Examenul de bacalaureat național 2017
Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Varianta 2

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocaţională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$z+\overline{z}+z\overline{z}=2+i+2-i+(2+i)(2-i)=$	**3p**
	$=4+4-i^2=9$	**2p**
2.	$f(1)=m\Rightarrow 1+2-3=m$	**3p**
	$m=0$	**2p**
3.	$1-\log_2 x=0$ sau $2-\log_2 x=0$	**3p**
	$x=2$ sau $x=4$, care convin	**2p**
4.	Mulțimea numerelor naturale de două cifre are 90 de elemente, deci sunt 90 de cazuri posibile	**2p**
	Mulțimea numerelor naturale de două cifre, care au cifra zecilor strict mai mică decât cifra unităților are 36 de elemente, deci sunt 36 de cazuri favorabile	**2p**
	$p=\dfrac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}}=\dfrac{36}{90}=\dfrac{2}{5}$	**1p**
5.	$M(3,2)$, unde punctul M este mijlocul segmentului AB	**3p**
	$CM=3$	**2p**
6.	$\left(1+\mathrm{tg}^2 x\right)\cos^2 x-\left(1+\mathrm{ctg}^2 x\right)\sin^2 x=\left(1+\dfrac{\sin^2 x}{\cos^2 x}\right)\cos^2 x-\left(1+\dfrac{\cos^2 x}{\sin^2 x}\right)\sin^2 x=$	**3p**
	$=\cos^2 x+\sin^2 x-\left(\sin^2 x+\cos^2 x\right)=0$, pentru orice $x\in\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$A(9)=\begin{pmatrix}1&1&2\\1&2&9\\-2&-1&3\end{pmatrix}\Rightarrow\det(A(9))=\begin{vmatrix}1&1&2\\1&2&9\\-2&-1&3\end{vmatrix}=$	**2p**
	$=6+(-2)+(-18)-(-8)-(-9)-3=0$	**3p**
b)	$\det(A(a))=\begin{vmatrix}1&1&2\\1&2&a\\-2&-1&3\end{vmatrix}=9-a$	**3p**
	Sistemul are soluție unică $\Leftrightarrow\det(A(a))\neq 0$, deci $a\in\mathbb{R}\setminus\{9\}$	**2p**
c)	Sistemul are soluția (x_0,y_0,z_0), cu x_0, y_0 și z_0 numere reale nenule, deci $a=9$ și soluția sistemului este de forma $(5\alpha,-7\alpha,\alpha)$, $\alpha\in\mathbb{R}$	**3p**
	$-x_0+y_0+z_0=-5\alpha+(-7\alpha)+\alpha=-11\alpha=11\left(5\alpha+(-7\alpha)+\alpha\right)=11(x_0+y_0+z_0)$	**2p**
2.a)	$x\circ y=xy+7x+7y+49-7=$	**2p**
	$=x(y+7)+7(y+7)-7=(x+7)(y+7)-7$, pentru orice numere reale x și y	**3p**

b)	$x \circ x = (x+7)^2 - 7$, deci $(x+7)^2 - 7 = x$ $(x+7)(x+6) = 0 \Leftrightarrow x = -7$ sau $x = -6$	**2p** **3p**
c)	$\left(2017^a + 7\right)(-6+7) - 7 = 1 \Leftrightarrow 2017^a + 7 - 7 = 1$ $2017^a = 1 \Leftrightarrow a = 0$	**3p** **2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x) = \dfrac{\frac{1}{x}\cdot(1-x) - \ln x \cdot (-1)}{(1-x)^2} =$ $= \dfrac{\frac{1-x}{x} + \ln x}{(1-x)^2} = \dfrac{1 - x + x\ln x}{x(1-x)^2}$, $x \in (1,+\infty)$	**3p** **2p**
b)	$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\ln x}{1-x} = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\frac{1}{x}}{-1} = 0$ Dreapta de ecuație $y = 0$ este asimptotă orizontală spre $+\infty$ la graficul funcției f	**3p** **2p**
c)	$g:(1,+\infty) \to \mathbb{R}$, $g(x) = x\ln x - x + 1 \Rightarrow g'(x) = \ln x$, deci $g'(x) > 0$ pentru orice $x \in (1,+\infty)$ Funcția g este strict crescătoare pe $(1,+\infty)$ și, cum $\lim\limits_{x\to 1} g(x) = 0$, obținem $g(x) > 0$, deci $x\ln x > x - 1$, pentru orice $x \in (1,+\infty)$	**3p** **2p**
2.a)	$\int_0^1 \left(f(x) - 3x^2\right)dx = \int_0^1 \left(e^x + 3x^2 - 3x^2\right)dx = \int_0^1 e^x dx =$ $= e^x \Big\vert_0^1 = e - 1$	**2p** **3p**
b)	$\int_0^1 x f(x)dx = \int_0^1 \left(xe^x + 3x^3\right)dx = (x-1)e^x \Big\vert_0^1 + \dfrac{3x^4}{4}\Big\vert_0^1 =$ $= 1\cdot e^0 + \dfrac{3}{4} = \dfrac{7}{4}$	**3p** **2p**
c)	$g(x) = 3x^2 \Rightarrow \mathcal{A} = \int_0^n \lvert g(x)\rvert dx = \int_0^n 3x^2\,dx = x^3 \Big\vert_0^n = n^3$ $n^3 = n^2 - n + 1 \Leftrightarrow (n-1)\left(n^2+1\right) = 0 \Leftrightarrow n = 1$	**3p** **2p**