BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Varianta 39

Prof. Lămătic Lidia Carmen

- Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea punctajului obţinut la 10.

SUBIECTUL I (30 de puncte)

1.	$\left\|2\sqrt{2}-3\right\|=3-2\sqrt{2}$	1p
	$\left(\sqrt{2}+1\right)^2=2+2\sqrt{2}+1=3+2\sqrt{2}$	2p
	$n=6\in\mathbb{N}$	2p
2.	$\sqrt[3]{8}=2$	1p
	$2x+1=\frac{2+8}{2}$	2p
	$x=2$	2p
3.	$x^2+3=3x+1\Leftrightarrow x^2-3x+2=0$	2p
	$x_1=1, x_2=2$ verifică ecuaţia	3p
4.	c par $\Rightarrow c\in\{0,4\}\Rightarrow$ două variante de alegere a lui c	2p
	Pentru fiecare c par sunt trei variante de alegere a lui a şi patru variante de alegere a lui b	2p
	Se pot forma $2\cdot3\cdot4=24$ numere	1p
5.	$1\cdot(-4)+2(a+1)=0$	3p
	$a=1$	2p
6.	$BC^2=AB^2+AC^2\Rightarrow BC=2$	2p
	$\triangle ABC$ dreptunghic în $A\Rightarrow R=\frac{BC}{2}$	2p

	$R=1$	1p

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. a)	$A^2=\begin{pmatrix}1&2&2a+1\\0&1&2\\0&0&1\end{pmatrix}, A^3=\begin{pmatrix}1&3&3a+3\\0&1&3\\0&0&1\end{pmatrix}$	3p
	$f(A)=\begin{pmatrix}1&0&1\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$	2p
b)	Demonstraţie prin inducţie matematică: $n=2\Rightarrow A^2=\begin{pmatrix}1&2&2a+1\\0&1&2\\0&0&1\end{pmatrix}$	1p
	Presupunem că A^k este adevărată pentru numărul natural $k\ge 2$ Avem $A^{k+1}=A^k\cdot A=\begin{pmatrix}1&k&ka+C_k^2\\0&1&k\\0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&1&a\\0&1&1\\0&0&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&k+1&(k+1)a+C_{k+1}^2\\0&1&k+1\\0&0&1\end{pmatrix}$ adevărat pentru numărul natural $k\ge 2$	4p
c)	$\det A=1\ne 0$, deci matricea este inversabilă $\forall a\in\mathbb{R}$	1p
	$A^*=\begin{pmatrix}1&-1&-a+1\\0&1&-1\\0&0&1\end{pmatrix}$	2p
	$A^{-1}=A^*=\begin{pmatrix}1&-1&-a+1\\0&1&-1\\0&0&1\end{pmatrix}$	2p
2. a)	$f(1)=a+b-1=0, f(-2)=4a+b-4=0$	2p
	$a+b=1, 4a+b=4$	1p
	$a=1, b=0$	2p
b)	$a=1, b=0\Rightarrow f=X^4+4X^3+X^2-6X$	1p

	$f=X\left(X^3+4X^2+X-6\right)\Rightarrow x_1=0$ Conform punctului a) $\Rightarrow x_2=1, x_3=-2$ $x_1+x_2+x_3+x_4=-4\Rightarrow x_4=-3$ $f=X(X-1)(X+2)(X+3)$	1p 1p 1p 1p
c)	$x_1^2+x_2^2+x_3^2+x_4^2=\left(x_1+x_2+x_3+x_4\right)^2-2\left(x_1x_2+x_1x_3+...+x_3x_4\right)=16-2a$ $x_1x_2x_3x_4=b$ $16-2a-2b=6\Leftrightarrow a+b=5$	2p 1p 2p

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. a)	$f'(x)=\dfrac{1}{\dfrac{x^2}{x^2-1}}\cdot\left(\dfrac{x^2}{x^2-1}\right)'$ $=\dfrac{-2x}{x^2-1}$, pentru orice $x\in(1;+\infty)$	2p 3p
b)	$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\ln\dfrac{x^2}{x^2-1}=0$ Dreapta de ecuaţie $y=0$ este asimptotă orizontală la graficul funcţiei f.	3p 2p
c)	$y-f(2)=f'(2)(x-2)$ $f(2)=\ln\dfrac{4}{3}, f'(2)=-\dfrac{4}{3}$ Ecuaţia tangentei la grafic este $y-\ln\dfrac{4}{3}=-\dfrac{4}{3}(x-2)$	2p 2p 1p
2. a)	Fie $G:(3;+\infty)\to\mathbb{R}$ o primitivă oarecare a funcţiei f, $G'(x)=f(x),\forall x\in(3;+\infty)$ $f(x)>0,\forall x\in(3;+\infty)$ G este strict crescătoare pe $(3;+\infty)$	2p 1p 2p

b)	$F'(x)=\left[x^3+3x+\ln(x-3)\right]'=3x^2+3+\frac{1}{x-3}, \forall x\in(3;+\infty)$ $F'(x)=f(x), \forall x\in(3;+\infty)\Rightarrow F$ este o primitivă a funcţiei f	3p 2p
c)	$\int_4^5 f'(x)dx=f(x)\Big\|_4^5$ $f(5)-f(4)=\frac{53}{2}$	2p 3p