BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE
Varianta 9

Prof . Badea Ion

- Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea punctajului obţinut la 10.

SUBIECTUL I (30 de puncte)

1.	$\sqrt{5-2\sqrt{6}}=\sqrt{3}-\sqrt{2}$	2p
	$\sqrt{\left(1-\sqrt{2}\right)^2}=\sqrt{2}-1$	2p
	$N=0\in\mathbb{N}$	1p
2.	$\Delta=m^2-12$	1p
	$\Delta\geq 0\Leftrightarrow m^2-12\geq 0\Leftrightarrow$	2p
	$m\in\left(-\infty,-2\sqrt{3}\right]\cup\left[2\sqrt{3},\infty\right)$	2p
3.	$2\cdot 9^x=3^{x+1}+5\cdot 3^x-6$	2p
	$3^x=t\Rightarrow 2t^2=3t+5t-6\Leftrightarrow t^2-4t+3=0$	1p
	$t_1=1\Rightarrow x_1=0$	1p
	$t_2=3\Rightarrow x_2=1$	1p
4.	Nr. cazuri posibile =12	1p
	$C_{11}^0=C_{11}^{11}=1$	1p
	$C_{11}^k \vdots 11 (\forall) k\in\{1,2,...,10\}$	1p
	Nr. cazuri favorabile =10	1p
	$P=\frac{5}{6}$	1p
5.	$AB=\sqrt{5}, AC=\sqrt{20}, BC=5$	2p
	ΔABC dreptunghic în A (R.T.P)	1p
	M centrul cercului circumscris $\Rightarrow M$ mijlocul lui (BC)	1p
	$\Rightarrow M\left(\frac{1}{2},0\right)$	1p
6.	$m=0\Rightarrow \vec{u}$ şi $\vec{v}$ necoliniari	1p
	$m\neq 0\Rightarrow \frac{m^2-1}{m}=2$	2p
	$\Leftrightarrow m^2-2m-1=0\Leftrightarrow m_{1,2}=1\pm\sqrt{2}$	2p

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. a)	$\det A=5$ $A^2=\begin{pmatrix}-1 & 8\\ -4 & 7\end{pmatrix}$ $A^3=\begin{pmatrix}-9 & 22\\ -11 & 13\end{pmatrix}$.	1p 2p 2p
b)	$A^2=4A-5I_2$ se verifică prin calcul direct $A^{n+1}=4A^n-5A^{n-1},\ (\forall)n\in\mathbb{N}, n\geq 2$ se demonstrează prin inducţie matematică	2p 3p
c)	Presupunem că $(\exists)m\in\mathbb{N}^*$ astfel încât $A^m=I_2\Rightarrow \det A^m=1\Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow(\det A)^m=1\Leftrightarrow 5^m=1$ fals	2p 3p
2. a)	$f=g\cdot h+r$ $h=X^4-X^3+X$ $r=-X^3+1$	1p 2p 2p
b)	Relaţiile lui Viette $\begin{cases}s=x_1+x_2=-1\\ p=x_1\cdot x_2=1\end{cases}$ $x_1^2+x_2^2=s^2-2p=-1$ x_1 şi x_2 rădăcinile lui $g\Rightarrow\begin{cases}x_1^2+x_1+1=0/\cdot x_1\\ x_2^2+x_2+1=0/\cdot x_2\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x_1^3=-x_1^2-x_1\\ x_2^3=-x_2^2-x_2\end{cases}$ $\Rightarrow x_1^3+x_2^3=1+1=2$	1p 1p 2p 1p
c)	$f\left(x_1^2\right)+f\left(x_2^2\right)=\left(x_1^{16}+x_1^8+1\right)+\left(x_2^{16}+x_2^8+1\right)=$ $=\left(x_1+x_2\right)+\left(x_1^2+x_2^2\right)+2=$ $=-1-1+2=0\in\mathbb{N}$	2p 2p 1p

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. a)	$\lim\limits_{x\to\infty}f(x)=0$ $\lim\limits_{x\to 1}f(x)\overset{\left(\frac{0}{0}\right)}{=}\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{1}{\sqrt{3+x}+2}=\dfrac{1}{4}$	2p 3p
b)	$f^2(x)=-2f'(x)\cdot\sqrt{3+x}\Leftrightarrow-\dfrac{f'(x)}{f^2(x)}=\dfrac{1}{2\sqrt{3+x}}\Leftrightarrow\left(\dfrac{1}{f(x)}\right)'=\dfrac{1}{2\sqrt{3+x}}$ $\dfrac{1}{f(x)}=\sqrt{3+x}+2\Leftrightarrow\left(\dfrac{1}{f(x)}\right)'=\dfrac{1}{2\sqrt{3+x}}\Rightarrow$ relaţia adevărată $f'(x)=-\dfrac{f^2(x)}{2\sqrt{3+x}}<0\ (\forall)x\in(-3,1)\cup(1,\infty),\ f_s(1)=f_d(1)=\dfrac{1}{4}$ $\Rightarrow f$ strict descrescătoare pe D	1p 1p 2p 1p

c)	Ecuaţia tangentei la grafic într-un punct $f(-2)=\frac{1}{3}, f'(-2)=-\frac{f^2(-2)}{2}=-\frac{1}{18}$ $\Rightarrow y-f(-2)=f'(-2)(x+2)\Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow x+18y-4=0$	1p 2p 1p 1p
2. a)	F derivabilă pe $\mathbb{R}$ $\quad(1)$ $F'(x)=\left(e^{\cos x}+\sin x-x+1\right)'==-\sin x\cdot e^{\cos x}+\cos x-1=f(x)\ \ (\forall)x\in\mathbb{R}\quad(2)$ (1)şi $(2)\Rightarrow F$ primitivă pentru f	1p 2p 2p
b)	$\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)dx=F(x)\Big\vert_0^{\frac{\pi}{2}}=$ $=\left(e^{\cos x}+\sin x-x\right)\Big\vert_0^{\frac{\pi}{2}}=$ $=2-e-\frac{\pi}{2}$	2p 1p 2p
c)	$\int_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{f(x)-\cos x+1}{\left(\sin^2 x-1\right)e^{\cos x}}dx=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{\sin x}{\cos^2 x}dx=$ $=\frac{1}{\cos x}\Big\vert_0^{\frac{\pi}{4}}=$ $=\sqrt{2}-1$	2p 2p 1p