ln x$.

(5p) a) Sa se calculeze $f'(1)$.

(5p) b) Sa se scrie ecuatia tangentei la graficul lui f in punctul de abscisa $x_0=e$.

(5p) c) Determina punctele de extrem local ale functiei f .

2. Se considera $I_n=\int_0^1 x^n\cos x\,dx$, $n\in\mathbb{N}$.

(5p) a) Sa se calculeze I_0.

(5p) b) Sa se calculeze I_1.

(5p) c) Sa se demonstreze ca $I_{2012} \leq \frac{1}{2013}$.

Varianta 42

Prof: LICA ROXANA

SUBIECTUL I (30 de puncte)

(5p) 1. Sa se calculeze partea fractionara a numarului $\lg 100\sqrt{10}$.

(5p) 2. Se considera functia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x-1$. Sa se calculeze $f(1)+f(2)+f(3)+...+f(2012)$.

(5p) 3. Daca x_1 si x_2 sunt solutiile ecuatiei $x^2+7x+6=0$, atunci sa se determine $E=x_1^3+x_2^3$.

(5p) 4. Sa se rezolve ecuatia $\log_3\left(x^3+1\right)=2$, $x\in\mathbb{R}$.

(5p) 5. Sa se calculeze $\sin 15°$.

(5p) 6. Sa se calculeze aria triunghiului isoscel ABC cu AB=AC=18 si $m\left(\hat{B}\right)=30°$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Se considera matricele $I_3=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$, $A=\begin{pmatrix}0&1&0\\0&0&1\\0&0&0\end{pmatrix}$ si $M(a,b)=aI_3+bA$, unde $a,b\in\mathbb{R}$.

(5p) a) Sa se calculeze $\left(M(1,1)\right)^2$.

(5p) b) Sa se determine inversa matricei $M(2,3)$.

(5p) c) Sa se determine a si b reale astfel incat matricea $M(a,b)$ sa fie inversabila.

2. Se considera polinomul $f=X^3+X^2+X+1$, $f\in\mathbb{C}[X]$.

(5p) a) Sa se calculeze $f(-1)$.

(5p) b) Sa se descompuna f in produs de factori ireductibili peste $\mathbb{C}[X]$.

(5p) c) Sa se calculeze $x_1^4+x_2^4+x_3^4$, unde x_1,x_2,x_3 sunt radacinile lui *f*.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se considera functia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{x^2}{x^2+2012}$.

(5p) a) Sa se determine asimptotele functiei f.

(5p) b) Sa se calculeze $f'(x)$, $x\in\mathbb{R}$.

(5p) c) Sa se scrie ecuatia tangentei la grafic in punctul de abscisa 1.

2. Se considera $f_n : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f_n(x) = (x-1)^n$.

(5p) a) Sa se calculeze $\int_0^1 f_2(x)dx$.

(5p) b) Sa se determine aria suprafetei cuprinse intre graficul functiei f_{2012}, axa Ox si dreptele $x=0$, $x=1$.

(5p) c) Sa se calculeze $\int_0^1 xf_n(x)dx$.

Varianta 43

Prof: Viorica Lungana

SUBIECTUL I (30 de puncte)

(5p) 1. Determinați mulțimea de adevăr pentru predicatul $p(x)$: „$x \in \mathbb{Z}, x^2 - 5x + 6 = 0$"

(5p) 2. Să se găsească primul termen al unei progresii aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$, dacă $a_{10} = 131$ și $r = 12$.

(5p) 3. Știind că $\lg 2 = A$ și $\lg 3 = B$, exprimați, în funcție de A și B, numărul $\lg 288$.

(5p) 4. Rezolvați, în $\mathbb{N}$, ecuația: $\frac{n!}{(n-2)!} = 2$.

(5p) 5. Fie punctele $A(-3,4)$, $B(0,1)$ și $C(7,5)$. Aflați coordonatele vectorului $\overrightarrow{AC} - 2\overrightarrow{AB}$.

(5p) 6. Fie $f(x) = \sin x + \cos x$. Arătați că $f\left(\frac{\pi}{6}\right) = f\left(\frac{\pi}{3}\right)$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A, B, X, Y \in M_3(\mathbb{R})$, unde $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$.

Fie sistemul $\begin{cases} 2X + 3Y = A \\ X + 2Y = B \end{cases}$.

(5p) a) Determinați soluțiile X, Y ale sistemului.

(5p) b) Arătați că $X + Y = A - B$.

(5p) c) Arătați că $\det(X+Y)$ este un număr natural.

2. Fie mulțimea $G = (5, \infty)$ și legea $x * y = xy - 5x - 5y + 30$.

(5p) a) Arătați că legea este asociativă.

(5p) b) Determinați elementul neutru al legii și elementele inversabile din G.

(5p) c) Rezolvați ecuația $x * x * x = 6$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Fie $f : D \to \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1+x}{1-x}$, unde D este domeniul maxim de definiție al funcției.

(5p) a) Calculați domeniul maxim de definiție D.

(5p) b) Determinați punctele de extrem și de inflexiune ale funcției.

(5p) c) Aflați ecuația tangentei la graficul funcției în punctul $A(2,-3)$

2. Se consideră $I_n = \int_0^1 \frac{x^n}{x^2+1}dx$, $(\forall)n \in \mathbb{N}^*$.

(5p) a) Să se calculeze I_1.

(5p) b) Să se demonstreze că $I_2 \le I_1$.

(5p) c) Să se demonstreze că $I_{n+2} + I_n = \frac{1}{n+1}$, $(\forall)n \in \mathbb{N}^*$.

Varianta 44

Prof: Viorica Lungana

SUBIECTUL I (30 de puncte)

(5p) 1. Arătați că $a = \frac{3}{2}$ este una din soluțiile ecuației $\sqrt{a+2\sqrt{a-1}} + \sqrt{a-2\sqrt{a-1}} = 2$.

(5p) 2. Rezolvați ecuația $|2x-1| = x+2$.

(5p) 3. Calculați suma rădăcinilor ecuației $\left(\frac{3}{5}\right)^{x+1} + \left(\frac{5}{3}\right)^{x-1} = 2$.

(5p) 4. Calculați numărul elementelor mulțimii $M = \left\{(x,y) \in N^* \middle| C_x^y = C_y^x ; (x+y)! < 1000\right\}$.

(5p) 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-3,-2), B(3,-3), C(-3,2)$. Să se determine perimetrul triunghiului ABC.

(5p) 6. Calculați valoarea expresiei $E(x) = \frac{\sin^6 x + \cos^6 x}{\sin^4 x + \cos^4 x}$ pentru $tgx = 2$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Fie matricea $A = \begin{pmatrix} 2x^2 & 1-x^3 & -2x-a \\ -2x^2 & x^3 & 2x+a \\ 1 & -1 & x-2 \end{pmatrix} \in M_3(\mathbb{R})$.

(5p) a) Calculați determinantul matricei A.

(5p) b) Rezolvați ecuația $\det A = 0$ pentru $a = 0$.

(5p) c) Determinați valorile parametrului real a pentru care ecuația admite o rădăcină dublă și calculați suma acestor valori.

2. Pe mulțimea $\mathbb{Z}$ a numerelor întregi se definesc legile de compoziție
$x * y = x + y + 3$, $x \circ y = xy + 3x + 3y + +6$.

(5p) a) Cercetați dacă inelul $(\mathbb{Z}, *, \circ)$ este inel comutativ și fără divizori ai lui zero.

(5p) b) Determinați elementele inversabile ale inelului $(\mathbb{Z}, *, \circ)$.

(5p) c) Este $(\mathbb{Z}, *, \circ)$ un corp? Justificați.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Fie funcția $f:\mathbb{R} \Rightarrow \mathbb{R}$, $f(x)=x^2-7x+3$.

(5p) a) Rezolvați ecuația $f'(x)=0$.

(5p) b) Să se determine punctul în care tangenta la graficul funcției f este paralelă cu dreapta $y=-5x+3$.

(5p) c) Să se scrie ecuația tangentei în acest punct.

2. Se consideră șirul $(I_n)_{n\geq 0}$, $I_n=\int_0^1 \frac{x^n}{\sqrt{1+x^2}}dx$.

(5p) a) Calculați I_0 și I_1.

(5p) b) Folosind eventual faptul că $0\leq x^n\leq 1$ oricare ar fi $x\in[0,1]$, să se demonstreze că $0\leq I_n\leq \frac{\pi}{4}$

(5p) c) Determinați o formulă de recurență pentru $I_n, n\geq 0$.

Varianta 45

Prof: Viorica Lungana.

SUBIECTUL I (30 de puncte)

(5p) 1. Rezolvați ecuația $[x-2]=3$, unde $[a]$ este partea întreagă a numărului real *a*.

(5p) 2. Să se determine imaginea funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-x+2$.

(5p) 3. Arătați că $\log_2 3\cdot\log_3 4\cdot\log_4 5\cdot\ldots\cdot\log_{63} 64=6$.

(5p) 4. Calculați $1\cdot 1!+2\cdot 2!+3\cdot 3!+\ldots+9\cdot 9!+10\cdot 10!$

(5p) 5. Fie vectorii $\vec{a},\vec{b}$ care verifică relațiile $|\vec{a}|=2$, $|\vec{b}|=3$ și $\vec{a}\cdot\vec{b}=-4$. Calculați $\vec{v}=(\vec{a}+2\vec{b})(2\vec{a}-\vec{b})$.

(5p) 6. Să se calculeze $\sin 75^\circ+\sin 15^\circ$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Se consideră matrices $A=\begin{pmatrix}0&1&0\\0&0&1\\1&0&0\end{pmatrix}$

(5p) a) Să se calculeze A^2 și A^3.

(5p) b) Calculați A^n.

(5p) c) Calculați suma elementelor matricei A^{2012}.

2. Se definește legea $x*y=x^{\ln y},(\forall)x,y\in(0,\infty)$.

(5p) a) Cercetați dacă legea este comutativă.

(5p) b) Determinați elementul neutru și elementele simetrizabile din intervalul $(0,\infty)$.

(5p) c) Calculați simetricele numerelor e și $\frac{1}{e}$ în raport cu legea „*".

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\sqrt[3]{x^3-x^2}$.
(5p) a) Rezolvați ecuația $f'(x)=0$.
(5p) b) Determinați *m* și *n* astfel încât dreapta $y=mx+n$ să fie asimptotă oblică spre $-\infty$.
(5p) c) Calculați $\frac{m^2}{n^2}+(m-n)^2$.

2. Se consideră funcțiile $f,g:[0,1]\to\mathbb{R}$, $f(x)=\sqrt{x}$, $g(x)=\begin{cases}-\sqrt{x}, & x\in\left[0,\frac{1}{4}\right)\\ 2x-1, & x\in\left[\frac{1}{4},1\right]\end{cases}$.
(5p) a) Rezolvați ecuația $f(x)=g(x)$ pe intervalul $[0,1]$.
(5p) b) Calculați aria suprafeței plane cuprinsă între graficele funcțiilor *f* și *g*.
(5p) c) Calculați $\int_0^{\pi}\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\sin x+\sqrt{x}\cos x\right)dx$.

Varianta 46

Prof: Viorica Lungana

SUBIECTUL I (30 de puncte)

(5p) 1. Să se determine *m* real astfel încât între rădăcinile x_1,x_2 ale ecuației $x^2+(m+2)x+4=0$ să existe relația $x_1^2+x_2^2+x_1x_2=0$.
(5p) 2. Să se arate că funcția $f:[\sqrt{5},\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{x^2+5}{2x}$ este strict crescătoare pe intervalul $[\sqrt{5},\infty)$.
(5p) 3. Dacă mulțimea *A* are 10 elemente, mulțimea *B* are 7 elemente, iar mulțimea $A\cap B$ are 3 elemente, câte elemente are mulțimea $A\cup B$?
(5p) 4. Să se rezolve ecuația $\log_3(x^2-3x+5)=1$.
(5p) 5. Determinați soluțiile ecuației $\sin 6x=\sin 3x$ din intervalul $[0,\pi]$.
(5p) 6. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,1)$, $B(-1,-1)$, $C(2,0)$. Să se calculeze aria triunghiului ABC.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Fie matricea $A=\begin{pmatrix}1 & 2 & -1\\ 0 & 1 & 4\\ 1 & 2 & 1\end{pmatrix}\in M_3(\mathbb{R})$.
(5p) a) Să se calculeze $f(A)$, dacă $f(X)=X^2-3X+I_3$.
(5p) b) Să se calculeze rangul matricei *A*.
(5p) c) Calculați determinantul asociat matricei $f(A)$.

2. Pe mulțimea $\mathbb{Q}$ se definește legea „$\circ$" astfel: $x \circ y = \frac{xy}{4} - 2x - 2y + 24$.

(5p) a) Studiați comutativitatea legii.
(5p) b) Studiați asociativitatea legii.
(5p) c) Rezolvați ecuația $x * x * x = 12$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Fie funcția $f:[-1,1] \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^5 - x^3 + x + 2$.

(5p) a) Studiați monotonia funcției.
(5p) b) Stabiliți punctele de extrem ale funcției.
(5p) c) Calculați diferența dintre cea mai mare și cea mai mică valoare a funcției date.

2. Se consideră integralele $(I_n)_{n\geq 1}$, $I_n = \int_0^1 \frac{x^n+1}{x+1} dx$, pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$

(5p) a) Calculați I_1.
(5p) b) Folosind eventual faptul că $x^2 \leq x$, pentru orice $x \in [0,1]$, să se demonstreze că $I_2 \leq I_1$
(5p) c) Să se demonstreze că $I_{n+1} + I_n = \frac{1}{n+1} + 2\ln 2$, pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$

Varianta 47

Prof: Marcu Ştefan Florin

SUBIECTUL I (30 de puncte)

(5p) 1.Aflaţi numărul de elemente al mulţimii : A={ $x \in Z$ $\left||5x-1| < 4\right.$ } .

(5p) 2.Să se afle al 2012-lea termen al progresiei aritmetice : -5,-2,1,...

(5p) 3.Aflaţi soluţiile reale ale ecuaţiei : $\log_4(5x-1) = \log_4(3x+3)$.

(5p) 4. Calculaţi : $C_{2012}^3 - C_{2011}^3 - C_{2011}^2$.

(5p) 5. Să se afle valoarea numărului real a , pentru care punctul A(3,5) , se află pe dreapta de ecuaţie d: 3x-2y+a=0 .

(5p) 6. Să se calculeze : $\sin^2 5^\circ + \sin^2 85^\circ$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Se consideră matricele : A=$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ si $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

(5p) a) Să se verifice că : $A^2 = A$.

(5p) b) Aflaţi valorile numărului real x, astfel încât : $\det(A + xI_2) = 0$.

(5p) c) Să se calculeze suma : $A + A^2 + ... + A^{2012}$.

2. Pe mulţimea numerelor reale , se consideră legea de compoziţie :

$x \circ y = xy - 4x - 4y + 20$, $(\forall) x, y \in R$.

(5p) a) Să se arate că: $x \circ y = (x-4)(y-4) + 4$, $(\forall) x, y \in R$.

(5p) b) Să se rezolve în mulţimea numerelor reale , ecuaţia : $\underbrace{x \circ x \circ ... \circ x}_{2012-ori} = 5$.

(5p) c) Ştiind că legea "$\circ$" este asociativă , să se calculeze valoarea expresiei :

E=$(-2012) \circ (-2011) \circ ... \circ 0 \circ ... \circ 2011 \circ 2012$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcţia : $f : R \to R$, $f(x) = x^{2012} - 2012x + 1$.

(5p) a) Calculaţi: $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{f(x) - f(1)}{x - 1}$.

(5p) b) Aflaţi soluţiile reale ale ecuaţiei: $f'(x) = 0$.

(5p) c) Demonstraţi că : $x^{2012} - 2012x + 2011 \geq 0$, $(\forall) x \in R$.

2. Se consideră funcţia: $f : R \to R$, $f(x) = \dfrac{x^2 + 5x + 1}{x^2 + 1}$.

(5p) a) Să se calculeze : $\int (x^2 + 1) \cdot f(x) dx$.

(5p) b) Să se arate că: $\int_0^1 f(x) dx = 1 + \dfrac{5}{2} \ln 2$.

(5p) c) Să se calculeze : $\int_0^1 e^{f(x)} \cdot f'(x) dx$.

Varianta 48

Prof:Marcu Ştefan Florin

SUBIECTUL I (30 de puncte)

(5p) 1. Să se afle soluţiile întregi ale inecuaţiei: $x^2 - 16 \le 0$.

(5p) 2. Se consideră funcţia: $f : R \to R$, $f(x) = 2x + 1$.

Calculaţi suma : $f(1) + f(2) + ... + f(2012)$.

(5p) 3. Să se rezolve în R , ecuaţia : $2^{2x+4} = 4^{3x-1}$.

(5p) 4. Să se calculeze probabilitatea ca , alegând un element al mulţimii { 4,5,6,7,8 } , acesta să verifice inegalitatea : $2^n + n! > 2012$.

(5p) 5. Să se determine valorile numărului real a , astfel încât distanţa dintre punctele A(2,3) şi B(2,a) să fie egală cu 1 .

(5p) 6. Triunghiul ABC , are laturile AB=AC=4 şi m($\measuredangle BAC$)=135° . Calculaţi aria triunghiului ABC

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. În reperul cartezian XOY , se consideră punctele : $A_n(2n, 2n+1), n \in N$.

(5p) a) Aflaţi ecuaţia dreptei A_1A_2 .

(5p) b) Să se demonstreze că punctele A_1, A_2, A_3 sunt coliniare .

(5p) c) Să se arate că, aria triunghiului OA_nA_{n+1} este egală cu 1 , $(\forall) n \in N$.

2. Se consideră inelul claselor de resturi modulo 7 , $Z_7 = \{\hat{0}, \hat{1}, ...\hat{6}\}$

(5p) a) Calculaţi suma : $S = \hat{1} + \hat{2} + ... + \hat{6}$

(5p) b) Să se calculeze produsul tuturor elementelor inversabile din inelul Z_7 .

(5p) c) Să se rezolve in Z_7 , sistemul de ecuaţii: $\begin{cases} x+\hat{2}y=\hat{3} \\ \hat{3}x+\hat{4}y=\hat{0} \end{cases}$

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1.Se consideră funcţia: $f:R\to R$, $f(x)=x+e^x+1$.

(5p) a) Calculaţi : $\underbrace{\lim}_{x\to 0}\dfrac{f(x)-f(0)}{x}$.

(5p) b) Arătaţi că f este strict crescătoare pe R .

(5p) c) Să se arate că există un singur număr real $c\in(2011,2012)$, astfel încât $f^{'}(c)=e^{2012}-e^{2011}+1$.

2. Se consideră şirul : $I_n=\int_0^1\dfrac{x^n-1}{x+1}dx, n\in N$.

(5p) a) Calculaţi I_2 .

(5p) b) Demonstraţi că şirul $(I_n)_{n\in N}$ este strict descrescător .

(5p) c) Să se arate că: $I_{n+2}-I_n=-\dfrac{1}{(n+1)(n+2)},(\forall)n\in N$.

Varianta 49

Prof: Marcu Ştefan Florin

SUBIECTUL I (30 de puncte)

(5p) 1. Să se calculeze suma : 2+12+22+...+222.

(5p) 2. Aflaţi valorile reale ale lui x, ştiind că : $\sqrt{x^2-9}=4$.

(5p) 3. Se consideră funcţia: $f:R\to R$, $f(x)=2x^2-3x+5$.

Să se afle $m\in R$, pentru care punctul A(m,5) aparţine graficului funcţiei f .

(5p) 4. Să se determine , câte numere de trei cifre distincte , se pot forma cu cifrele {1,3,5,7} .

(5p) 5. Să se afle lungimile laturilor unui triunghi dreptunghic , ştiind că acestea sunt numere naturale consecutive

(5p) 6. Calculaţi: $\sin 25^\circ + \cos 25^\circ - \sin 155^\circ + \cos 155^\circ$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Se consideră sistemul de ecuaţii : $\begin{cases} x+2y+3z=14 \\ 2x-y+z=3 \\ x-3y+mz=4 \end{cases}$, unde m este un parametru real .

(5p) a) Să se afle valorile reale ale lui m , pentru care tripletul (1,2,3) este soluţie a sistemului de ecuaţii .

(5p) b) Aflaţi valorile reale ale lui m , pentru care sistemul admite o soluţie unică .

(5p) c) Pentru m=-2 , arătaţi că sistemul de ecuaţii, nu are soluţii reale .

2. Se consideră polinomul : $f = X^3 + aX^2 + 1 \in R[X]$, unde $a \in Z$.

(5p) a) Să se afle valoarea lui a , pentru care polinomul f este divizibil cu X-1 .

(5p) b) Pentru a=-2 , aflaţi rădăcinile reale ale lui f .

(5p) c) Dacă notăm cu x_1, x_2, x_3 rădăcinile polinomului f , arătaţi că $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$ este un număr natural pătrat perfect , $(\forall) a \in Z$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcţia: $f:(0,+\infty) \to R, f(x) = x + \ln x$.

(5p) a) Aflaţi asimptotele graficului funcţiei f .

(5p) b) Demonstraţi că f este strict crescătoare pe $(0,+\infty)$.

(5p) c) Dacă 0<a<b , arătaţi că: $a < \dfrac{b-a}{\ln b - \ln a} < b$.

2. Se consideră funcţiile $f, F: R \to R$, unde $f(x) = e^x + 6x^2 + 1$ şi $F(x) = e^x + 2x^3 + x + 2012$

(5p) a) Arătaţi că F este o primitivă a lui f .

(5p) b) Calculaţi: $\int_0^1 x \cdot f(x)dx$.

(5p) c) Arătaţi că: $\int_0^1 f(x) \cdot F(x)dx = \frac{(e+2)(e+4028)}{2}$.

Varianta 50

Prof: Necula Gabriel

SUBIECTUL I (30 de puncte)

(5p) 1. Să se determine al nouălea termen al şirului 11, 27, 43, 59, ...

(5p) 2. Să se determine soluţiile reale ale ecuaţiei $\log_3(x+8) = 2 + \log_3 x$.

(5p) 3. Să se rezolve în mulţimea numerelor întregi inecuaţia $(x-2)(x-3) < 11(1-x) + 2$.

(5p) 4. Să se rezolve ecuaţia $\frac{(n+1)!}{(n-1)!} + \frac{n!}{(n-2)!} - 2\frac{(n-1)!}{(n-3)!} = 14$, $n \in \mathbb{N}, n \geq 3$.

(5p) 5. Să se determine $a \in \mathbb{R}$ ştiind că vectorii $\vec{u} = -5\vec{i} + a\vec{j}$ şi $\vec{v} = 4\vec{i} + (a+1)\vec{j}$ sunt perpendiculari.

(5p) 6. Se consideră triunghiul ABC cu $AB=1$, $AC = 4$ şi $BC = \sqrt{17}$ .Să se calculeze $\sin C$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Se consideră mulţimea $G = \left\{ X(a_1,a_2,b_1,b_2) = \begin{pmatrix} a_1b_1 & a_1b_2 \\ a_2b_1 & a_2b_2 \end{pmatrix} \middle| \, a_1,a_2,b_1,b_2 \in \mathbb{Z} \right\} \subset M_2(\mathbb{Z})$.

(5p) a) Să se verifice că $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & -2 \end{pmatrix} \in G$.

(5p) b) Să se calculeze determinantul matricei $B = X(3,1,-1,3) \in G$.

(5p) c) Să se arate că $(A+B)^4 = (AB)^2 + (BA)^2$.

2. Se consideră polinomul $f = X(X^2 - X - 3) - (X-4) \in \mathbb{R}[X]$. Rădăcinile polinomului sunt x_1, x_2, x_3.

(5p) a) Să se calculeze $x_1x_2x_3$.

(5p) b) Să se determine câtul împărţirii polinomului f la polinomul $g = X - 2$.

(5p) c) Să se arate că $x_1^{2011} + x_2^{2011} + x_3^{2011} = 1$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcţia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} 2x-1, & x \leq 1 \\ x\ln x + 1, & x > 1 \end{cases}$.

(5p) a) Să se studieze continuitatea funcţiei f în punctul $x_0 = 1$.

(5p) b) Să se calculeze $f_s'(-1) + f_d'(1)$.

(5p) c) Să se demonstreze că funcţia f este crescătoare pe $(1,+\infty)$.

2. Se consideră funcţiile $f,g:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=(x+1)^2+\ln x-1$ şi $g(x)=\frac{(x+1)^2+x^2}{x}$.

(5p) a) Să se arate că funcţia f este o primitivă a funcţiei g.

(5p) b) Să se calculeze $\int_1^e \frac{g(x)}{x}dx$.

(5p) c) Să se demonstreze că $3\le\int_1^2 f(x)\,dx\le 8+\ln 2$.

Varianta 51

Prof: Necula Gabriel

SUBIECTUL I (30 de puncte)

(5p) 1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x+3$. Să se calculeze $f(-4)+f(-3)+...+f(1)$.

(5p) 2. Fie funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=5-7x$. Să se determine soluţiile reale ale inecuaţiei $f(x)-2\ge 2x$.

(5p) 3. Să se determine soluţiile reale ale ecuaţiei $5\cdot 3^{x+1}=432-3^x$.

(5p) 4. Să se calculeze $C_{2011}^{2009}-C_{2012}^{2010}+A_{2011}^{1}$.

(5p) 5. Să se arate că dreptele de ecuaţie $2x-3y+1=0$, $x+3y+5=0$ şi $3x-2y+4=0$ sunt concurente.

(5p) 6. Să se calculeze $\sin^2 165^\circ+\cos^2 15^\circ$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. În mulţimea $M_3(\mathbb{R})$ se consideră matricele $A(x)=\begin{pmatrix} x & 1 & 2\\ 2 & x & 1\\ 1 & 2 & x\end{pmatrix}$ şi $I_3=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$.

(5p) a) Să se calculeze $\det A(0)$.

(5p) b) Să se verifice că $(A(0))^3=6A(0)+9I_3$.

(5p) c) Să se determine $x\in\mathbb{R}$ pentru care matricea $A(x)$ este inversabilă.

2. Pe mulţimea numerelor reale se consideră legea de compoziţie $x*y=x+y+a, a\in\mathbb{R}$.

(5p) a) Să se determine $a\in\mathbb{R}$ pentru care $19*3=27$.

(5p) b) Pentru a=5 să se arate că legea de compoziţie „$*$” este asociativă.

(5p) c) Pentru a=5 să se calculeze $(-2012)*(-2011)*...*2011*2012$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{x+1}{e^x}$.

(5p) a) Să se arate că $f(x)+f'(x)-e^{-x}=0$, pentru orice $x\in\mathbb{R}$.

(5p) b) Să se calculeze $\lim\limits_{\substack{x\to-2\\ x<-2}}\frac{f(x)-f(-2)}{x+2}$.

(5p) c) Să se determine intervalele de convexitate şi intervalele de concavitate ale funcţiei f.

2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases} x+1, & x\le 0 \\ x^2-x+1, & x>0 \end{cases}$.

(5p) a) Să se calculeze $\int f(x)dx$, $x\in(0,+\infty)$.

(5p) b) Să se determine $a\in(0,+\infty)$ astfel încât $\int_{-1}^{a} f(x)\,dx=\frac{a^3+3}{3}$.

(5p) c) Să se calculeze volumul corpului obţinut prin rotaţia în jurul axei *Ox*, a graficului funcţiei $g:[1,2]\to\mathbb{R}$, $g(x)=f(x)+x$.

Varianta 52

Prof: Necula Gabriel

SUBIECTUL I (30 de puncte)

(5p) 1. Să se calculeze a^2+b^2, ştiind că numerele a şi b au diferenţa egală cu 5 şi produsul egal cu 6.

(5p) 2. Fie funcţiile $f,g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+2x-3$ şi $g(x)=x+3$. Să se calculeze coordonatele punctelor de intersecţie a graficelor funcţiilor f şi g.

(5p) 3. Să se rezolve în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{x^2-2x+1}+\sqrt{x^2-1}=0$.

(5p) 4. După o creştere cu 21,5 %, preţul unui produs este 243 de lei. Să se determine preţul produsului înainte de creştere.

(5p) 5. Fie triunghiul dreptunghic *ABC* şi *D* mijlocul ipotenuzei *BC*. Să se calculeze aria triunghiului ABC, ştiind că AB = 4 şi AD = 3.

(5p) 6. Fie un paralelogram $ABCD$. Ştiind că $AB=10$, $AD=6$ şi $m(\sphericalangle BAD)=60^\circ$ să se calculeze lungimea diagonalei BD.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Se consideră sistemul $\begin{cases} x+y-z=1 \\ 4x-y+z=2 \\ x+3y-3z=a \end{cases}$, unde a este un parametru real.

(5p) a) Să se determine rangul matricei sistemului.

(5p) b) Să se determine $a\in\mathbb{R}$ astfel încât sistemul să admită soluţia $\left(\frac{3}{5};1;\frac{3}{5}\right)$.

(5p) c) Pentru $a=\frac{9}{5}$ să se rezolve sistemul de ecuaţii.

2. Se consideră polinoamele $f,g\in\mathbb{Z}_7[X]$, $f=X^2+\hat{4}X+\hat{6}$, $g=\hat{5}X+\hat{2}$.

(5p) a) Să se calculeze $f(\hat{0})+g(\hat{3})$.

(5p) b) Să se verifice că $f\cdot g=\hat{5}X^3+X^2+\hat{3}X+\hat{5}$.

(5p) c) Să se determine numărul rădăcinilor din $\mathbb{Z}_7$ ale polinomului f.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases} mx+n, x\le 1 \\ 2x^2-x+1, x>1 \end{cases}$, unde m,n sunt parametri reali.

(5p) a) Să se calculeze $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x^2}$.

(5p) b) Să se determine ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul $A(2,7)$.

(5p) c) Să se determine m,n astfel încât funcţia f să fie derivabilă în $x=1$.

2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases} xe^x+1, x<0 \\ e^x+x^2+x, x\ge 0 \end{cases}$.

(5p) a) Să se demonstreze că funcţia f admite primitive pe $\mathbb{R}$.

(5p) b) Să se calculeze $\int_0^1 f(x)\,dx$.

(5p) c) Să se determine aria suprafeţei plane cuprinse între graficul funcţiei $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=f(x)-xe^x+x$, axa Ox şi dreptele de ecuaţii $x=-2$ şi $x=-1$.

Varianta 53

Prof: Nicolaescu Nicolae.

SUBIECTUL I (30 de puncte)

(5p) 1. Să se calculeze $2^{\log_2 3}+\left(\frac{1}{5}\right)^{-1}$.

(5p) 2. Fie x_1,x_2 soluţiile ecuaţiei $x^2+x+3=0$. Să se calculeze $\frac{x_1^2}{x_2}+\frac{x_2^2}{x_1}$.

(5p) 3. Să se rezolve ecuaţia . $\sqrt{x^2-3x+2}=2\sqrt{3}$.

(5p) 4. Să se determine mulţimea $A=\left\{x\in Z \,/\, |3x+1|\le\frac{1}{2}\right\}$.

(5p) 5. Se consideră un triunghi echilateral ABC cu latura 6 cm şi M mijlocul lui BC.Să se calculeze $|\overrightarrow{AM}|$.

(5p) 6. Să se calculeze aria unui triunghi cu lungimile laturilor de 5,6,respectiv 9 cm.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix} 2a & 1 \\ -1 & 3b \end{pmatrix}$ şi $B=\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, $A,B\in M_2(R)$.

(5p) a) Să se calculeze B^2-4B.

(5p) b) Să se arate că $\forall a,b\in Z$ matricea A este inversabilă.

(5p) c) Pentru $a=\frac{1}{2}$ şi $b=\frac{1}{3}$ să se calculeze A^{2012}.

2. Fie polinoamele $f=(x-1)^5+(x+1)^5$ şi $g=x^2+4x+3\in R[X]$.

(5p) a) Să se calculeze f(1)f(-1).

(5p) b) Să se determine restul împărţitii lui f la g.

(5p) c) Să se arate că polinomul f se poate scrie sub forma $f=x\cdot h$ unde $h\in R[X]$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcţia $f:(0,\infty)\to R$, $f(x)=3\sqrt{x}-2\ln x$.

(5p) a) Să se calculeze $f'(x)$.

(5p) b) Să se arate că $f(x)\geq 4-4\ln\frac{4}{3}, \forall x\in(0,\infty)$.

(5p) c) Să se calculeze $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{f(x)}{\sqrt{x}}-2\right)^x$.

2. Se consideră funcţia $f:R\to R$, $f(x)=\begin{cases}2^x-1, x<1\\ x^2+\ln x, x\geq 1\end{cases}$.

(5p) a) Să se arate că f admite primitive pe R.

(5p) b) Să se calculeze $\int_2^3 f(x)dx$.

(5p) c) Să se arate că orice primitivă a funcţiei f este convexă pe $(-\infty,1)$.

Varianta 54

Prof: Nicolaescu Nicolae.

SUBIECTUL I (30 de puncte)

(5p) 1. Într-o progresie aritmetică $a_{10}=28$, $a_3=7$.Să se calculeze suma primilor 10 termeni ai progresiei aritmetice.

(5p) 2. Să se rezolve sistemul $\begin{cases}x+y=3\\ x^2+y^2=5\end{cases}$.

(5p) 3. Să se rezolve ecuaţia $4^x+4^{-x}=2$.

(5p) 4. Să se determine $m\in R$ astfel încât soluţiile ecuaţiei $mx^2-3x+5m+1=0$ să fie inverse una celeilalte.

(5p) 5. Să se calculeze $\frac{\sin 70^o\cos 20^o+\sin 20^o\cos 70^o}{\cos 70^o\cos 25^o+\sin 70^o\sin 25^o}$.

(5p) 6. Să se calculeze distanţa de la A(1,-2) la dreapta de ecuaţie h:3x+4y-7=0.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Se consideră sistemul $\begin{cases} 2x+my-3z=1 \\ mx+2y+z=2 \\ 3x-y+2z=-1 \end{cases}$, $m\in R$.

(5p) a) Să se arate că $\forall m \in Q$ sistemul este compatibil determinat.

(5p) b) Fie A matricea asociată sistemului.Să se arate că detA<33, $\forall m\in R$.

(5p) c) Să se rezolve sistemul pentru m=1.

2.

(5p) a) Câte elemente inversabile faţă de înmulţire conţine inelul $(Z_9,+,\cdot)$?

(5p) b) Să se rezolve în Z_9 ecuaţia $\hat{5}x+\hat{3}=\hat{0}$.

(5p) c) Să se calculeze în Z_9 $\begin{vmatrix} \hat{3} & \hat{1} \\ \hat{1} & \hat{4} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \hat{1} & \hat{2} & \hat{3} \\ \hat{3} & \hat{1} & \hat{2} \\ \hat{1} & \hat{1} & \hat{7} \end{vmatrix}$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Fie $f:(0,\infty)\to R,\ f(x)=\frac{x+3}{\sqrt{x}}$.

(5p) a) Să se arate că f este crescătoare pe $[3,\infty)$.

(5p) b) Să se demonstreze că $2015\sqrt{2011}>2014\sqrt{2012}$.

(5p) c) Să se scrie ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul $A\left(4,\frac{7}{2}\right)$.

2. Se consideră funcţiile $f_n(x)=\frac{(1+x)^n}{x}$, $f_n:R^*\to R$.

(5p) a) Să se calculeze $\int f_1(x)dx$.

(5p) b) Să se arate că $\int_1^2 f_n(x)dx-\int_1^2 f_{n-1}(x)dx=\frac{3^n-2^n}{n}$.

(5p) c) Să se calculeze volumul corpului obţinut prin rotaţia în jurul axei Ox a graficului funcţiei

$$g:[1,2]\to R,\ g(x)=\frac{(1+x)^2}{x}.$$

Varianta 55

Prof: Nicolaescu Nicolae.

SUBIECTUL I (30 de puncte)

(5p) 1. Într-o progresie geometrică $b_3 = \frac{3}{4}$ şi $b_6 = \frac{3}{32}$.Să se determine primul termen şi raţia progresiei.

(5p) 2. Să se calculeze probabilitatea ca alegând un element al mulţimii $\left\{\sqrt[3]{1}, \sqrt[3]{2}, \sqrt[3]{3}, ..., \sqrt[3]{50}\right\}$, acesta să fie număr raţional.

(5p) 3. Să se rezolve ecuaţia $\log_9\left(x^2 + 2x\right) = \frac{1}{2}$.

(5p) 4. Să se determine $n \in N$ astfel încât $C_n^3 = n(n-1)$.

(5p) 5. Fie triunghiul ABC cu A(-2,3), B(5,1), C(0,-4).Să se determine ecuaţia dreptei AG, unde G este centrul de greutate al triunghiului ABC.

(5p) 6. Dacă $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ şi $\cos x = \frac{3}{4}$, să se calculeze sin x.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. În $M_2(R)$ se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 7 \end{pmatrix}, I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

(5p) a) Să se calculeze $A^2 + 3I_2$.

(5p) b) Să se arate că $14 / A^n, \forall n \in N^*$.

(5p) c) Să se determine matricele $X \in M_2(R)$ astfel încât AX=XA.

2. Pe R se defineşte legea de compoziţie $x * y = xy - 8(x+y) + 72$.

(5p) a) Să se determine elementul neutru al legii.

(5p) b) Să se arate că $\forall x, y \in [8, \infty) \Rightarrow x * y \in [8, \infty)$.

(5p) c) Să se rezolve ecuaţia $2^x * 2^x = 72$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Fie funcţia $f : R \to R, f(x) = \begin{cases} 2^{x-1} + 1, x < 1 \\ \frac{3x-1}{x}, x \geq 1 \end{cases}$.

(5p) a) Să se studieze continuitatea funcţiei f în punctul $x_0 = 1$.

(5p) b) Să se arate că f este strict crescătoare pe $[1, \infty)$.

(5p) c) Să se găsească ecuaţia asimptotei la graficul funcţiei spre $-\infty$.

2. Se consideră funcţia $f : R \setminus \{-1\} \to R,\ f(x) = \frac{x^4}{x+1}$.

(5p) a) Să se calculeze $\int f(x) \cdot (x+1) dx$.

(5p) b) Să se calculeze $\int_0^1 f(x) dx$.

(5p) c) Să se arate că $\frac{1}{2} \leq \int_1^2 f(x)dx \leq \frac{16}{3}$.

Varianta 56

Prof:Oláh Csaba.

SUBIECTUL I (30 de puncte)

(5p) 1. Fie numerele $a = 1+2+2^2+...+2^{10}$ şi $b = 1+\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+...+\frac{1}{2^{10}}$. Să se calculeze $\frac{a}{b}$.

(5p) 2. Fie funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = 2x+4$. Să se calculeze $f^{-1}(2)\cdot f(3)$.

(5p) 3. Să se afle x din ecuaţia $\log_3^2 x - 3\log_3 x + 2 = 0$.

(5p) 4. Fie mulţimea $A = \{1,2,3,4,5\}$. Să se afle numărul submulţimilor lui A care au 3 elemente.

(5p) 5. Fie vectorii $\vec{u} = (a+1)\vec{i} + j$ şi $\vec{v} = (a-1)\vec{i} + (a+5)\vec{j}$, $a \in R$. Dacă $\vec{u} \| \vec{v}$, să se calculeze a.

(5p) 6. $\cos x = \frac{1}{3}, x \in \left(\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right)$. Să se calculeze $\sin x$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Fie mulţimea $M = \left\{ A(x) \middle| A(x) = \begin{pmatrix} a^x & 0 & 0 \\ 0 & 1 & x \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \in M_3(\mathbb{R}) \right\}$.

(5p) a) Să se verifice dacă $I_3 \in M$;

(5p) b) Să se arate că $A(x)\cdot A(y) = A(x+y)$, $x, y \in \mathbb{R}$;

(5p) c) Să se calculeze $(A(x))^{2012}$.

2. Se defineşte legea de compoziţie internă "$*$" pe mulţimea $G = (4,\infty)$, $x * y = xy - 4x - 4y + 20$, $x, y \in G$.

(5p) a) Să se demonstreze că $x * y = (x-4)(y-4)+4$;

(5p) b) Să se afle $a \in R$ astfel încât $a * x = a$, $\forall x \in \mathbb{R}$;

(5p) c) Ştiind că "*"este asociativă, să se calculeze $\sqrt{1} * \sqrt{2} * ... * \sqrt{100}$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Fie funcţia $f : R_+ \to R$, $f(x) = \dfrac{x^3 + 3x^2 + 3x}{x^2 + 2x + 1}$.

(5p) a) Să se arate că $f(x) = x + 1 - \dfrac{1}{(x+1)^2}$;

(5p) b) Să se determine asimptotele funcţiei f;

(5p) c) Să se studieze monotonia funcţiei f pe $\mathbb{R}_+$.

2. Fie $f_n : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f_n(x) = (x+2)^n \cdot \cos x$.

(5p) a) Să se calculeze $\int_{-\pi}^{\pi} f_0(x)\,dx$;

(5p) b) Să se calculeze $\int_{-\pi}^{\pi} f_1(x)\,dx$;

(5p) c) Să se determine volumul corpului obţinut prin rotaţia funcţiei g în jurul axei O_x, unde $g : [0, \pi] \to R$, $g(x) = f_1(x) - x\cos x$.

Varianta 57

Prof:Oláh Csaba.

SUBIECTUL I (30 de puncte)

(5p) 1. Dacă $\log_2 3 = a$, să se calculeze valoarea expresiei $E = \dfrac{\log_6 9}{1 + \log_4 27}$ în funcţie de a.

(5p) 2. Fie mulţimea $A = \left\{\sqrt[3]{-10}, \sqrt[3]{-9}, ..., \sqrt[3]{0}, \sqrt[3]{1}, ..., \sqrt[3]{10}\right\}$. Care este probabilitatea, ca alegând la întâmplare un număr din A, acesta să fie raţional?

(5p) 3. Să se rezolve ecuaţia $4^x - 2^{x+1} + 1 = 0$, $x \in \mathbb{R}$.

(5p) 4. Fie funcţia $f : (1, \infty) \to R$, $f(x) = 2^{x-1} + 1$. Să se arate că f este injectivă.

(5p) 5. Fie ABC un triunghi cu laturile $AB = 9$, $BC = 10$ şi $AC = 6$. Să se calculeze $\cos B$.

(5p) 6. În triunghiul ABC, $M \in (BC)$ iar $\overrightarrow{BM} = 2\overrightarrow{MC}$. Să se calculeze $\overrightarrow{AM}$ în funcţie de $\overrightarrow{AB}$ şi $\overrightarrow{AC}$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Fie sistemul liniar $\begin{cases} 2x + y - z = 3 \\ x + ay - 2z = 6 \\ ax - y + z = 9 \end{cases}$, $a \in R$ şi matricea sistemului $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & a & -2 \\ a & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

(5p) a) Să se calculeze detA
(5p) b) Să se determine $a \in \mathbb{R}$ astfel încât A să fie inversabilă;
(5p) c) Rezolvaţi sistemul dacă $a = 4$.
2. Fie polinomul $f \in R[X]$, $f = X^4 - 5X^3 - 7X^2 + 41X - 30$.
(5p) a) Să se arate că $X^2 - 2X - 15$ divide f
(5p) b) Să se arate că f are toate rădăcinile reale;
(5p) c) Să se arate că 10 un divide $x_1^n + x_2^n + x_3^n + x_4^n$, $n \in N^*$ unde x_1, x_2, x_3 şi x_4 sunt rădăcinile polinomului f .

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Fie funcţia $f:\mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{e^x - e^{-x}}{x}$.
(5p) a) $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{f(x) - f(1)}{x - 1} = ?$
(5p) b) Să se studieze existenta asimptotei orizontale spre $+\infty$;
(5p) c) Să se calculeze limita $\lim\limits_{x \to \infty} f(\ln x)$.

2. Fie funcţia $f:\mathbb{R} \setminus \{2\} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{x^3 - x^2 - x - 2}{(x-2)(x^2+1)}$.
(5p) a) Să se demonstreze că $x^3 - x^2 - x - 2 = (x-2)(x^2 + x + 1)$;
(5p) b)Calculați $\int f(x)\,dx$;
(5p) c)Calculați $\int_0^1 (x-1) f(x)\,dx$.

Varianta 58

Prof:Oláh Csaba

SUBIECTUL I (30 de puncte)

(5p) 1. Dacă $a = C_{16}^7 + C_{16}^{12}$ şi $b = C_{16}^4 + C_{16}^9$, să se calculeze $a - b$.
(5p) 2. Fie funcţia $f:\mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = mx^2 + (2m+3)x + 3$. Să se calculeze m dacă $\min\limits_{x \in R} f(x) = -3$.
(5p) 3. Să se rezolve ecuaţia $\log_{\sqrt{2}+1}(x+1) + \log_{\sqrt{2}-1}(x-1) = 1$.
(5p) 4. Dacă $(b_n)_{n \geq 1}$ este un şir geometric, $b_3 = 6$ şi $b_7 = 54$, să se calculeze b_1 .
(5p) 5. Să se determine ecuaţia dreptei care trece prin punctul $A(1,2)$ şi e perpendiculară pe dreapta d , cu ecuaţia $d: 2x - y + 4 = 0$.

(5p) 6. Într-un triunghi ABC se cunosc: $A=\frac{\pi}{4}, B=\frac{\pi}{3}$ şi $AC=10$. Să se calculeze lungimea laturii BC.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Fie matricile $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & -a \\ 0 & 1 & 5 \\ a & 1 & 0 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, $a\in\mathbb{R}$.

(5p) a) Să se determine valorile lui a pentru care matricea A este inversabilă;

(5p) b) Pentru $a=1$ să se calculeze A^{-1};

(5p) c) Să se rezolve ecuaţia matriceală $A\cdot X=B$, unde $X\in M_3(\mathbb{R})$.

2. Fie polinomul $f\in\mathbb{R}[X]$, $f=X^3+X^2+X-3$.

(5p) a) Să se demonstreze că f nu are toate rădăcinile reale;

(5p) b) Să se afle rădăcina reală a lui f;

(5p) c) Să se calculeze $x_1^3+x_2^3+x_3^3$, unde x_1, x_2 şi x_3 sunt rădăcinile polinomului f.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Fie funcţia $f:\mathbb{R}^*\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{x^2-1}{x^2}$.

(5p) a) Să se arate că $f(x)=1-\frac{1}{x^2}$;

(5p) b) Să se studieze monotonia funcţiei f pe domemiul maxim de definiţie;

(5p) c) Să se calculeze limita $\lim\limits_{n\to\infty}\left[f(2)\cdot f(3)\cdot\ldots\cdot f(n)\right]$.

2. Fie funcţia $f:\mathbb{R}^*\to\mathbb{R}$, $f(x)=2^x+x^2$.

(5p) a) Să se demonstreze că orice primitivă F a funcţiei f este crescătoare;

(5p) b) Să se determine aria suprafeţei plane cuprinse între dreptele $x=1, x=2$, axa Ox şi graficul lui f;

(5p) c) Să se calculeze $\int_1^2\left(f(x)+f(2x)\right)dx$.

Varianta 59

Prof: Opriţă Elena.

SUBIECTUL I (30 de puncte)

(5p) 1. Să se determine al patrulea termen al progresiei aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$, ştiind că $a_1=5$ şi $r=2$.

(5p) 2. Se consideră ecuaţia $x^2+4x+m=0$ cu rădăcinile x_1 şi x_2. Să se determine parametrul real m astfel încât ecuaţia să aibă rădăcini reale egale.

(5p) 3. Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $3^{6x-12}=729$.

(5p) 4. Pe eticheta unei sticle de apă minerală găsim precizarea că apa conţine $2^0/_{00}$ magneziu. Dacă în sticlă sunt 2,5 litri de apă, aflaţi cantitatea de magneziu conţinută în apă.

(5p) 5. Se consideră punctele $A(1,3)$, $B(2,1)$. Aflaţi lungimea segmentului AB.

(5p) 6. Să se calculeze aria triunghiului ABC ştiind că $AC=3, m(\sphericalangle BAC)=30^0, AB=5$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. În mulţimea $M_2(R)$ se consideră submulţimea $G=\left\{\begin{pmatrix} x & y \\ 5y & x \end{pmatrix} / x,y\in R\right\}$.

(5p) a) Să se verifice dacă $I_2=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\in G$ şi $O_2=\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\in G$.

(5p) b) Să se arate că dacă $A,B\in G$ atunci $A+B\in G$ şi $AB\in G$.

(5p) c) Dacă $x^2-5y^2\neq 0$ calculaţi inversa matricei $A\in G$.

2. Pe mulţimea numerelor reale se consideră legea de compoziţie $x\circ y=4xy+4x+4y+3, \forall x,y\in R$.

(5p) a) Să se arate că $x\circ y=4(x+1)(y+1)-1, \forall x,y\in R$.

(5p) b) Să se arate că legea „$\circ$" este asociativă.

(5p) c) Ştiind că $\underbrace{x\circ x\circ x\circ\ldots\circ x}_{de\ n\ ori}=4^{n-1}(x+1)^n-1, \forall n\geq 2, n\in N$ să se rezolve ecuaţia $\underbrace{x\circ x\circ x\circ\ldots\circ x}_{de\ 2012\ ori}=-1$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se dă funcţia $f:R-\{0\}\to R$, $f(x)=\dfrac{x^2+a}{x}$, unde $a\in R$.

(5p) a) Determinaţi a astfel încât $f(1)=2$.

(5p) b) Pentru $a=1$, calculaţi $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{f(x)-f(1)}{x-1}$.

(5p) c) Dacă $a\geq 0$, arătaţi că funcţia f este strict crescătoare pe $\left(\sqrt{a},+\infty\right)$

2. Se consideră funcţiile $f,g:R\to R$, $f(x)=xe^x$ şi $g(x)=x^2+2$.

(5p) a) Să se calculeze $\int_0^1 f(x)dx$.

(5p) b) Să se calculeze $\int_0^1 f(x)g'(x)dx$.

(5p) c) Să se determine aria suprafeţei plane cuprinse între graficul funcţiei $h:R\to R, h(x)=f(x)+g(x)$, axa Ox şi dreptele $x=0$ şi $x=1$.

Varianta 60

Prof:Opriţă Elena

SUBIECTUL I (30 de puncte)

(5p) 1. Să se arate că rădăcinile ecuaţiei $x^2+(5-m)x-m^2+5=0$ sunt reale, oricare ar fi parametrul real m.

(5p) 2. Se consideră mulţimea $A=\{1,2,3,\ldots,10\}$. Aflaţi câte submulţimi cu 8 elemente are mulţimea A.

(5p) 3. e consideră numărul raţional $\frac{2}{7}$ scris sub formă de fracţie zecimală infinită $\frac{2}{7}=0,a_1a_2a_{3...}$. Să se determine a_{2012}.

(5p) 4.Să se rezolve ecuaţia: $\log_5\left(x^2-7x+17\right)=\log_5(3x+8)$.

(5p) 5. Să se calculeze $\cos 50^0+\cos 130^0$.

(5p) 6. În reperul cartezian xOy, fie punctul $A(1,1)$ şi dreapta $d:5x+12y+9=0$. Să se deteermine ecuaţia dreptei care trece prin A şi este paralelă cu drepta d.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1.Se consideră matricea $A=\begin{pmatrix}6 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$. Pentru orice $n\in N^*$, se defineşte maticea

$B_n=A+A^2+A^3+...+A^n$.

(5p) a) Să se determine A^2 şi A^3.

(5p) b) Ştiind că $A^n=\begin{pmatrix}6^n & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}, \forall n\in N^*$, să se rezolve ecuaţia: $\det\left(A^n\right)=1296$.

(5p) c) Să se determine matricea B_{2012}.

2. Fie x_1,x_2,x_3 soluţiile ecuaţiei $x^3-3x^2+x+1=0$.

(5p) a) Calculaţi $x_1+x_2+x_3$.

(5p) b) Să se afle suma $x_1^2+x_2^2+x_3^2$.

(5p) c) Arătaţi că $\begin{vmatrix}\frac{1}{x_1} & \frac{1}{x_2} & \frac{1}{x_3}\\ x_3 & x_1 & x_2\\ \frac{1}{x_2} & \frac{1}{x_3} & \frac{1}{x_1}\end{vmatrix}=6$

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcţia $f:R\to R,\ f(x)=x^{2012}$.

(5p) a) Să se calculeze $f'(x),\ x\in R$.

(5p) b) Să se calculeze $\lim\limits_{x\to\pi}\frac{x^{2012}-\pi^{2012}}{x-\pi}$.

(5p) c) Să se determine intervalele de concavitate şi convexitate ale funcţiei f.

2. Se consideră şirul $\left(I_n\right)_{n\geq1}$, definit prin $I_n=\int_0^1 x^n e^{-x}dx,\ \forall n\in N^*$.

(5p) a) Să se calculeze I_1.

(5p) b) Utilizând metoda de integrare prin părţi, să se arate că $I_n=-\frac{1}{e}+nI_{n-1},\ \forall n\in N, n\geq 2$.

(5p) c) Folosind, eventual, inegalitatea $x^n\cdot\frac{1}{e}\leq x^n e^{-x}\leq x^n,\ \forall x\in[0,1],\ \forall n\in N^*$ să se arate că

$$\frac{1}{(n+1)e} \le I_n \le \frac{1}{n+1}, \forall n \in N^*.$$

Varianta 61

Prof: Opriţă Elena

SUBIECTUL I (30 de puncte)

(5p) 1. Să se calculeze $\log_2 128 - \log_3 27 + \log_4 \frac{1}{4}$.

(5p) 2. Să se determine suma elementelor mulţimii $A = \{1, 4, 7, 10, ..., 37\}$.

(5p) 3. Să se rezolve ecuaţia $2^{x^2+3x} = 16$.

(5p) 4. Un copac cu înălţimea de 10 m creşte în fiecare lună cu $4^0/_0$ din înălţimea sa. Aflaţi ce înălţime va avea copacul după două luni.

(5p) 5. Fie punctele $A(2,2), B(-6,-2)$. Aflaţi coordonatele punctului A', simetricul lui A în raport cu punctul B.

(5p) 6. Să se calculeze lungimea laturii BC a triunghiului ABC ştiind că $AB = 5, AC = 8$ şi $m(\sphericalangle BAC) = 60^0$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1.Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & -2 \\ 3 & 3 & -3 \end{pmatrix}$ şi $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

(5p) a) Să se calculeze A^2.

(5p) b) Să se verifice identitatea $I_3 = (I_3 - A)(I_3 + A)$.

(5p) c) Să se arate că matricea $I_3 - A$ este inversabilă şi să se calculeze inversa sa.

2. Se consideră polinomul $f = X^2 + X + 1$, cu rădăcinile x_1 şi x_2 şi polinomul $g = X^3 + 3X^2 + 3X + 3$.

(5p) a) Aflaţi restul împărţirii polinomului f la $X + 2$.

(5p) b) Calculaţi $x_1^3 + x_2^3$.

(5p) c) Să se rezolve în R ecuaţia $g(x) - f(x) = 1$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcţia $f : R \to R, f(x) = x + 3 + 3^x$.

(5p) a) Să se calculeze $f'(x), x \in R$.

(5p) b) Să se arate că funcţia f este strict crescătoare pe R.
(5p) c) Să se calculeze suma $f'(1)+f'(2)+f'(3)+...+f'(2012)$.
2. Fie funcţiile $f,F:R\to R,\ f(x)=e^x+4x^3+3x^2+2$ şi $F(x)=e^x+x^4+x^3+2x-2$.
(5p) a) Să se arate că F este o primitivă pentru funcţia f.
(5p) b) Să se calculeze $\int_0^1 f(x)F(x)dx$.
(5p) c) Să se demonstreze că $\int_0^1 (xf(x)+F(x))dx=3$.

Varianta 62

Prof: Păcurar Cornel-Cosmin

SUBIECTUL I (30 de puncte)

(5p) 1.Să se determine elementele mulţimii A=$\{x\in\mathbb{N} \,|\, |2x-3|\le 3\}$.
(5p) 2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)$=2x+3.Să se calculeze $f(1)+f(2)+\dots+f(10)$
(5p) 3.Să se rezolve ecuaţia $9^{x+2}=3^{x+2}$.
(5p) 4.Calculaţi $3\cdot C_3^1-2\cdot A_3^2$.
(5p) 5.Să se calculeze perimetrul triunghiului ABC, ştiind că vârfurile acestuia sunt A$(2;3)$, B$(-2;-1)$ şi C$(4;-3)$.
(5p) 6.Să se calculeze aria triunghiului MNP ştiind că MN=6,NP=8 şi m$(\sphericalangle MNP)=150^\circ$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1.În reperul cartezian xOy se consideră punctele O$(0,0)$ şi $A_n(2n,3n-2)$,n$\in\mathbb{N}$.
(5p) a) Să se determine ecuaţia dreptei A_1A_2.
(5p) b) Să se calculeze aria triunghiului OA_1A_2.
(5p) c) Să se arate că punctele $A_n(2n,3n-2)$,n$\in\mathbb{N}$ sunt coliniare.
2. Se consideră polinomul f=$X^3+(m-2)X^2+2X+(2m+14)$, cu m$\in\mathbb{R}$.
(5p) a) Pentru m=-3 determinaţi câtul şi restul împărţirii polinomului f la X$-$2.
(5p) b) Determinaţi m$\in\mathbb{R}$ pentru care polinomul f este divizibil cu X+1.
(5p) c) Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $8^x-5\cdot 4^x+2^{x+1}+8=0$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1.Se cosideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases}\frac{-5}{x^2+1}, & x<0\\ x-5, & x\ge 0\end{cases}$.
(5p) a) Demonstraţi că funcţia f este continuă în punctul $x_0=0$.
(5p) b) Calculaţi $\lim\limits_{x\to 5}\frac{f(x)}{25-x^2}$.
(5p) c) Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul A$(-2,-1)$.
2. Se consideră funcţiile f,F:$(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=2+\frac{1}{x}$ şi F$(x)=2x+\ln x$.
(5p) a) Să se arate că funcţia F este o primitivă a funcţiei f.

(5p) b)Să se calculeze $\int_1^2 F(x)\cdot f(x)dx$.

(5p) c)Să se determine aria suprafeței plane cuprinse între graficul funcției F, axa Ox și dreptele de ecuații x=1 și x=e.

Varianta 63

Prof: Păcurar Cornel-Cosmin

SUBIECTUL I (30 de puncte)

(5p) 1.Într-o progresie geometrică $(b_n)_{n\geq 1}$ se cunosc $b_1=1$ și q=2.Calculați suma primilor 5 termeni ai progresiei.

(5p) 2.Se consideră funcția f:ℝ→ℝ, f(x) = x^3.Calculați f(−3) + f(−2) + f(−1) + f(0) + f(1) + +f(2) + f(3).

(5p) 3.Rezolvați în ℝ ecuația $\sqrt[3]{x^3-x^2+1}=x+1$.

(5p) 4.După o reducere cu 10% prețul unui produs devine 180 lei.Aflați prețul produsului înainte de ieftinire.

(5p) 5.Se consideră vectorii $\vec{v_1}=2\vec{i}+(a+3)\vec{j}$ și $\vec{v_2}=(a+2)\vec{i}+3\vec{j}$, unde a$\in\mathbb{R}$.Determinați numărul a<0 pentru care vectorii $\vec{v_1}$ și $\vec{v_2}$ sunt coliniari.

(5p) 6. Aflați aria triunghiului ABC dacă AB=AC=10 și BC=12.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1.Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}, A=\begin{pmatrix}1 & -3\\ -1 & 3\end{pmatrix}$ și $X(a)=I_2+aA$, unde $a\in\mathbb{Z}$.

(5p) a) Calculați A^2-4A.

(5p) b) Demonstrați că $X(a)\cdot X(b)=X(a+b+4ab)$, oricare ar fi $a,b\in\mathbb{Z}$.

(5p) c)Arătați că $X(a)$ este matrice inversabilă, oricare ar fi $a\in\mathbb{Z}$.

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x*y=2xy+6x+6y+15$.

(5p) a)Arătați că $x*y=2(x+3)(y+3)-3$,oricare ar fi $x,y\in\mathbb{R}$.

(5p) b)Arătați că legea „$*$" este asociativă.

(5p) c)Calculați $(-2012)*(-2011)*(-2010)*...*(2010)*(2011)*(2012)$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x^{2012}+2012^x$.

(5p) a)Să se determine $f^{'}(x), x \in \mathbb{R}$.

(5p) b) Să se demonstreze că funcția f este convexă pe $\mathbb{R}$.

(5p) c) Să se calculeze $\lim\limits_{x \to 0} \frac{f^{'}(x) - f^{'}(0)}{x}$.

2. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = \sqrt{x^4 + 4}$.

(5p) a) Calculați volumul corpului obținut prin rotația, în jurul axei Ox, a graficului funcției $g : [0,5] \to \mathbb{R}, g(x) = f(x)$.

(5p) b) Demonstrați că orice primitivă F a funcției f este crescătoare pe mulțimea $\mathbb{R}$.

(5p) c) Demonstrați că $\int_{-4}^{4} f(x)dx = 2 \cdot \int_{0}^{4} f(x)dx$.

Varianta 64

Prof: Păcurar Cornel-Cosmin

SUBIECTUL I (30 de puncte)

(5p) 1.Să se determine $x \in \mathbb{R}$ pentru care numerele $x-2, x+2, 3x+4$ sunt termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice.

(5p) 2.Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = 6 - x$.Calculați $f(1) \cdot f(2) \cdot f(3) \cdot ... \cdot f(9)$.

(5p) 3.Rezolvați în $\mathbb{R}$ ecuația $\log_2(5-x) = 3$.

(5p) 4.Să se calculeze probabilitatea ca alegând un număr natural de două cifre acesta să fie divizibil cu 15.

(5p) 5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,3)$ și $B(4,1)$.Determinați ecuația mediatoarei segmentului $[AB]$.

(5p) 6.Calculați raza cercului circumscris triunghiului ABC, știind că $AC = 8$ și $m(\sphericalangle ABC) = 150^\circ$

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1.În $M_2(\mathbb{R})$ se consideră matricele $A(x) = \begin{pmatrix} 1+4x & -3x \\ 8x & 1-6x \end{pmatrix}, x \in \mathbb{R}$.

(5p) a)Să se calculeze $A(1) \cdot A(-1)$.

(5p) b)Să se verifice dacă $(A(x))^2 = A(-2x^2 + 2x), \forall x \in \mathbb{R}$.

(5p) c)Să se determine inversa matricei $A(1)$.

2.Se consideră ecuația $x^4 - ax^3 + 2ax - 2 = 0$ cu soluțiile x_1, x_2, x_3, x_4, unde $a \in \mathbb{R}$

(5p) a)Să se determine $a \in \mathbb{R}$ astfel încât $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = -5$.

(5p) b)Să se determine soluțiile reale ale ecuației, pentru $a = 1$.

(5p) c)Să se determine valorile întregi ale lui a pentru care ecuația admite cel puțin o soluție număr întreg.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x^3-x^2+x+2012^x$.

(5p) a) Calculați $f'(0)$.

(5p) b) Arătați că funcția f este crescătoare pe $\mathbb{R}$.

(5p) c)Arătați că $a^3-a^2+a-b^3+b^2-b\le 2012^b-2012^a$,oricare ar fi numérele reale a,b cu $a\le b$.

2.Se consideră funcțiile $f_m(x)=4m^2x^2+4mx+4$, unde $m\in\mathbb{R}$.

(5p) a)Determinați mulțimea primitivelor funcției f_0.

(5p) b)Calculați aria suprafeței cuprinse între graficul funcției f_1, axa Ox și dreptele de ecuații $x=0$ și $x=1$.

(5p) c)Calculați $\int_1^2\left(\frac{f_2(x)-4}{x}\right)\cdot e^x dx.$

Varianta 65

Prof: PODUMNEACĂ DANIELA

SUBIECTUL I (30 de puncte)

(5p) 1. Să se rezolve ecuaţia $1+3+5+..+x=100$.

(5p) 2. Să se determine soluţiile întregi ale inecuaţiei $(x-7)^2\le 7-x$.

(5p) 3. Să se rezolve ecuaţia $\log_5(x^2+8)=\log_5(8+x)$.

(5p) 4. Câte numere de trei cifre distincte se pot forma cu elementele mulţimii $M=\{1,2,3,4,5\}$.

(5p) 5. Să se determine numărul real *a* astfel încât vectorii $\vec{v}_1=(a-3)\vec{i}+8\vec{j}$ şi $\vec{v}_2=5\vec{i}+10a\vec{j}$ să fie coliniari.

(5p) 6. Se consideră punctele M(3;0), N(-1;2) şi P(5;-3). Să se determine ecuaţia dreptei *d* care trece prin P şi este paralelă cu MN.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A=\begin{pmatrix}5 & -2\\ 3 & 0\end{pmatrix}$.

(5p) a) Să se calculeze detA.

(5p) b) Să se determine inversa matricei A.

(5p) c) Să se calculeze suma $A^2+A\cdot A^{-1}+3A$.

2. Pe mulţimea numerelor reale se consideră legea de compoziţie "*" definită prin $x*y=3xy-6x-6y+14$.

(5p) a) Să se verifice dacă $x*y=3(x-2)(y-2)+2, \forall x,y\in\mathbb{R}$.

(5p) b) Să se rezolve în mulţimea $(2,\infty)$ ecuaţia $(2^x)*(\lg x)=2$.

(5p) c) Să se arate că mulţimea G=$(2,\infty)$ este parte stabilă a lui $\mathbb{R}$ în raport cu legea "*".

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{x^3}{3}-x+\lg(x^2+1)$.

(5p) a) Să se calculeze $f'(x)$.

(5p) b) Să se calculeze $\lim_{x\to 1}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}$.

(5p) c) Să se scrie ecuaţia tangentei la graficul fucţiei în punctul de abscisă 0.

2. Fie funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases} e^x+5, x\le 0 \\ x^2-2x+6, x>0 \end{cases}$.

(5p) a) Să se arate ca funcţia f admite primitive pe $\mathbb{R}$.

(5p) b) Să se calculeze $\int_1^2 f(x)dx$.

(5p) c) Să se determine aria suprafeţei plane cuprinse intre graficul funcţiei $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=x\cdot f(x)$, axa Ox şi dreptele de ecuaţii $x=-1, x=0$.

Varianta 66

Prof: PODUMNEACĂ DANIELA

SUBIECTUL I (30 de puncte)

(5p) 1. Să se calculeze $\log_5 15+\log_5 6-\log_5 18$.

(5p) 2. Să se determine valorile parametrului real *m* pentru care ecuaţia $x^2-(2m+1)x+m=0$ are două rădăcini reale distincte.

(5p) 3. Să se rezolve ecuaţia $7^{1+\sqrt{2x+1}}=7^x$.

(5p) 4. Fie mulţimea $A=\{a,b,c,d\}$. Să se calculeze probabilitatea ca alegând o submulţime a lui A aceasta să aibă 2 elemente.

(5p) 5. Fie dreapta $d: y=7x-3$ şi punctele $P(m-2;3)$ şi $Q(-5;3m+1)$, $m\in\mathbb{R}$. Să se determine valorile lui *m* astfel încât dreapta *d* să fie paralelă cu dreapta PQ.

(5p) 6. În triunghiul ABC se dau AB = 4, BC = 7 şi $m(\sphericalangle B)=60^0$. Să se afle perimetrul ΔABC.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1.Se consideră sistemul de ecusţii liniare $\begin{cases} x+y+z=2 \\ -x+y+z=0 \\ 2x-y+az=1 \end{cases}$, unde $a\in\mathbb{R}$.

(5p) a) Calculaţi determinantul matricei sistemului.

(5p) b) Arătaţi că M(1,1,0) este soluţia sistemului $\forall a\in\mathbb{R}$.

(5p) c) Rezolvaţi sistemul pentru $a\ne -1$.

2. Fie polinomul $f=X^3+2X^2-5X+1, x_1,x_2,x_3\in\mathbb{C}$ sunt rădăcinile polinomului *f*.

(5p) a) Determinaţi redtul împărţirii polinomului *f* la polinomul X+3.

(5p) b) Să se calculeze suma rădăcinilor polinomului *f*.

(5p) c) Calculaţi $(1-x_1)(1-x_2)(1-x_3)$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Fie $f.g:\mathbb{R}^*\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{e^x}{6^x-1}$, $g(x)=\dfrac{f(x)}{e^x}$.

(5p) a) Determinaţi ecuaţia asimptotei la $+\infty$ a graficului funcţiei *f*.
(5p) b) Să se calculeze $g'(x)$.
(5p) c) Să se studieze monotonia funcţiei *g*.

2. Fie $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{x}{1+x^2}$.

(5p) a) Determinaţi o primitiva F a lui *f*, pentru care F(0) = 5.
(5p) b) Calculaţi $\int_0^1 \frac{1}{x}\cdot f(x)dx$.
(5p) c) Calculaţi $\int_0^1 x\cdot f'(x)dx$.

Varianta 67

Prof: PODUMNEACĂ DANIELA

SUBIECTUL I (30 de puncte)

(5p) 1. Calculaţi $\sqrt[3]{2}\cdot\sqrt[3]{32}-1$.
(5p) 2. Fie funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2+x$. Calculaţi $f(3^0)+f(3^1)+f(3^2)+...+f(3^{10})$.
(5p) 3. Să se rezolve în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{x+3}=5-x$.
(5p) 4. Determinaţi numărul permutărilor mulţimii $\{1,2,3,4,5\}$.
(5p) 5. Fie M,N,P,Q patru puncte coplanare în această ordine. Calculaţi $\overrightarrow{MN}+\overrightarrow{PQ}-\overrightarrow{PN}-\overrightarrow{MQ}$.
(5p) 6. Calculaţi $\sin 45^0\cdot\cos 30^0$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1.Considerăm determinantul $\Delta(x.y)=\begin{vmatrix} x & y & 1\\ 3 & 0 & 2\\ 0 & 1 & 3\end{vmatrix}$, unde $x,y\in\mathbb{R}$.

(5p) a)Calculaţi $\Delta(1;-1)$.
(5p) b) Determinaţi $x,y\in\mathbb{R}$ ştiind că $x+y=-6$ şi $\Delta(x,y)=7$.
(5p) c) Arătaţi că $\Delta(x,x)\neq 0, \forall x\in\mathbb{Z}$.

2. Fie polinomul $f=X^3+aX^2+aX+a-6, a\in\mathbb{R}$ şi x_1,x_2,x_3 rădăcinile sale.
(5p) a) Determinaţi valoarea reală a lui *a* pentru care polinomul *f* se divide cu polinomul X – 2.
(5p) b) Determinaţi valorile reale ale lui *a* pentru care $3x_1x_2x_3-2(x_1+x_2+x_3)=3$.
(5p) c) Pentru a = 6 să se descompună polinomul *f* in factori ireductibili în $\mathbb{R}[X]$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Fie funcţia $f:\mathbb{R}^*-\{2\}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{x^2+1}{x^2-2x}$.

(5p) a) Determinaţi asimptotele verticale ale lui funcţiei *f*.

(5p) b) Calculaţi $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{f(x)-f(1)}{x-1}$.

(5p) c) Să se determine punctele de extrem ale funcţiei *f*.

2. Fie funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=1-x^3$.

(5p) a) Calculaţi aria suprafeţei mărginite de graficul funcţiei f, axa Ox şi dreptele de ecuaţii $x=1, x=2$ (5p) b) Calculaţi $\int_0^1 x^5\cdot f(x)dx$.

(5p) c) Calculaţi $\int_0^1 x\cdot f''(x)dx$.

Varianta 68

Prof: PODUMNEACĂ DANIELA

SUBIECTUL I (30 de puncte)

(5p) 1. Într-o progresie aritmetică $(a_n)_{n\geq1}$ se cunosc $a_2=-1$ şi $a_6=-17$. Calculaţi a_{10}.

(5p) 2. Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_4(x+2)-\log_4(x-6)=1$.

(5p) 3. Determinaţi coordonatele vârfului parabolei funcţiei $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=-2x^2+3x+1$.

(5p) 4. Determinaţi $n\in\mathbb{N}, n\geq3$ pentru care are loc relaţia $C_n^3=2\cdot A_n^2$.

(5p) 5. În planul xOy se consideră punctele A(2;-3) şi B(-1;m), unde $m\in\mathbb{R}$. Determinaţi valorile lui *m* pentru care AB = 3.

(5p) 6. Calculaţi $tg45^0-2\cos180^0$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1.Se consideră punctele $A_n(2^n, n^2), n\in\mathbb{N}$.

(5p) a) Să se determine ecuaţia dreptei A_0A_2.

(5p) b) Demonstraţi că punctele A_0, A_1, A_2 nu sunt coliniare.

(5p) c) Arătaţi că pentru orice număr natural *n* punctele A_n, A_{n+1}, A_{n+2} nu sunt coliniare.

2. Pe mulţimea $\mathbb{R}$ se defineşte legea de compoziţie $x\circ y=xy-5(x+y)+30$.

(5p) a) Arătaţi că $x\circ y=(x-5)(y-5)+5$, $\forall x,y\in\mathbb{R}$.

(5p) b) Determinaţi elementul neutru al legii "$\circ$".

(5p) c) Ştiind că legea "$\circ$" este asociativă calculaţi $(-2012)\circ(-2011)\circ\ldots\circ2011\circ2012$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcţia $f:(0,\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\ln x+3^x$.

(5p) a) Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei *f* în punctul A(1;3).

(5p) b) Calculaţi $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x+3}$.

(5p) c) Arătaţi că funcţia *f* este crescătoare oricare ar fi $x\in(0,\infty)$.

2. Se consideră funcţia $f:(0,\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{1}{x+3}+\frac{1}{x+5}$.

(5p) a) Calculaţi $\int_1^e (f(x)-\frac{1}{x+3})dx$.

(5p) b) Calculaţi $\int_1^2 f'(x)dx$.

(5p) c) Calculaţi volumul corpului obţinut prin rotaţia în jurul axei Ox a graficului funcţiei $g:[1;2]\to\mathbb{R}$, unde $g(x)=f(x)-\frac{1}{x+5}$.

Varianta 69

Prof: PODUMNEACĂ DANIELA

SUBIECTUL I (30 de puncte)

(5p) 1. Determinaţi numerele naturale *n*, $n>1$ pentru care $\log_n 32\in\mathbb{N}$.

(5p) 2. Determinaţi $a\in\mathbb{R}$ ştiind că maximul funcţiei $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=-2x^2+3x+a$ este egal cu $\frac{1}{8}$.

(5p) 3. Să se rezolve ecuaţia $\left(\frac{3}{5}\right)^{x-2}=\left(\frac{9}{25}\right)^{3-x}$.

(5p) 4. După o scumpire cu 12% un produs costă 3920 lei. Să se determine preţul iniţial al produsului.

(5p) 5. Să se calculeze raportul dintre patratul laturii unui triunghi echilateral şi aria sa.

(5p) 6. În triunghiul ABC se cunosc laturile AB = 4, $AC=2\sqrt{2}$ şi $BC=3\sqrt{3}$. Să se calculeze cosA.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1.În $M_2(\mathbb{R})$ se consideră matricele $A(x)=\begin{pmatrix}2x-\sqrt{3} & 2x\\ 2x & 2x+\sqrt{3}\end{pmatrix}, x\in\mathbb{R}$.

(5p) a) Să se arate că *detA(x)* nu depinde de *x.*

(5p) b) Să se verifice că $A(x)\cdot A(x)=4x\cdot A(x)+3I_2, \forall x\in\mathbb{R}$.

(5p) c) Calculaţi $A^2(2)-8A(2)$.

2. Pe mulţimea numerelor reale se consideră legile de compoziţie: $x\circ y=x+y-4$ şi $x\perp y=xy+x+y+1$.

(5p) a) Să se stabilească daca legea "$\circ$"este asociativă.

(5p) b) Să se calculeze $(2\perp 3)\circ(4\perp 5)$.

(5p) c) Să se rezolve ecuaţia $(x\perp x)\circ(3-2x)=5$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcţia $f:D\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{x-5}{x^2-4x+5a}$, unde $a\in\mathbb{R}$ şi D este domeniul maxim de definiţie al funcţiei *f*.

(5p) a) Să se determine $a\in\mathbb{R}$, astfel încât *f* să admită o singură asimptotă verticală.

(5p) b) Pentru $a=\dfrac{4}{5}$ să se calculeze $f'(x), x\in\mathbb{R}-\{2\}$.

(5p) c) Dacă $a=\dfrac{4}{5}$ să se studieze monotonia funcţiei f pe intervalul $(8,\infty)$.

2. Considerăm funcţiile $f,g:(4,\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\sqrt{2x-7}$ şi $g(x)=\dfrac{1}{\sqrt{2x-7}}$.

(5p) a) Arătaţi că *f* este o primitivă a funcţiei *g*.

(5p) b) Calculaţi $\int_4^5 g(x)dx$.

(5p) c) Să se calculeze volumul corpului de rotaţie determinat de funcţia $h:[4;6]\to\mathbb{R}$, $h(x)=f(x)$.

Varianta 70

Prof: RICU ILEANA

SUBIECTUL I (30 de puncte)

(5p) 1. Să se determine suma primilor 100 de termeni ai unei progresii aritmetice $(a_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$, dacă $a_1=2$, $a_5=14$.

(5p) 2. Fie ecuatia $x^2-(m-1)x+m-1=0$, $m\in\mathbb{R}$. Să se determine *m* astfel încât $\sqrt{x_1+x_2}+\sqrt{9-x_1x_2}=3$

(5p) 3. Să se rezolve ecuaţia: $\dfrac{\log_2(2x-5)}{\log_2(x^2-8)}=\dfrac{1}{2}$

(5p) 4. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=(m^2-m)x+m+1$. Să se arate că $f(1)\geq-\dfrac{1}{4}$, oricare ar fi $m\in\mathbb{R}$.

(5p) 5. Să se calculeze $C_{12}^3-C_{12}^9$

(5p) 6. Se dau punctele A (2,6), B(-4,3), C(6,-2). Să se scrie ecuaţia înălţimii din A a triunghiului ABC .

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Fie $M=\left\{\begin{pmatrix}\hat{a} & \hat{b}\\ \hat{2}\cdot\hat{b} & \hat{a}\end{pmatrix} / \hat{a},\hat{b}\in Z_5\right\}$ şi $I_2=\begin{pmatrix}\hat{1} & \hat{0}\\ \hat{0} & \hat{1}\end{pmatrix}$, $O_2=\begin{pmatrix}\hat{0} & \hat{0}\\ \hat{0} & \hat{0}\end{pmatrix}$.

(5p) a) Arătaţi că matricile I_2 , O_2 $\in$ M.

(5p) b) Dacă A, B $\in$ M, arătaţi că A + B $\in$ M, A·B $\in$ M.

(5p) c) Determinaţi numărul de elemente din mulţimea: U(M) = {A $\in$ M | există $A^{-1}\in$ M }.

2. Se consideră polinomul $f=X^4+X+1$ cu rădăcinile $x_1,x_2,x_3,x_4\in\mathbb{C}$.

(5p) a) Arătaţi că $f=\left(X^2-\frac{1}{2}\right)^2+\left(X+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{1}{2}$

(5p) b) Calculaţi $x_1^4+x_2^4+x_3^4+x_4^4$

(5p) c) Stabiliţi numărul de rădăcini reale ale polinomului *f*.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Fie funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=e^x-x-1$

(5p) a) Să se determine valorile extreme ale funcţiei *f*.

(5p) b) Să se arate că $f(x)\geq 0, \forall x\in\mathbb{R}$

(5p) c) Să se demonstreze că $\frac{1}{e}\leq\int_0^1 e^{-x^2}dx\leq\frac{\pi}{4}$

2. Fie funcţiile $f,g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x^2-ax$ şi $g(x)=3ax-x^2, a\in(0,+\infty)$,

(5p) a)Să se studieze poziţia parabolelor corespunzătoare funcţiilor f şi g.

(5p) b) Să se calculeze aria suprafeţei plane S cuprinsă între cele două parabole.

(5p) c) Dacă P este punctul de intersecţie a celor două parabole,diferit de origine,să se arate că dreapta OP împarte suprafaţa S în două suprafeţe echivalente.

Varianta 71

Prof: RICU ILEANA

SUBIECTUL I (30 de puncte)

(5p) 1. Sa se arate ca numarul $A=100^{\lg 2}+\sqrt[3]{-27}$ este natural.

(5p) 2. Să se rezolve ecuaţia iraţională $\sqrt{1-x^2}+x=1$.

(5p) 3. Determinaţi expresia analitică a funcţiei de gradul al doilea $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=ax^2+4x+c$, ştiind că graficul ei taie axa Oy în punctul 1 şi are abscisa vârfului $-\frac{2}{3}$.

(5p) 4. În planul xOy se consideră punctele A,B,C ale căror afixe sunt respectiv a=2, b=1-i, c=1+i. Arătaţi că $\triangle ABC$ este dreptunghic isoscel.

(5p) 5. În reperul cartezian ortogonal (O; $\vec{i}$; $\vec{j}$) se consideră vectorii: $\vec{a}=4\vec{i}+(m+1)\vec{j}$ şi $\vec{b}=(m-1)\vec{i}+2\vec{j}$ .Să se determine m$\in$R, pentru care $\vec{a}$ şi $\vec{b}$ sunt coliniari.

(5p) 6. Să se scrie ecuaţia dreptei care trece prin punctul A(2;6) şi face un unghi de 30° cu axa Ox.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1.Se consideră matricea $A=\begin{pmatrix}2 & 6\\ 1 & 3\end{pmatrix}$

(5p) a) Să se verifice că $A^2=5A$.

(5p) b) Să se demonstreze că $A^n=5^{n-1}\cdot A, \forall n\in\mathbb{N}^*$

(5p) c) Să se arate că matricea $A-A^2+A^3-.........+(-1)^{99}A^{100}$ are toate elementele strict negative.

2.Pe mulţimea $\mathbb{R}$ se defineste legea de compoziţie „$\circ$"definită prin $x\circ y=2xy-6x-6y+21, \forall x,y\in\mathbb{R}$

(5p) a) Arătaţi că $x \circ y = 2(x-3)(y-3)+3, \forall x, y \in \mathbb{R}$

(5p) b) Arătaţi că legea de compoziţie este asociativă.

(5p) c) Stabiliţi valoarea de adevăr a afirmaţiei ,,ecuaţia $\underbrace{x \circ x \circ .... \circ x}_{de\,2012\,ori} = 3$ are în $\mathbb{R}$ o infinitate de soluţii"

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcţia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = e^x(4-e^x)$

(5p) a) Arătaţi că $f'(x) = 2e^x(2-e^x)$

(5p) b) Calculaţi coordonatele punctului P ştiind că tangenta la curba $\mathcal{C}$ lui f în punctul P este paralelă cu axa abscicelor.

(5p) c) Arătaţi că $f(x) \leq 4, \forall x \in \mathbb{R}$

2. Se consideră funcţiile $f_n : (0;+\infty) \to \mathbb{R}, f_n(x) = \frac{(\ln x)^n}{x^2}, n \in \mathbb{N}^*$,.

(5p) a) Să se demonstreze că $f_1(x) - f_2(x) \geq 0, \forall x \in [1;e]$.

(5p) b)Să se determine aria suprafeţei plane mărginită de graficele funcţiilor f_1 şi f_2 şi dreptele de ecuaţii x=1,respectiv x=e .

(5p) c) Să se determine volumul corpului de rotaţie C_g ,determinat de funcţia $g(x) = x\sqrt{x}\left[f_1(x) - f_2(x)\right], x \in [1;e]$

Varianta 72

Prof: RICU ILEANA

SUBIECTUL I (30 de puncte)

(5p) 1. Pentru ce valori x, y $\in$R numerele $z_1 = (x+1) + yi$,si $z_2 = (y-1) + (x-4)i$ sunt numere complexe conjugate?

(5p) 2. Fie funcţiile f, g: R$\to$R, f(x) = 3x + 6 şi g(x) = $(2m-1)x$ - 2. Să se determine m$\in$R, astfel încât g = f^{-1}.

(5p) 3. Rezolvaţi ecuaţia: $\log_2(x+1) - \log_2(x+2) = 1$

(5p) 4. Să se afle A_n^2, dacă termenul al 5-lea în dezvoltarea $\left(\sqrt[3]{x} + \frac{1}{x}\right)^n$ nu depinde de x.

(5p) 5. Determinaţi un vector $\vec{b}$ de lungime 30 coliniar cu vectorul $\vec{a} = 2\sqrt{2}\,\vec{i} - \vec{j}$.

(5p) 6. Fie funcţia f:R$\to$R, f(x) = cos 2x. Calculaţi f(x) – f(x + π).

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1.Fie $J \in M_2(\mathbb{R}), J = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ şi $G = \{A \in M_2(\mathbb{R}) / AJ = JA\}$

(5p) a) Arătaţi că dacă $A \in G$,atunci există $a, b \in \mathbb{R}$ astfel încât $A = \begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix}$

(5p) b) Arătaţi că pentru orice $A \in G$ există în mod unic $a, b \in \mathbb{R}$ astfel încât $A = a \cdot I_2 + b \cdot J$

(5p) c) Rezolvaţi în G ecuaţia $X^2 + J = O_2$

2. Pe mulţimea numerelor reale se consideră legile de compoziţie $x * y = xy - 2x - 2y + 6$ şi $x \circ y = xy - 3(x + y) + 12.$

(5p) a) Să se verifice că $(x*2)-(3\circ x)=-1,\ \forall x\in R$.

(5p) b) Ştiind că e_1 este elementul neutru în raport cu legea de compoziţie „∗” şi e_2 este elementul neutru în raport cu legea de compoziţie „∘” să se calculeze $e_1 * e_2 + e_1 \circ e_2$.

(5p) c) Se consideră funcţia $f : R \to R$, $f(x) = ax + 1$. Să se determine $a \in R$ astfel încât $f(x * y) = f(x) \circ f(y), \forall x, y \in R$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Fie funcţia $f:(0;+\infty)\to\mathbb{R},\ f(x)=\dfrac{\ln x}{x}$

(5p) a) Arătaţi că *f* este strict crescătoare pe intervalul (0,*e*) şi strict descrescătoare pe intervalul $(e,+\infty)$

(5p) b) Stabiliţi ecuaţiile asimptotelor funcţiei date.

(5p) c) Arătaţi că $0 < f(x) \le \dfrac{1}{e}, \forall x \in (e, +\infty)$

2. Considerăm funcţiile F, f:R→R, F(x) = x.e^x şi f(x) = (x + 1) e^x .

(5p) a) Verificaţi că F este o primitivă a lui f.

(5p) b) Determinaţi aria suprafeţei plane cuprinse între graficul funcţiei F, axa Ox şi dreptele x = 0,x =1

(5p) c) Calculaţi $\displaystyle\int_0^1 \frac{F(x)-f(x)}{e^x+1}dx$

Varianta 73

Prof. Soare Constantin

Subiectul I (30 puncte)

(5p) 1. Să se rezolve ecuaţia : $(x+2)^2+(x-2)^2=24$

(5p) 2.. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=1-5x$. Să se rezolve inecuaţia $f(x)\ge x$

(5p) 3. Să se rezolve ecuaţia $3^x+3^{x+1}+3^{x+2}+3^{x+3}=40$

(5p) 4. Să se rezolve ecuaţia $\lg^2 x-10\lg x+21=0$

(5p) 5. În sistemul cartezian de coordonate xOy se consieră punctele A(1,2) şi B(2,4). Să se determine coordonatele vectorului $\overrightarrow{AB}$.

(5p) 6. Se consideră triunghiul ABC cu AB=5, AC=6 şi $m(\hat{A})=135^0$.Aflaţi lungimea laturii BC.

Subiectul al II –lea (30 puncte)

1.Se consideră sistemul : $\begin{cases} 2ax+by+cz=4 \\ ax+2by+cz=4 \\ ax+by+2cz=4 \end{cases}$

(5p) a) Să se calculeze determinantul $\begin{vmatrix} 2a & b & c \\ a & 2b & c \\ a & b & 2c \end{vmatrix}$

(5p) b) Dacă $x = y = z = 1$ este o soluţie a sistemului să se determine a,b,c.
(5p) c) Dacă $a \neq 0, b \neq 0, c \neq 0$, să se rezolve sistemul.

2.Se consideră legea de compoziţie definită pe
$[10,\infty)$ $prin\ x * y = xy - 10x - 10y + 110, \forall x, y \epsilon [10,\infty)$
(5p) a) Să se arate că $x * y = (x - 10)(y - 10) + 10$
(5p) b) Să se rezolve ecuaţia : $x * x * x = 1010$
(5p) c)Să se arate că $\underbrace{x * x * x *\cdots* x}_{de\ 2012\ ori} = (x - 10)^{2012} + 10$

Subiectul al III –lea (30 puncte)

1.Se consideră funcţia $f: IR - \{-2\} \to IR, f(x) = \frac{x^2+x+1}{x+2}$
(5p) a) să se calculeze f'(x).
(5p) b) să se afle intervalele de monotonie ale funcţiei f.
(5p) c) să se determine intervalele de convexitate sau concavitate ale funcţiei f.
2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ $f(x) = \frac{1}{x(x+1)}$
(5p) a)să se arate că $f(x) = \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}, \forall x \epsilon IR - \{-1,0\}$
(5p) b) să se calculeze $\int_1^2 f(x)dx$.
(5p) c) să se calculeze aria suprefeţei cuprinsă între graficul funcţiei f, axa Ox şi dreptele de ecuaţii x=2, x=3.

Varianta 74

Prof. Soare Constantin

Subiectul I (30 puncte)

(5p) 1.Într-o progresie aritmetică se cunosc $a_7 = 17, a_{17} = 37$. Să se determine a_1 şi r.
(5p) 2.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x) = 1006x - 2012$.
Să se calculeze: $f(1) \cdot f(2) \cdot \dots \cdot f2012)$
(5p) 3.Să se rezolve ecuaţia $5^{2x} - 6 \cdot 5^x + 5 = 0$.
(5p) 4. Să se rezolve inecuaţia : $A_n^2 \leq 20, n \epsilon IN, n \geq 2$.
(5p) 5 Se consideră punctele A(3,5) şi B(-1,3). Să se determine coordonatele mijlocului segmentului [AB].
(5p) 6. În triunghiul ABC se cunosc AB=7, AC=8 şi $m(\widehat{A}) = 120°$. Să se afle aria triunghiului ABC.

Subiectul al II-lea (30 puncte)

1.În sistemul cartezian de coordonate xOy se consideră punctele $A_n(n, 3^n), n \epsilon IN$.
(5p) a)Să se scrie ecuaţia dreptei A_1A_2.
(5p) b)Să se afle aria triunghiului $A_1A_2A_3$.
(5p) c) Există $n \epsilon IN$, pentru care punctele A_n, A_{n+1}, A_{n+2} să fie coliniare?
2. Fie G=[9,∞) şi legea de compoziţie definită pe G, $prin\ x * y = xy - 9x - 9y + 90$

(5p) a)Să se arate că $x * y = (x-9)(y-9) + 9$
(5p) b)Arătaţi că (G,*) este grup comutativ.
(5p) c)Demonstraţi că $\underbrace{x * x * x * \cdots * x}_{de\ n\ ori} = (x-9)^n + 9, \forall n \epsilon IN^*$

Subiectul al III-lea (30 puncte)

1.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}-\{-1\}\to\mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2+x+1}{x+1}$
(5p) a)Să se determine asimptotele la graficul funcţiei f.
(5p) b)Să se determine intervalele de monotonie ale funcţiei f.
(5p) c)Să se arate că $f(x) \leq -3, \forall x < -1$.
2.Pentru fiecare $n \epsilon IN^*$, se consideră funcţiile $f_n: IR \to IR, f_n(x) = x^n e^x$.
(5p) a)Să se calculeze $\int_1^2 \frac{f_2(x)}{x^2} dx$.
(5p) b)Să se calculeze $\lim\limits_{x\to 0} \frac{1}{x}\int_0^x f_1(t)dt$
(5p) c)Să se determine aria suprafeţei cuprinsă între graficul funcţiei f_2 , axa Ox şi dreptele de ecuaţie *x = 0 si x = 1.*

Varianta 75

Prof. Soare Constantin

Subiectul I (30 puncte)

(5p) 1. Într-o progresie geometrică se cunosc $b_4 = 16, b_{10} = 1024$. Să se determine b_1 şi q.
(5p) 2.Să se rezolve inecuaţia : $x^2 - 7x + 12 \leq 0$.
(5p) 3. Să se afle numărul de submulţimi ordonate cu câte trei elemente ale unei mulţimi cu 10 elemente.
(5p) 4Să se rezolve ecuaţia $log_2^3 x - 8log_2^2 x + 15log_2 x = 0, x > 0$.
(5p) 5.Se consideră punctele A(0,3) şi B(4,0). Să se calculeze distanţa de la origine la dreapta AB.
(5p) 6.Se consideră ΔABC cu A(1,2), B(2,4) şi C(3,4). Să se calculeze cosA.

Subiectul al II –lea (30 puncte)

1.Se consideră sistemul :$\begin{cases} x + y + z = 3 \\ 2x + 3y + mz = 10 \\ 4x + 9y + m^2 z = 38 \end{cases}$,$m \epsilon IR$. Notăm cu A matricea sistemului.
(5p) a)Să se calculeze detA.
(5p) b)Să se rezolve ecuaţia detA=0.
(5p) c)Pentru m=5 , să se rezolve sistemul.
2.Se consideră polinomul f=$X^3 - (m+1)X^2 + (2m+1)X - 6, m \epsilon IR$, cu rădăcinile reale x_1, x_2, x_3 .
(5p) a)Să se calculeze , în funcţie de m,$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$.
(5p) b)Să se determine m ϵIR, ştiind că polinomul f are rădăcina $x_1 = 1$.
(5p) c) Pentru m=5, să se calculeze $x_1^3 + x_2^3 + x_3^3$.

Subiectul al III-lea (30 puncte)

1.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\sqrt{x^2+1}$.

(5p) a)Să se calculeze $\lim_{x\to+\infty}\frac{f(2x+1)}{f(x+1)}$

(5p) b)Să se determine ecuaţia asimptotei spre ∞ la graficul funcţiei f.

(5p) c) Să se arate că orice primitivă a funcţiei f este strict crecătoare pe IR.

2. Se consideră funcţia $f:(0;+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{\ln x}{x}$.

(5p) a) Să se calculeze f'(x)

(5p) b) Să se determine aria suprafeţei cuprinsă între graficul funcţiei f , axa Ox şi dreptele de ecuaţii x =e şi $x=e^2$.

(5p) c)Să se arate că $\int_1^{2012}f(x)dx\le\frac{2011}{e}$

Varianta 76

Prof: Szöcs Ana

SUBIECTUL I (30 de puncte)

(5p) 1. Să se determine elementele mulţimii A=$\{x\in\mathbb{Z}\,/\,|2x-1|\le 2011\}$.

(5p) 2. Fie funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=(1+m)x+2m-1, m\in\mathbb{R}$.Să se determine funcţia f dacă punctual A(1-m,1) aparţine graficului funcţiei f.

(5p) 3. Să se afle $x\in\mathbb{R}$ pentru care numerele $x+4, \sqrt{4x+1}$ şi $x-2$ sunt în progresie aritmetică.

(5p) 4. Să se calculeze media geometrică a numerelor $12\sqrt[3]{3}$ şi $144\sqrt[3]{9}$.

(5p) 5. Fiind date punctele A(-3,1), B(1,-1) ,C(1,3) , să se determine coordonatele punctului D astfel încât ABCD să fie paralelogram.

(5p) 6. Să se demonstreze că într-un triunghi dreptunghic ($m(\prec A)=90^0$) are loc egalitatea: $ac\sin^2 B=b^2\cos B$

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1.În mulţimea $M_2(\mathbb{R})$ se consideră matricele: $A=\begin{pmatrix}4 & -6\\ 2 & -3\end{pmatrix}, I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ şi $X(m)=mA+I_2,\ m\in\mathbb{R}$

(5p) a) Să se calculeze A^3, unde $A^2=A\cdot A\cdot A$

(5p) b) Să se verifice dacă $(X(m))^2=X(m^2+2m)$, oricare ar fi $m\in\mathbb{R}$

(5p) c) Să se calculeze $X(1)+X(2)+...+X(2012)$

2. Pe mulţimea numerelor reale se definesc legile de compoziţie: $x\perp y=xy-2x-2y+a, a\in\mathbb{R}$ şi $x*y=xy-3x-3y+12$.

(5p) a) Să se afle a pentru care legea de compoziţie "$\perp$"este asociativă .

(5p) b) Pentru a=6 să se calculeze $(e_1\perp e_2)+(e_2*e_1)$, unde e_1 este elementul neutru în raport cu legea de compoziţie "$\perp$"şi e_2, elementul neutru în raport cu legea de compoziţie "$*$"

(5p) c) Ştiind că legile de compoziţie "$\perp$" şi "$*$"sunt asociative, să se calculeze $\left(\left(-\sqrt{2012}\right)\perp\left(-\sqrt{2011}\right)\perp...\perp 2\right)-\left(3*...*\sqrt{2011}*\sqrt{2012}\right)$

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcţia $f:(0,+\infty), f(x)=\frac{x}{e}-\ln x$.

(5p) a) Să se claculeze $\lim\limits_{x\to e}\frac{f(x)-f(e)}{x-e}$.

(5p) b) Să se arate că $\frac{x}{e}\geq \ln x$, oricare ar fi x > 0.

(5p) c) Să se arate că funcţia f este convexă pentru orice $x\in(0,+\infty)$.

2.Pentru orice $m\in\mathbb{N}^*$, se consideră funcţiile $f:[1,3]\to\mathbb{R}$, $f_m=\sqrt{x^m+3x}$.

(5p) a) Să se verifice că $\int_1^3 f_1(x)dx=4\sqrt{3}-\frac{4}{3}$.

(5p) b) Să se calculeze $\int_1^3\frac{2x+3}{f_2^2(x)}dx$.

(5p) c) Să se determine volumul corpului obţinut prin rotaţia , în jurul axei Ox, a graficului funcţiei $g:[1,3]\to\mathbb{R}, g(x)=\frac{1}{f_2(x)}$.

Varianta 77

Prof: Szöcs Ana

SUBIECTUL I (30 de puncte)

(5p) 1. Să se calculeze E = $81^{\frac{1}{2}\log_9\frac{1}{9}}$.

(5p) 2. Fie funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=(x+1)(x+2)+1$. Să se determine punctele de pe graficul funcţiei f de ordonată 1.

(5p) 3. În urma reducerii cu 30%, un obiect costă 2800 lei. Cât a costat obiectul înainte de reducere?

(5p) 4. Să se găsească suma primilor douăzeci de termeni ai unei progresii aritmetice, dacă $a_6+a_9+a_{12}+a_{15}=40$

(5p) 5. Să se determine $m\in\mathbb{R}$ pentru care punctele $A(m,1);B(6,3);C(0,5)$ sunt coliniare.

(5p) 6. Să se calculeze lungimea laturii AB a triunghiului ABC ştiind că BC= $2\sqrt{3}$, $m(\prec ACB)=60^0, m(\prec BAC)=45^0$

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1.Se consideră matricele : $X=\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}, Y=\begin{pmatrix}2\\1\end{pmatrix}, I_2=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$.Definim matricele A= $X\cdot Y^t$ şi $B(a)=aA+I_2$, unde $a\in\mathbb{R}$ şi Y^t este transpusa matricei Y.

(5p) a) Să se determine 2A

(5p) b) Să se calculeze determinantul matricei A

(5p) c) Să se determine $a\in\mathbb{R}$ pentru care matricea B(a) este inversabilă.

2. Fie x_1,x_2,x_3 rădăcinile polinomului $x^3-2x+3\in\mathbb{C}[x]$.

(5p) a) Să se calculeze determinantul matricei $\begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ x_3 & x_1 & x_2 \\ x_2 & x_3 & x_1 \end{pmatrix}$

(5p) b) Să se calculeze valoarea expresiei E= $x_1^3+x_2^3+x_3^3$

(5p) c) Să se calculeze matricea A= $\begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ x_3 & x_1 & x_2 \\ x_2 & x_3 & x_1 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} x_1 & x_3 & x_2 \\ x_2 & x_1 & x_3 \\ x_3 & x_2 & x_1 \end{pmatrix}$

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=\begin{cases} \dfrac{-2x+1}{4}, x\angle 0 \\ \dfrac{1}{x^2+4}, x\geq 0 \end{cases}$

(5p) a) Să se studieze continuitatea funcţiei f în punctul $x_0=0$.

(5p) b) Să se scrie ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă 1.

(5p) c) Să se demonstreze că funcţia f este descrescătoare pe intervalul $(0,\ \infty)$.

2. Fie funcţiile $f,g:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=e^x+4x^3+6x^2+3$ şi $g(x)=e^x+x^4+2x^3+3x+1$.

(5p) a) Arătaţi că funcţia g este o primitivă a funcţiei f.

(5p) b) Calculaţi $\int_0^1 f(x)g(x)dx$.

(5p) c) Demonstraţi că $\int_0^1 (xf(x)+g(x))dx=e+7$.

Varianta 78

Prof: Szöcs Ana

SUBIECTUL I (30 de puncte)

(5p) 1. Să se demonstreze că $\log_4 3\cdot\log_5 4\cdot\log_6 5\cdot\log_7 6\cdot\log_8 7\cdot\log_9 8=\dfrac{1}{2}$

(5p) 2. Fie funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=(3+2m)x+5m-5, m\in\mathbb{R}$. Să se determine m astfel încât graficul funcţiei f să fie paralel cu axa Ox

(5p) 3. Să se determine $m\in\mathbb{R}^*$ pentru care rădăcinile ecuaţiei $mx^2+(1-m)x-2m=0$ să verifice relaţia $x_1x_2=3(x_1+x_2)$

(5p) 4. Pentru a fi selectat în lotul şcolii un elev trebuie să evolueze la 6 probe din cele 9 care sunt în concurs. Câte posibilităţi de alegere are?

(5p) 5. În triunghiul ABC, $\overrightarrow{AB}=-2\vec{i}+3\vec{j}$ şi $\overrightarrow{AC}=5\vec{i}-2\vec{j}$ .Să se determine coordonatele vectorului $\overrightarrow{BC}$

(5p) 6. Să se determine lungimea medianei corespunzătoare ipotenuzei în triunghiul ABC cu $m(\prec A)=90^0, m(\prec C)=60^0$ şi AC= 4.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1.Se dă sistemul $\begin{cases} x+y+z=1 \\ 2x+y-2z=2 \\ x-y+2z=a \end{cases}$, unde $a\in\mathbb{R}$

(5p) a) Să se calculeze determinantul matricei sistemului.
(5p) b) Pentru a =1, să se rezolve sistemul.
(5p) c) Să se determine $a\in\mathbb{R}$ astfel încât soluţia sistemului să verifice relaţia x-y-z=0

2. Fie polinomul $f, g\in\mathbb{Z}_5[x],\ f=x^3+mx^2+x+\hat{1}, g=x+\hat{1}, m\in\mathbb{Z}_5$

(5p) a) Să se determine $m\in\mathbb{Z}_5$ pentru care polinomul f este divizibil cu polinomul g

(5p) b) Pentru m= $\hat{1}$, să se descompună polinomul f în produs de factori ireductibili.

(5p) c) Dacă $d\in\mathbb{Z}_5[x]$ este c.m.m.d.c. al polinoamelor $g\in\mathbb{Z}_5[x], g=x^2+\hat{3}x$ şi f, pentru m= $\hat{1}$, să se rezolve ecuaţia $d(x)=\hat{0}$

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcţia $f: D\to\mathbb{R},\ f(x)=\dfrac{x^3+8x^2+12x+5}{x^2+7x+10}$

(5p) a) Să se afle determine domeniul de definiţie al funcţiei f.

(5p) b) Să se afle constantele reale a,b,c,d pentru care $f(x)=ax+b+\dfrac{cx+d}{x^2+7x+10}$, $x\in D$

(5p) c) Să se calculeze asimptota oblică la graficul funcţiei f spre + ∞

2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=\begin{cases} \dfrac{x+1}{2}, x<0 \\ \dfrac{1}{x+2}-\sqrt{x}, x\geq 0 \end{cases}$

(5p) a) Să se demonstreze că funcţia f admite primitive pe $\mathbb{R}$

(5p) b) Să se calculeze $\int_{-1}^{1} f(f)dx$

(5p) c) Să se determine aria suprafeţei plane cuprinsă între graficul funcţiei $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, g(x)=-xf(x^2)$, axa Ox şi dreptele de ecuaţii x=1 şi x=2.

Coordonator proiect: prof. de matematica Andrei Octavian Dobre (Ploiești)
E-mail: dobre.andrei@yahoo.com