BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Varianta 5

Prof . Badea Daniela

- Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea punctajului obţinut la 10.

SUBIECTUL I (30 de puncte)

1.	$(a_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ progresie aritmetică, $a_1=2, r=3$	1p
	$S_n=155 \Leftrightarrow 3n^2+n-310=0, n\in\mathbb{N}^* \Rightarrow n=10$	3p
	$x=a_{10}=29.$	1p
2.	$\begin{cases} x_1+x_2=1 \\ x_1\cdot x_2=m \\ \lvert x_1-x_2\rvert=1 \end{cases} \Rightarrow$	2p
	$\begin{cases} x_1^2+x_2^2=1-2m \\ x_1^2+x_2^2-2x_1\cdot x_2=1 \end{cases}$	2p
	$1-2m-2m=1 \Leftrightarrow m=0$	1p
3.	$\begin{cases} x-1\ge 0 \\ 5-2x\ge 0 \end{cases} \Rightarrow x\in\left[1,\frac{5}{2}\right]$	1p
	Prin ridicare la pătrat se obţine $4x^2-21x+26=0$	1p
	$x_1=2\in\left[1,\frac{5}{2}\right]$	1p
	$x_2=\frac{13}{4}\notin\left[1,\frac{5}{2}\right]$	1p
	$\Rightarrow S=\{2\}$	1p
		1p

4.	$A_{10}^2=10\cdot 9=90$ $C_{10}^2=5\cdot 9=45$ $3P_3=3\cdot 6=18$ $\mathrm{N}=9\cdot 17 \vdots 17$	1p 1p 1p 2p
5.	$\Delta \begin{vmatrix} x & 1 & 1 \\ 2x & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}=-3x$ $\frac{\lvert\Delta\rvert}{2}=3 \Rightarrow \lvert x\rvert=2$ $x_{1,2}=\pm 2$	2p 2p 1p
6.	$\overrightarrow{\mathrm{MN}}=\overrightarrow{\mathrm{MB}}+\overrightarrow{\mathrm{BN}}=$ $=\frac{1}{3}\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\frac{2}{3}\overrightarrow{\mathrm{BC}}=$ $=\frac{1}{3}\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\frac{2}{3}\left(-\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\overrightarrow{\mathrm{AC}}\right)=$ $=-\frac{1}{3}\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\frac{2}{3}\overrightarrow{\mathrm{AC}}.$	1p 2p 1p 1p

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. a)	Demonstrarea relaţiei	5p
b)	$A^n(a,b)=A\left(a^n, na^{n-1}b\right),(\forall)\ n\in\mathbb{N}^*$ Demonstrarea prin inducţie sau cu metoda binomială	3p 2p
c)	$a^{2012}=1 \Rightarrow a=\pm 1$ $2012a^{2011}b=2012$ $a=1 \Rightarrow b=1 \Rightarrow A(1,1)$ $a=-1 \Rightarrow b=-1 \Rightarrow A(-1,-1)$	2p 1p 1p 1p

<table>
<tr><td>2.
a)</td><td>$\begin{cases} f(1)=0 \\ f(-1)=-4 \end{cases} \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow \begin{cases} a+b=0 \\ a-b=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=1 \end{cases}$</td><td>2p

3p</td></tr>
<tr><td>b)</td><td>Relaţiile lui Viette
$\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_3}=\frac{s_2}{s_3}=1$
$x_1^2+x_2^2+x_3^2=a^2-2$
$a^2-2=1 \Leftrightarrow a_{1,2}=\pm\sqrt{3}$</td><td>2p
1p
1p
1p</td></tr>
<tr><td>c)</td><td>$\Delta=s_1\left[s_2-\left(x_1^2+x_2^2+x_3^2\right)\right]=$
$=1(1+1)=2$</td><td>3p

2p</td></tr>
</table>

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

<table>
<tr><td>1.
a)</td><td>$f(x)=\begin{cases} x^2-x-2; \ x\in(-\infty,-1]\cup[2,\infty) \\ -x^2+x+2; \ x\in(-1,2) \end{cases}$

f derivabilă pe $\mathbb{R}\setminus\{-1,2\}$ (funcţii elementare) şi
$f'(x)=\begin{cases} 2x-1; \ x\in(-\infty,-1)\cup(2,\infty) \\ -2x+1; \ x\in(-1,2) \end{cases}$
$f_s'(-1)=-3, \ f_d'(-1)=3, \Rightarrow f$ nu e derivabilă în -1
analog f nu e derivabilă în 2
$\Rightarrow D'=\mathbb{R}\setminus\{-1,2\}$</td><td>1p

1p
1p
1p
1p</td></tr>
<tr><td>b)</td><td><table>
<tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td></td><td>-1</td><td></td><td>$\frac{1}{2}$</td><td></td><td>2</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr>
<tr><td>$f'(x)$</td><td></td><td>$- - - - - - - -$</td><td>|</td><td>$+ + + +$</td><td>$+0$</td><td>$- - - -$</td><td>|</td><td>$+ + + + + + +$</td><td></td></tr>
<tr><td>$f(x)$</td><td>∞</td><td>$\searrow$</td><td>0</td><td>$\nearrow$</td><td>$\frac{9}{4}$</td><td>$\searrow$</td><td>0</td><td>$\nearrow$</td><td>$+\infty$</td></tr>
</table>
Concluzia conform tabelului</td><td>3p</td></tr>
</table>

		2p
c)	$\lim_{x\to\infty} h(x)=\infty \Rightarrow h$ nu are asimptotă orizontală $m=\lim_{x\to\infty}\frac{h(x)}{x}=1$ $n=\lim_{x\to\infty}(h(x)-x)=-\frac{1}{2}$ $d: y=x-\frac{1}{2}$ asimptotă oblică spre ∞	1p 1p 2p 1p
2. a)	f continuă pe $(0,\mathrm{e})\cup(e,\infty)$ - funcţii elementare $f_s(e)=f(e)=f_d(e)=1\Rightarrow f$ continuă în e $\Rightarrow f$ continuă pe $(0,\infty)\Rightarrow f$ admite primitive pe $(0,\infty)$	2p 1p 2p
b)	$h(x)\le 0\,(\forall)\,x\in\left[e^{-1},1\right]$ $A=-\int_{\frac{1}{e}}^{1} x\ln x dx$ Integrând prin părţi $\Rightarrow A=\left(\frac{x^2}{4}-\frac{x^2}{2}\ln x\right)\Big\|_{\frac{1}{e}}^{1}=$ $=\frac{e^2-3}{4e^2}$	1p 1p 2p 1p
c)	$\ln x\le x-1\ (\forall)\,x\in[1,2]$ şi $\ln x\ge 0,\ x-1\ge 0\ (\forall)\,x\in[1,2]$ $\Rightarrow \ln^{2012} x\le (x-1)^{2012}\ \ (\forall)\,x\in[1,2]$ prin integrare pe $[1,2]\Rightarrow$ $\Rightarrow \int_1^2 f^{2012}(x)dx\le\frac{1}{2013}$	1p 1p 1p 1p 1p