BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Varianta 2

Prof: Alexandru Elena-Marcela

- Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea punctajului obţinut la 10.

SUBIECTUL I (30 de puncte)

1.	$\lvert z\rvert=\frac{\lvert 9-2i\rvert}{\lvert 7+6i\rvert}=\frac{\sqrt{9^2+2^2}}{\sqrt{7^2+6^2}}=\frac{\sqrt{81+4}}{\sqrt{49+36}}$ $\lvert z\rvert=\frac{\sqrt{85}}{\sqrt{85}}=1$	3p 2p
2.	$y_{\max}=-\frac{\Delta}{4a}$ $\Delta=b^2-4ac\Rightarrow\Delta=28$ $y_{\max}=-\frac{28}{4\cdot(-1)}=7$.	1p 2p 2p
3.	C.E $x>0, 5-2x>0\Rightarrow x\in\left(0,\frac{5}{2}\right)$ $\log_2 x(5-2x)=1\Rightarrow x(5-2x)=2\Rightarrow 2x^2-5x+2=0$ $x_1=2,\ x_2=\frac{1}{2},\ x\in\left\{2,\frac{1}{2}\right\}\subset\left(0,\frac{5}{2}\right)$	1p 2p 2p
4.	Numerele a căror produs este 12 sunt: 26,62,34,43 $\Rightarrow$ 4 cazuri favorabile Numărul numerelor naturale de două cifre este 90 $\Rightarrow$90 cazuri posibile P = $\frac{nr.cazuri\ favorabile}{nr.cazuri\ posibile}=\frac{4}{90}=\frac{2}{45}$.	2p 3p
5.	Dacă M este mijlocul lui $[AC]$ atunci M(-1,2). Ecuația medianei din B este: $\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \end{vmatrix}=0$ sau $-2y+4=0$.	2p 3p
6.	$\sin C=\sqrt{1-\frac{9}{25}}=\frac{4}{5}$	2p

	$\frac{c}{\sin C}=2R\Rightarrow$ $\Rightarrow\frac{16}{\frac{4}{5}}=2R\Rightarrow R=10.$	1p 2p

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. a)	$\begin{vmatrix}2&2&3\\1&-1&1\\-1&2&1\end{vmatrix}=-2+6-2-3-2-4$ $=-7$	2p 2p 1p
b)	$E(A)=A^2-A+I_3,\ A^2=\begin{pmatrix}3&8&11\\0&5&3\\-1&-2&0\end{pmatrix}$ $E(A)=\begin{pmatrix}3&8&11\\0&5&3\\-1&-2&0\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}2&2&3\\1&-1&1\\-1&2&1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}\Rightarrow E(A)=\begin{pmatrix}2&6&8\\-1&7&2\\0&-4&0\end{pmatrix}$	3p 2p
c)	$\det A=-7\neq 0\Rightarrow(\exists)\ A^{-1}$ $A^*=\begin{pmatrix}-3&4&5\\-2&5&1\\1&-6&-4\end{pmatrix}\Rightarrow A^{-1}=\begin{pmatrix}\frac{3}{7}&\frac{-4}{7}&\frac{-5}{7}\\\frac{2}{7}&\frac{-5}{7}&\frac{-1}{7}\\\frac{-1}{7}&\frac{6}{7}&\frac{4}{7}\end{pmatrix}$	1p 2p 2p
2. a)	Conform teoremei lui Bezout e necesar ca $f(1)=0$, adică $f(1)=1^3-2m\cdot 1+m+1=-m+2=0,$ de unde rezultă m=2.	1p 3p 1p
b)	$m=2\Rightarrow f(x)=x^3-4x+3$ Relațiile lui Viete: $\begin{cases}x_1+x_2+x_3=0\\x_1x_2+x_2x_3+x_1x_3=-4\\x_1x_2x_3=-3\end{cases}$ și $(1-x_1)(1-x_2)(1-x_3)=1-(x_1+x_2+x_3)+x_1x_2+x_2x_3+x_1x_3-x_1x_2x_3=$ $=1-0+(-4)-(-3)=1-4+3=0$	3p 2p

c)	E necesar ca $f(-1)=1$ $f(-1)=-1+2m+m+1=3m=1$ de unde rezultă $m=\frac{1}{3}$.	2p 2p 1p

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. a)	$f^4(x)=(\sqrt{x^2+1})^4=(x^2+1)^2=x^4+2x^2+1,\ f^2(x)=(\sqrt{x^2+1})^2=x^2+1$ $f^4(x)-2f^2(x)-15=0\Rightarrow x^4+2x^2+1-2(x^2+1)-15=0\Rightarrow x^4-16=0$ $\Rightarrow(x^2-4)(x^2+4)=0\Rightarrow(x-2)(x+2)(x^2+4)=0\Rightarrow$ soluțiile reale $x_1=2$ și $x_2=-2$.	2p 2p 1p
b)	$f'(x)=\left[\left(x^2+1\right)^{\frac{1}{2}}\right]'$ $=\frac{1}{2}\cdot\left(x^2+1\right)^{\frac{1}{2}-1}\cdot\left(x^2+1\right)'$ $=\frac{1}{2}\cdot\left(x^2+1\right)^{-\frac{1}{2}}\cdot 2x$ $=\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$.	1p 1p 1p 2p
c)	$\sqrt{x^2+1}>0$ Dacă $x>0\Rightarrow\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}>0$ $\Rightarrow f'(x)>0$ pentru $x>0$ $\Rightarrow f$ este strict crescătoare pe intervalul $[0,+\infty)$	1p 1p 1p 2p
2. a)	$I_1=\int_0^1\frac{x}{1+x^2}dx=\frac{1}{2}\int_0^1\frac{(1+x^2)'}{1+x^2}dx$ $=\frac{1}{2}\ln(1+x^2)\Big\|_0^1$ $=\frac{1}{2}\ln 2$.	2p 2p 1p
b)	$I_n=\int_0^1\frac{x^n}{1+x^2}dx=\int_0^1\frac{x^{n-2}+x^n-x^{n-2}}{1+x^2}dx$	1p 1p

	$=\int_0^1 \frac{x^{n-2}+x^n}{1+x^2}dx-\int_0^1 \frac{x^{n-2}}{1+x^2}dx$ $=\int_0^1 \frac{x^n(x^{-2}+1)}{1+x^2}dx-I_{n-2}=\int_0^1 x^{n-2}dx-I_{n-2}$ $=\frac{1}{n-1}-I_{n-2}$.	1p 2p
c)	$I_{2n+1}=\int_0^1 \frac{x^{2n+1}}{1+x^2}dx=\frac{1}{2n}-I_{2n-1}$ $=\frac{1}{2n}-\left(\frac{1}{2(n-1)}-I_{2n-3}\right)=\frac{1}{2n}-\frac{1}{2(n-1)}+I_{2n-3}$ $=\ldots=\frac{1}{2n}-\frac{1}{2(n-1)}+\frac{1}{2(n-2)}+\ldots+(-1)^{n-1}\cdot\frac{1}{2}+(-1)^n\cdot I_1=$ $=\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{n}(-1)^{n-k}\frac{1}{k}+(-1)^n\frac{1}{2}\ln 2$.	2p 1p 2p