

**Examenul de bacalaureat național 2015**

**Proba E. c)**

**Matematică  $M_{\text{mate-info}}$**

**Varianta 8**

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică*

*Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

- 5p** 1. Arătați că  $(\sqrt{5} + 1)^2 + (\sqrt{5} - 1)^2 = 12$ .
- 5p** 2. Calculați produsul  $f(1)f(2)f(3)f(4)$ , unde  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x - 3$ .
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $\log_2(x^2 - 4x + 4) = 0$ .
- 5p** 4. Determinați câte numere naturale impare, de trei cifre distincte, se pot forma cu cifrele 2, 3 și 4.
- 5p** 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(1, 2)$  și  $B(2, 3)$ . Determinați ecuația dreptei  $d$  care trece prin punctul  $A$  și este perpendiculară pe dreapta  $AB$ .
- 5p** 6. Arătați că  $\sin(\pi - x) + \sin(\pi + x) = 0$ , pentru orice număr real  $x$ .

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră matricea  $B(x) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & x \\ 0 & 1 & 0 \\ 3x & 0 & 1 \end{pmatrix}$ , unde  $x$  este număr real.
- 5p** a) Arătați că  $\det(B(0)) = 1$ .
- 5p** b) Arătați că  $B(x) + B(y) = 2B\left(\frac{x+y}{2}\right)$ , pentru orice numere reale  $x$  și  $y$ .
- 5p** c) Determinați numerele reale  $x$  pentru care  $B(x^2 + 1)B(x) = B(x^2 + x + 1)$ .
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă  $x \circ y = \frac{1}{2}(x - 3)(y - 3) + 3$ .
- 5p** a) Arătați că  $(-3) \circ 3 = 3$ .
- 5p** b) Determinați numerele naturale  $n$  pentru care  $n \circ n = 11$ .
- 5p** c) Calculați  $1 \circ 2 \circ 3 \circ \dots \circ 2015$ .

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția  $f: (1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{x+2}{x-1}$ .
- 5p** a) Arătați că  $f'(x) = -\frac{3}{(x-1)^2}$ ,  $x \in (1, +\infty)$ .
- 5p** b) Arătați că funcția  $f$  este convexă pe intervalul  $(1, +\infty)$ .
- 5p** c) Determinați coordonatele punctului situat pe graficul funcției  $f$ , în care tangenta la graficul funcției  $f$  este paralelă cu dreapta de ecuație  $y = -3x$ .
2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = xe^x$ .
- 5p** a) Arătați că  $\int_1^2 \frac{1}{x} f(x) dx = e(e-1)$ .
- 5p** b) Determinați primitiva  $F$  a funcției  $f$  pentru care  $F(1) = 0$ .
- 5p** c) Pentru fiecare număr natural nenul  $n$  se consideră numărul  $I_n = \int_0^1 x^n f(x) dx$ . Arătați că  $I_n + (n+1)I_{n-1} = e$ , pentru orice număr natural  $n$ ,  $n \geq 2$ .