

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2010

Proba E c)

Probă scrisă la MATEMATICĂ

Varianta 8

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale.

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

- ◆ Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- ◆ Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- ◆ Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea punctajului obținut la 10.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$\log_2(3 + \sqrt{5}) + \log_2(3 - \sqrt{5}) = \log_2(9 - 5) =$ $= \log_2 4 = 2$	3p 2p
2.	$-\frac{2}{2m} = 2$ $m = -\frac{1}{2}$	3p 2p
3.	$3^{1-x^2} = 3^{-3} \Rightarrow 1 - x^2 = -3$ $x^2 = 4 \Rightarrow x \in \{2, -2\}$	3p 2p
4.	$C_6^2 = \frac{6!}{2! \cdot 4!} = 15$ $A_4^2 = \frac{4!}{(4-2)!} = 12$ $C_6^2 - A_4^2 = 3$	2p 2p 1p
5.	Dacă C este mijlocul lui $(AB) \Rightarrow C(4,3)$ Finalizare: $OC = 5$	2p 3p
6.	$\cos(\pi - x) = -\cos x, \forall x \in \mathbb{R}$ $\cos 130^\circ + \cos 50^\circ = 0$	2p 3p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.a)	$\det(A) = \begin{vmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 1 & 3 & -1 \\ m & 0 & 2 \end{vmatrix} =$ $= 6 + m + 0 + 3m + 0 + 2 = 8 + 4m$	3p 2p
b)	A inversabilă $\Leftrightarrow \det(A) \neq 0 \Leftrightarrow 8 + 4m \neq 0$ $m \in \mathbb{R} - \{-2\}$	3p 2p
c)	Pentru $m = -1$ rezultă $\det(A) = 4 \neq 0$ Se obține $x = y = 0, z = 2$	2p 3p
2.a)	$x \circ y = 2xy - 2x - 2y + 2 + 1 =$ $= 2x(y-1) - 2(y-1) + 1 = 2(x-1)(y-1) + 1$	2p 3p
b)	$x \circ e = e \circ x = x, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow 2(x-1)(e-1) + 1 = x, \forall x \in \mathbb{R}$ Finalizare: $e = \frac{3}{2}$	2p 3p

c)	Un exemplu este $a = \frac{5}{2}, b = \frac{5}{3}$	2p
	$\frac{5}{2} \circ \frac{5}{3} = 2 \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{2}{3} + 1 = 3 \in \mathbb{Z}$	3p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.a)	$f'(x) = \frac{(x^2 + 3)'}{2\sqrt{x^2 + 3}} =$	3p
	$= \frac{x}{\sqrt{x^2 + 3}}$	2p
b)	$y - f(1) = f'(1)(x - 1)$	1p
	$f(1) = 2$ și $f'(1) = \frac{1}{2}$	2p
	$y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$	2p
c)	$m = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 3}}{x} = 1$	2p
	$n = \lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - mx) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 3} - x) =$	1p
	$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3}{\sqrt{x^2 + 3} + x} = 0$	1p
	Dreapta $y = x$ este asimptotă oblică spre $+\infty$	1p
2.a)	$f_1(x) = x \ln x$	1p
	$\int_e^{e^2} \frac{\ln x}{x \ln x} dx = \int_e^{e^2} \frac{1}{x} dx =$	1p
	$= \ln x \Big _e^{e^2} =$	1p
	$= 1$	2p
b)	Fie F o primitivă a funcției f_1 . $F''(x) = f_1'(x) = 1 + \ln x$	3p
	$1 + \ln x \geq 0, \forall x \in \left[\frac{1}{e}, +\infty\right) \Rightarrow F$ convexă pe $\left[\frac{1}{e}, +\infty\right)$	2p
c)	$f_{2009}(x) = x^{2009} \ln x$	1p
	$\int_1^e \frac{x^{2009} \ln x}{x^{2010}} dx = \int_1^e \frac{\ln x}{x} dx =$	1p
	$= \frac{\ln^2 x}{2} \Big _1^e =$	2p
	$= \frac{1}{2}$	1p