Examenul național de bacalaureat 2026
Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*

Model

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Determinați numărul real x pentru care numerele x, 8 și $2x+1$ sunt, în această ordine, termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice.
5p	**2.** Se consideră funcțiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x+1$ și $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=x+4$. Determinați numărul real a pentru care $(f\circ g)(a)=-a$.
5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $2\log_5 x=\log_5(4x+5)$.
5p	**4.** Se consideră mulțimea $A=\{1,3,5,7,8\}$. Determinați câte numere naturale de două cifre distincte, cu cifra zecilor impară, se pot forma cu cifre din mulțimea A.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0,5)$ și $B(3,4)$. Determinați coordonatele punctului C pentru care $3\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}$.
5p	**6.** Se consideră triunghiul ABC, cu $A=\frac{\pi}{2}$, $C=\frac{\pi}{3}$ și $AE=2$, unde E este punctul în care bisectoarea unghiului C intersectează latura AB. Arătați că distanța de la punctul B la dreapta CE este egală cu $2\sqrt{3}$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

	1. Se consideră matricea $A(a)=\begin{pmatrix} a & 0 & -2 \\ 1 & 1 & 1-a \\ 2 & 1 & -2 \end{pmatrix}$ și sistemul de ecuații $\begin{cases} ax-2z=4 \\ x+y+(1-a)z=3 \\ 2x+y-2z=5 \end{cases}$, unde a este număr real.
5p	**a)** Arătați că $\det(A(0))=2$.
5p	**b)** Determinați mulțimea numerelor reale a pentru care matricea $A(a)$ este inversabilă.
5p	**c)** Pentru $a=2$, arătați că $x_0z_0+y_0\geq 0$, pentru orice soluție (x_0,y_0,z_0) a sistemului de ecuații, cu x_0, y_0 și z_0 numere reale.
	2. Pe mulțimea $M=(1,+\infty)$ se definește legea de compoziție $x*y=\frac{xy-1}{(x-1)(y-1)}$.
5p	**a)** Arătați că $3*5=\frac{7}{4}$.
5p	**b)** Determinați $x\in M$ pentru care $x*x=3$.
5p	**c)** Demonstrați că $(x*2)*x>2$, pentru orice $x\in M$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

	1. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+\ln^2 x-x\ln x$.
5p	**a)** Arătați că $f'(x)=\frac{(2-x)\ln x}{x}$, $x\in(0,+\infty)$.
5p	**b)** Determinați abscisele punctelor situate pe graficul funcției f în care tangenta la graficul funcției f este paralelă cu axa Ox.
5p	**c)** Demonstrați că ecuația $f(x)=0$ are soluție unică.

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-2+\sqrt{x^2+4}$.

5p **a)** Arătați că $\int_0^3\left(f(x)-\sqrt{x^2+4}\right)dx=3$.

5p **b)** Arătați că $\int_0^{\sqrt{5}}\frac{x}{f(x)-x^2+2}dx=1$.

5p **c)** Demonstrați că $\lim_{x\to 0}\frac{1}{x^2}\int_0^x F(t)dt=0$, unde $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ este primitiva funcției f pentru care $F(0)=0$.

Examenul național de bacalaureat 2026
Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Model

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$\frac{x+2x+1}{2}=8$	**3p**
	$x=5$	**2p**
2.	$g(a)=a+4$, $(f\circ g)(a)=2a+9$, pentru orice număr real a	**3p**
	$2a+9=-a$, de unde obținem $a=-3$	**2p**
3.	$\log_5 x^2=\log_5(4x+5)$, de unde obținem $x^2-4x-5=0$	**2p**
	$x=-1$, care nu convine sau $x=5$, care convine	**3p**
4.	Cifra zecilor se poate alege în 4 moduri	**2p**
	Pentru fiecare alegere a cifrei zecilor, cifra unităților se poate alege în câte 4 moduri, deci se pot forma $4\cdot 4=16$ numere	**3p**
5.	$\overrightarrow{OA}=5\vec{j}$, $\overrightarrow{OB}=3\vec{i}+4\vec{j}$, deci $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}=3\vec{i}+9\vec{j}$	**3p**
	$\overrightarrow{OC}=\frac{1}{3}\left(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}\right)$, de unde obținem $\overrightarrow{OC}=\vec{i}+3\vec{j}$, deci $C(1,3)$	**2p**
6.	$\widehat{ECB}=\frac{\pi}{6}=\widehat{EBC}$, deci $EB=EC$, de unde obținem $d(B,CE)=d(C,BE)=CA$	**3p**
	$\operatorname{tg}\widehat{ACE}=\frac{AE}{AC}$, deci $\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{2}{AC}$, de unde obținem $d(B,CE)=2\sqrt{3}$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$A(0)=\begin{pmatrix}0&0&-2\\1&1&1\\2&1&-2\end{pmatrix}\Rightarrow\det(A(0))=\begin{vmatrix}0&0&-2\\1&1&1\\2&1&-2\end{vmatrix}=$	**2p**
	$=0-2+0+4-0-0=2$	**3p**
b)	$\det(A(a))=\begin{vmatrix}a&0&-2\\1&1&1-a\\2&1&-2\end{vmatrix}=a^2-3a+2$, pentru orice număr real a	**2p**
	$\det(A(a))=0\Leftrightarrow a=1$ sau $a=2$, deci matricea $A(a)$ este inversabilă dacă și numai dacă $a\in\mathbb{R}\setminus\{1,2\}$	**3p**
c)	Pentru $a=2$, soluțiile (x_0,y_0,z_0) cu $x_0,y_0,z_0\in\mathbb{R}$ sunt $(\alpha,1,\alpha-2)$, cu $\alpha\in\mathbb{R}$	**3p**
	$x_0z_0+y_0=(\alpha-1)^2\geq 0$, pentru orice soluție (x_0,y_0,z_0) cu $x_0,y_0,z_0\in\mathbb{R}$	**2p**
2.a)	$3*5=\frac{3\cdot 5-1}{(3-1)(5-1)}=$	**3p**
	$=\frac{14}{2\cdot 4}=\frac{7}{4}$	**2p**

b)	$x * x = \frac{x^2 - 1}{(x-1)^2} = \frac{x+1}{x-1}$, pentru orice $x \in M$	**3p**
	$\frac{x+1}{x-1} = 3$, de unde obținem $x = 2$, care convine	**2p**
c)	$x * 2 = \frac{2x-1}{x-1}$, deci $(x*2)*x = \frac{2x^2 - 2x + 1}{x(x-1)} =$	**3p**
	$= 2 + \frac{1}{x(x-1)} > 2$, pentru orice $x \in M$	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x) = 1 + \frac{2\ln x}{x} - \ln x - 1 =$	**3p**
	$= \frac{2\ln x - x\ln x}{x} = \frac{(2-x)\ln x}{x}$, $x \in (0,+\infty)$	**2p**
b)	Tangenta la graficul funcției f în punctul $A(a, f(a))$ este paralelă cu axa $Ox \Leftrightarrow f'(a) = 0$, $a \in (0,+\infty)$	**2p**
	$\frac{(2-a)\ln a}{a} = 0$, de unde obținem $a = 1$ sau $a = 2$, care convin	**3p**
c)	Pentru orice $x \in (0,1]$, $f'(x) \le 0$, deci f este descrescătoare pe $(0,1]$, pentru orice $x \in [1,2]$, $f'(x) \ge 0$, deci f este crescătoare pe $[1,2]$ și, pentru orice $x \in (2,+\infty)$, $f'(x) < 0$, deci f este strict descrescătoare pe $(2,+\infty)$	**2p**
	Cum $f(1) = 1$, $\lim_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$ și f este continuă, obținem că ecuația $f(x) = 0$ are soluție unică	**3p**
2.a)	$\int_0^3 \left(f(x) - \sqrt{x^2+4}\right)dx = \int_0^3 (x^2 - 2)dx = \left.\left(\frac{x^3}{3} - 2x\right)\right\|_0^3 =$	**3p**
	$= 9 - 6 = 3$	**2p**
b)	$\int_0^{\sqrt{5}} \frac{x}{f(x) - x^2 + 2}dx = \int_0^{\sqrt{5}} \frac{x}{\sqrt{x^2+4}}dx = \int_0^{\sqrt{5}} \frac{(x^2+4)'}{2\sqrt{x^2+4}}dx = \left.\sqrt{x^2+4}\right\|_0^{\sqrt{5}} =$	**3p**
	$= 3 - 2 = 1$	**2p**
c)	$\lim_{x \to 0} \frac{1}{x^2}\int_0^x F(t)dt = \lim_{x \to 0} \frac{\left(\int_0^x F(t)dt\right)'}{(x^2)'} = \lim_{x \to 0} \frac{F(x)}{2x} = \lim_{x \to 0} \frac{F'(x)}{(2x)'} =$	**3p**
	$= \lim_{x \to 0} \frac{f(x)}{2} = \frac{f(0)}{2} = 0$	**2p**