

PROIECT DIDACTIC

Clasa: a XII-a D

Profesor: Dobre Andrei - Octavian

Unitatea de învățământ: Gr. Sc. Transporturi Ploiesti

Disciplina: Matematic

Unitatea de învățare: Primitive

Titlul lecției: *Integrarea prin parti*

Tipul lecției: Consolidare a cunoștințelor prin aplicații

Data: 17.11.2010

Competențe generale :

1. Identificarea unor date și relații matematice și corelarea lor în funcție de contextul în care au fost definite
2. Prelucrarea datelor de tip cantitativ, calitativ, structural sau contextual cuprinse în enunțuri matematice
3. Utilizarea algoritmilor și a conceptelor matematice pentru caracterizarea locală sau globală a unei situații concrete
4. Explicarea caracteristicilor matematice cantitative sau calitative ale unei situații concrete și a algoritmilor de prelucrare a acestora
5. Analiza și interpretarea caracteristicilor matematice ale unei situații problematice în scopul gășirii de strategii pentru optimizarea soluțiilor
6. Modelarea matematică a unor contexte problematice, prin integrarea cunoștințelor din diferite domenii

Competențe specifice :

1. Identificarea legăturilor dintre o funcție continuă și derivata sau primitiva acesteia
2. Stabilirea unor proprietăți ale calculului integral, prin analogie cu proprietăți ale calculului diferențial
3. Identificarea aplicațiilor care se pot integra prin parti

Metode și procedee de instruire: conversația, exemplificarea, problematizarea, expunerea, explicația, exercițiul.

Mijloace de învățământ: manualul, culegeri, fișe, creta, tabla.

Bibliografie: manualul de matematică pentru clasa a XII-a (Ed MATHPRESS –Mircea Ganga), Variante Bac 2009, www.mateinfo.ro

Evenimentele instruirii	Activitatea profesorului	Activitatea elevilor	Resurse i strategii didactice	Evaluare
1. Organizarea clasei	Profesorul noteaz absen ele Face observa ii i recomand ri, dac este cazul	Elevii r spund la întreb rile puse de profesor, î i însu esc observa iile i recomand rile primite		
2. Verificarea temei	Verific tema pentru acas	Elevii r spund la întreb rile profesorului si rezolva la tabla exercitiile cu dificultati.		Observarea sistematic a elevilor i aprecierea verbal
3. Reactualizarea no iunilor însu ite anterior	Profesorul scrie pe tabla titlul lectiei „Integrale prin parti – Aplicatii” dupa care intreaba formulele de integrale nedefinite dar si cateva formule ale derivatelor Profesorul intreaba elevii formula de integrare prin parti pe care acestia o vor scrie pe tabla. . Profesorul le da elevilor fisele de lucru si un material de pe www.mateinfo.ro unde sunt date formulele de integrale nedefinite si derivate	Elevii noteaz pe caiete titlul lectiei si si vor scrie pe tabla si pe caiet formula de integrare prin parti . <div style="border: 1px solid black; padding: 10px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> $\int f(x) \cdot g'(x) dx = f(x) \cdot g(x) - \int f'(x) \cdot g(x) dx$ </div>	Manual, culegeri, conversa ia, exerci iul, problematizar ea, descoperirea	
4. Comunicarea tipului de exercitii propuse pentru rezolvare	Profesorul anun exercitiile care se rezolva prin metoda „Integrarea prin parti” astfel incearca sa acopere cat mai multe tipuri de integrale prin parti.	Elevii ies la tabl i rezolv exerci iile.	Expunerea	

<p>5. Desfășurarea lecțiilor</p>	<p>Integrarea prin părți Aplicații</p> <p>1. $I = \int (x+1) \ln x dx$, $x > 0$</p> <p>2. $\int (x^2 - 2x - 1)e^x dx$, $x \in \mathbb{R}$</p>	<p>1. $I = \int (x+1) \ln x dx$</p> $\left. \begin{aligned} f = \ln x &\Rightarrow f' = \frac{1}{x} \\ g' = x+1 &\Rightarrow g = \frac{x^2}{2} + x \end{aligned} \right\} \Rightarrow I = \left(\frac{x^2}{2} + x\right) \ln x - \int \frac{1}{x} \cdot \left(\frac{x^2}{2} + x\right) dx \Rightarrow$ $I = \frac{x^2}{2} \ln x - \int \left(\frac{x^2}{2x} + \frac{x}{x}\right) dx = \frac{x^2}{2} \ln x - \frac{x^2}{4} + x + C$ <p>2. $I = \int (x^2 - 2x - 1)e^x dx$ $f(x) = (x^2 - 2x - 1)$ $f'(x) = 2x - 2$ $g'(x) = e^x$ $g(x) = e^x$ $I = e^x(x^2 - 2x - 1) - 2 \int (x - 1)e^x dx$ $II = \int (x - 1)e^x dx = (x - 1)e^x - e^x + C$ $I = e^x(x^2 - 2x - 1) - 2[(x - 1)e^x - e^x] + C$ $= e^x(x^2 - 4x + 3) + C$</p> <p>Această integrală se mai poate rezolva folosind metoda coeficienților nedeterminați</p> $\int P_n(x)e^{ax} = Q_n(x) \cdot e^{ax} + C$ <p>$Q_n(x)$ este un polinom de grad n egal cu gradul lui P ai cărui coeficienți se determină din condiția</p> $[Q_n(x)e^{ax}]' = P_n(x)e^{ax}, \quad x \text{ real}$ $\int (x^2 - 2x - 1)e^x dx = (ax^2 + bx + c)e^x + C$ $[(ax^2 + bx + c)e^x]' = (x^2 - 2x - 1)e^x$ $((ax^2 + (2a + b)x + b + c)e^x)' = (x^2 - 2x - 1)e^x$	<p>Manual, culegeri, conversația, exercițiul, problematizarea, descoperirea, modelarea</p>	<p>Observarea sistematică a elevilor și aprecierea verbală</p>
---	---	---	--	--

$$5. I = \int x^2 \cos x dx$$

$$x \in R$$

$$6. \int x \sqrt{x^2 + 49} dx$$

$$5. I = \int x^2 \cos x dx$$

$$\left. \begin{array}{l} f = x^2 \Rightarrow f' = 2x \\ g' = \cos x \Rightarrow g = \sin x \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$I = x^2 \sin x - 2 \int x \sin x dx = x^2 \sin x - 2I_1$$

$$I_1 = \int x \sin x dx$$

$$\left. \begin{array}{l} f = x \Rightarrow f' = 1 \\ g' = \sin x \Rightarrow g = -\cos x \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$I_1 = -x \cos x - \int \cos x dx =$$

$$-x \cos x - \sin x + C$$

$$\text{Deci, } I = x^2 \sin x - 2(-x \cos x - \sin x) + C =$$

$$x^2 \sin x + 2x \cos x + 2 \sin x + C$$

$$6. \text{ se amplifica cu } \sqrt{x^2 + 49}$$

$$I = \int x \sqrt{x^2 + 49} dx = \int x \frac{x^2 + 49}{\sqrt{x^2 + 49}} dx$$

$$= \int \frac{x^3}{\sqrt{x^2 + 49}} dx + 49 \int \frac{x}{\sqrt{x^2 + 49}} dx =$$

$$(\sqrt{x^2 + 49})' = \frac{x^2}{\sqrt{x^2 + 49}}$$

rezulta

$$I = \int x^2 \frac{x}{\sqrt{x^2 + 49}} dx + 49 \int \frac{x}{\sqrt{x^2 + 49}} dx =$$

$$\int x^2 (\sqrt{x^2 + 49})' dx + 49 \sqrt{x^2 + 49}$$

$$I = x^2 (\sqrt{x^2 + 49}) - 2I + 49 \sqrt{x^2 + 49}$$

$$I = \frac{1}{3} (x^2 (\sqrt{x^2 + 49}) + 49 \sqrt{x^2 + 49}) + C$$

5. Consolidare și fixare. Asigurarea feedback-ului	După rezolvarea exercițiilor, profesorul verifică prin întrebări metodele folosite pentru rezolvarea integralelor .	Elevii răspund întrebărilor profesorului	Conversație euristică	Evaluare frontală
6. Tema pentru acasă	Profesorul anunță tema pentru acasă : Exercițiile nerezolvate din fișă . Elevii pot fi ajutați prin intermediul forumului site-ului www.mateinfo.ro	Elevii își notează tema		

FI DE LUCRU
Integrale prin parti
 CLASA a XII a C

<i>Subiectul I</i>	<i>Subiectul II</i>
<div style="border: 1px solid black; padding: 2px; margin-bottom: 5px;">1. $\int (x+1)\ln x \, dx, x > 0$</div> 2. $\int x^2 \ln x \, dx, x > 0$ 3. $\int \ln^2 x \, dx, x > 0$ 4. $\int x^2 \ln^2 x \, dx, x > 0$ 5. $\int (x^2 - 3x)\ln x \, dx, x > 0$ 6. $\int \ln(x^2 + 1) \, dx, x \in \mathbb{R}$ 7. $\int \frac{\ln x}{x^2} \, dx, x > 0$ 8. $\int \sqrt{x} \ln x \, dx, x > 0$	<div style="border: 1px solid black; padding: 2px; margin-bottom: 5px;">1. $\int (x^2 - 2x - 1)e^x \, dx, x \in \mathbb{R}$</div> 2. $\int x e^{-x} \, dx, x \in \mathbb{R}$ 3. $\int x^2 e^{2x} \, dx, x \in \mathbb{R}$ 4. $\int x 3^x \, dx, x \in \mathbb{R}$ 5. $\int x^2 5e^x \, dx, x \in \mathbb{R}$ 6. $\int (x^3 + 5x^2 - 2)e^{2x} \, dx$ 7. $\int (x^2 + 2x)e^{3x} \, dx, x \in \mathbb{R}$ 8. $\int x^2 e^{-\frac{x}{2}} \, dx, x \in \mathbb{R}$
<i>Subiectul III</i>	<i>Subiectul IV</i>
<div style="border: 1px solid black; padding: 2px; margin-bottom: 5px;">1. $\int x \arctg x \, dx, x \in \mathbb{R}$</div> 2. $\int x \arcsin x \, dx, x \in (-1, 1); x \in [-1, 1]$ 3. $\int \arccos x \, dx, x \in (-1, 1); x \in [-1, 1]$ 4. $\int \arctg x \, dx, x \in \mathbb{R}$ 5. $\int (\arcsin x)^2 \, dx, x \in (-1, 1)$	<div style="border: 1px solid black; padding: 2px; margin-bottom: 5px;">1. $\int e^x \sin x \, dx, x \in \mathbb{R}$</div> 2. $\int e^x \cos x \, dx, x \in \mathbb{R}$ 3. $\int 2^x \sin x \, dx, x \in \mathbb{R}$ 4. $\int e^{2x} \sin 3x \, dx, x \in \mathbb{R}$ 5. $\int e^x \sin x^2 \, dx, x \in \mathbb{R}$ 6. $\int e^{2x} \cos^2 x \, dx, x \in \mathbb{R}$
<i>Subiectul V</i>	<i>Subiectul VI</i>
<div style="border: 1px solid black; padding: 2px; margin-bottom: 5px;">1. $\int x^2 \cos x \, dx, x \in \mathbb{R}$</div>	<div style="border: 1px solid black; padding: 2px; margin-bottom: 5px;">1. $\int x \sqrt{x^2 + 49} \, dx, x \in \mathbb{R}$</div>

2. $\int \sqrt{\sin^2 x} dx, x \in \mathbb{R}$	2. $\int \sqrt{x^2 - 25} dx, x \in (5, \infty)$ si apoi $x \in [5, \infty)$
3. $\int x \cos x dx, x \in \mathbb{R}$	3. $\int \sqrt{16 - x^2} dx, x \in (-4, 4)$ si apoi $x \in [-4, 4]$
4. $\int x \sin 2x dx, x \in \mathbb{R}$	4. $\int x \sqrt{x^2 - 25} dx, x \in (5, \infty)$
5. $\int x \sin^2 x dx, x \in \mathbb{R}$	5. $\int x^2 \sqrt{x^2 - 25} dx, x \in (5, \infty)$
6. $\int x^2 \cos 2x dx, x \in \mathbb{R}$	6. $\int x \sqrt{x^2 + 1} dx, x \in \mathbb{R}$
7. $\int (x^2 - 3x + 5) \sin 2x dx, x \in \mathbb{R}$	
8. $\int x^3 \sin x dx, x \in \mathbb{R}$	

Aveti acum si un AJUTOR ONLINE pe www.mateinfo.ro/forum unde veti fi ajutat de un profesor sau elev . Scopul acestui proiect este de a va ajuta, in primul rand, intre voi cu mici idei la solutionarea unor probleme mai dificile (in afara programului scolar) unde profesorul sa intervina doar atunci cand este cazul.