BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Varianta 15

Prof: Brabeceanu Silvia

- Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea punctajului obţinut la 10.

SUBIECTUL I (30 de puncte)

1.	$\sqrt{16-6\sqrt{7}}=\sqrt{\left(3-\sqrt{7}\right)^2}=3-\sqrt{7}$ $\sqrt{16+6\sqrt{7}}=\sqrt{\left(3+\sqrt{7}\right)^2}=3+\sqrt{7}$ $n=\sqrt{16-6\sqrt{7}}+\sqrt{16+6\sqrt{7}}=3-\sqrt{7}+3-\sqrt{7}=6\in\mathbb{N}$	2p 2p 1p
2.	$f\left(g(1)\right)=7$ $g\left(f(1)\right)=1$ $f\left(g(1)\right)-g\left(f(1)\right)=7-1=6$	2p 2p 1p
3.	$2^{2x-1}+2^{2x-3}-2\cdot 2^{2x-5}=\frac{2^{2x}}{2}+\frac{2^{2x}}{8}-2\cdot\frac{2^{2x}}{32}$ $\frac{9\cdot 2^{2x}}{16}=9\Rightarrow 2^{2x}=16\Rightarrow x=2$	3p 2p
4.	x – preţul mărfii $\frac{16}{100}\cdot x=256$ $x=1600$	1p 2p 2p
5.	$d_1: y=\frac{3}{2}x-\frac{3}{2}\Rightarrow m_1=\frac{3}{2}$ $d_2: y=-\frac{2}{3}x+\frac{8}{3}\Rightarrow m_2=-\frac{2}{3}$	1p 1p

	$\cos\alpha=\dfrac{1+m_1\cdot m_2}{\sqrt{1+m_1^2}\cdot\sqrt{1+m_2^2}}=\dfrac{0}{\sqrt{1+m_1^2}\cdot\sqrt{1+m_2^2}}=0$ $d_1\perp d_2$	2p 1p
6.	$M=\dfrac{\pi}{6},\ N=\dfrac{\pi}{3}\Rightarrow\triangle MNP$ - dreptunghic în P MN – ipotenuza $\Rightarrow R=\dfrac{MN}{2}=2$	3p 2p

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. a)	$\det(M)=\begin{vmatrix} m & 2 & -3 \\ m & m-3 & 3m-1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}=-2m^2+2m-11$	5p
b)	ABC este triunghi $\Leftrightarrow A,B,C$ nu sunt coliniare $-2m^2+2m-11=0$ $\Delta=-84\Rightarrow m\notin\mathbb{R}\Rightarrow\det(ABC)\neq 0$ finalizare	1p 2p 1p 1p
c)	Pentru $m=4\Rightarrow\det(ABC)=-35$ $A_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{2}\lvert\det(ABC)\rvert=\dfrac{1}{2}\cdot\lvert-35\rvert=\dfrac{35}{2}$	3p 2p
2. a)	$f=X^4-14X^2+48=X^4-14X^2+49-1$ $X^4-14X^2+49=\left(X^2-7\right)^2$ $f=\left(X^2-7\right)^2-1$	2p 2p 1p
b)	$f(x)=0\Rightarrow\left(x^2-7\right)^2-1=\left(x^2-8\right)\left(x^2-6\right)=0$	1p 2p

	$\left(x^2-8\right)=0 \Rightarrow x_1=2\sqrt{2},\ x_2=-2\sqrt{2}$ nu sunt numere întregi $\left(x^2-6\right)=0 \Rightarrow x_3=\sqrt{6},\ x_4=-\sqrt{6}$ nu sunt numere întregi	2p
c)	Rădăcinile reale ale polinomului sunt cele găsite la pct. b). $f=\left(X-2\sqrt{2}\right)\left(X+2\sqrt{2}\right)\left(X-\sqrt{6}\right)\left(X+\sqrt{6}\right)$	2p 3p

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. a)	$f'(x)=\left(\sqrt{x^2+x+3}\right)'=\frac{1}{2\sqrt{x^2+x+3}}\cdot\left(x^2+x+3\right)'$ $f'(x)=\frac{2x+1}{2\sqrt{x^2+x+3}}$	3p 2p
b)	$\lim\limits_{x\to\infty}\sqrt{x^2+x+3}=\infty \Rightarrow \nexists$ asimptotă orizontală $m=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{\sqrt{x^2+x+3}}{x}=1$ $n=\lim\limits_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2+x+3}-x\right)=\frac{1}{2}$ $y=x+\frac{1}{2}$ asimptotă oblică	1p 1p 2p 1p
c)	$f'(x)=0 \Rightarrow 2x+1=0 \Rightarrow x=\frac{-1}{2}$ Tabloul de valori Intervale de monotonie $\left(-\infty,\frac{-1}{2}\right)$ și $\left(\frac{-1}{2},\infty\right)$	1p 2p 2p
2. a)	$\int_0^1 (x+3)f(x)dx=\int_0^1\left[(x+3)^2+1\right]dx$ $\int_0^1\left[(x+3)^2+1\right]dx=\frac{x^3}{3}+6\frac{x^2}{2}+10x\bigg\rvert_0^1$	2p 2p 1p

	$\int_0^1 (x+3) f(x) dx = \frac{40}{3}$	
b)	F este o primitivă a lui $f \Leftrightarrow F'(x) = f(x),\ \forall x \in (-3,\infty)$	1p
	$F'(x) = \left[\frac{x^2}{2} + 3x + \ln(x+3)\right]'$	2p
	$F'(x) = x + 3 + \frac{1}{x+3} = f(x)$	2p
c)	$\int_{-2}^{0} F(x) \cdot f(x) dx = \int_{-2}^{0} F(x) \cdot F'(x) dx = \frac{F^2(x)}{2}\Big\vert_{-2}^{0}$	3p
	$\int_{-2}^{0} F(x) \cdot f(x) dx = \frac{\ln^2 x}{2} - 8$	2p