Examenul de bacalaureat național 2019
Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*

Varianta 8

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Se consideră numerele complexe $z_1 = 3 - i$ și $z_2 = 8 - 3i$. Arătați că $3z_1 - z_2 = 1$.

5p **2.** Determinați numărul real a pentru care $f(a) + f(a+1) = 35$, unde $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x - 5$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $2 \cdot 4^x - 4^{x+1} + 32 = 0$.

5p **4.** Calculați probabilitatea ca, alegând un număr n din mulțimea numerelor naturale de o cifră, acesta să verifice relația $n(n+1) \geq 42$.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(8,4)$, $B(0,6)$ și $C(m,5)$. Determinați numărul real m, știind că $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CB}$.

5p **6.** Calculați lungimea ipotenuzei BC a triunghiului dreptunghic ABC, știind că $AB = 6$ și aria triunghiului ABC este egală cu 24.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră matricea $A(a) = \begin{pmatrix} a+1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \ln(a+1) \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, unde a este număr real, $a > 0$.

5p **a)** Arătați că $\det(A(1)) = 2$.

5p **b)** Demonstrați că $A(a)A(b) = A(ab + a + b)$, pentru orice numere reale a și b, $a > 0$, $b > 0$.

5p **c)** Determinați numărul real a, $a > 0$, știind că $A(a)A(a)A(a) = A(7)$.

2. Se consideră x_1, x_2, x_3 rădăcinile polinomului $f = X^3 + mX^2 - mX + 2$, unde m este număr real.

5p **a)** Determinați numărul real m, știind că $f(-2) = 0$.

5p **b)** Pentru $m = 1$, determinați rădăcinile polinomului f.

5p **c)** Se consideră $a = \frac{x_1^2 + mx_1}{x_2 x_3} + \frac{x_2^2 + mx_2}{x_1 x_3} + \frac{x_3^2 + mx_3}{x_1 x_2}$. Demonstrați că $a \in [3, +\infty)$, pentru orice număr real m.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = e^x(x^2 + 4x + 1)$.

5p **a)** Arătați că $f'(x) = e^x(x+5)(x+1)$, $x \in \mathbb{R}$.

5p **b)** Determinați abscisele punctelor situate pe graficul funcției f, în care tangenta la graficul funcției f este paralelă cu axa Ox.

5p **c)** Determinați valorile reale ale lui a pentru care ecuația $f(x) = a$ are exact trei soluții reale.

2. Se consideră funcția $f : (1, +\infty) \to \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{\ln x}$.

5p **a)** Arătați că orice primitivă a funcției f este strict crescătoare pe intervalul $(1, +\infty)$.

5p **b)** Calculați $\int_e^{e^2} \frac{1}{x} f(x)\, dx$.

5p **c)** Determinați numărul real a, $a > e$, știind că suprafața plană delimitată de graficul funcției $g : (1, +\infty) \to \mathbb{R}$, $g(x) = \frac{1}{f(x)}$, axa Ox și dreptele de ecuații $x = e$ și $x = a$ are aria egală cu $2a$.