

Examenul de bacalaureat național 2018

Proba E. c)

Matematică $M_{pedagogic}$

Varianta 2

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $2 \cdot \left(0,1(6) + \frac{1}{3}\right) = 1$.
- 5p 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x - 2$. Determinați numărul real a pentru care $f(a) = a$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $5^{x^2+6} = 5^{5x}$.
- 5p 4. Prețul unui obiect este 900 de lei. Determinați prețul obiectului după ce acesta se ieftinește de două ori, succesiv, cu câte 10%.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2, -1)$, $B(1, 2)$ și $C(-1, -2)$. Demonstrați că triunghiul ABC este dreptunghic isoscel.
- 5p 6. Arătați că $\sin^2 30^\circ + \sin^2 45^\circ + \sin^2 60^\circ = \frac{3}{2}$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = 2(x + y) + xy + 2$.

- 5p 1. Arătați că $0 * (-2) = -2$.
- 5p 2. Demonstrați că $x * y = (x + 2)(y + 2) - 2$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p 3. Verificați dacă $e = -1$ este elementul neutru al legii de compoziție „*”.
- 5p 4. Determinați numerele reale x , știind că $(x + 1) * (x + 1) = 2$.
- 5p 5. Determinați numerele $x \in (0, +\infty)$ pentru care $\lg x * \lg(2x) = -2$.
- 5p 6. Dați exemplu de numere raționale a și b , care nu sunt întregi, pentru care numărul $a * b$ este întreg.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $M(a) = aA + I_2$, unde a este număr real.

- 5p 1. Arătați că $\det A = 2$.
- 5p 2. Demonstrați că $\det(M(a)) = (a + 1)(2a + 1)$, pentru orice număr real a .
- 5p 3. Determinați inversa matricei $M(-2)$.
- 5p 4. Arătați că $M(1) \cdot M(2) = 3(A \cdot A + I_2)$.
- 5p 5. Demonstrați că $\det(M(a) - 2aA) \neq 1$, pentru orice număr întreg nenul a .
- 5p 6. Determinați matricea $X \in \mathcal{M}_{2,1}(\mathbb{R})$ pentru care $A \cdot X = \begin{pmatrix} 0 \\ -4 \end{pmatrix}$.

Examenul de bacalaureat național 2018
Proba E. c)
Matematică $M_{pedagogic}$
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Varianta 2

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$0,1(6) = \frac{15}{90} = \frac{1}{6}$	3p
	$2 \cdot \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{3}\right) = 2 \cdot \frac{1}{2} = 1$	2p
2.	$f(a) = 2a - 2$	2p
	$2a - 2 = a \Leftrightarrow a = 2$	3p
3.	$x^2 + 6 = 5x \Leftrightarrow x^2 - 5x + 6 = 0$	3p
	$x = 2$ sau $x = 3$	2p
4.	După prima ieftinire cu 10% , prețul obiectului este $900 - 10\% \cdot 900 = 810$ lei	3p
	După a doua ieftinire cu 10% , prețul obiectului este $810 - 10\% \cdot 810 = 729$ de lei	2p
5.	$AB = \sqrt{10}$, $AC = \sqrt{10}$, deci triunghiul ABC este isoscel	3p
	$BC = \sqrt{20}$, și cum $(\sqrt{20})^2 = (\sqrt{10})^2 + (\sqrt{10})^2$, obținem că triunghiul ABC este dreptunghic	2p
6.	$\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$, $\sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$	3p
	$\sin^2 30^\circ + \sin^2 45^\circ + \sin^2 60^\circ = \frac{1}{4} + \frac{2}{4} + \frac{3}{4} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$	2p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.	$0 * (-2) = 2(0 + (-2)) + 0 \cdot (-2) + 2 =$ $= -4 + 2 = -2$	3p
		2p
2.	$x * y = xy + 2x + 2y + 4 - 2 =$ $= x(y + 2) + 2(y + 2) - 2 = (x + 2)(y + 2) - 2$, pentru orice numere reale x și y	2p
		3p
3.	$x * (-1) = (x + 2)(-1 + 2) - 2 = x + 2 - 2 = x$	2p
	$(-1) * x = (-1 + 2)(x + 2) - 2 = x + 2 - 2 = x = x * (-1)$, pentru orice număr real x , deci $e = -1$ este elementul neutru al legii de compoziție „ $*$ ”	3p
4.	$(x + 3)(x + 3) - 2 = 2 \Leftrightarrow x^2 + 6x + 5 = 0$	3p
	$x = -5$ sau $x = -1$	2p
5.	$(\lg x + 2)(\lg(2x) + 2) - 2 = -2 \Rightarrow \lg x + 2 = 0$ sau $\lg(2x) + 2 = 0$	3p
	$x = \frac{1}{100}$ sau $x = \frac{1}{200}$, care convin	2p
6.	$a * b \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow (a + 2)(b + 2) \in \mathbb{Z}$	2p
	De exemplu, pentru $a + 2 = \frac{2}{3} \Leftrightarrow a = -\frac{4}{3} \in \mathbb{Q} \setminus \mathbb{Z}$ și $b + 2 = \frac{3}{2} \Leftrightarrow b = -\frac{1}{2} \in \mathbb{Q} \setminus \mathbb{Z}$, obținem	3p
	$a * b = -1$, care este număr întreg	

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.	$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \Rightarrow \det A = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} = 1 \cdot 2 - 0 \cdot 1 =$ $= 2 - 0 = 2$	<p>3p</p> <p>2p</p>
2.	$M(a) = a \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a+1 & a \\ 0 & 2a+1 \end{pmatrix}$ $\det(M(a)) = \begin{vmatrix} a+1 & a \\ 0 & 2a+1 \end{vmatrix} = (a+1)(2a+1), \text{ pentru orice număr real } a$	<p>3p</p> <p>2p</p>
3.	$M(-2) = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 0 & -3 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(M(-2)) = 3$ $M^{-1}(-2) = \begin{pmatrix} -1 & \frac{2}{3} \\ 0 & -\frac{1}{3} \end{pmatrix}$	<p>2p</p> <p>3p</p>
4.	$M(1) \cdot M(2) = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 0 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 9 \\ 0 & 15 \end{pmatrix} = 3 \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$ $A \cdot A + I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}, \text{ deci } M(1) \cdot M(2) = 3(A \cdot A + I_2)$	<p>3p</p> <p>2p</p>
5.	$M(a) - 2aA = I_2 - aA = M(-a) \Rightarrow \det(M(a) - 2aA) = (1-a)(1-2a)$ $(1-a)(1-2a) = 1 \Leftrightarrow 2a^2 - 3a + 1 = 1 \Leftrightarrow a(2a-3) = 0, \text{ ceea ce este imposibil dacă } a \text{ este}$ <p>număr întreg nenul, deci $\det(M(a) - 2aA) \neq 1$, pentru orice număr întreg nenul a</p>	<p>2p</p> <p>3p</p>
6.	$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -4 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 0 \\ 2y = -4 \end{cases}$ $x = 2 \text{ și } y = -2, \text{ deci } X = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix}$	<p>2p</p> <p>3p</p>