BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE
Varianta 7

Prof . Badea Ion

- Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea punctajului obţinut la 10.

SUBIECTUL I (30 de puncte)

1.	$r=3$ $a_1=-15$ $S_n=0 \Leftrightarrow n=11$	1p 1p 3p
2.	$x \neq 1$ $\dfrac{x^2-x-6}{x-1} \leq 0$ $x \in (-\infty,-2] \cup (1,3]$ $A=\{2,3\}$	1p 1p 2p 1p
3.	$\dfrac{2}{3}\cdot\left(\dfrac{2}{3}\right)^x+\dfrac{2}{3}\cdot\left(\dfrac{2}{3}\right)^{-x}=\dfrac{13}{9}$ $\left(\dfrac{2}{3}\right)^x=t \Rightarrow \dfrac{2}{3}\cdot t+\dfrac{2}{3}\cdot\dfrac{1}{t}=\dfrac{13}{9}$ $\Leftrightarrow 6t^2-13t+6=0 \Rightarrow t_1=\dfrac{3}{2}, t_2=\dfrac{2}{3}$ $\left(\dfrac{2}{3}\right)^x=\dfrac{3}{2} \Rightarrow x=-1$ $\left(\dfrac{2}{3}\right)^x=\dfrac{2}{3} \Rightarrow x=1$	1p 1p 1p 1p 1p
4.	$A_5^3-A_4^2=$ $=60-12=48$	3p 2p
5.	$B'\left(\dfrac{5}{2},1\right), O(0,0)$ mijloacele laturilor ecuaţia dreptei determinate de două puncte OB': $2x-5y=0$	2p 1p 2p
6.	$p=9$ $S=\sqrt{9\cdot4\cdot3\cdot2}=6\sqrt{6}$ $r=\dfrac{S}{p}=\dfrac{2\sqrt{6}}{3}$	1p 2p 2p

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. a)	$\det A=\begin{vmatrix} a^2 & a & -1 \\ b^2 & b & -1 \\ c^2 & c & -1 \end{vmatrix}=$	2p
	$=(b-a)(c-b)(c-a)$	3p
b)	$d_x=(b-a)(c-b)(c-a)(a+b+c)$	3p
	$d_y=-(b-a)(c-b)(c-a)(ab+bc+ac)$	
	$d_z=-abc(b-a)(c-b)(c-a)$	
	$\Rightarrow x=a+b+c, y=-(ab+bc+ac), z=-abc$	2p
c)	Fie t_1,t_2,t_3 rădăcinile ecuaţiei date	1p
	Fie $\Rightarrow\begin{cases} t_1+t_2+t_3=x=a+b+c \\ t_1t_2+t_1t_3+t_2t_3=-y=ab+bc+ac \\ t_1t_2t_3=-z=abc \end{cases}$	2p
	$\Leftrightarrow\begin{cases} t_1=a \\ t_2=b \\ t_3=c \end{cases}$	2p
2. a)	Suma coficienţilor polinomului f este egală cu $f(1)$	2p
	$f(1)=7^{2012}+14\Leftrightarrow$	1p
	$f(1)=7(7^{2011}+2)\vdots 7$	2p
b)	$g=(x+2)(x+3)$	1p
	$f=(x+2)(x+3)\cdot q+r$, $\text{grad} r<2\Rightarrow r=ax+b$	1p
	$\left.\begin{array}{l} f(-2)=1^{2012}-8+10=3 \\ f(-2)=-2a+b \end{array}\right\}\Rightarrow -2a+b=3$; $\left.\begin{array}{l} f(-3)=(-1)^{2012}-12+10=-1 \\ f(-3)=-3a+b \end{array}\right\}\Rightarrow -3a+b=-1$	2p
	$\begin{cases} -2a+b=3 \\ -3a+b=-1 \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} a=4 \\ b=11 \end{cases}\Rightarrow r=4x+11$	1p
c)	$g(x)=(x+2)(x+3)\Rightarrow\dfrac{1}{g(x)}=\dfrac{1}{x+2}-\dfrac{1}{x+3},(\forall)x\in\mathbb{N}\Rightarrow$	2p
	$\Rightarrow S=\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{3}-\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{4}-\dfrac{1}{5}+....+\dfrac{1}{2015}-\dfrac{1}{2016}\Leftrightarrow$	2p
	$\Leftrightarrow S=\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{2016}=\dfrac{1007}{2016}$	1p

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. a)	$f'(x)=2\cdot e^{2x}+2x=2\left(e^{2x}+x\right)$	2p
	$f'(x)>0\,(\forall)\,x\in[0,1]$	2p
	$\Rightarrow f$ strict crescătoare pe $[0,1]$	1p
b)	$f(0)=-1<0,\ f(1)=e^2-1>0$	1p
	f continuă pe $[0,1]$	1p
	$\Rightarrow f$ are cel puţin o rădăcină în $(0,1)$ $\quad(1)$	1p
	f strict crescătoare pe $[0,1]$ $\quad(2)$	1p
	$(1),(2)\Rightarrow f$ are o singură rădăcină în $(0,1)$	1p
c)	$f''(x)=2\left(2e^{2x}+1\right),\ f'''(x)=2^3e^{2x}\Rightarrow P_3(A)\quad(\mathrm{I})$	2p
	$P_k(A)\Rightarrow P_{k+1}(A)$	
	$f^{(k+1)}(x)=\left(f^{(k)}(x)\right)'=\left(2^ke^{2x}\right)'=2^{k+1}e^{2x}\ (A)\quad(\mathrm{II})$	2p
	Din (I) şi $(\mathrm{II})\Rightarrow P_n\ (A)(\forall)n\in\mathbb{N},n\geq 3$	1p
2. a)	$\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\int_0^x f(t)dt}{x^3}=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\frac{(x+1)^3}{3}-\frac{1}{3}}{x^3}=$	3p
	$=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x+1)^3-1}{3x^3}=\dfrac{1}{3}$	2p
b)	$\int\dfrac{x}{(x+1)^2}dx=\int\dfrac{(x+1)-1}{(x+1)^2}dx=$	1p
	$\int\dfrac{1}{(x+1)}-\dfrac{1}{(x+1)^2}dx=\ln(x+1)+\dfrac{1}{x+1}+c$	1p
	Fie $H(x)=\ln(x+1)+\dfrac{1}{x+1}+c,$	1p
	$H(0)=-1\Leftrightarrow 1+c=-1\Leftrightarrow c=-2$	1p
	$\Rightarrow H(x)=\ln(x+1)+\dfrac{1}{x+1}-2$	1p