

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2010
Probă scrisă la matematică - Proba E c)

Varianta 8

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale.

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.
- La toate subiectele se cer rezolvări complete.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

5p 1. Calculați $\log_2(3 + \sqrt{5}) + \log_2(3 - \sqrt{5})$.

5p 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = mx^2 + 2x - 5$. Determinați $m \in \mathbb{R}$ pentru care abscisa vârfului parabolei asociate funcției f este egală cu 2.

5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $3^{1-x^2} = \frac{1}{27}$.

5p 4. Calculați $C_6^2 - A_4^2$.

5p 5. În sistemul de coordonate xOy se consideră punctele $O(0,0)$, $A(2,-2)$ și $B(6,8)$. Calculați distanța de la punctul O la mijlocul segmentului (AB) .

5p 6. Calculați $\cos 130^\circ + \cos 50^\circ$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Pentru $m \in \mathbb{R}$ se consideră matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 1 & 3 & -1 \\ m & 0 & 2 \end{pmatrix}$ și sistemul de ecuații $\begin{cases} x - y - z = -2 \\ x + 3y - z = -2 \\ mx + 2z = 4 \end{cases}$, unde $x, y, z \in \mathbb{R}$.

5p a) Calculați determinantul matricei A .

5p b) Determinați $m \in \mathbb{R}$ pentru care matricea A este inversabilă.

5p c) Rezolvați sistemul pentru $m = -1$.

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x \circ y = 2xy - 2x - 2y + 3$.

5p a) Demonstrați că $x \circ y = 2(x-1)(y-1) + 1$, pentru oricare $x, y \in \mathbb{R}$.

5p b) Determinați elementul neutru al legii „ \circ ”.

5p c) Dați exemplu de două numere $a, b \in \mathbb{Q} - \mathbb{Z}$ pentru care $a \circ b \in \mathbb{Z}$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{x^2 + 3}$.

5p a) Calculați $f'(x)$.

5p b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul $A(1,2)$.

5p c) Determinați ecuația asimptotei oblice spre $+\infty$ la graficul funcției f .

2. Pentru $n \in \mathbb{N}^*$ se consideră funcțiile $f_n: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f_n(x) = x^n \ln x$.

5p a) Calculați $\int_e^{e^2} \frac{\ln x}{f_1(x)} dx$.

5p b) Demonstrați că primitivele funcției f_1 sunt convexe pe intervalul $\left[\frac{1}{e}, +\infty\right)$.

5p c) Calculați $\int_1^e \frac{f_{2009}(x)}{x^{2010}} dx$.