Problema propusa pentru olimpiada de matematica

clasa a -V-a

1. Se consideră mulțimea $A=\{ 7^{35}\ ,\ 81^{27}\ ,\ 4^{54} \}$ şi numărul

$x = [\ 5\cdot 25^{12}:125^{8} - 16^{4}:2^{2^{4}} + (9^{2})^{7} : 3^{3^{3}} + 49^{2}: 7^{4}]^{36}$

a) Arătați că x este element al mulțimii A .

b) Dacă y este suma elementelor mulțimii A , arătați că 10 / y

c) Stabiliți dacă z este pătrat şi cub perfect , unde z este cel mai mare element din mulțimea A .

<u>Soluția problemei</u>

a) $X= (5 - 1 +3 +1)^{36} = 8^{36} = (2^{3})^{36} = 2^{108}$

$4^{54}= (2^{2})^{54} = 2^{108} \Rightarrow x \in A$

b) $u.c.\ (7^{35} + 81^{27} + 4^{54}) = u.c.\ 7^{35} + u.c.\ 81^{27} + u.c.\ 4^{54} =$

$u.c.\ 7^{3} + u.c.\ 1^{27} + u.c.\ 4^{2} = u.c.\ (\ 3 +1+6\ ) = 0 \Rightarrow 10/\ y$

c) Comparăm elementele mulțimii A

$81^{27} = (3^{4})^{27} = 3^{108}$

$4^{54}= (2^{2})^{54} = 2^{108} \Rightarrow 4^{54} < 3^{108}$

$7^{35} < 8^{36}$

$8^{36} = (2^{3})^{36} = 2^{108} \Rightarrow 7^{35} < 4^{54} < 81^{27} \Rightarrow z = 81^{27}$

a = patrat perfect daca $a = k^{2}$

$81^{27} = (3^{4})^{27} = 3^{108} = (\ 3^{54})^{2} =$ patrat perfect

a = cub perfect daca $a = k^{3}$

$81^{27} = (3^{4})^{27} = 3^{108} = (\ 3^{36})^{3} =$ cub perfect

Problemă propusă pentru olimpiada de matematică
Clasa a-VI-a

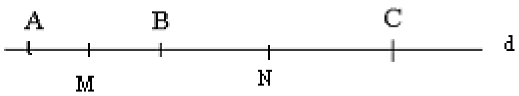
1) Fie o dreaptă d , pe care se găsesc punctele A, B , C în această ordine . Segmentul [AB] are lungimea de 88 cm şi este împărțit de 12 puncte în părți egale , iar segmentul [BC] este împărțit de 169 de puncte în părți egale cu lungimea egală cu lungimea părților segmentului AB . Dacă M şi N sunt mijloacele segmentelor [AB] , respectiv [BC] , să se afle :

a) 5 |AB| + 3 |BC| =

b) Valoarea raportului $\dfrac{AM + CN}{BN - BM}$

c) Dacă P este un punct care nu aparține dreptei d , iar măsura unghiului $\prec (PBA)$ este 87,5 % din măsura unghiului $\prec (PBC)$, să se afle măsurile $\prec (PBA)$ şi $\prec (PBC)$

Soluția problemei



AB împărțit de 12 puncte în părți egale $\Rightarrow$ 11 segmente congruente , fiecare de 8 cm .
BC împărțit de 169 puncte în părți egale $\Rightarrow$ 168 segmente congruente a 8 cm fiecare
BC = 168 segmente congruente x 8 cm = 1344 cm

a) 5 |AB| + 3 |BC| = $5 \cdot 88 + 3 \cdot 1344 = 440 + 4032 = 4472$cm

b) M mijlocul lui [AB] $\Rightarrow$ MA = MB = $\dfrac{AB}{2} = \dfrac{88}{2} = 44cm$

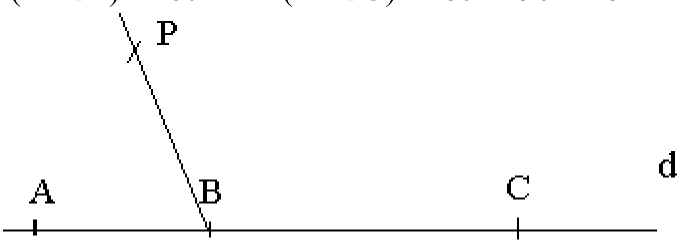
N mijlocul lui [BC] $\Rightarrow$ NB = NC = $\dfrac{BC}{2} = \dfrac{1344}{2} = 672cm$

$$\frac{AM + CN}{BN - BM} = \frac{44 + 672}{672 - 44} = \frac{716}{628} = \frac{179}{157}$$

c) $m(\prec PBA) + m\ (\prec PBC) = 180^0$ şi $m(\prec PBA)$ =87,5 % $\cdot\ m\ (\prec PBC) \Rightarrow$

$\frac{7}{8}\ m\ (\prec PBC) + m\ (\prec PBC) = 180^0 \Rightarrow m\ (\prec PBC) = 96^0$

$m(\prec PBA) = 180^0 - m\ (\prec PBC) = 180^0 - 96^0 = 84^0$



Problemă propusă pentru olimpiada de matematică

Clasa a VI-a

Enunț

Fie mulțimea A = $\{\frac{2010}{101}, \frac{2011}{102}, \frac{2012}{103}, ... \}$.

1. Aflați numărul rațional din mulțimea A , situat pe locul 2010
2. Aflați numere naturale din mulțimea A .

Prof. Vasile Uleanu Şcoala cu cls . I-VIII „Armand Călinescu" Curtea de Argeş

Rezolvare

1. Forma elementelor din mulțimea A este :

A = $\{\frac{2010+0}{101+0}, \frac{2010+1}{101+1}, \frac{2010+2}{101+2}, ..., \frac{2010+n}{101+n}, ...\}$.unde $n \in N$

Numărul rațional din mulțimea A , situat pe locul 2010 se obține pentru n= 2009

$\frac{2010+2009}{101+2009} = \frac{4019}{2110}$

2. Pentru a afla numerele naturale din mulțimea A , vom pune condiția ca

$\frac{2010+n}{101+n} \in N$ $\Rightarrow$ n+101 / n+2010 $\Rightarrow$ $\begin{cases} n+101 / n+2010 \\ n+101 / n+101 \end{cases}$ $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ n+101/ n+2010 –n–101 $\Rightarrow$ (n+101) / 1909

Mulțimea divizorilor naturali ai lui 1909 este D_{1909} = {1, 23, 83, 1909} şi verifică doar n+101= 1909 $\Rightarrow$ n= 1808

Calculând $\frac{2010+1808}{101+1808} = \frac{3818}{1909} = 2 \in N$

Mulțimea are un singur element număr natural .

Prof. gradul I, Vasile Uleanu
Şcoala cu cls . I-VIII „Armand Călinescu" Curtea de Argeş