BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Varianta 37

Prof: Isofache Cătălina Anca

- Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea punctajului obţinut la 10.

SUBIECTUL I (30 de puncte)

1.	$\lvert z\rvert = 2$	3p
	$\lvert z^3\rvert + \lvert \overline{z}^3\rvert = 16$	2p
2.	Rezolvăm ecuaţia f(x)=g(x)	1p
	$x_1=1; x_2 = \frac{-1}{2}$.	2p
	$A(1;0); B(-\frac{1}{2};3)$.	2p
3.	$9^x - 3\cdot 6^x + 2\cdot 4^x = 0 \mid : 4^x$	1p
	$\left(\frac{3}{2}\right)^x = t; t>0 \Rightarrow t_1 = 1; t_2 = 2$	2p
	$x_1 = 0; x_2 = \log_{\frac{3}{2}} 2$	2p
4.	$T_{k+1} = C_{100}^k 2^k x^{100-\frac{4k}{3}}; k = \overline{1;100}$	3p
	k=75$\Rightarrow T_{76}$.	2p
5.	$\frac{m+1}{4} = \frac{-2}{-(m-1)} \neq \frac{-5}{7}$	2p
	m=± 3	3p

6.	$\overrightarrow{GA}=\overrightarrow{r_A}-\overrightarrow{r_G}\,;\overrightarrow{GB}=\overrightarrow{r_B}-\overrightarrow{r_G};\overrightarrow{GC}=\overrightarrow{r_c}-\overrightarrow{r_G}$ $\overrightarrow{r_G}=\dfrac{\overrightarrow{r_A}+\overrightarrow{r_B}+\overrightarrow{r_C}}{3}$ 1 Finalizare.	2p 2p 1p

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. a)	Det(A)=ab$\begin{vmatrix}1&1&1\\1&a&b\\1&a^2&b^2\end{vmatrix}\overset{L_2-L_1}{\underset{L_3-L_1}{=}}ab\begin{vmatrix}1&1&1\\0&a-1&b-1\\0&(a-1)(a+1)&(b-1)(b+1)\end{vmatrix}$ = ab(a-1)(b-1)(b-a). Det(B) $\overset{C_3-C_1}{\underset{C_2-C_1}{=}}\begin{vmatrix}1&0&0\\bc&c(a-b)&b(a-c)\\a^2&(b-a)(a+b)&(c-a)(c+a)\end{vmatrix}=(a-b)(c-a)\begin{vmatrix}c&b\\a+b&c+a\end{vmatrix}\overset{L_2+L_1}{=}$ $(a-b)(c-a)\begin{vmatrix}c&b\\a+b+c&a+b+c\end{vmatrix}=(a-b)(b-c)(a-c)(a+b+c).$	3p 2p
b)	$Det(A\cdot {}^TA)=\det(A)\det({}^TA)$ Det(${}^TA$) =det(A)$\in R$ Finalizare.	2p 2p 1p
c)	Calculul matricei $A-{}^TA$ $A-{}^TA$ este matrice antisimetrică $\det(A-{}^TA)$ =0	2p 2p 1p
2. a)	Efectuarea produsului (x+1)f(x) Finalizare	2p 3p
b)	De la punctul a) rezultă $x_k^5+1=0\,;k=\overline{1;4}$ $\sum_{k=1}^{4}x_k^5$ =-4	3p 2p

c)	$x^4 - x^3 + x^2 - x + 1 = 0 \mid : x^2$ şi notăm $x + \frac{1}{x} = t$. Ecuaţia $t^2 - t - 1 = 0$ are soluţiile $t_{1;2} \in R, \left\|t_{1;2}\right\| < 2$. Ecuaţia $x + \frac{1}{x} = t_{1;2}$ are $\Delta < 0$,rezultă polinomul nu are nicio rădăcină reală.	2p 2p 1p

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. a)	$\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = 0$, rezultă că y=0 este asimptotă orizontală către $+\infty$. $\lim\limits_{x\downarrow 0} f(x) = \infty$, rezultă că x=0 este asimptotă verticală.	3p 2p
b)	$f'(x) = \frac{-1}{x(x+1)}$;x>0 $f'(x) < 0, \ \forall x > 0$ Funcţia f este strict descrescătoare pe $(0;\infty)$	2p 2p 1p
c)	$a_n = \ln(n+2) - \ln(n+1)$ $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$ $0 \in R \Rightarrow$ şirul (a_n) este convergent.	2p 2p 1p
2. a)	$\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)\sin x dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{(-\cos x)'}{\cos x + 2} dx =$ $= -\ln\left\|\cos x + 2\right\| \Big\|_0^{\frac{\pi}{2}} = \ln\frac{3}{2}$.	3p 2p
b)	Funcţia f este continuă pe R, rezultă că admite primitive pe R. Fie F: $R \to R$ o primitivă a funcţiei f,deci F este derivabilă pe R şi $F'(x) = f(x), \forall x \in R$. f(x)>0, $\forall x \in R \Rightarrow F'(x) > 0, \forall x \in R$. Deci, orice primitivă a funcţiei f este strict crescătoare pe R.	1p 2p 1p 1p

c)	Notăm $tg\frac{x}{2}=t$	2p
	$\int_0^1 \frac{2}{t^2+3}dt=\frac{\pi}{3}$.	3p