Examenul de bacalaureat 2012

Proba E.c)

Proba scrisă la MATEMATICĂ

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Varianta 7

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocaţională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea punctajului obţinut la 10.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$x^2+mx+4=0$ are soluţia $x=2 \Rightarrow m=-4$ Pentru $m=-4$ cele două mulţimi sunt egale	**3p** **2p**
2.	$x_V=-\frac{b}{2a}=\frac{3}{2}$ $\Delta=1$ $y_V=-\frac{\Delta}{4a}=-\frac{1}{4}$	**2p** **1p** **2p**
3.	Condiţie: $x>0$ $3^{\log_3 x}<3^0 \Leftrightarrow x<1$ $x\in(0,1)$	**2p** **2p** **1p**
4.	$p=\frac{\text{nr.cazuri favorabile}}{\text{nr.cazuri posibile}}$ $\overline{ab}$ cu $a,b\in\ 1,3,5,7,9$ sunt 25 de numere $\Rightarrow$ 25 de cazuri favorabile $\overline{ab}$ cu $a\in\ 1,2,3,...,9$ şi $b\in\ 0,1,2,3,...,9$ sunt 90 de numere $\Rightarrow$ 90 de cazuri posibile $p=\frac{5}{18}$	**1p** **2p** **1p** **1p**
5.	$\frac{3}{a}=\frac{a}{2a-3}$ $a^2-6a+9=0$ $a=3$	**2p** **2p** **1p**
6.	$S_{ABC}=12$ $R=\frac{abc}{4S}$ $R=\frac{25}{8}$	**2p** **2p** **1p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$A\ \pi\ =\begin{pmatrix}-1&0&0\\0&1&0\\0&0&-1\end{pmatrix}$ $\det\ A\ \pi\ =1$	**3p** **2p**

b)	$A(x)\cdot A(y)=\begin{pmatrix}\cos x\cos y-\sin x\sin y & 0 & i(\cos x\sin y+\sin x\cos y)\\ 0 & 1 & 0\\ i(\cos x\sin y+\sin x\cos y) & 0 & \cos x\cos y-\sin x\sin y\end{pmatrix}$, pentru orice $x,y\in\mathbb{R}$ $A(x+y)=\begin{pmatrix}\cos(x+y) & 0 & i\sin(x+y)\\ 0 & 1 & 0\\ i\sin(x+y) & 0 & \cos(x+y)\end{pmatrix}$, pentru orice $x,y\in\mathbb{R}$ Finalizare	**3p** **1p** **1p**
c)	$A^{2012}(x)=A(2012x)$ $A(2012x)=I_3 \Leftrightarrow \cos(2012x)=1$ şi $\sin(2012x)=0$ $x=\dfrac{k\pi}{1006}, k\in\mathbb{Z}$	**2p** **1p** **2p**
2.a)	$x\circ\frac{1}{2}=\dfrac{x\cdot\frac{1}{2}}{2x\cdot\frac{1}{2}-x-\frac{1}{2}+1}=x$, pentru orice $x\in G$ $\frac{1}{2}\circ x=\dfrac{\frac{1}{2}\cdot x}{2\cdot\frac{1}{2}\cdot x-\frac{1}{2}-x+1}=x$, pentru orice $x\in G$ Finalizare	**2p** **2p** **1p**
b)	$x\circ x'=\dfrac{xx'}{2xx'-x-x'+1}=\dfrac{x'x}{2x'x-x'-x+1}=x'\circ x$, pentru orice $x,x'\in G$ $x\circ x'=\dfrac{1}{2}\Rightarrow x'=1-x$ $x'\in(0,1)$	**1p** **3p** **1p**
c)	*f* este bijectivă $f(x\circ y)=\dfrac{1}{x\circ y}-1=\dfrac{(x-1)(y-1)}{xy}$, pentru orice $x,y\in G$ $f(x)f(y)=\left(\dfrac{1}{x}-1\right)\left(\dfrac{1}{y}-1\right)=\dfrac{(x-1)(y-1)}{xy}$, pentru orice $x,y\in G$	**2p** **2p** **1p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x}{f(x)}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x}{e^x+e^{-x}}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2}{e^x-e^{-x}}=$ $=0$	**3p** **2p**
b)	$f'(x)=\dfrac{e^x-e^{-x}}{2}$, pentru orice $x\in\mathbb{R}$ $f''(x)=\dfrac{e^x+e^{-x}}{2}$, pentru orice $x\in\mathbb{R}$ $f''(x)>0$, pentru orice x real, deci *f* este convexă	**1p** **2p** **2p**
c)	$g(x)=\dfrac{e^{\sqrt{x}}+e^{-\sqrt{x}}}{2}\Rightarrow g'(x)=\dfrac{e^{\sqrt{x}}-e^{-\sqrt{x}}}{4\sqrt{x}}$, pentru orice $x>0$ $x>0\Rightarrow\sqrt{x}>0\Rightarrow e^{\sqrt{x}}>e^{-\sqrt{x}}$ $g'(x)>0\Rightarrow g$ este strict crescătoare pe $(0,+\infty)$	**2p** **2p** **1p**

2.a)	$J_1 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin t dt$	**1p**
	$J_1 = -\cos t \Big\|_0^{\frac{\pi}{2}}$	**2p**
	$J_1 = 1$	**2p**
b)	$I_1 = \int_0^1 x\sqrt{1-x^2}\, dx$	**1p**
	$I_1 = -\frac{1}{3}\sqrt{\left(1-x^2\right)^3}\Big\|_0^1$	**3p**
	$I_1 = \frac{1}{3}$	**1p**
c)	$J_{2n} - J_{2n+2} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^{2n} x \cos^2 x dx$	**2p**
	Cu schimbarea de variabilă $\sin x = t$ obținem $J_{2n} - J_{2n+2} = \int_0^1 t^{2n} \cdot \sqrt{1-t^2}\, dt = I_{2n}$	**3p**