

Elemente de combinatorică

Fie n și p două numere naturale nenule. Numarul de siruri cu p elementele apartinand unei multimi cu n elemente este n^p .

Fie E și F două multimi nevide. Dacă $\text{Card } E=p$ și $\text{Card } F=n$, atunci numarul functiilor definite pe E cu valori in multimea F este n^p .

- ◆ Prin conventie, $0!=1$ Notam $n!=1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n, n \geq 1$

Fie E o multime nevida cu n elemente.

1. Exista n^p siruri cu p elemente din multimea E .
2. Numarul aranjamentelor cu n elemente luate p , $0 \leq p \leq n$, este A_n^p , unde

$$A_n^p = n(n-1)(n-2)\dots(n-p+1) \text{ sau } A_n^p = \frac{n!}{(n-p)!}$$

3. Numarul permutarilor de n elemente este $P_n = n!$

4. Combinari de n elemente luate p , $0 \leq p \leq n$, este $C_n^p = \frac{A_n^p}{P_p} = \frac{n!}{p!(n-p)!}$

- ◆ Formula combinarilor complementare: $C_n^p = C_n^{n-p}$
- ◆ Formula de descompunere a combinarilor: $C_n^p = C_{n-1}^p + C_{n-1}^{p-1}$

Binomul lui Newton

Fie numerele reale a și b și numarul natural nenul n . Avem:

$$(a+b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + \dots + C_n^k a^{n-k} b^k + \dots + C_n^n b^n + \sum_{k=0}^n C_n^k a^{n-k} b^k$$

$$(a-b)^n = a^n - C_n^1 a^{n-1} b + C_n^2 a^{n-2} b^2 - C_n^3 a^{n-3} b^3 + \dots + (-1)^k C_n^k a^{n-k} b^k + \dots + (-1)^n C_n^n b^n.$$

Termenul de rang k din binomul lui Newton este $T_{k+1} = C_n^k a^{n-k} b^k, k \in \{0,1,2,\dots,n\}$

$$C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^k + \dots + C_n^n = 2^n$$

(Numarul tuturor submultimilor unei multimi cu n elemente este 2^n)

$$C_n^1 + C_n^3 + C_n^5 + \dots = 2^{n-1}; C_n^0 + C_n^2 + C_n^4 + \dots = 2^{n-1}$$