100
2010
Anul Matematicii în
Școala Românească
www.anulmatematicii.ro

INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN BRĂILA

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ

ETAPA LOCALĂ, 13.02.2010

CLASA a V a

1. a) Arătaţi că numărul $A=8^{n+1}\cdot 2^{n+3}+3\cdot 8^{n}\cdot 2^{n+1}+15\cdot 8^{n}\cdot 2^{n+1}$ este pătrat perfect.

b) Suma a 40 numere impare distincte este 1602. Arătaţi că cel puţin unul este mai mare decât 80.

Tilincă Daniela şi Mihăilă Adriana, Brăila

2. Fie numărul natural n. Numărul natural *a* se numeşte „ prieten al lui *n*” dacă prin împărţirea lui *a* la *n* se obţine câtul egal cu restul.

a) Determinaţi restul împărţirii unui prieten al lui *n* la *n*+1.

b) Determinaţi $n\in\mathbb{N}$ ştiind că suma prietenilor săi este egală cu 495.

Pancu Irinel, Brăila

3. Să se determine cel mai mic număr natural format din cifre distincte pentru care resturile împărţirii acestuia la $15, 27, 35$ sunt respectiv $9, 21, 29$.

Narcis Gabriel Turcu, Brăila

4. Se consideră mulţimea $A=\left\{x \middle| x=n^4; n\in\mathbb{N}\right\}$. Arătaţi că în orice submulţime cu cinci elemente a lui *A* se găsesc cel puţin două a căror diferenţă este divizibilă cu 10.

Gazeta Matematică, Dumitru Preoteasa, Giurgiu

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 7 puncte pentru fiecare subiect.Timp de lucru 3 ore.

INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN BRĂILA

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ

ETAPA LOCALĂ, 13.02.2010

CLASA a VI a

1. Determinaţi numerele prime a,b,c,d care îndeplinesc condiţia:
$$a+3b+12c+18d=2007$$

Pancu Irinel, Brăila

2. Ştiind că mulţimea $\{n,n+3,n+9,n+15\}, n$ număr natural , conţine numai numere prime determinaţi $x\in\mathbb{N}^*$ pentru care $\dfrac{n^x+(n+1)^x}{n+3}\in\mathbb{N}$.

Tilincă Daniela şi Mihăilă Adriana, Brăila

3. Să se afle $a_1,a_2,...,a_{2010}$ numere naturale nenule pentru care avem:
$$\frac{1\cdot 2}{a_1\cdot a_2}=\frac{2\cdot 3}{a_2\cdot a_3}=...=\frac{2009\cdot 2010}{a_{2009}\cdot a_{2010}} \text{ şi } a_1+a_{2010}=1006.$$
Demonstraţi că $S=a_1+a_2+...+a_{2010}\,\vdots\,2010$.

Carmen şi Viorel Botea, Brăila

4. Fie ΔABC şi I punctul de intersecţie al bisectoarelor unghiurilor lui. Notăm cu D şi E mijloacele laturilor $[AB]$, respectiv $[AC]$. Să se arate că ΔABC $([AB]\equiv[AC])$ este isoscel dacă şi numai dacă $[ID]\equiv[IE]$.

Gazeta Matematică, Gabriela Dincă şi Viorel Dincă, Giurgiu

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 7 puncte pentru fiecare subiect.Timp de lucru 3 ore.

100
2010
Anul Matematicii în
Școala Românească
www.anulmatematicii.ro

INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN BRĂILA

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ

ETAPA LOCALĂ, 13.02.2010

CLASA a VII a

1. Se consideră paralelogramul *ABCD*, *M* mijlocul laturii $[BC]$ şi P, Q proiecţiile lui D pe AM, respectiv a lui A pe DM. Să se arate că $BQ = CP$.

Marina Cristina Marioane, Petroşani

2. Fie S şi T două puncte în interiorul triunghiul *ABC* dreptunghic în *A*, astfel încât $AS \perp BS, AT \perp BT$. Dacă $ST \perp BC$, demonstraţi că $AS = DT$, unde D este piciorul perpendicularei din *A* pe [*BC*].

Stănică Nicolae, Brăila

2. Se consideră numărul $a = \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + ... + \frac{1}{100^2}$. Demonstraţi că $0,2 < \sqrt{\frac{a}{11}} < 0,3$.

Gazeta Matematică, Vasilica Dilimoţ Niţă, Bucureşti

3. Să se arate că $\frac{7}{3} + \frac{11 + 2\sqrt{7}}{\sqrt{7} + 2} + ... + \frac{95 + 7\sqrt{46}}{\sqrt{46} + 7} \in \mathbb{N}$.

Viorel Botea, Brăila

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 7 puncte pentru fiecare subiect.Timp de lucru 3 ore.

INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN BRĂILA

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ

ETAPA LOCALĂ, 13.02.2010

CLASA a VIII a

1. Determinaţi numerele reale x, y, z ştiind că $x+y+z=6$ şi $xy+xz+yz=12$.

Gazeta Matematică, Gheorghe Parancea, Moeciu, Braşov

2. Să se determine mulţimea:

$$A=\left\{\left(p,q,k\right)\in \mathbb{N}^{*}\text{x } \mathbb{N}^{*}\text{x } \mathbb{N}^{*} \middle| \, pqk\le 2010,\ \frac{5\left(36p^2+q^2\right)}{4pq}+\frac{12pq}{36p^2+q^2}=k\right\}.$$

Gabriel Daniilescu, Brăila

3. În cubul $ABCDA'B'C'D'$, aria triunghiului DOB este $\sqrt{3}$ cm^2, unde $\{O\}=BC'\cap B'C$.

a) Calculaţi valoarea cosinusului unghiului determinat de dreptele DO şi $A'B$.

b) Determinaţi distanţa de la M la (AOC), unde M este mijlocul $[AB]$.

Stănică Nicolae, Brăila

4. Dacă $x\in(0,2)$, demonstraţi că $\left(1+\frac{1}{\sqrt{x}}\right)\left(1+\frac{1}{\sqrt{2-x}}\right)\ge 4$.

Popa Octavia, Brăila

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 7 puncte pentru fiecare subiect.Timp de lucru 3 ore.