Examenul de bacalaureat național 2017
Proba E. c)

Matematică *M_mate-info*

Clasa a XI-a

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p **1.** Se consideră numărul complex $z=4-i$. Calculați $z\cdot\overline{z}-z-\overline{z}$, unde $\overline{z}$ este conjugatul lui z.

5p **2.** Determinați numărul real m, știind că axa Ox este tangentă graficului funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-(2m+1)x+m^2-m+2$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $3\log_x 5+\log_5(5x)=5$.

5p **4.** Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de trei cifre, acesta să fie multiplu de 11.

5p **5.** Se consideră triunghiul ABC, punctul M mijlocul laturii BC și punctul N mijlocul medianei AM. Demonstrați că $\overrightarrow{BN}=-\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$.

5p **6.** Arătați că, dacă $(\sin x+3\cos y)^2+(\cos x-3\sin y)^2=10$ și $x,y\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$, atunci $x=y$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Se consideră determinantul $\Delta(x,y)=\begin{vmatrix}1 & 1 & 1\\ x+1 & y+1 & 2\\ x^2+x & y^2+y & 2\end{vmatrix}$, unde x și y sunt numere reale.

5p **a)** Arătați că $\Delta(0,2)=-2$.

5p **b)** Arătați că $\Delta(x,y)=(x-1)(y-1)(y-x)$, pentru orice numere reale x și y.

5p **c)** Demonstrați că numărul $\Delta(m,n)$ este divizibil cu 2, pentru orice numere întregi m și n.

2. Se consideră matricea $A(a)=\begin{pmatrix}a & 0 & a-1\\ 0 & 1 & 0\\ a-1 & 0 & a\end{pmatrix}$, unde a este număr real.

5p **a)** Calculați $A(0)+A(2)$.

5p **b)** Arătați că $A(a)A(b)=A(2ab-a-b+1)$, pentru orice numere reale a și b.

5p **c)** Arătați că $A\left(\frac{1}{2}\right)A\left(\frac{3}{2}\right)A\left(\frac{5}{2}\right)\cdot\ldots\cdot A\left(\frac{2017}{2}\right)=A\left(\frac{1}{2}\right)$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{3x^2+3x+1}{x^3(x+1)^3}$.

5p **a)** Arătați că $f(x)=\frac{1}{x^3}-\frac{1}{(x+1)^3}$, pentru orice $x\in(0,+\infty)$.

5p **b)** Determinați ecuația asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcției f.

5p **c)** Calculați $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(f(1)+f(2)+f(3)+\ldots+f(n)\right)^{2n^3}$.

2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases} x^3+3x^2-x+a, & x\le 0 \\ \dfrac{e^{4x}-1}{e^{3x}-1}, & x>0 \end{cases}$, unde a este număr real.

5p **a)** Calculați $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{f(x)}{x^3}$.

5p **b)** Determinați numărul real a pentru care funcţia f este continuă în punctul $x=0$.

5p **c)** Demonstrați că, dacă $a\in(-6,-3)$, atunci ecuația $f(x)=0$ are cel puțin două soluții reale distincte în intervalul $(-3,-1)$.