EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2010
Proba E c)
Probă scrisă la MATEMATICĂ Varianta 9

Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiințe ale naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale.

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea punctajului obținut la 10.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

1.	$\log_2 \frac{1}{8} = \log_2 2^{-3} = -3$ $\sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{3^3} = 3$ $\log_2 \frac{1}{8} + \sqrt[3]{27} = 0$	2p 2p 1p
2.	$x_V = -\frac{b}{2a} = 1$ $y_V = -\frac{\Delta}{4a} = 2$ $V(1,2)$	2p 2p 1p
3.	$3^{x^2-1} = 1$ $x^2 - 1 = 0$ $x \in \{-1,1\}$	1p 2p 2p
4.	$A_4^3 =$ $= 24$	2p 3p
5.	$\vec{w} = 2(2\vec{i} - \vec{j}) - (\vec{i} + 3\vec{j}) =$ $= 3\vec{i} - 5\vec{j} \Rightarrow \vec{w}(3,-5)$	2p 3p
6.	$BC = 5$ $h = \frac{AB \cdot AC}{BC} = \frac{12}{5}$	2p 3p

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1.a)	$A^2 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ $A^2 - A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$	3p 2p
b)	$\det(A) = -1 \neq 0 \Rightarrow \exists A^{-1}$ $A^* = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ $A^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$	1p 2p 2p

c)	Prin înmulțire la stânga cu A^{-1} se obține $X=\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & -1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}2010 & 2010\\ 2009 & 2010\end{pmatrix}=$ $=\begin{pmatrix}2009 & 2010\\ 1 & 0\end{pmatrix}$	2p 2p 1p
2.a)	$f(\hat{0})=\hat{0}$ $f(\hat{1})=\hat{2}$ $f(\hat{0})+f(\hat{1})=\hat{2}$	2p 2p 1p
b)	$f(\hat{0})=\hat{0}, f(\hat{1})=\hat{2}, f(\hat{2})=\hat{0}$ Rădăcinile lui *f* sunt $\hat{0}$ şi $\hat{2}$	3p 2p
c)	$g(\hat{0})=a,\ g(\hat{1})=a, g(\hat{2})=\hat{2}+a$ $g(\hat{0})+g(\hat{1})+g(\hat{2})=a+a+\hat{2}+a=\hat{2}$ $f(\hat{0})+f(\hat{1})+f(\hat{2})=g(\hat{0})+g(\hat{1})+g(\hat{2})=\hat{2}, \forall a\in\mathbb{Z}_3$	2p 2p 1p

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=\left(x^2e^x\right)'=$ $=2xe^x+x^2e^x=\left(2x+x^2\right)e^x$	2p 3p
b)	$f'(x)\le 0, \forall x\in[-2,0]$ f descrescătoare pe $[-2,0]$	2p 3p
c)	*f* descrescătoare pe $[-1,0]\Rightarrow f(0)\le f(x)\le f(-1)$ f crescătoare pe $[0,1]$ şi $x^2\in[0,1]\Rightarrow f(0)\le f\left(x^2\right)\le f(1)$ Prin adunarea celor 2 relații se obține $0\le f(x)+f\left(x^2\right)\le\frac{e^2+1}{e}, \forall x\in[-1,0]$	1p 2p 2p
2.a)	$\int_1^3\left(f(x)-\frac{1}{x}\right)dx=\int_1^3 xdx=$ $=\left.\frac{x^2}{2}\right\|_1^3=$ $=4$	2p 2p 1p
b)	$V=\pi\int_1^2 g^2(x)dx=$ $=\pi\int_1^2\left(x^2+2+\frac{1}{x^2}\right)dx=$ $=\pi\left.\left(\frac{x^3}{3}+2x-\frac{1}{x}\right)\right\|_1^2=$ $=\frac{29\pi}{6}$	1p 1p 2p 1p

c)	$\int_1^e f(x)\cdot \ln x dx = \int_1^e x\cdot \ln x dx + \int_1^e \frac{1}{x}\cdot \ln x dx =$	1p
	$= \left(\frac{x^2}{2}\ln x - \frac{x^2}{4}\right)\Big\|_1^e + \frac{\ln^2 x}{2}\Big\|_1^e =$	2p
	$= \frac{e^2+3}{4}$	2p