

**Problema propusa pentru concursuri de matematica**

Clasa a –VI-a

Se dă numărul  $N = \overline{abc} + \overline{bca} + \overline{cab}$  , unde a,b,c sunt cifre nenule și  $a \neq b \neq c$

- i) Aflați numărul N , a ,b,c, sunt cifre consecutive în această ordine și  $a+b+c=6$
- ii) Arătați ca fracția  $\frac{\overline{abc} + \overline{bca} + \overline{cab}}{185}$  se simplifică cu 37 .
- iii) Dacă a,b,c sunt cifre pătrate perfecte și  $a \neq b \neq c$  , rezolvați în mulțimea Q ecuația :

$$\frac{N}{185} + x = 0,2 \cdot 47$$

Soluție .

- i)  $a+b+c=6$  și a ,b,c, sunt cifre consecutive nenule în această ordine  $\Rightarrow a=1 , b=2 , c=3$   
 $\Rightarrow N= 123+231+312=666$

$$ii) N = \overline{abc} + \overline{bca} + \overline{cab} = 111 \cdot (a+b+c) = 37 \cdot 3 \cdot (a+b+c) \Rightarrow \frac{\overline{abc} + \overline{bca} + \overline{cab}}{185}$$

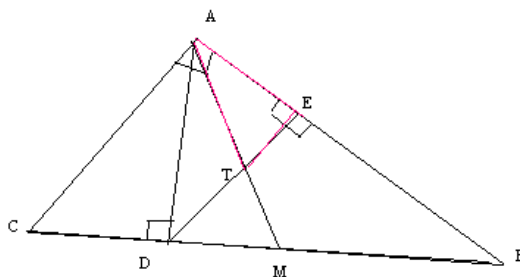
se simplifică cu 37 , pentru că și  $185 = 5 \cdot 37$

- iii)  $a \neq b \neq c$  ,și a,b,c sunt cifre pătrate perfecte  $\Rightarrow \{a,b,c \} = \{1,4,9 \} \Rightarrow$

$$N=111(1+4+9) = 111 \cdot 14 \Rightarrow \frac{111 \cdot 14}{185} + x = 0,2 \cdot 47 \Rightarrow x = 1$$

Clasa a-VII-a

- 1) Fie  $\Delta ABC$  cu  $AC=30$  cm ,  $AB= 133,3(3) \%$  din  $AC$  , D este proiecția punctului A pe BC , M este mijlocul laturii BC și  $MB = 25$  cm . Punctul D se proiectează pe latura AB în punctul E . a) Calculați perimetrul triunghiului ATE , unde  $\{ T \} = AM \cap DE$  . b) Aflați aria patrulaterului ACDT



Soluția problemei

$$a) 133,3\% = \frac{4}{3} \Rightarrow AB = 30 \cdot \frac{4}{3} = 40 \text{ cm}$$

M mijlocul lui BC  $\Rightarrow MB=MC = 25 \text{ cm} \Rightarrow BC= 50 \text{ cm}$

In  $\Delta ABC$  aplicand reciproca teoremei lui Pitagora  $\Rightarrow 50^2=30^2+40^2 \Rightarrow \Delta ABC$  m( $\sphericalangle A$ ) =  $90^0$

AM este mediana din unghiul drept al  $\Delta ABC$  m( $\sphericalangle A$ ) =  $90^0 \Rightarrow AM=MB=MC = 25 \text{ cm}$

D proiectia punctului A pe BC  $\Rightarrow AD \perp BC$  si  $\sphericalangle ADC = \sphericalangle ADB = 90^0 \Rightarrow \Delta ADC$  si

$\Delta ADB$  triunghiuri dreptunghice  $\Rightarrow CD= 18 \text{ cm}$  si  $BD = 32 \text{ cm}$  ( teorema catetei aplicata in  $\Delta ABC$  )

$AD = 24 \text{ cm}$  ( teorema inaltimii aplicata in  $\Delta ABC$  )

Punctul E este proiectia punctului D pe AB  $\Rightarrow DE \perp AB$  si  $\sphericalangle AED = \sphericalangle DEB = 90^0 \Rightarrow$

$\Delta AED$  si  $\Delta DEB$  triunghiuri dreptunghice in E .

$AC \perp AB$  si  $DE \perp AB \Rightarrow AC \parallel ED \Rightarrow AEDC$  trapez dreptunghic  $\sphericalangle A = \sphericalangle E = 90^0$

Calculam AE

In  $\Delta ABC$  cu  $AC \parallel ED$  aplicand teorema lui Thales  $\Rightarrow \frac{AE}{AB} = \frac{CD}{BC} \Rightarrow \frac{AE}{40} = \frac{18}{50}$   $AE = 14,4$

cm

$\Delta ACD \sim \Delta ATE$  ptr ca  $\sphericalangle E = \sphericalangle D = 90^0$  si  $\sphericalangle EAT = \sphericalangle CAD = \sphericalangle ABM$  (  $\Delta ABM$  tr isoscel )

$$\Rightarrow \frac{AC}{AT} = \frac{AD}{AE} = \frac{CD}{ET} \Rightarrow \frac{30}{AT} = \frac{24}{14,4} = \frac{18}{ET} \Rightarrow AT = 18 \text{ cm} \quad ET = 10,8 \text{ cm}$$

P  $\Delta AET = AE + ET + AT = 14,4 + 10,8 + 18 = 43,2 \text{ cm}$

$$b) \text{ACDT trapez , deoarece } DE \parallel AC \Rightarrow A = \frac{B+b}{2} h = \frac{AC + DT}{2} \cdot AE$$

DE poate fi calculat fie din asemanarea  $\Delta BED$  cu  $\Delta BAC$  , fie ca inaltime in  $\Delta ABD$   
 $DE = 19,2 \text{ cm}$

$$DT = DE - ET = 19,2 - 10,8 = 8,4 \text{ cm}$$

$$A = 276,48 \text{ cm}^2$$

Prof. , Vasile Uleanu

Școala cu cls . I-VIII „Armand Călinescu” Curtea de Argeș