PĂCURAR CORNEL COSMIN

MATEMATICĂ PENTRU EXAMENUL DE BACALAUREAT

Profil : pedagogic

2027

Cuprins

Cuprins..... 1
Cuvânt înainte..... 2
Mulţimi de numere..... 3
Principiul includerii si al excluderii.....3
Formule de calcul prescurtat..... 3
Progresii aritmetice..... 3
Progresii geometrice..... 3
Funcţii.....4
Funcţia de gradul întâi.....4
Funcţia de gradul doi.....5
Relaţiile lui Viete.....6
Vectori în plan.....6
Relaţii metrice în triunghiul dreptunghic.....7
Relaţii trigonometrice în triunghiul dreptunghic.....7
Elemente de trigonometrie.....8
Arii,teorema sinusului,teorema cosinusului.....9
Puteri,radicali,ecuaţii exponenţiale,ecuaţii iraţionale.....9
Logaritmi,ecuaţii logaritmice.....10
Metode de numărare.....11
Matematici financiare,probabilităţi.....11
Elemente de geometrie analitică.....12
Subiectul I.....13
Legi de compoziţie,grupuri.....29
Inelul $(\mathbb{Z}_n, +, \cdot)$.....29
Subiectul II.....30
Matrice ,determinanţi,sisteme de ecuaţii liniare.....44
Subiectul III.....46
Teste oficiale.....62
Teste propuse.....128
Bibliografie 232

Cuvânt înainte

Culegerea se adresează elevilor din clasele de Pedagogic ,care vor să se pregătească pentru susţinerea examenului de Bacalaureat.
Culegerea conţine elemente de teorie,exerciţii recapitulative precum şi teste.
La Subiectul I avem 468 exerciţii din clasele a 9-a şi a 10-a,la Subiectul II avem 78 exerciţii de algebră clasa a 11-a, la Subiectul III avem 78 exerciţii de algebră clasa a 12-a.
Culegerea conţine 66 de teste oficiale şi 105 de teste propuse.
Testele propuse,precum şi exerciţiile recapitulative sunt asemănătoare celor întâlnite în subiectele oficiale,modelele oficiale şi în simulările oficiale din anii anteriori.
Culegerea nu conţine răspunsuri.
Recomand începerea pregătirii pentru Bacalaureat cu parcurgerea culegerii în ordinea crescătoare a paginilor până la testele oficiale.Testele oficiale au fiecare corespondent la testele propuse,de exemplu Testul K oficial este asemănător cu Testul K propus , $K\in\{1,2,\dots,66\}$,din această cauză ,dacă culegerea e utilizată la clasă se recomandă ca unul dintre teste să se rezolve în clasă iar corespondentul său se dă temă.
Vă doresc spor la treabă,dacă utilizaţi culegerea şi mult succes la examenul de Bacalaureat.
Dacă observaţi erori în culegere le puteţi anunţa la 0744491758.
Autorul

Mulţimi de numere

$\mathbb{N}=\{0,1,2,3,\dots\}$ este mulţimea numerelor naturale

$\mathbb{Z}=\{\dots,-3,-2,-1,0,1,2,3,\dots\}$este mulţimea numerelor întregi

$\mathbb{Q}=\left\{\frac{m}{n}|m,n\in\mathbb{Z},n\neq 0\right\}$este mulţimea numerelor raţionale

$\mathbb{R}\setminus\mathbb{Q}=\{x|x$ este fracţie zecimală infinită neperiodică$\}$este mulţimea numerelor iraţionale

$\mathbb{R}=\mathbb{Q}\cup(\mathbb{R}\setminus\mathbb{Q})$ este mulţimea numerelor reale

Pentru $x\in\mathbb{R}$ şi $n\in\mathbb{Z}$ definim $[x]=n\Leftrightarrow n\leq x<n+1\Leftrightarrow x\in[n,n+1)$ şi $\{x\}=x-[x]$.

$[x]$ =partea întreagă a lui x,$\{x\}$ =partea fracţionară a lui x .

$x=[x]+\{x\}$.

Ex.$[6,73]=6$ $[-6,73]=-7$

$|x|=\begin{cases}x,\text{dacă } x\geq 0\\-x,\text{dacă } x<0\end{cases}$ $|x|$ =modulul lui x,valoarea absolută a lui x

Ex.$|-9|=9$ $|9|=9$

Principiul includerii şi al excluderii

$\text{card}(A\cup B)=\text{card}A+\text{card}B-\text{card}(A\cap B)$

Formule de calcul prescurtat

$(a+b)^2=a^2+b^2+2ab$ $(a-b)^2=a^2+b^2-2ab$

$(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca)$

$(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$

$(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$

$(a+b)^n=C_n^0a^n+C_n^1a^{n-1}b+C_n^2a^{n-2}b^2+\cdots+C_n^nb^n$

$(a-b)^n=C_n^0a^n-C_n^1a^{n-1}b+C_n^2a^{n-2}b^2+\cdots+(-1)^nC_n^nb^n$

$a^2-b^2=(a-b)(a+b)$

$a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$

$a^n-b^n=(a-b)(a^{n-1}+a^{n-2}b+a^{n-3}b^2+\cdots+b^{n-1})$

$a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$

$a^{2n+1}+b^{2n+1}=(a+b)(a^{2n}-a^{2n-1}b+a^{2n-2}b^2-a^{2n-3}b^3+\cdots+b^{2n})$

Progresii aritmetice

Şirul $(a_n)_{n\geq 1}$se numeşte progresie aritmetică $\Leftrightarrow a_n=a_{n-1}+r,\forall n\geq 2$,unde $r\in\mathbb{R}$ se numeşte raţia progresiei.

$a_2=a_1+r,a_3=a_2+r=a_1+2r,a_4=a_3+r=a_1+3r$

Ex. a_n:2;6;10;14;18;22;...este o progresie aritmetică cu $a_1=2$ şi $r=a_2-a_1=6-2=4$.

$(a_n)_{n\geq 1}$este progresie aritmetică $\Leftrightarrow a_n=a_1+(n-1)r,\forall n\in\mathbb{N}^*$.

$(a_n)_{n\geq 1}$este progresie aritmetică $\Leftrightarrow a_n-a_{n-1}=r,\forall n\geq 2$.

$(a_n)_{n\geq 1}$este progresie aritmetică $\Rightarrow S_n=a_1+a_2+\cdots+a_n=\frac{(a_1+a_n)n}{2}=\frac{[2a_1+(n-1)r]n}{2}$.

$(a_n)_{n\geq 1}$este progresie aritmetică $\Leftrightarrow a_n=\frac{a_{n-1}+a_{n+1}}{2},\forall n\geq 2$.

x,y,z sunt în progresie aritmetică$\Leftrightarrow y=\frac{x+z}{2}\Leftrightarrow\begin{cases}y=x+r\\z=y+r\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=x+r\\z=x+2r\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=y-r\\z=y+r.\end{cases}$

Progresii geometrice

Şirul $(b_n)_{n\geq 1}$ se numeşte progresie geometrică $\Leftrightarrow b_n=b_{n-1}\cdot q,n\geq 2$,unde $q\neq 0$ se numeşte raţia progresiei,$b_1\neq 0$.

$b_2=b_1\cdot q,b_3=b_2\cdot q=b_1\cdot q^2,b_4=b_3\cdot q=b_1\cdot q^3$.

Ex.b_n:3;6;12;24;...este o progresie geometrică cu $b_1=3$ şi $q=\frac{b_2}{b_1}=\frac{6}{3}=2$.

$(b_n)_{n\geq 1}$ este progresie geometrică $\Leftrightarrow b_n = b_1 \cdot q^{n-1}, \forall n\geq 2, q\neq 0, b_1 \neq 0.$
$(b_n)_{n\geq 1}$ este progresie geometrică $\Leftrightarrow b_n^2 = b_{n-1} \cdot b_{n+1}, \forall n\geq 2, q\neq 0, b_1 \neq 0.$
$(b_n)_{n\geq 1}$ este progresie geometrică $\Rightarrow S_n = b_1 + b_2 + b_3 + \ldots + b_n = \frac{b_n \cdot q - b_1}{q-1} = \frac{b_1 \cdot q^n - b_1}{q-1} =$
$= \frac{b_1(q^n-1)}{q-1}$, pentru $q\neq 1$ şi $S_n = b_1 + b_2 + b_3 + \ldots + b_n = nb_1$, pentru $b_1 = 1$.
x,y,z sunt în progresie geometrică $\Leftrightarrow y^2 = xz \Leftrightarrow \begin{cases} y = xq \\ z = yq \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = xq \\ z = xq^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{y}{q} \\ z = yq. \end{cases}$

Funcţii

Graficul ,imaginea unei funcţii

Fie funcţia $f:D\to C$
$G_f = \{(x, f(x))|x\in D\}$ este graficul funcţiei f
$\mathcal{G}_f = \{M(x, f(x))|x\in D\}$ este imaginea geometrică a graficului funcţiei f
$\mathcal{G}_f : y=f(x)$ e ecuaţia reprezentării geometrice a graficului funcţiei f
$M(\alpha, \beta)\in\mathcal{G}_f \Leftrightarrow f(\alpha) = \beta$ şi $\alpha\in D$
$Imf = \{f(x)|x\in D\} = \{y\in C|\exists x\in D$ pentru care $f(x) = y\}$ este imaginea funcţiei f,mulţimea valorilor funcţiei f

Intersecţia cu axele

$\mathcal{G}_f \cap Ox \quad \left\{\begin{matrix} \mathcal{G}_f: y = f(x) \\ Ox: y = 0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow f(x) = 0 \quad , \quad \mathcal{G}_f \cap Oy \quad \left\{\begin{matrix} \mathcal{G}_f: y = f(x) \\ Oy: x = 0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow y=f(0)$

Monotonia funcţiilor

Pentru $x_1, x_2\in D, x_1 \neq x_2$, definim $R(x_1, x_2) = \frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}$, numit raport de variaţie al funcţiei f
f este strict crescătoare $\Leftrightarrow (\forall x_1, x_2\in D, \text{cu } x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2))$
f este strict crescătoare $\Leftrightarrow R(x_1, x_2) > 0, \forall x_1, x_2\in D, x_1 \neq x_2$
f este strict descrescătoare $\Leftrightarrow (\forall x_1, x_2\in D, \text{cu } x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2))$
f este strict descrescătoare $\Leftrightarrow R(x_1, x_2) < 0, \forall x_1, x_2\in D, x_1 \neq x_2$
f este crescătoare $\Leftrightarrow (\forall x_1, x_2\in D, \text{cu } x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) \leq f(x_2))$
f este crescătoare $\Leftrightarrow R(x_1, x_2) \geq 0, \forall x_1, x_2\in D, x_1 \neq x_2$
f este descrescătoare $\Leftrightarrow (\forall x_1, x_2\in D, \text{cu } x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) \geq f(x_2))$
f este descrescătoare $\Leftrightarrow R(x_1, x_2) \leq 0, \forall x_1, x_2\in D, x_1 \neq x_2$

Compunerea funcţiilor

Dacă $f:D\to C$ şi $g:E\to D$ definim $f\circ g:E\to C$ şi $(f\circ g)(x) = f(g(x))$
Ex.Pentru $f,g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x) = 3x + 2$ şi $g(x) = 4x - 5$ avem
$(f\circ g)(x) = f(g(x)) = 3g(x) + 2 = 3(4x - 5) + 2 = 12x - 15 + 2 = 12x - 13$
$(g\circ f)(x) = g(f(x)) = 4f(x) - 5 = 4(3x + 2) - 5 = 12x + 8 - 5 = 12x + 3$
$(f\circ f)(x) = f(f(x)) = 3f(x) + 2 = 3(3x + 2) + 2 = 9x + 6 + 2 = 9x + 8$
$(f\circ g)(0) = f(g(0)) = f(-5) = -15 + 2 = -13$
$(f\circ f)(0) = f(f(0)) = f(2) = 6 + 2 = 8$

Funcţia de gradul întâi

Funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x) = ax + b$, unde $a,b\in\mathbb{R}, a\neq 0$ se numeşte funcţie de gradul întâi.
$\mathcal{G}_f \cap Ox = \left\{A\left(-\frac{b}{a}, 0\right)\right\} \qquad \mathcal{G}_f \cap Oy = \{B(0, b)\}$
$a>0 \Leftrightarrow$ f este strict crescătoare $\Rightarrow$ f este crescătoare
$a<0 \Leftrightarrow$ f este strict descrescătoare $\Rightarrow$ f este descrescătoare

semnul funcţiei de gradul întâi

x	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$
$f(x)=ax+b$	$-$semn a	0	semn a

Ex.Pentru f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=3x-6$ avem

$\left.\begin{matrix}\mathcal{G}_f: y=f(x)\\ Ox: y=0\end{matrix}\right\}\Rightarrow f(x)=0\Leftrightarrow 3x-6=0\Leftrightarrow x=2\Rightarrow \mathcal{G}_f\cap Ox=\{A(2,0)\}$

$\left.\begin{matrix}\mathcal{G}_f: y=f(x)\\ Oy: x=0\end{matrix}\right\}\Rightarrow y=f(0)=-6\Rightarrow \mathcal{G}_f\cap Oy=\{B(0,-6)\}$

Dacă, în plus g:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$g(x)=5x+8$ avem

$\left.\begin{matrix}\mathcal{G}_f: y=f(x)\\ \mathcal{G}_g: y=g(x)\end{matrix}\right\}\Rightarrow f(x)=g(x)\Leftrightarrow 3x-6=5x+8\Leftrightarrow 3x-5x=8+6\Leftrightarrow -2x=14\Leftrightarrow x=-7\Rightarrow$

$f(-7)=-27\Rightarrow \mathcal{G}_f\cap\mathcal{G}_g=\{C(-7,-27)\}$

Funcţia de gradul doi

Funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=ax^2+bx+c$,unde a,b,c$\in\mathbb{R}$,a$\neq 0$ se numeşte funcţie de gradul doi.

$\Delta=b^2-4ac$ este discriminantul ecuaţiei $ax^2+bx+c=0$

$f(x)=a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2+\frac{-\Delta}{4a}$ este forma canonică a funcţiei de gradul doi

Graficul funcţiei de gradul doi este o parabolă de vârf $V\left(-\frac{b}{2a},-\frac{\Delta}{4a}\right)$, $x_v=-\frac{b}{2a}$, $y_v=-\frac{\Delta}{4a}$ şi care are axa de simetrie d:$x=-\frac{b}{2a}$.

Pentru a>0

f este strict descrescătoare pe intervalul $\left(-\infty,-\frac{b}{2a}\right]$ şi strict crescătoare pe intervalul $\left[-\frac{b}{2a},+\infty\right)$

x	$-\infty$		$-\frac{b}{2a}$		$+\infty$
$f(x)=ax^2+bx+c$	$+\infty$	↘	$-\frac{\Delta}{4a}$	↗	$+\infty$

$x_V=-\frac{b}{2a}$ este punctul de minim a lui f , $y_V=-\frac{\Delta}{4a}$ este minimul,valoarea minimă a lui f

Imf=$\left[-\frac{\Delta}{4a},+\infty\right)$ este imaginea funcţiei f , $\mathcal{G}_f\cap Oy=\{C(0,c)\}$

Pentru a<0

f este strict crescătoare pe intervalul $\left(-\infty,-\frac{b}{2a}\right]$ şi strict descrescătoare pe intervalul $\left[-\frac{b}{2a},+\infty\right)$

x	$-\infty$		$-\frac{b}{2a}$		$+\infty$
$f(x)=ax^2+bx+c$	$-\infty$	↗	$-\frac{\Delta}{4a}$	↘	$-\infty$

$x_V=-\frac{b}{2a}$ este punctul de maxim a lui f , $y_V=-\frac{\Delta}{4a}$ este maximul,valoarea maximă a lui f

Imf=$\left(-\infty,-\frac{\Delta}{4a}\right]$ este imaginea funcţiei f , $\mathcal{G}_f\cap Oy=\{C(0,c)\}$

Cazul 1 $\Delta<0$

$f(x)=0\Leftrightarrow x_{1,2}=\frac{-b\pm i\sqrt{-\Delta}}{2a}\notin\mathbb{R}, x_1\neq x_2\Leftrightarrow \mathcal{G}_f\cap Ox=\emptyset$

x	$-\infty$	$+\infty$
$f(x)=ax^2+bx+c$	semn a	

Cazul 2 $\Delta=0$

$f(x)=0 \Leftrightarrow x_{1,2}=\frac{-b}{2a}\in\mathbb{R}, x_1=x_2 \Leftrightarrow \mathcal{G}_f \cap Ox=\{D(x_1,0)\}$

x	$-\infty$		x_1		$+\infty$
$f(x)=ax^2+bx+c$		semn a	0	semn a	

Cazul 3 $\Delta>0$

$f(x)=0 \Leftrightarrow x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}\in\mathbb{R}, x_1\neq x_2 \Leftrightarrow \mathcal{G}_f \cap Ox=\{A(x_1,0),B(x_2,0)\}$

x	$-\infty$		x_1		x_2		$+\infty$
$f(x)=ax^2+bx+c$		semn a	0	$-$semn a	0	semna	

Relaţiile lui Viete

Pentru ecuaţia $ax^2+bx+c=0$,cu soluţiile x_1,x_2 ,sau funcţia $f(x)=ax^2+bx+c$,cu rădăcinile x_1,x_2,avem

$$\begin{cases} s_1=x_1+x_2=-\frac{b}{a} \\ s_2=x_1x_2=\frac{c}{a} \end{cases}$$

$S_2=x_1^2+x_2^2=(x_1+x_2)^2-2x_1x_2=s_1^2-2s_2$

$f(x)=ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)$, $ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)$

funcţia $g(x)=x^2-s_1x+s_2$ are rădăcinile x_1,x_2 ,ecuaţia $x^2-s_1x+s_2=0$ are soluţiile x_1,x_2

Vectori în plan

$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$

Dacă ABCD este paralelogram,atunci $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC}$

Pentru $\vec{v}=a\vec{i}+b\vec{j}=(a,b), \vec{u}=c\vec{i}+d\vec{j}=(c,d)$ şi $\alpha\in\mathbb{R}$ avem

$\vec{v}=\vec{u} \Leftrightarrow (a,b)=(c,d) \Leftrightarrow \begin{cases} a=c \\ b=d \end{cases}$

$\vec{v}+\vec{u}=(a+c)\vec{i}+(b+d)\vec{j}=(a+c,b+d)$

$\vec{v}-\vec{u}=(a-c)\vec{i}+(b-d)\vec{j}=(a-c,b-d)$

$\alpha\vec{v}=(\alpha a)\vec{i}+(\alpha b)\vec{j}=(\alpha a,\alpha b)$

$\vec{v},\vec{u}$ coliniari $\Leftrightarrow \frac{a}{c}=\frac{b}{d}$

$\vec{v},\vec{u}$ coliniari $\Leftrightarrow \exists\alpha\in\mathbb{R}$ astfel ca $\vec{v}=\alpha\vec{u}$

$|\vec{v}|=\sqrt{a^2+b^2}$

$\vec{v}\cdot\vec{u}=|\vec{v}|\cdot|\vec{u}|\cos\varphi$ este produsul scalar al vectorilor $\vec{v},\vec{u}$,unde $\varphi\in[0°,180°]$ este măsura unghiului dintre vectorii $\vec{v},\vec{u}$

$\vec{v}\cdot\vec{u}=ac+bd$ este expresia analitică a produsului scalar

$\cos\varphi=\frac{\vec{v}\cdot\vec{u}}{|\vec{v}|\cdot|\vec{u}|}=\frac{ac+bd}{\sqrt{a^2+b^2}\cdot\sqrt{c^2+d^2}}$

pentru $\vec{v}\neq\vec{0}$ şi $\vec{u}\neq\vec{0}$ avem $\vec{v}\cdot\vec{u}=\vec{0}\Leftrightarrow\vec{v}\perp\vec{u}$

$\overrightarrow{OA}=\vec{r}_A$ se numeşte vectorul de poziţie al punctului A

$\overrightarrow{AB}=\vec{r}_B-\vec{r}_A$

Pentru $A(x_A,y_A), B(x_B,y_B), C(x_C,y_C), M(x_M,y_M), G(x_G,y_G)$ şi $O(0,0)$avem

$\overrightarrow{AB}=(x_B-x_A)\vec{i}+(y_B-y_A)\vec{j}=(x_B-x_A,y_B-y_A)$

$|\overrightarrow{AB}|=AB=d(A,B)=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}$

$\vec{r}_A=\overrightarrow{OA}=(x_A-x_O,y_A-y_O)=(x_A,y_A)$

M este mijlocul lui [AB]$\Leftrightarrow\begin{cases}x_M=\frac{x_A+x_B}{2}\\ y_M=\frac{y_A+y_B}{2}\end{cases}\Leftrightarrow\vec{r}_M=\frac{\vec{r}_A+\vec{r}_B}{2}$

G este centrul de greutate al triunghiului ABC $\Leftrightarrow\begin{cases}x_G=\frac{x_A+x_B+x_C}{3}\\ y_G=\frac{y_A+y_B+y_C}{3}\end{cases}\Leftrightarrow\vec{r}_G=\frac{\vec{r}_A+\vec{r}_B+\vec{r}_C}{3}$

A,B,C coliniare $\Leftrightarrow\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}$ colniari

AB∥CD$\Leftrightarrow\overrightarrow{AB},\overrightarrow{CD}$ coliniari

ABCD paralelogram $\Leftrightarrow\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{BA}\Leftrightarrow(x_D-x_C,y_D-y_C)=(x_A-x_B,y_A-y_B)$

ABCD paralelogram $\Leftrightarrow$[AC],[BD] au acelaşi mijloc $\Leftrightarrow\begin{cases}\frac{x_A+x_C}{2}=\frac{x_B+x_D}{2}\\ \frac{y_A+y_C}{2}=\frac{y_B+y_D}{2}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x_A+x_C=x_B+x_D\\ y_A+y_C=y_B+y_D\end{cases}$

Vectorii $\overrightarrow{AB},\overrightarrow{BA}$ sunt vectori opuşi, $\overrightarrow{BA}=-\overrightarrow{AB}$ şi $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BA}=\vec{0}$,unde $\vec{0}$ este vectorul nul

Relaţii metrice în triunghiul dreptunghic

Fie ΔABC ,m(∢BAC) = 90°,AD⊥BC,D∈BC

T Pitagora$\Longrightarrow BC^2=AB^2+AC^2$

T catetei$\Longrightarrow\begin{cases}AB^2=BD\cdot BC\\ AC^2=CD\cdot BC\end{cases}$

T înălţimii$\Longrightarrow AD^2=BD\cdot CD$

$\mathcal{A}_{\Delta ABC}=\frac{BC\cdot AD}{2}$, $\mathcal{A}_{\Delta ABC}=\frac{AB\cdot AC}{2}$ $\Longrightarrow AD=\frac{AB\cdot AC}{BC}$

Dacă M este mijlocul lui [BC]$\Longrightarrow AM=\frac{BC}{2}=BM=MC=R$,unde R este raza cercului circumscris triunghiului ABC

$\left.\begin{matrix}m(\sphericalangle A)=90°\\ m(\sphericalangle B)=60°\\ m(\sphericalangle C)=30°\end{matrix}\right\}\Longrightarrow AB=\frac{BC}{2}$

Reciproca T Pitagora în ΔABC,dacă $BC^2=AB^2+AC^2\Rightarrow$ΔABC e dreptunghic în A, $m(\sphericalangle BAC)=90°$

Relaţii trigonometrice în triunghiul dreptunghic

Fie ΔABC ,$m(\sphericalangle A)=90°$,$m(\sphericalangle B)=x°$,$m(\sphericalangle C)=90°-x°$,BC=a,AB=c,AC=b

$\sin x°=\sin B=\frac{AC}{BC}=\frac{b}{a}=\cos C=\cos(90°-x°)\Rightarrow \sin x°=\cos(90°-x°)$

$\cos x°=\cos B=\frac{AB}{BC}=\frac{c}{a}=\sin C=\sin(90°-x°)\Rightarrow \cos x°=\sin(90°-x°)$

$tg\,x°=tgB=\frac{AC}{AB}=\frac{b}{c}=ctgC=ctg(90°-x°)\Rightarrow tgx°=ctg(90°-x°)$

$ctg\,x°=ctgB=\frac{AB}{AC}=\frac{c}{b}=tgC=tg(90°-x°)\Rightarrow ctgx°=tg(90°-x°)$

$\sin^2x°+\cos^2x°=\left(\frac{b}{a}\right)^2+\left(\frac{c}{a}\right)^2=\frac{b^2+c^2}{a^2}=\frac{a^2}{a^2}=1\Longrightarrow\sin^2x°+\cos^2x°=1$

$tg\,x°=\frac{\sin x°}{\cos x°}$ $ctg\,x°=\frac{\cos x°}{\sin x°}$ $tg\,x°=\frac{1}{ctg\,x°}$ $ctg\,x°=\frac{1}{tg\,x°}$

x	$0°=0$	$30°=\frac{\pi}{6}$	$45°=\frac{\pi}{4}$	$60°=\frac{\pi}{3}$	$90°=\frac{\pi}{2}$
sinx	$\frac{\sqrt{0}}{2}=0$	$\frac{\sqrt{1}}{2}=\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{4}}{2}=1$
cosx	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
tgx	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	
ctgx		$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0

Elemente de trigonometrie

Fie sistemul cartezian xOy,cercul $\mathcal{C}(O, r=1)$,pe care considerăm un sens pozitiv de parcurgere,sens invers acelor de ceasornic,numit sens trigonometric

Fie $M(x_M, y_M)\in \mathcal{C}(O, r=1)$,$\varphi\in\mathbb{R}$,astfel ca $m(\sphericalangle xOM)=\varphi$,atunci prin definiţie avem

$\begin{cases}\cos\varphi = x_M\\ \sin\varphi = y_M\end{cases}$

$tg\varphi=\frac{\sin\varphi}{\cos\varphi}$,pentru $\cos\varphi\neq 0\Leftrightarrow\varphi\in\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi|k\in\mathbb{Z}\right\}$

$ctg\varphi=\frac{\cos\varphi}{\sin\varphi}$,pentru $\sin\varphi\neq 0\Leftrightarrow\varphi\in\mathbb{R}\setminus\{k\pi|k\in\mathbb{Z}\}$

Paritate,imparitate

$\sin(-x)=-\sin x, \cos(-x)=\cos x, tg(-x)=-tgx, ctg(-x)=-ctgx$

Periodicitate $\pi=180°, \frac{\pi}{2}=90°$

$\sin(x+2\pi)=\sin x,\ \cos(x+2\pi)=\cos x,\ tg(x+\pi)=tgx,\ ctg(x+\pi)=ctgx$

$\sin(x+2k\pi)=\sin x,\ \cos(x+2k\pi)=\cos x,\ tg(x+k\pi)=tgx,\ ctg(x+k\pi)=ctgx, \forall k\in\mathbb{Z}$

$\sin(x°+360°)=\sin x°, \cos(x°+360°)=\cos x°,$

$tg(x°+180°)=tgx°, ctg(x°+180°)=ctgx°$

$\sin(x°+360°k)=\sin x°, \cos(x°+360°k)=\cos x°,$

$tg(x°+180°k)=tgx°, ctg(x°+180°k)=ctgx°, \forall k\in\mathbb{Z}$

Formule

$\sin^2 x+\cos^2 x=1$, $\sin^2 x°+\cos^2 x°=1$

$\sin x°=\cos(90°-x°),\ \cos x°=\sin(90°-x°), tgx°=ctg(90°-x°), ctgx°=ctg(90°-x°)$

$tg\ x°=\frac{1}{ctg\ x°}$ $ctg\ x°=\frac{1}{tg\ x°}$

Reducerea la primul cadran

$\sin(180°-x°)=\sin x°$, $\sin x°=\sin(180°-x°)$

$\cos(180°-x°)=-\cos x°$, $\cos x°=-\cos(180°-x°)$

$\sin(\pi-x)=\sin x, \sin x=\sin(\pi-x)$

$\cos(\pi-x)=-\cos x, \cos x=-\cos(\pi-x)$

$\sin(x°-180°)=-\sin x°$, $\sin(x-\pi)=-\sin x$

$\cos(x°-180°)=-\cos x°$, $\cos(x-\pi)=-\cos x$

$\sin(360°-x°)=-\sin x°$, $\sin(2\pi-x)=-\sin x$

$\cos(360°-x°)=\cos x°$, $\cos(2\pi-x)=\cos x$

Alte formule

$\sin(a+b)=\sin a\cos b+\sin b\cos a$, $\sin(a-b)=\sin a\cos b-\sin b\cos a$

$\cos(a+b)=\cos a\cos b-\sin a\sin b$, $\cos(a-b)=\cos a\cos b+\sin a\sin b$

$\sin 2a=2\sin a\cos a$

$\cos 2a=\cos^2 a-\sin^2 a$, $\cos 2a=2\cos^2 a-1$, $\cos 2a=1-2\sin^2 a$

$\operatorname{tg}(a+b)=\frac{\operatorname{tg}a+\operatorname{tg}b}{1-\operatorname{tg}a\operatorname{tg}b}$, $\operatorname{tg}(a-b)=\frac{\operatorname{tg}a-\operatorname{tg}b}{1+\operatorname{tg}a\operatorname{tg}b}$, $\operatorname{tg}2a=\frac{2\operatorname{tg}a}{1-\operatorname{tg}^2 a}$

$\sin a+\sin b=2\sin\frac{a+b}{2}\cos\frac{a-b}{2}$, $\sin a-\sin b=2\sin\frac{a-b}{2}\cos\frac{a+b}{2}$,

$\cos a+\cos b=2\cos\frac{a+b}{2}\cos\frac{a-b}{2}$, $\cos a-\cos b=-2\sin\frac{a-b}{2}\sin\frac{a+b}{2}$

Arii,teorema sinusului,teorema cosinusului

Fie ΔABC, $BC=a, AB=c, AC=b, AM\perp MC, BN\perp AC, CP\perp AB, M\in BC, N\in AC, P\in AB, AM=h_a, BN=h_b, CP=h_c$

$\mathcal{A}_{\Delta ABC}=\frac{a\cdot h_a}{2}=\frac{b\cdot h_b}{2}=\frac{c\cdot h_c}{2}$

$\mathcal{A}_{\Delta ABC}=\frac{ab\sin C}{2}=\frac{bc\sin A}{2}=\frac{ac\sin B}{2}$

$\mathcal{A}_{\Delta ABC}=\frac{abc}{4R}$, unde R este raza cercului circumscris triunghiului ABC

Fie $p=\frac{a+b+c}{2}$

$\mathcal{A}_{\Delta ABC}=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$

$\mathcal{A}_{\Delta ABC}=rp$, unde r este raza cercului înscris în triunghiul ABC

T cosinusului$\Rightarrow\begin{cases}a^2=b^2+c^2-2bc\cos A\\ b^2=a^2+c^2-2ac\cos B\\ c^2=a^2+b^2-2ab\cos C\end{cases}$

T sinusului$\Rightarrow\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}=2R$

Dacă ΔABC este echilateral cu latura $AB=a$,atunci $\mathcal{A}_{\Delta ABC}=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ şi $h=\frac{a\sqrt{3}}{2}$ este înălţimea sa.

Puteri,radicali,ecuaţii exponenţiale,ecuaţii iraţionale

Puteri

$a^0=1$ pentru $a\neq 0$, $a^1=a$, $a^2=a\cdot a$, $a^3=a\cdot a\cdot a$, $a^n=\underbrace{a\cdot a\cdot a\cdot\ldots\cdot a}_{n\text{ factori}}$

$a^{-1}=\frac{1}{a}$, $a^{-n}=\frac{1}{a^n}$, $\left(\frac{a}{b}\right)^{-1}=\frac{b}{a}$, $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n}=\left(\frac{b}{a}\right)^n$

$a^x\cdot a^y=a^{x+y}$, $a^x:a^y=a^{x-y}$, $(a^x)^y=a^{x\cdot y}$, $a^x\cdot b^x=(a\cdot b)^x$, $\frac{a^x}{b^x}=\left(\frac{a}{b}\right)^x$

$(-a)^2=a^2$, $(-a)^3=-a^3$, $(-a)^{2n}=a^{2n}$, $(-a)^{2n+1}=-a^{2n+1}$

Ecuaţii exponenţiale

Pentru $a>0, a\neq 1$,avem

$a^{f(x)}=a^b\Leftrightarrow f(x)=b$ etc.

$a^{f(x)}=a^{g(x)}\Leftrightarrow f(x)=g(x)$ etc.

$a^{f(x)}=b\Leftrightarrow f(x)=\log_a b$ etc. Pentru $b>0$

Ex. $5^{3x+4}=25\Leftrightarrow 5^{3x+4}=5^2\Leftrightarrow 3x+4=2\Leftrightarrow x=-\frac{2}{3}$

$4^x=\frac{1}{8}\Leftrightarrow(2^2)^x=\frac{1}{2^3}\Leftrightarrow 2^{2x}=2^{-3}\Leftrightarrow 2x=-3\Leftrightarrow x=-\frac{3}{2}$

Radicali de ordin 2

Pentru $a\geq 0$ definim$\sqrt{a}=b$,unde $b\geq 0$ şi $b^2=a$.

Proprietăţi

$\sqrt{a}\geq 0$, $\sqrt{a}=0\Leftrightarrow a=0$, $\sqrt{a}>0\Leftrightarrow a>0$, $\left(\sqrt{a}\right)^2=a$, $\sqrt{a^2}=|a|=\begin{cases}a, a\geq 0\\ -a, a<0\end{cases}$

$\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}=\sqrt{ab}$, $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\frac{a}{b}}$, $\left(\sqrt{a}\right)^n=\sqrt{a^n}$, $\sqrt{a^2b}=|a|\sqrt{b}$

Pentru $a\geq 0$,avem $a\sqrt{b}=\sqrt{a^2b}$

Pentru $a<0$,avem $a\sqrt{b}=-\sqrt{a^2b}$

Fie $a,b\geq 0$,atunci $a<b\Leftrightarrow\sqrt{a}<\sqrt{b}$

Pentru $\sqrt{f(x)}$ avem c.e. $f(x)\geq 0$.

Ecuaţii iraţionale

$\sqrt{f(x)}=b$ c.e. $f(x)\geq 0$

Pentru $b\geq 0$ avem $\sqrt{f(x)}=b\Leftrightarrow f(x)=b^2$ etc.

Pentru $b<0$ avem $\sqrt{f(x)}=b\Leftrightarrow x\in\emptyset$

$\sqrt{f(x)}=g(x)$ c.e. $\begin{cases}f(x)\geq 0\\ g(x)\geq 0\end{cases}$

$\sqrt{f(x)}=g(x)\Leftrightarrow f(x)=\big(g(x)\big)^2$ etc.

$\sqrt{f(x)}=\sqrt{g(x)}$ c.e. $\begin{cases}f(x)\geq 0\\ g(x)\geq 0\end{cases}$

$\sqrt{f(x)}=\sqrt{g(x)}\Leftrightarrow f(x)=g(x)$ etc.

Radicali de ordin 3

Pentru $a\in\mathbb{R}$ definim $\sqrt[3]{a}=b$,unde $b\in\mathbb{R}$ şi $b^3=a$.

$\sqrt[3]{a}\in\mathbb{R}$, $\sqrt[3]{a}<0\Leftrightarrow a<0$, $\sqrt[3]{a}=0\Leftrightarrow a=0$, $\sqrt[3]{a}>0\Leftrightarrow a>0$, $\left(\sqrt[3]{a}\right)^3=a$, $\sqrt[3]{a^3}=a$,

$\sqrt[3]{a}\cdot\sqrt[3]{b}=\sqrt[3]{ab}$, $\frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{b}}=\sqrt[3]{\frac{a}{b}}$, $\left(\sqrt[3]{a}\right)^n=\sqrt[3]{a^n}$, $\sqrt[3]{a^3b}=a\sqrt[3]{b}$

$a<b\Leftrightarrow\sqrt[3]{a}<\sqrt[3]{b}$

Pentru $\sqrt[3]{f(x)}$ avem c.e. $f(x)\in\mathbb{R}$

Ecuaţii iraţionale

$\sqrt[3]{f(x)}=b\Leftrightarrow f(x)=b^3$ etc

$\sqrt[3]{f(x)}=g(x)\Leftrightarrow f(x)=\big(g(x)\big)^3$

$\sqrt[3]{f(x)}=\sqrt[3]{g(x)}\Leftrightarrow f(x)=g(x)$

Logaritmi,ecuaţii logaritmice

Logaritmi

Fie $a>0,a\neq 1,b>0$, avem $a^x=b\Leftrightarrow x=\log_a b$

Ex. $4^2=16\Rightarrow\log_4 16=2$, $3^4=81\Rightarrow\log_3 81=4$, $5^{-2}=\frac{1}{25}\Rightarrow\log_5\frac{1}{25}=-2$

$a^{\log_a x}=x$, $\log_a a^x=x$, $\log_a 1=\log_a a^0=0$, $\log_a a=1$, $\log_a a^2=2$, $\log_a a^3=3$, $\log_a a^n=n$, $y=\log_a a^y$

$\log_a A+\log_a B=\log_a(A\cdot B)$, $\log_a A-\log_a B=\log_a\frac{A}{B}$, $n\cdot\log_a A=\log_a A^n$,

$\log_a x=\frac{\log_b x}{\log_b a}$, $\log_a b=\frac{1}{\log_b a}$, $\log_a\sqrt{x}=\frac{\log_a x}{2}$, $\log_a\sqrt[3]{x}=\frac{\log_a x}{3}$

Pentru $\log_a f(x)$ avem c.e. $\begin{cases}f(x)>0\\ a>0\\ a\neq 1\end{cases}$

Ecuaţii logaritmice

$\log_a f(x)=b$ c.e. $\begin{cases}f(x)>0\\ a>0\\ a\neq 1\end{cases}$

$\log_a f(x) = b \Leftrightarrow \log_a f(x) = \log_a a^b \Leftrightarrow f(x) = a^b$ etc.

$$\log_a f(x) = \log_a g(x) \quad \text{c.e.} \begin{cases} f(x) > 0 \\ g(x) > 0 \\ a > 0, a \neq 1 \end{cases}$$

$\log_a f(x) = \log_a g(x) \Leftrightarrow f(x) = g(x)$ etc.

$$\log_a f(x) = g(x) \quad \text{c.e.} \begin{cases} f(x) > 0 \\ a > 0 \\ a \neq 1 \end{cases}$$

$\log_a f(x) = g(x) \Leftrightarrow \log_a f(x) = \log_a a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) = a^{g(x)}$ etc.

Metode de numărare

Fie $A=\{a_1, a_2, a_3, \dots, a_n\}$, $cardA=n$ şi $\mathcal{P}(A)=\{\emptyset, \{a_1\}, \{a_2\}, \dots, \{a_n\}, \{a_1, a_2\}, \{a_1, a_3\}, \dots, \{a_1, a_2, \dots, a_n\}\}$, numită mulţimea părţilor
lui A, mulţimea submulţimilor mulţimii A

$cardA=n \Leftrightarrow card\ \mathcal{P}(A)=2^n$

Numărul de submulţimi ordonate de n elemente ale lui A (ale unei mulţimi cu n elemente) este egal cu $P_n = n!$.

$0!=1,\ 1!=1,\ 2!=1\cdot2=2,\ 3!=1\cdot2\cdot3=6, 4!=24, 5!=120, 6!=720$

Pentru $n\geq1$ avem $n!=1\cdot2\cdot3\cdot\ldots\cdot n$

$(n+1)!=1\cdot2\cdot3\cdot\ldots\cdot n\cdot(n+1)=n!\cdot(n+1)$

$(n+2)!=1\cdot2\cdot3\cdot\ldots\cdot n\cdot(n+1)\cdot(n+2)=n!\cdot(n+1)\cdot(n+2)=(n+1)!\cdot(n+2)$

Numărul de submulţimi ordonate de k elemente ale lui A (ale unei mulţimi cu n elemente) este egal cu $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!} = (n-k+1)\cdot(n-k+2)\cdot\ldots\cdot(n-1)\cdot n$.

Numărul de submulţimi de k elemente ale lui A (ale unei mulţimi cu n elemente) este egal cu $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!} = \frac{A_n^k}{P_k}$.

$C_n^k = C_n^{n-k},\ C_n^0 = C_n^n = 1,\ C_n^1 = C_n^{n-1} = n,\ C_n^2 = C_n^{n-2} = \frac{n(n-1)}{2},\ C_{n+1}^{k+1} = C_n^{k+1} + C_n^k$

$C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \cdots + C_n^n = 2^n,\ C_n^0 + C_n^2 + C_n^4 + \cdots = C_n^1 + C_n^3 + C_n^5 + \cdots = 2^{n-1}$

$(a+b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + C_n^2 a^{n-2} b^2 + \cdots + C_n^n b^n = \sum_{k=0}^n C_n^k a^{n-k} b^k = \sum_{k=0}^n T_{k+1}$,
unde $T_{k+1} = C_n^k a^{n-k} b^k$, $k\in\{0,1,2,3,\dots,n\}$

$(a-b)^n = C_n^0 a^n - C_n^1 a^{n-1} b + C_n^2 a^{n-2} b^2 + \cdots + (-1)^n C_n^n b^n = \sum_{k=0}^n (-1)^k C_n^k a^{n-k} b^k =$
$= \sum_{k=0}^n T_{k+1}$, unde $T_{k+1} = (-1)^k C_n^k a^{n-k} b^k$, $k\in\{0,1,2,3,\dots,n\}$

Numărul de funcţii $f:A\to B$ este egal cu $(cardB)^{cardA}$.

Matematici financiare, probabilităţi

Procente

$\frac{a}{b}$ din $c = \frac{a}{b}\cdot c = \frac{a\cdot c}{b}$, $\frac{a}{b}$ din $\frac{c}{d} = \frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d} = \frac{a\cdot c}{b\cdot d}$

$p\% = \frac{p}{100}$, $p\%$ din $c = \frac{p}{100}$ din $c = \frac{p}{100}\cdot c = \frac{p\cdot c}{100}$

$p\%$ din $x = r \Leftrightarrow \frac{p}{100}\cdot x = r \Leftrightarrow x = r\cdot\frac{100}{p} \Leftrightarrow x = \frac{100r}{p}$

Taxa pe valoare adăugată

$P_v = P_p + TVA$, $TVA = p\%$ din P_p, $TVA = P_v - P_p$

Probabilităţi

$$P = \frac{\text{numărul cazurilor favorabile}}{\text{numărul cazurilor posibile}}$$

Ex.Determinaţi probabilitatea ca alegând,la întâmplare un număr din mulţimea numerelor de două cifre ,acesta să fie pătrat perfect.

$A=\{10,11,12,\dots,99\}=\{\overline{ab}|a\in\{1,2,3,\dots,9\}, b\in\{0,1,2,\dots,9\}\}\Rightarrow cardA=99-9=9\cdot 10=90=$numărul cazurilor posibile

$B=\{x\in A|x$ este pătrat perfect$\}=\{16,25,36,49,64,81\}=\{4^2,5^2,6^2,7^2,8^2,9^2\}\Rightarrow cardB=9-3=$
$=6=$numărul cazurilor favorabile

$P=\frac{\text{numărul cazurilor favorabile}}{\text{numărul cazurilor posibile}}=\frac{6}{90}=\frac{1}{15}$.

Elemente de geometrie analitică

Se consideră sistemul cartezian xOy

Panta unei drepte

Fie dreapta d,$m(\sphericalangle d,Ox)=\alpha\in[0,\pi)\setminus\left\{\frac{\pi}{2}\right\}$, $m_d=tg\alpha=$panta dreptei d

Dacă d:$y=mx+n\Rightarrow m_d=m$

Dacă d:$ax+by+c=0\Leftrightarrow by=-ax-c\Leftrightarrow y=-\frac{a}{b}x-\frac{c}{a}\Rightarrow m_d=-\frac{a}{b}$

Dacă $A(x_A,y_A),B(x_B,y_B)\Rightarrow m_{AB}=\frac{y_B-y_A}{x_B-x_A}=$panta dreptei AB

Ecuaţia unei drepte care trece prin două puncte

$AB:\frac{y-y_B}{y_A-y_B}=\frac{x-x_B}{x_A-x_B}$, $AB:y-y_B=\frac{y_A-y_B}{x_A-x_B}\cdot(x-x_B)$, $AB:\begin{vmatrix}x & y & 1\\ x_A & y_A & 1\\ x_B & y_B & 1\end{vmatrix}=0$

Ecuaţia unei drepte care trece printr-un punct şi are o pantă dată

Dacă se ştie panta dreptei d, m_d şi $A(x_A,y_A)\in d\Rightarrow d:y-y_A=m_d(x-x_A)$

Fie $A(x_A,y_A),B(x_B,y_B),C(x_C,y_C)$

Coliniaritate

A,B,C sunt coliniare $\Leftrightarrow\begin{vmatrix}x_A & y_A & 1\\ x_B & y_B & 1\\ x_C & y_C & 1\end{vmatrix}=0$

Aria triunghiului ABC

$\mathcal{A}_{\Delta ABC}=\frac{|\Delta|}{2}$, unde $\Delta=\begin{vmatrix}x_A & y_A & 1\\ x_B & y_B & 1\\ x_C & y_C & 1\end{vmatrix}$

Distanţa de la un punct la o dreaptă

Fie punctul $A(x_A,y_A)$ şi d:$ax+by+c=0\Rightarrow d(A,d)=\frac{|ax_A+by_A+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$

Condiţia ca un punct să aparţină unei drepte

$A(x_A,y_A)\in d:ax+by+c=0\Leftrightarrow ax_A+by_A+c=0$

Condiţii de paralelism,perpendicularitate

Fie $d_1:y=m_1x+n_1$ şi $d_2:y=m_2x+n_2$, atunci

$d_1\parallel d_2\Leftrightarrow m_{d_1}=m_{d_2}\Leftrightarrow m_1=m_2$

$d_1\perp d_2\Leftrightarrow m_{d_1}\cdot m_{d_2}=-1\Leftrightarrow m_1\cdot m_2=-1$

Subiectul I(prelucrări bacalaureat)

1.Calculaţi suma primilor trei termeni ai progresiei geometrice cu termeni pozitivi $(b_n)_{n\geq 1}$, ştiind că $b_1 = 3$ şi $b_3 = 27$.

2.Determinaţi numărul real m, ştiind că punctul $A(m, 4m)$ aparţine graficului funcţiei $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = 6x - 8$.

3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{x^2 + 8x + 16} = 4$.

4.După o ieftinire cu 10%, urmată de o scumpire cu 30 lei, preţul unui obiect este 210 de lei. Determinaţi preţul iniţial al obiectului.

5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,4)$ şi $B(1,3)$ .Determinaţi, în triunghiul AOB, Ecuaţia medianei din vârful B.

6.Arătaţi că $\sin 90° - 2\cos 60° = 0$.

7.Calculaţi suma primilor trei termeni ai progresiei geometrice cu termeni pozitivi $(b_n)_{n\geq 1}$, ştiind că $b_1 = 2$ şi $b_3 = 32$.

8.Determinaţi numărul real m, ştiind că punctul $A(m, 3m)$ aparţine graficului funcţiei $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = 5x - 6$.

9.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{x^2 + 10x + 25} = 5$.

10.După o ieftinire cu 10%, urmată de o scumpire cu 50 lei, preţul unui obiect este 220 de lei. Determinaţi preţul iniţial al obiectului.

11.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,3)$ şi $B(4,2)$ .Determinaţi, în triunghiul AOB, Ecuaţia medianei din vârful A.

12.Arătaţi că $\sin 90° - 2\sin 30° = 0$.

13.Arătaţi că $\sqrt{80} + \sqrt{75} - \sqrt{108} + \sqrt{3} + \sqrt{25} - 4\sqrt{5} = 5$.

14. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = x - a$, unde a este număr real.Determinaţi numărul real a, pentru care $f(1) = 6$.

15.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{-4x - 4} = x$.

16.Determinaţi câte numere naturale de două cifre distincte se pot forma cu cifrele 1,2,3,4,5,6 şi 7.

17.În reperul cartezian xOy se consideră dreapta d de ecuaţie $y=x-4$. Determinaţi coordonatele punctului de intersecţie a dreptei d cu axa Ox.

18.Se consideră triunghiul ABC cu AB=8, AC=10 şi BC=6.Calculaţi aria triunghiului ABC.

19.Arătaţi că $\sqrt{80} - \sqrt{75} + \sqrt{108} - \sqrt{3} + \sqrt{25} - 4\sqrt{5} = 5$.

20. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = x + a$, unde a este număr real.Determinaţi numărul real a, pentru care $f(1) = 6$.

21.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{4x - 4} = x$.

22.Determinaţi câte numere naturale de două cifre distincte se pot forma cu cifrele 1,2,3,4,5 şi 6.

23.În reperul cartezian xOy se consideră dreapta d de ecuaţie $y=x-5$. Determinaţi coordonatele punctului de intersecţie a dreptei d cu axa Ox.

24.Se consideră triunghiul ABC cu AB=10, AC=8 şi BC=6.Calculaţi aria triunghiului ABC.

25.Arătaţi că $\sqrt{12} + \sqrt{5} - \sqrt{45} + \sqrt{20} + \sqrt{4} - 2\sqrt{3} = 2$.

26.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = x + 8$.Calculaţi f(a), unde $a=f(4) - f(2)$.

27.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{2x^2 + 3x + 1} = x + 1$.

28.După două ieftiniri succesive cu câte 50%, un obiect costă 130 lei.Calculaţi preţul iniţial al obiectului.

29.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $M(-2,-2)$, $N(0,-2)$ şi $P(-4,0)$. Determinaţi lungimea medianei din vârful N al triunghiului MNP.

30.Se consideră triunghiul ABC dreptunghic în A, cu BC=12 şi $m(\sphericalangle C) = 30°$.Calculaţi lungimea laturii AC.

31.Arătaţi că $2\sqrt{3} - \sqrt{20} - \sqrt{5} + \sqrt{45} + \sqrt{4} - \sqrt{12} = 2$.

32.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = x + 4$.Calculaţi f(a), unde a=$f(5) - f(2)$.

33.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{2x^2 + 4x + 4} = x + 2$.

34.După două ieftiniri succesive cu câte 50%, un obiect costă 110 lei.Calculaţi preţul iniţial al obiectului.

35.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $M(-2,-2)$, $N(-2,0)$ şi $P(0,-4)$. Determinaţi lungimea medianei din vârful P al triunghiului MNP.

36.Se consideră triunghiul ABC dreptunghic în A, cu BC=10 şi $m(\sphericalangle C) = 30°$.Calculaţi lungimea laturii AC.

37.Arătaţi că numărul $(\sqrt{2} - 1)(3\sqrt{2} + 1) - (\sqrt{2} - 1)^2$ este întreg.

38.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = (2m + 1)x - 5$, unde m este număr real.Determinaţi numerele reale m, ştiind că $|f(-1)| = 6$.

39.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{5x - 4} = 4x - 3$.

40.Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulţimea numerelor naturale de două cifre, acesta să aibă cifra unităţilor strict mai mare decât cifra zecilor.

41.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,2)$,$B(2,3)$ şi $C(a,0)$ unde a este număr real.Determinaţi numărul real a astfel încât AC⊥OB.

42.Determinaţi măsura unghiului C al triunghiului ABC, ştiind că BC=$4\sqrt{2}$, AC=8 şi $m(\sphericalangle B) = 45°$.

43.Arătaţi că numărul $(\sqrt{2} + 1)(3\sqrt{2} - 1) - (\sqrt{2} + 1)^2$ este întreg.

44.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = (2m - 1)x - 5$, unde m este număr real.Determinaţi numerele reale m, ştiind că $|f(-1)| = 4$.

45.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{4x - 3} = 3x - 2$.

46.Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulţimea numerelor naturale de două cifre, acesta să aibă cifra unităţilor strict mai mică decât cifra zecilor.

47.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,2)$,$B(3,2)$ şi $C(0,a)$ unde a este număr real.Determinaţi numărul real a astfel încât AC⊥OB.

48.Determinaţi măsura unghiului C al triunghiului ABC, ştiind că BC=$6\sqrt{2}$, AC=12 şi $m(\sphericalangle B) = 45°$.

49.Arătaţi că $8 \cdot \left(0,1(6) + \frac{1}{3}\right) = 4$.

50.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = 2x - 5$.Determinaţi numărul real a pentru care $f(a) = a$.

51.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $3^{x^2+5} = 3^{6x}$.

52.Preţul unui obiect este 500 de lei.Determinaţi preţul obiectului după ce se ieftineşte de două ori, succesiv, cu câte 10%.

53.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-4,1)$, $B(-1,-4)$ şi $C(1,4)$.Demostraţi că triunghiul ABC este dreptunghic isoscel.

54.Arătaţi că $\cos^2 60° + \cos^2 45° + \cos^2 30° = \frac{3}{2}$.

55.Arătaţi că $6 \cdot \left(0,1(6) + \frac{1}{3}\right) = 3$.

56.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = 2x - 6$.Determinaţi numărul real a pentru care $f(a) = a$.

57.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $5^{x^2+5} = 5^{6x}$.

58.Preţul unui obiect este 600 de lei.Determinaţi preţul obiectului după ce se ieftineşte de două ori, succesiv, cu câte 10%.

59.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(5,-2)$, $B(2,5)$ şi $C(-2,-5)$.Demostraţi că triunghiul ABC este dreptunghic isoscel.

60.Arătaţi că $\sin^2 30^\circ + \cos^2 45^\circ + \sin^2 60^\circ = \frac{3}{2}$.

61.Arătaţi că $(\sqrt{6}+1)(\sqrt{6}-1) - (\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1) = 3$.

62. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = 5x - 4$.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale inecuaţia $f(x) < 6$.

63.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_3(x^2+5) = \log_3 25$.

64.Determinaţi câte numere naturale de patru cifre distincte se pot forma cu cifrele 1,2,3,4,5,6 şi 7.

65.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $M(3,6)$ şi $N(4,-1)$ .Determinaţi coordonatele punctului P, simetricul punctului N faţă de punctul M.

66.Calculaţi lungimea laturii BC a triunghiului ABC dreptunghic în A,ştiind că AB=12 şi $m(\sphericalangle C) = 30^\circ$.

67.Arătaţi că $(\sqrt{7}+1)(\sqrt{7}-1) - (\sqrt{6}+1)(\sqrt{6}-1) = 1$.

68. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = 3x + 2$.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale inecuaţia $f(x) > 8$.

69.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_2(x^2+3) = \log_2 48$.

70.Determinaţi câte numere naturale de cinci cifre distincte se pot forma cu cifrele 1,2,3,4,5 şi 6.

71.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $M(4,2)$ şi $N(-1,6)$ .Determinaţi coordonatele punctului P, simetricul punctului N faţă de punctul M.

72.Calculaţi lungimea laturii BC a triunghiului ABC dreptunghic în A,ştiind că AC=6 şi $m(\sphericalangle B) = 30^\circ$.

73.Arătaţi că $2(5-\sqrt{7}) + \sqrt{28} = 10$.

74.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = 5x^2 + a - 5$.Determinaţi numărul real a, pentru care $f(0) = 0$.

75.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt[3]{10-x} = 1$.

76.După două ieftiniri succesive cu câte 50%, un tricou costă 14 lei.Calculaţi preţul iniţial al tricoului.

77.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $M(4,5)$ şi $N(0,5)$.Calculaţi lungimea segmentului MN.

78.Calculaţi lungimea laturii AB triunghiului ABC dreptunghic în A, ştiind că BC=15 şi $\sin C = \frac{2}{5}$.

79.Arătaţi că $2(4-\sqrt{6}) + \sqrt{24} = 8$.

80.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = 6x^2 + a - 6$.Determinaţi numărul real a, pentru care $f(0) = 0$.

81.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt[3]{4-x} = 1$.

82.După două ieftiniri succesive cu câte 50%, un tricou costă 12 lei.Calculaţi preţul iniţial al tricoului.

83.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $M(2,5)$ şi $N(2,0)$.Calculaţi lungimea segmentului MN.

84.Calculaţi lungimea laturii AC triunghiului ABC dreptunghic în A, ştiind că BC=30 şi $\sin B = \frac{3}{5}$.

85.Arătaţi că $\left(1 + \left(\frac{1}{3}\right)^2 - \frac{1}{2}\right) : \frac{11}{18} = 1$.

86.Determinaţi numărul real a pentru care $f(1) + f(-1) = 4$, unde $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = x + a$.

87.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_6(x^2+3) = \log_6(4x)$.

88.Preţul unui obiect este 400 de lei.Determinaţi preţul obiectului după ce se ieftineşte de două ori, succesiv, cu câte 10%.

89.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $O(0,0)$,$A(-2,3)$ şi $B(2,3)$.Determinaţi distanţa de la punctul O la punctul M, unde M este mijlocul segmentului AB.
90.Calculaţi aria triunghiului ABC, ştiind că $m(\sphericalangle A) = 45°$ şi AB=BC=$4\sqrt{2}$.
91.Arătaţi că $\left(2 + \left(\frac{1}{2}\right)^3 - \frac{1}{4}\right) : \frac{15}{8} = 1$.
92.Determinaţi numărul real a pentru care $f(3) + f(-3) = 2$, unde $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = x + a$.
93.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_5(x^2 + 2) = \log_5(3x)$.
94.Preţul unui obiect este 800 de lei.Determinaţi preţul obiectului după ce se ieftineşte de două ori, succesiv, cu câte 20%.
95.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $O(0,0)$,$A(2,-3)$ şi $B(2,3)$.Determinaţi distanţa de la punctul O la punctul M, unde M este mijlocul segmentului AB.
96.Calculaţi aria triunghiului ABC, ştiind că $m(\sphericalangle B) = 45°$ şi AB=AC=$2\sqrt{3}$.
97.Arătaţi că $\sqrt{\frac{25}{36}} - \frac{55}{66} = 0$.
98.Rezolvaţi în mulţimea numerelor naturale nenule inecuaţia $5(x-1) < 10$.
99.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_5(x^2 + 4x + 7) = \log_5 3$
100.Determinaţi câte numere naturale impare de două cifre se pot forma cu cifrele 1,2,3,6 şi 7.
101.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $M(1,1)$,$N(6,1)$ şi $P(6,6)$.Arătaţi că triunghiul MNP este isoscel.
102.Se consideră triunghiul ABC dreptunghic în A, cu AC=7 şi BC=14.Arătaţi că $m(\sphericalangle B) = 30°$.
103.Arătaţi că $\sqrt{\frac{16}{49}} - \frac{44}{77} = 0$.
104.Rezolvaţi în mulţimea numerelor naturale nenule inecuaţia $3(x-2) < 6$.
105.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_5(x^2 + 6x + 13) = \log_5 4$
106.Determinaţi câte numere naturale pare de două cifre se pot forma cu cifrele 1,2,3,4 şi 5.
107.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $M(4,1)$,$N(4,4)$ şi $P(1,1)$.Arătaţi că triunghiul MNP este isoscel.
108.Se consideră triunghiul ABC dreptunghic în A, cu AB=8 şi BC=16.Arătaţi că $m(\sphericalangle C) = 30°$.
109.Arătaţi că $\sqrt{45} - \sqrt{20} = \sqrt{5}$.
110.Determinaţi coordonatele punctului de intersecţie a graficelor funcţiilor $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = 5x - 1$ şi $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x) = 5 - x$.
111.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $6^{11-3x} = 36$.
112.Determinaţi câte numere naturale pare de două cifre se pot forma cu cifrele 1,2,3,4 şi 5.
113.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3,6)$,$B(5,6)$ şi $C(5,8)$.Arătaţi că AB=BC.
114.Arătaţi că $\sin 30° \cdot \cos 60° + \sin 60° \cdot \cos 30° = 1$.
115.Arătaţi că $\sqrt{80} - \sqrt{45} = \sqrt{5}$.
116.Determinaţi coordonatele punctului de intersecţie a graficelor funcţiilor $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = 2x - 1$ şi $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x) = 2 - x$.
117.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $3^{9-2x} = 27$.
118.Determinaţi câte numere naturale impare de două cifre se pot forma cu cifrele 2,3,4,5 şi 6.
119.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,4)$,$B(1,0)$ şi $C(5,4)$.Arătaţi că AB=AC.
120.Arătaţi că $\sin 45° \cdot \cos 45° - \cos 60° = 0$.
121.Arătaţi că $7\left(1 + \frac{1}{7}\right)\left(1 + \frac{1}{8}\right)\left(1 + \frac{1}{9}\right) = 10$.
122.Determinaţi valorile reale ale lui x, pentru care $f(x) \geq g(x)$, unde $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = 5x - 3$ şi

$g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=x+5$.

123.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $6^{x^2+6}=6^{7x}$.

124.O firmă foloseşte 2000 de lei pentru publicitate, sumă care reprezintă 5% din profitul anual al firmei.Calculaţi profitul anual al firmei.

125.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(5,1)$, $B(5,7)$ şi $C(1,4)$.Calculaţi perimetrul triunghiului ABC.

126.Arătaţi că $\sin^2 60^\circ+\cos^2 45^\circ=\frac{5}{4}$.

127.Arătaţi că $4\left(1+\frac{1}{4}\right)\left(1+\frac{1}{5}\right)\left(1+\frac{1}{6}\right)=7$.

128.Determinaţi valorile reale ale lui x, pentru care $f(x)\geq g(x)$, unde $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=4x-3$ şi $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=x+6$.

129.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $13^{x^2+7}=13^{8x}$.

130.O firmă foloseşte 7000 de lei pentru publicitate, sumă care reprezintă 1% din profitul anual al firmei.Calculaţi profitul anual al firmei.

131.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(4,0)$, $B(0,3)$ şi $C(4,6)$.Calculaţi perimetrul triunghiului ABC.

132.Arătaţi că $\sin^2 30^\circ+\cos^2 45^\circ=\frac{3}{4}$.

133.Arătaţi că $\sqrt{64}+\sqrt{25}-\sqrt{169}=0$.

134.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale inecuaţia $5(x+4)\leq 25$.

135.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_2(3x-9)=\log_2 3$.

136.Preţul unui obiect este 7000 de lei.Determinaţi preţul obiectului după ce se ieftineşte de două ori, succesiv, cu câte 10%.

137.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0,2)$, $B(5,4)$ şi $C(5,2)$.Arătaţi că patrulaterul AOCB este paralelogram.

138.Calculaţi aria triunghiului ABC, ştiind că $m(\sphericalangle C)=60^\circ$ şi AB=AC=8.

139.Arătaţi că $\sqrt{49}+\sqrt{64}-\sqrt{225}=0$.

140.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale inecuaţia $3(x-2)\leq 9$.

141.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_5(5x-15)=\log_5 10$.

142.Preţul unui obiect este 6000 de lei.Determinaţi preţul obiectului după ce se ieftineşte de două ori, succesiv, cu câte 10%.

143.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3,0)$, $B(6,5)$ şi $C(3,5)$.Arătaţi că patrulaterul AOCB este paralelogram.

144.Calculaţi aria triunghiului ABC, ştiind că $m(\sphericalangle B)=60^\circ$ şi AB=BC=10.

145.Arătaţi că $\sqrt{80}-\sqrt{45}-\sqrt{5}=0$

146.Determinaţi coordonatele punctului de intersecţie a graficelor funcţiilor $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+1$ şi $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=6-4x$.

147.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $7^{5-3x}=49$.

148.Determinaţi câte numere naturale pare de două cifre se pot forma cu cifrele 3,4,5,6 şi 7.

149.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(4,2)$, $B(4,5)$ şi $C(1,2)$.Arătaţi că AB=AC.

150.Arătaţi că$\sin 45^\circ\cdot\cos 45^\circ+\sin 30^\circ=1$.

151.Arătaţi că $\sqrt{72}-\sqrt{50}-\sqrt{2}=0$

152.Determinaţi coordonatele punctului de intersecţie a graficelor funcţiilor $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+3$ şi $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=7-3x$.

153.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $2^{7-2x}=8$.

154.Determinaţi câte numere naturale impare de două cifre se pot forma cu cifrele 2,3,4,5 şi 6.
155.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3,5)$, $B(3,2)$ şi $C(6,5)$.Arătaţi că AB=AC.
156.Arătaţi că $\sin 30^\circ - \sin 45^\circ \cdot \cos 45^\circ = 0$.
157.Arătaţi că $\left(4 + \left(\frac{1}{2}\right)^4\right) : \frac{65}{16} = 1$.
158.Determinaţi numărul real a pentru care $f(4) + f(-4) = 8$, unde $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = x + a$.
159.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $4^{x^2+3} = 4^{4x}$.
160.Preţul unui obiect este 400 de lei.Determinaţi preţul obiectului după ce se scumpeşte de două ori, succesiv, câte 10%.
161.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $O(0,0)$, $A(3,4)$ şi $B(3,-4)$.Determinaţi distanţa de la punctul O la punctul M, ştiind că M este mijlocul segmentului AB.
162.Calculaţi aria triunghiului ABC, ştiind că $m(\sphericalangle A) = 45^\circ$ şi AB=BC=$\sqrt{6}$.
163.Arătaţi că $\left(5 + \left(\frac{1}{2}\right)^4\right) : \frac{81}{16} = 1$.
164.Determinaţi numărul real a pentru care $f(5) + f(-5) = 10$, unde $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = x + a$.
165.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $6^{x^2+5} = 6^{6x}$.
166.Preţul unui obiect este 500 de lei.Determinaţi preţul obiectului după ce se scumpeşte de două ori, succesiv, câte 10%.
167.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $O(0,0)$, $A(-2,6)$ şi $B(2,6)$.Determinaţi distanţa de la punctul O la punctul M, ştiind că M este mijlocul segmentului AB.
168.Calculaţi aria triunghiului ABC, ştiind că $m(\sphericalangle B) = 45^\circ$ şi AB=AC=$2\sqrt{2}$.
169.Arătaţi că $\left(\left(\frac{1}{5}\right)^2 + 2\right) : \frac{51}{25} = 1$.
170.Se consideră funcţiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = 2017 - x$ şi $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x) = x - 2017$.Determinaţi coordonatele punctului de intersecţie a graficelor celor două funcţii.
171.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $25^{x^2+5x} = 25^{x-4}$.
172.Preţul unui aparat de fotografiat este de 440 de lei.Determinaţi preţul aparatului de fotografiat după o reducere cu 25%.
173.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-5,6)$ şi $B(5,6)$.Determinaţi coordonatele mijlocului segmentului AB.
174.Determinaţi lungimea laturii BC a triunghiului ABC dreprunghic în A ştiind că AC=12 şi sinB=$\frac{3}{5}$.
175.Arătaţi că $\left(\left(\frac{1}{2}\right)^4 + 3\right) : \frac{49}{16} = 1$.
176.Se consideră funcţiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = 2020 - x$ şi $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x) = x - 2020$.Determinaţi coordonatele punctului de intersecţie a graficelor celor două funcţii.
177.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $36^{x^2+11x} = 36^{x-25}$.
178.Preţul unui aparat de fotografiat este de 520 de lei.Determinaţi preţul aparatului de fotografiat după o reducere cu 25%.
179.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(5,-4)$ şi $B(5,4)$.Determinaţi coordonatele mijlocului segmentului AB.
180.Determinaţi lungimea laturii BC a triunghiului ABC dreprunghic în A ştiind că AC=8 şi sinB=$\frac{4}{5}$.
181.Scrieţi în ordine crescătoare numerele 2018^0, $\sqrt{36}$ şi 7.

182.Determinaţi coordonatele punctului de inresecţie dintre graficul funcţiei f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=4x-8$ şi axa Ox.
183.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $11^{10x+9}=11^{-1}$.
184.Determinaţi câte numere naturale de patru cifre distincte se pot forma cu cifrele 1,3,5,7 şi 9.
185.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(5,2)$,$B(2,2)$ şi $C(2,5)$.Arătaţi că triunghiul ABC este isoscel.
186.Calculaţi aria triunghiului ABC dreptunghic în A ştiind că AC=5 şi BC=13.
187.Scrieţi în ordine crescătoare numerele 2019^0, $\sqrt{25}$ şi 8.
188.Determinaţi coordonatele punctului de inresecţie dintre graficul funcţiei f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x-8$ şi axa Ox.
189.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $2^{2x+1}=2^{-1}$.
190.Determinaţi câte numere naturale de două cifre distincte se pot forma cu cifrele 1,3,5,7 şi 9.
191.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,5)$,$B(5,2)$ şi $C(2,2)$.Arătaţi că triunghiul ABC este isoscel.
192.Calculaţi aria triunghiului ABC dreptunghic în A ştiind că AC=12 şi BC=13.
193.Arătaţi că $3\left(2+\sqrt{2}\right)-\sqrt{18}=6$.
194.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x-5$. Arătaţi că $f(5)+f(-5)=-10$.
195.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_3(x^2+4)=\log_3 20$.
196.După o scumpire cu 10% preţul unui produs creşte cu 90 de lei.Calculaţi preţul produsului după scumpire.
197.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $P(5,7)$ şi $R(5,9)$.Determinaţi coordonatele mijlocului segmentului PR.
198.Determinaţi lungimea laturii BC a triunghiului ABC dreptunghic în A, ştiind că AC=50 şi $\sin B=\frac{2}{5}$.
199.Arătaţi că $4\left(1+\sqrt{2}\right)-\sqrt{32}=4$.
200.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x-6$. Arătaţi că $f(6)+f(-6)=-12$.
201.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_6(x^2+1)=\log_6 17$.
202.După o scumpire cu 10% preţul unui produs creşte cu 40 de lei.Calculaţi preţul produsului după scumpire.
203.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $P(8,4)$ şi $R(2,4)$.Determinaţi coordonatele mijlocului segmentului PR.
204.Determinaţi lungimea laturii BC a triunghiului ABC dreptunghic în A, ştiind că AB=80 şi $\sin C=\frac{4}{5}$.
205.Arătaţi că $6\left(1+\sqrt{2}\right)-\sqrt{72}=6$.
206.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+7$.Arătaţi că $f(-7)+f(7)=14$.
207.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $(x+6)^2-x^2-60=0$.
208.După o scumpire cu 10% preţul unui produs este 550 de lei.Calculaţi preţul produsului înainte de scumpire.
209.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $P(7,4)$ şi $R(3,4)$. Determinaţi coordonatele mijlocului segmentului PR.
210.Determinaţi lungimea laturii AB a triunghiului ABC dreptunghic în A, ştiind că BC=60 şi $\cos B=\frac{4}{5}$.
211.Arătaţi că $3\left(1-\sqrt{2}\right)+\sqrt{27}=3$.

212.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+3$.Arătaţi că $f(-3)+f(3)=6$.
213.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $(x+7)^2-x^2-63=0$.
214.După o scumpire cu 10% preţul unui produs este 660 de lei.Calculaţi preţul produsului înainte de scumpire.
215.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $P(6,5)$ şi $R(6,1)$. Determinaţi coordonatele mijlocului segmentului PR.
216.Determinaţi lungimea laturii AC a triunghiului ABC dreptunghic în A, ştiind că BC=30 şi $\cos B=\frac{2}{5}$.
217.Calculaţi suma primilor trei termini ai unei progresii aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$, ştiind că $a_1=3$ şi $a_3=5$.
218.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+4$.Determinaţi numărul real m pentru care $f(m)=f(1)+f(-1)$.
219.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_3(x^2+5)=2$.
220.Un obiect costă 5000 de lei.Determinaţi preţul obiectului după ce acesta se scumpeşte de două ori, succesiv, cu câte 10%.
221.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,2)$, $B(-2,2)$, $C(-2,-2)$şi $D(2,-2)$.Calculaţi perimetrul patrulaterului ABCD.
222.Calculaţi aria triunghiului ABC dreptunghic în A, ştiind că $m(\sphericalangle B)=45°$ şi BC=$8\sqrt{2}$.
223.Calculaţi suma primilor trei termini ai unei progresii aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$, ştiind că $a_1=1$ şi $a_3=7$.
224.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+6$.Determinaţi numărul real m pentru care $f(m)=f(1)+f(-1)$.
225.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_3(x^2+23)=3$.
226.Un obiect costă 6000 de lei.Determinaţi preţul obiectului după ce acesta se scumpeşte de două ori, succesiv, cu câte 10%.
227.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,2)$, $B(2,-2)$, $C(-2,-2)$şi $D(-2,2)$.Calculaţi perimetrul patrulaterului ABCD.
228.Calculaţi aria triunghiului ABC dreptunghic în A, ştiind că $m(\sphericalangle C)=45°$ şi BC=$6\sqrt{2}$.
229.Se consideră progresia aritmetică $(a_n)_{n\geq 1}$cu $a_1=5$ şi $r=-5$.Calculaţi a_3.
230.Determinaţi numărul real a, ştiind că punctul $A(1,4)$ aparţine graficului funcţiei f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+ax+2$.
231.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{x}=\sqrt{x^2-20}$.
232.Un pix costă de trei ori mai mult decât un creion şi de nouă ori mai puţin decât un stilou.Determinaţi cât costă un creion, dacă un stilou costă 90 de lei.
233.Se consideră un paralelogram ABCD şi O, punctul de intersecţie a dreptelor AC şi BD.Arătaţi că $\overrightarrow{OA}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{CB}\right)$.
234.În triunghiul ABC dreptunghic în A, avem AB=3AC şi BC=10.Arătaţi că perimetrul triunghiului ABC este egal cu $4\sqrt{10}+10$.
235.Se consideră progresia aritmetică $(a_n)_{n\geq 1}$cu $a_1=6$ şi $r=-6$.Calculaţi a_3.
236.Determinaţi numărul real a, ştiind că punctul $A(1,2)$ aparţine graficului funcţiei f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+ax+4$.
237.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{x}=\sqrt{x^2-30}$.
238.Un pix costă de două ori mai mult decât un creion şi de şapte ori mai puţin decât un stilou.Determinaţi cât costă un creion, dacă un stilou costă 70 de lei.

239.Se consideră un paralelogram ABCD şi O, punctul de intersecţie a dreptelor AC şi BD.Arătaţi că $\overrightarrow{OD}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}\right)$.

240.În triunghiul ABC dreptunghic în A, avem AC=2AB şi BC=10.Arătaţi că perimetrul triunghiului ABC este egal cu $15\sqrt{2}+10$.

241.Determinaţi raţia progresiei geometrice $(b_n)_{n\geq 1}$, ştiind că $b_1 = 4$ şi $b_4 = -4$.

242.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 6x + 2$.Arătaţi că $f(0) = f(6)$.

243.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_2(x - 4) = 1$.

244.Calculaţi probabilitatea ca,alegând un număr din mulţimea A={1,2,4,6,8,9}, acesta să fie mai mic sau egal cu media aritmetică a elementelor mulţimii A.

245.În reperul cartezian xOy se consideră dreptele d_1 şi d_2 de ecuaţii y=3x−2, respectiv y=ax+3, unde a este număr real.Determinaţi numărul real a, ştiind că dreptele d_1 şi d_2 sunt perpendiculare.

246.Se consideră triunghiul ABC dreptunghic în A şi punctul D∈AB, piciorul bisectoarei unghiului C. Ştiind că BD=CD, arătaţi că $m(\sphericalangle ABC) = 30°$.

247.Determinaţi raţia progresiei geometrice $(b_n)_{n\geq 1}$, ştiind că $b_1 = -2$ şi $b_4 = 2$.

248.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 5x + 3$.Arătaţi că $f(0) = f(5)$.

249.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_3(x - 4) = 1$.

250.Calculaţi probabilitatea ca,alegând un număr din mulţimea A={1,2,5,7,8,9}, acesta să fie mai mic sau egal cu media aritmetică a elementelor mulţimii A.

251.În reperul cartezian xOy se consideră dreptele d_1 şi d_2 de ecuaţii y=2x−1, respectiv y=ax+5, unde a este număr real.Determinaţi numărul real a, ştiind că dreptele d_1 şi d_2 sunt perpendiculare.

252.Se consideră triunghiul ABC dreptunghic în A şi punctul D∈AC, piciorul bisectoarei unghiului B. Ştiind că CD=BD, arătaţi că $m(\sphericalangle ACB) = 30°$.

253.Arătaţi că $\sqrt{63}\cdot\left(\frac{\sqrt{7}}{3}-\frac{1}{\sqrt{7}}\right) = 4$.

254. Se consideră funcţiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = 3x + 4$ şi $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$g(x) = x - 5$. Determinaţi numărul natural n pentru care $f(n)\cdot g(n) = 0$.

255.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $3^{2x+5} = 3^{6x-7}$.

256.Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulţimea numerelor naturale de două cifre, acesta să aibă cifra unităţilor egală cu triplul cifrei zecilor.

257.În reperul cartezian xOy se consideră punctele necoliniare A(3,1),B(a, 0) şi C(5,3), unde a este număr real.Determinaţi numărul real a, ştiind că triunghiul ABC este dreptunghic în A.

258.Arătaţi că $\sqrt{3}\cdot\sin 60° + \cos 60° - 4\sin^2 30° = 1$.

259.Arătaţi că $\sqrt{54}\cdot\left(\frac{\sqrt{6}}{3}-\frac{1}{\sqrt{6}}\right) = 3$.

260. Se consideră funcţiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = 3x + 1$ şi $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$g(x) = x - 4$. Determinaţi numărul natural n pentru care $f(n)\cdot g(n) = 0$.

261.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $3^{3x+6} = 3^{6x-3}$.

262.Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulţimea numerelor naturale de două cifre, acesta să aibă cifra zecilor egală cu triplul cifrei unităţilor.

263.În reperul cartezian xOy se consideră punctele necoliniare A(1,3),B(0, a) şi C(3,5), unde a este număr real.Determinaţi numărul real a, ştiind că triunghiul ABC este dreptunghic în A.

264.Arătaţi că $\sqrt{3}\cdot\sin 60° + \sin 30° - 4\cos^2 60° = 1$.

265.Arătaţi că $\sqrt{5}\cdot\left(\frac{1}{\sqrt{5}+2}+\frac{1}{\sqrt{5}-2}\right) = 10$.

266.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = x - 4$.Determinaţi numerele naturale n pentru care $f(n) < 0$.

267.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_3(x^2-16)=2$.
268.După o scumpire cu 30%, preţul unui obiect este 572 de lei.Determinaţi preţul obiectului înainte de scumpire.
269.Determinaţi ecuaţia dreptei care trece prin punctul $M(0,3)$ şi este paralelă cu dreapta d de ecuaţie $y=2x$.
270.Calculaţi aria rombului ABCD, ştiind că $BD=2\sqrt{3}$ şi $AC=6$.
271.Arătaţi că $\sqrt{5}\cdot\left(\frac{1}{\sqrt{5}-2}+\frac{1}{\sqrt{5}+2}\right)=10$.
272.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x-5$.Determinaţi numerele naturale n pentru care $f(n)<0$.
273.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_4(x^2-9)=2$.
274.După o scumpire cu 30%, preţul unui obiect este 429 de lei.Determinaţi preţul obiectului înainte de scumpire.
275.Determinaţi ecuaţia dreptei care trece prin punctul $M(3,0)$ şi este paralelă cu dreapta d de ecuaţie $y=2x$.
276.Calculaţi aria rombului ABCD, ştiind că $AC=2\sqrt{3}$ şi $BD=6$.
277.Arătaţi că $\sqrt{3}\cdot(\sqrt{3}+2)-\sqrt{12}=3$.
278.Se consideră funcţiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x-3$ şi $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=3x-9$.Determinaţi numărul real a pentru care $f(a)=g(a)$.
279.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{6-2x}=6$.
280.Determinaţi probabilitatea ca, alegând un număr n din mulţimea numerelor naturale nenule de o cifră, numărul n să fie divizor al numărului 16..
281.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3,-1)$ şi $B(a,4)$, unde a este număr real. Determinaţi numărul real a, ştiind că punctul A aparţine dreptei OB.
282.Se consideră triunghiul ABC dreptunghic în A, cu $BC=6$ şi măsura unghiului B de două ori mai mare decât măsura unghiului C. Determinaţi lungimea laturii AB a triunghiului ABC.
283.Arătaţi că $\sqrt{3}\cdot(2+\sqrt{3})-\sqrt{12}=3$.
284.Se consideră funcţiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x-1$ şi $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=3x-7$.Determinaţi numărul real a pentru care $f(a)=g(a)$.
285.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{4-2x}=4$.
286.Determinaţi probabilitatea ca, alegând un număr n din mulţimea numerelor naturale nenule de o cifră, numărul n să fie divizor al numărului 14..
287.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-1,3)$ şi $B(4,a)$, unde a este număr real. Determinaţi numărul real a, ştiind că punctul A aparţine dreptei OB.
288.Se consideră triunghiul ABC dreptunghic în A, cu $BC=6$ şi măsura unghiului C de două ori mai mare decât măsura unghiului B. Determinaţi lungimea laturii AC a triunghiului ABC.
289.Se consideră progresia aritmetică $(a_n)_{n\geq 1}$, cu $a_1=2$ şi $a_3=12$.Calculaţi termenul a_2.
290. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-4x$. Determinaţi abscisele punctelor de intersecţie a graficului funcţiei f cu axa Ox.
291.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $7^{12-x}=49^x$.
292.Determinaţi probabilitatea ca, alegând un număr n din mulţimea $A=\{1,2,3,\dots,9\}$, numărul $n+4$ să fie impar.
293.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,3)$,$B(-3,0)$ şi $C(0,a)$, unde a este număr real.Determinaţi numerele reale a pentru care $AB=AC$.
294.Arătaţi că $(1+\sin 60^\circ)\cdot\sin^2 45^\circ+\sin^2 30^\circ=1$.

295.Se consideră progresia aritmetică $(a_n)_{n\geq 1}$, cu $a_1 = 4$ şi $a_3 = 14$.Calculaţi termenul a_2.
296. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 5x$. Determinaţi abscisele punctelor de intersecţie a graficului funcţiei f cu axa Ox.
297.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $7^{9-x} = 49^x$.
298.Determinaţi probabilitatea ca, alegând un număr n din mulţimea A={1,2,3, … ,9}, numărul n+1 să fie impar.
299.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3,1), B(0,-3)$ şi $C(a,0)$, unde a este număr real.Determinaţi numerele reale a pentru care AB=AC.
300.Arătaţi că $(1 + \cos 30°) \cdot \sin^2 45° + \cos^2 60° = 1$.
301.Arătaţi că $\sqrt{32} + \sqrt{8} = 6\sqrt{2}$.
302.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = 3x - 4$.Determinaţi numărul real a pentru care $f(a) - f(2) = 12$.
303.După o reducere cu 20% preţul unui obiect scade cu 22 de lei.Determinaţi preţul iniţial al obiectului.
304.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $4^{2x+1} = 32$.
305.În reperul cartezian xOy se consideră punctul $A(3,2)$ şi dreapta d de ecuaţie y=2x+3. Determinaţi ecuaţia dreptei ce trece prin punctul A şi este perpendiculară pe dreapta d.
306.Se consideră triunghiul ABC dreptunghic în A cu măsura unghiului C de $30°$ şi BC=12. Calculaţi aria triunghiului ABC.
307.Arătaţi că $\sqrt{32} + \sqrt{18} = 7\sqrt{2}$.
308.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = 4x - 3$.Determinaţi numărul real a pentru care $f(a) - f(2) = 12$.
309.După o reducere cu 20% preţul unui obiect scade cu 27 de lei.Determinaţi preţul iniţial al obiectului.
310.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $4^{2x-1} = 32$.
311.În reperul cartezian xOy se consideră punctul $A(2,3)$ şi dreapta d de ecuaţie y=2x−3. Determinaţi ecuaţia dreptei ce trece prin punctul A şi este perpendiculară pe dreapta d.
312.Se consideră triunghiul ABC dreptunghic în A cu măsura unghiului B de $30°$ şi BC=12. Calculaţi aria triunghiului ABC.
313.Arătaţi că $\left(\sqrt{6}+1\right)^2 - \left(\sqrt{6}-1\right)^2 = \sqrt{96}$.
314.Determinaţi coordonatele punctului de intersecţie a graficelor funcţiilor f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = 3x + 1$ şi g:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x) = -3x + 7$.
315.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $3^{x-4} = \left(\frac{1}{3}\right)^{-2x}$.
316.Determinaţi câte numere naturale impare de două cifre se pot forma cu cifrele 1,2,3,4,5,6 şi 7.
317.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0,4)$, $B(3,0)$ şi $C(6,2)$.Determinaţi distanţa de la punctul B la mijlocul segmentului AC
318.Se consideră triunghiul ABC cu AB=5,AC=12 şi BC=13. Arătaţi că sinB+sinC=$\frac{17}{13}$.
319.Arătaţi că $\left(\sqrt{2}+1\right)^2 - \left(\sqrt{2}-1\right)^2 = \sqrt{32}$.
320.Determinaţi coordonatele punctului de intersecţie a graficelor funcţiilor f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = 2x - 1$ şi g:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x) = -2x + 3$.
321.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $3^{x-4} = \left(\frac{1}{3}\right)^{-3x}$.
322.Determinaţi câte numere naturale impare de două cifre se pot forma cu cifrele 1,2,3,4,5 şi 6.

323.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(6,0)$, $B(3,2)$ şi $C(4,4)$.Determinaţi distanţa de la punctul B la mijlocul segmentului AC

324.Se consideră triunghiul ABC cu AB=12,AC=5 şi BC=13. Arătaţi că sinB+sinC=$\frac{17}{13}$.

325.Arătaţi că $\log_3 81 - \log_3 27 + \log_3 1 = 1$.

326. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = 5x + 4$. Determinaţi numărul real m pentru care punctul $A(m, 2024)$ aparţine graficului funcţiei f.

327.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{7x - 1} = \sqrt{6}$.

328.După două scumpiri succesive cu 30% preţul unui obiect este 338 lei. Determinaţi preţul iniţial al obiectului.

329.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(4,6)$ şi $B(2,4)$ .Determinaţi ecuaţia dreptei AB.

330.Arătaţi că $(\sin60° + \sin45°)(\sin60° - \sin45°) = \frac{1}{4}$.

331.Arătaţi că $\log_3 27 - \log_3 9 + \log_3 1 = 1$.

332. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = 5x + 7$. Determinaţi numărul real m pentru care punctul $A(m, 2022)$ aparţine graficului funcţiei f.

333.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{6x - 1} = \sqrt{5}$.

334.După două scumpiri succesive cu 20% preţul unui obiect este 180 lei. Determinaţi preţul iniţial al obiectului.

335.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,6)$ şi $B(6,2)$ .Determinaţi ecuaţia dreptei AB.

336.Arătaţi că $(\sin60° - \sin45°)(\sin60° + \sin45°) = \frac{1}{4}$.

337.Arătaţi că $\sqrt{64} + \sqrt{36} - \sqrt{196} = 0$.

338.Se consideră funcţiile f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = 4x + 4$ şi g :$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$g(x) = x^2 + 4$. Determinaţi numerele naturale n pentru care $f(n) \geq g(n)$.

339.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $2+\log_5(2x - 1) = \log_5 75$.

340.Preţul unui obiect este de 250 de lei.Determinaţi preţul obiectului după ce se scumpeşte de două ori, succesiv, cu câte 30%.

341.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(6,0)$ şi $M(3,2)$.Determinaţi coordonatele punctului B, ştiind că punctul M este mijlocul segmentului AB.

342.Arătaţi că $\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot \sin60° + \frac{1}{\sqrt{3}}\cdot \cos60° \cdot \cos30° = 2$.

343.Arătaţi că $\sqrt{36} + \sqrt{64} - \sqrt{196} = 0$.

344.Se consideră funcţiile f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = 5x + 5$ şi g :$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$g(x) = x^2 + 5$. Determinaţi numerele naturale n pentru care $f(n) \geq g(n)$.

345.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $2+\log_3(2x + 1) = \log_3 27$.

346.Preţul unui obiect este de 250 de lei.Determinaţi preţul obiectului după ce se scumpeşte de două ori, succesiv, cu câte 20%.

347.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0,6)$ şi $M(3,2)$.Determinaţi coordonatele punctului B, ştiind că punctul M este mijlocul segmentului AB.

348.Arătaţi că $\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot \sin60° + \frac{1}{\sqrt{3}}\cdot \cos30° \cdot \cos60° = 2$.

349.Arătaţi că $\sqrt{32} - 4\left(\sqrt{2} - 2\right) = 8$.

350.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 5x + a$, unde a este număr real, Arătaţi că $f(4) = f(1)$, pentru orice număr real a.

351.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_3(5-x)=\log_3(x+3)$.
352.Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulţimea numerelor naturale de două cifre , acesta să aibă produsul cifrelor egal cu 12.
353.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(a,3)$, $B(0,2)$ şi $C(2,4)$, unde a este număr real. Determinaţi numărul real a , ştiind că punctul A este mijlocul segmentului BC.
354.Arătaţi că $\cos60^\circ+\sqrt{2}\sin45^\circ+\sin30^\circ=2$.
355.Arătaţi că $\sqrt{50}-5\left(\sqrt{2}-2\right)=10$.
356.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-5x+a$, unde a este număr real, Arătaţi că $f(1)=f(4)$, pentru orice număr real a.
357.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_3(x+3)=\log_3(5-x)$.
358.Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulţimea numerelor naturale de două cifre , acesta să aibă produsul cifrelor egal cu 10.
359.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3,a)$,$B(2,0)$ şi $C(4,2)$, unde a este număr real. Determinaţi numărul real a , ştiind că punctul A este mijlocul segmentului BC.
360.Arătaţi că $\sin30^\circ+\sqrt{2}\sin45^\circ+\cos60^\circ=2$.
361.Se consideră progresia geometrică $(b_n)_{n\geq1}$ cu $b_1=2$ şi $b_2=6$.Calculaţi b_3.
362.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=5x+2$. Determinaţi numărul real a pentru care $f(a)=7$.
363.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_2(4x+5)=\log_2(5x+2)$.
364.După o scumpire cu 25%, preţul unui obiect a crescut cu 30 de lei.Determinaţi preţul obiectului înainte de scumpire.
365.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3,0)$, $B(3,6)$ şi $C(0,3)$.Demonstraţi că BM=CM, unde punctul M este mijlocul segmentului AB.
366.Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu AC=5 şi BC=13. Arătaţi că perimetrul triunghiului ABC este egal cu 30.
367.Se consideră progresia geometrică $(b_n)_{n\geq1}$ cu $b_1=3$ şi $b_2=9$.Calculaţi b_3.
368.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=6x+3$. Determinaţi numărul real a pentru care $f(a)=9$.
369.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_2(5x+6)=\log_2(6x+3)$.
370.După o scumpire cu 25%, preţul unui obiect a crescut cu 60 de lei.Determinaţi preţul obiectului înainte de scumpire.
371.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0,3)$, $B(6,3)$ şi $C(3,0)$.Demonstraţi că BM=CM, unde punctul M este mijlocul segmentului AB.
372.Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu AB=5 şi BC=13. Arătaţi că perimetrul triunghiului ABC este egal cu 30.
373.Arătaţi că $\sqrt{2}\cdot\left(5-\sqrt{2}\right)-5\sqrt{2}+4=2$.
374.Se consideră funcţiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=7x-6$ .Determinaţi numărul real a pentru care $f(a)=a$.
375.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{x^2+8x+17}=1$.
376.Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr n din mulţimea $A=\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$, numărul n^2 să aparţină mulţimii A.
377.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-4,-3)$ şi $B(4,-7)$. Arătaţi că OA=OM, unde punctul M este mijlocul segmentului AB.
378.Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu AB=12,AC=8 şi punctul M mijlocul segmentului AB. Arătaţi că perimetrul triunghiului AMC este egal cu 12.
379.Arătaţi că $\sqrt{2}\cdot\left(2-\sqrt{2}\right)-2\sqrt{2}+4=2$.
380.Se consideră funcţiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=8x-7$ .Determinaţi numărul real a pentru care $f(a)=a$.

381.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{x^2+10x+26}=1$.
382.Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr n din mulţimea A={1,2,3,4,5,6,7,8,9}, numărul n^2 să aparţină mulţimii A.
383.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-3,-4)$ şi $B(-7,4)$. Arătaţi că OA=OM, unde punctul M este mijlocul segmentului AB.
384.Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu AB=16,AC=6 şi punctul M mijlocul segmentului AB. Arătaţi că perimetrul triunghiului AMC este egal cu 24.
385.Arătaţi că $\sqrt{3}(\sqrt{3}-2)+2\sqrt{3}+2=5$.
386.Se consideră funcţiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3x+4$ şi $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=4x+3$.Determinaţi numărul real m pentru care $g(m)=f(m)$.
387.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $2^{5x-2}=2^{4-x}$.
388.Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr n din mulţimea A={1,2,3,4,5,6,7,8,9}, numărul $2n-2$ să aparţină mulţimii A.
389.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0,6)$ şi $B(8,0)$. Calculaţi aria triunghiului AOB.
390.Arătaţi că $(\sin 60^\circ-\sin 30^\circ)(\sin 60^\circ+\sin 30^\circ)=\cos 45^\circ\cdot\sin 45^\circ$.
391.Arătaţi că $\sqrt{2}(\sqrt{2}-3)+3\sqrt{2}+2=4$.
392.Se consideră funcţiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=4x+3$ şi $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=3x+4$.Determinaţi numărul real m pentru care $f(m)=g(m)$.
393.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $2^{5x-4}=2^{2-x}$.
394.Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr n din mulţimea A={1,2,3,4,5,6,7,8,9}, numărul $2n-1$ să aparţină mulţimii A.
395.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(6,0)$ şi $B(0,8)$. Calculaţi aria triunghiului AOB.
396.Arătaţi că $(\sin 60^\circ+\sin 30^\circ)(\sin 60^\circ-\sin 30^\circ)=\cos 45^\circ\cdot\sin 45^\circ$.
397.Arătaţi că $3\cdot(1{,}3-0{,}1)+0{,}8:2=4$.
398.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x-3$. Determinaţi numărul real a pentru care $f(a)=f(3)-a$.
399.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_2(5x-15)=\log_2(2x)$.
400.După o scumpire cu 35%, preţul unui obiect a crescut cu 108 de lei.Determinaţi preţul obiectului înainte de scumpire.
401.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,4)$, $B(5,2)$, $C(0,6)$ şi M, mijlocul segmentului AB. Arătaţi că OM=CM.
402.Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu AC=12 şi 5AC=3BC. Arătaţi că AB=16.
403.Arătaţi că $3\cdot(1{,}6-0{,}4)+0{,}8:2=4$.
404.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x+3$. Determinaţi numărul real a pentru care $f(a)=f(3)-a$.
405.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_2(5x-18)=\log_2(2x)$.
406.După o scumpire cu 35%, preţul unui obiect a crescut cu 135 de lei.Determinaţi preţul obiectului înainte de scumpire.
407.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(4,1)$, $B(2,5)$, $C(6,0)$ şi M, mijlocul segmentului AB. Arătaţi că OM=CM.
408.Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu AB=12 şi 5AB=3BC. Arătaţi că AC=16.
409.Arătaţi că $\sqrt{10}\cdot(\sqrt{10}-3)-\sqrt{25}+3\sqrt{10}=5$.
410.Se consideră funcţiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=5x-1$.Determinaţi numărul real a pentru care

$f(a) = 6f(1)$.
411.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $3^{6-x} = 3^{4+x}$.
412.Se consideră mulţimea A={1,2,3, … ,20}. Determinaţi probabilitatea ca, alegând un mumăr din mulţimea A, acesta să fie divizor al lui 16.
413.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(8,8)$,$B(0,7)$ şi C, mijlocul segmentului OA. Determinaţi distanţa dintre punctele B şi C.
414.Arătaţi că $2\cos 60° - (\sin 45°)^2 - \sin 30° = 0$
415.Arătaţi că $\sqrt{10}\cdot(\sqrt{10} - 2) - \sqrt{25} + 2\sqrt{10} = 5$.
416.Se consideră funcţiile f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = 6x - 1$.Determinaţi numărul real a pentru care $f(a) = 7f(1)$.
417.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $3^{4-x} = 3^{2+x}$.
418.Se consideră mulţimea A={1,2,3, … ,18}. Determinaţi probabilitatea ca, alegând un mumăr din mulţimea A, acesta să fie divizor al lui 18.
419.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(8,8)$,$B(7,0)$ şi C, mijlocul segmentului OA. Determinaţi distanţa dintre punctele B şi C.
420.Arătaţi că $2\sin 30° - (\sin 45°)^2 - \cos 60° = 0$.
421.Arătaţi că $3\cdot\left(\frac{5}{2} - \frac{1}{6}\right) + 3 : \frac{1}{3} = 16$.
422.Se consideră funcţiile f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = 5x - 3$ şi g:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x) = 2x + 8$.Determinaţi numărul real m pentru care $f(1) + g(1) = 2m$.
423.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $2^{-2x} = 2^{x-9}$.
424.Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr n din mulţimea A={0,1,2,3, … ,19}, numărul 3n+1 să aparţină mulţimii A.
425.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0,2)$,$B(6,0)$, $C(4,4)$ şi D, mijlocul segmentului AC. Determinaţi distanţa dintre punctele B şi D.
426.Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu AB=8 şi AC=4. Arătaţi că sinC= $\frac{2\sqrt{5}}{5}$.
427.Arătaţi că $3\cdot\left(\frac{5}{2} - \frac{1}{6}\right) + 2 : \frac{1}{2} = 11$.
428.Se consideră funcţiile f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = 5x - 1$ şi g:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x) = 2x + 6$.Determinaţi numărul real m pentru care $f(1) + g(1) = 2m$.
429.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $2^{-2x} = 2^{x-6}$.
430.Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr n din mulţimea A={0,1,2,3, … ,19}, numărul 3n+5 să aparţină mulţimii A.
431.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,0)$,$B(0,6)$, $C(4,4)$ şi D, mijlocul segmentului AC. Determinaţi distanţa dintre punctele B şi D.
432.Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu AB=4 şi AC=8. Arătaţi că sinB= $\frac{2\sqrt{5}}{5}$.
433.Arătaţi că $\frac{6}{7}\cdot\left(1 - \frac{1}{8}\right) + \frac{9}{4} = 3$.
434.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = 2x - 1$ şi numărul a=f(1) Calculaţi f(a).
435.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $10^5 \cdot 10^x = 1000$.
436.După două ieftiniri succesive, cu câte 50%, un obiect costă 400 de lei.Determinaţi preţul obiectului înainte de cele două ieftiniri.
437.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0,2)$, $B(4,2)$ şi C, mijlocul segmentului OB. Arătaţi că AC=$\sqrt{5}$.
438.Arătaţi că $2\cos 45° \cdot \cos 60° - \sqrt{2}\cos 60° = 0$.

439.Arătaţi că $\frac{14}{5}\cdot\left(1-\frac{1}{6}\right)+\frac{5}{3}=4$.
440.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3x-1$ şi numărul a=f(1).Calculaţi f(a).
441.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $10^4\cdot 10^x=100$.
442.După două ieftiniri succesive, cu câte 50%, un obiect costă 500 de lei.Determinaţi preţul obiectului înainte de cele două ieftiniri.
443.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(2,0), B(4,2) şi C, mijlocul segmentului OB. Arătaţi că AC=$\sqrt{5}$.
444.Arătaţi că $2\sin 45^\circ\cdot\sin 30^\circ-\sqrt{2}\sin 30^\circ=0$.
445.Arătaţi că $\sqrt{6}\cdot\left(2-4\sqrt{6}\right)+\sqrt{36}-\sqrt{24}=-18$.
446.Se consideră funcţiile f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x+4$.Determinaţi abscisa punctului de intersecţie a graficului funcţiei f cu axa Ox.
447.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{x^2+5x-25}=x$.
448. Determinaţi probabilitatea ca, alegând un mumăr n din mulţimea A={1,2, … ,12}, n^3 să fie număr natural de două cifre.
449.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(6,2) şi B(3,5). Determinaţi distanţa dintre punctele B şi M, unde M este mijlocul segmentului OA.
450.Arătaţi că $\sqrt{3}\cos 60^\circ+2\sin 30^\circ-\cos 30^\circ=1$.
451.Arătaţi că $\sqrt{6}\cdot\left(2+4\sqrt{6}\right)-\sqrt{36}-\sqrt{24}=18$.
452.Se consideră funcţiile f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=5x+25$.Determinaţi abscisa punctului de intersecţie a graficului funcţiei f cu axa Ox.
453.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{x^2+6x-30}=x$.
454. Determinaţi probabilitatea ca, alegând un mumăr n din mulţimea A={0,1,2, … ,11}, n^3 să fie număr natural de două cifre.
455.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(2,6) şi B(5,3). Determinaţi distanţa dintre punctele B şi M, unde M este mijlocul segmentului OA.
456.Arătaţi că $\sqrt{3}\sin 30^\circ+2\cos 60^\circ-\cos 30^\circ=1$.
457.Determinaţi termenul a_3 al progresiei aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$, în care $a_1=2$ şi $a_2=12$.
458.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=x-6$.Determinaţi numărul real m pentru care $f(5)+f(7)=f(m)$.
459.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{7x}=\sqrt{21-x}$.
460. Se consideră mulţimea A={20,21,22, … ,45}.Determinaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulţimea A, acesta să fie multiplu de 5.
461.În reperul cartezian xOy se consideră punctele M(2,1) şi N(1,3). Arătaţi că triunghiul OMN este dreptunghic.
462.Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu BC=4 şi măsura unghiului C egală cu 45°. Arătaţi că perimetrul triunghiului ABC este egal cu $4\left(1+\sqrt{2}\right)$.
463.Determinaţi termenul a_3 al progresiei aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$, în care $a_1=2$ şi $a_2=18$.
464.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=x-8$.Determinaţi numărul real m pentru care $f(7)+f(9)=f(m)$.
465.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{2x}=\sqrt{12-x}$.
466. Se consideră mulţimea A={10,11,12, … ,35}.Determinaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulţimea A, acesta să fie multiplu de 5.

467.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $M(1,2)$ şi $N(3,1)$. Arătaţi că triunghiul OMN este dreptunghic.
468.Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu BC=7 şi măsura unghiului B egală cu 45°. Arătaţi că perimetrul triunghiului ABC este egal cu $7\left(1+\sqrt{2}\right)$.

Legi de compoziţie,grupuri

Fie M o mulţime nevidă.O funcţie φ:M×M→M , $(x,y)\to\varphi(x,y)$,se numeşte lege de compoziţie pe M.
Notăm $\varphi = \circ,*,\oplus,+,\cdot,\odot,\Delta,\perp,\top,\cup,\cap$, etc
Notăm $\varphi(x,y) = x\circ y, x*y, x\oplus y, x+y, x\cdot y, x\odot y, x\Delta y, x\perp y, x\top y, x\cup y, x\cap y$, etc
Fie M o mulţime nevidă şi $*$:M×M→M,$(x,y)\to x*y$
$*$ este asociativă $\Leftrightarrow (x*y)*z = x*(y*z),\forall x,y,z\in M$
$*$ este comutativă $\Leftrightarrow x*y = y*x,\forall x,y,\in M$
$*$ admite element neutru $\Leftrightarrow\exists e\in M$ astfel încât $x*e=e*x=x,\forall x\in M$
$x\in M$ este simetrizabil în raport cu $*$ $\Leftrightarrow\exists x'\in M$ astfel încât $x*x' = x'*x = e$
$(x')' = x$, $(ab)' = ba$, $(abc)' = cba$
Cuplul $(M,*)$ se numeşte grup dacă au loc axiomele :
G_1) $(x*y)*z = x*(y*z),\forall x,y,z\in M$,axioma asociativităţii
G_2) $\exists e\in M$ astfel încât $x*e=e*x=x,\forall x\in M$,axioma elementului neutru
G_3) $\forall x\in M,\exists x'\in M$ astfel încât $x*x' = x'*x = e$,axioma elementelor simetrizabile
Grupul $(M,*)$ se numeşte grup abelian dacă are loc şi axioma
G_4) $x*y = y*x,\forall x,y,\in M$,axioma comutativităţii

Inelul $(\mathbb{Z}_n,+,\cdot)$

Fie $a\in\mathbb{Z}$ şi $n\in\mathbb{N},n\geq 1$,din teoreama împărţirii cu rest obţinem $a=nq+r,0\leq r<n$,unde $q,r\in\mathbb{Z}$ sunt unice
Notăm $r=a\,mod\,n$
$\widehat{a\oplus b} = (a+b)\,mod\,n$, $a\widehat{\odot} b = (a+b)\,mod\,n\ \forall a,b\in\mathbb{Z}$
$\mathbb{Z}_n = \{\hat{0},\hat{1},\hat{2},\dots,\widehat{n-1}\}$
$\hat{a}+\hat{b} = \widehat{a\oplus b}$, $\hat{a}\cdot\hat{b} = a\widehat{\odot} b\ \forall\ \hat{a},\hat{b}\in\mathbb{Z}_n$
$-\hat{a} = \widehat{n-a}$
$\hat{a}$ este inversabil $\Leftrightarrow (a,n) = 1$, $U(\mathbb{Z}_n) = \{\hat{a}|(a,n) = 1\}$
Dacă p e număr prim $\Rightarrow U(\mathbb{Z}_p) = \{\hat{1},\hat{2},\hat{3},\dots,\widehat{p-1}\} = \mathbb{Z}_n\setminus\{\hat{0}\}$

Subiectul II(prelucrări bacalaureat)

1)Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x\circ y=2(xy+3x+3y)+15$.
1.Arătaţi că $(-3)\circ 3=-3$.
2.Arătaţi că legea de compoziţie „$\circ$” este comutativă.
3.Demonstraţi că $x\circ y=2(x+3)(y+3)-3$, pentru orice numere reale x şi y.
4.Demonstraţi că $e=-\frac{5}{2}$ este elementul neutru al legii de compoziţie „$\circ$”.
5.Determinaţi numerele x pentru care $(x-3)\circ(x+4)=-15$.
6.Determinaţi numerele naturale nenule n pentru care $n\circ(n-3)\leq 17$.
2) Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x\circ y=2(xy+4x+4y)+28$.
1.Arătaţi că $(-4)\circ 4=-4$.
2.Arătaţi că legea de compoziţie „$\circ$” este comutativă.
3.Demonstraţi că $x\circ y=2(x+4)(y+4)-4$, pentru orice numere reale x şi y.
4.Demonstraţi că $e=-\frac{7}{2}$ este elementul neutru al legii de compoziţie „$\circ$”.
5.Determinaţi numerele x pentru care $(x-4)\circ(x+5)=-20$.
6.Determinaţi numerele naturale nenule n pentru care $n\circ(n-4)\leq 20$.
3)Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=xy+3x+3y+6$.
1.Arătaţi că $(-3)*5=-3$.
2.Demonstraţi că $x*y=(x+3)(y+3)-3$, pentru orice numere reale x şi y.
3.Verificaţi dacă $e=-2$ este elementul neutru al legii de compoziţie „$*$”.
4.Verificaţi dacă $-\frac{17}{6}$ este simetricul lui 3 în raport cu legea de compoziţie „$*$”.
5.Determinaţi numerele reale x, ştiind că $x*x*x=x$.
6.Determinaţi probabilitatea ca, alegând un număr n din mulţimea numerelor naturale de o cifră, acesta să verifice relaţia $n*n=22$.
4)Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=xy+4x+4y+12$.
1.Arătaţi că $(-4)*6=-4$.
2.Demonstraţi că $x*y=(x+4)(y+4)-4$, pentru orice numere reale x şi y.
3.Verificaţi dacă $e=-3$ este elementul neutru al legii de compoziţie „$*$”.
4.Verificaţi dacă $-\frac{31}{8}$ este simetricul lui 4 în raport cu legea de compoziţie „$*$”.
5.Determinaţi numerele reale x, ştiind că $x*x*x=x$.
6.Determinaţi probabilitatea ca, alegând un număr n din mulţimea numerelor naturale de o cifră, acesta să verifice relaţia $n*n=96$.
5)Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x*y=2xy-6x-6y+21$.
1.Arătaţi că $4*4=5$.
2.Demonstraţi că $x*y=2(x-3)(y-3)+3$, pentru orice numere reale x şi y.
3.Arătaţi că $e=\frac{7}{2}$ este elementul neutru al legii de compoziţie „$*$”.
4.Verificaţi dacă $\frac{13}{4}$ este simetricul lui 4 în raport cu legea de compoziţie „$*$”.
5.Determinaţi numerele reale x pentru care $(x+3)*(x-3)=3$.
6.Determinaţi numerele naturale nenule n pentru care $n*(n+3)\leq 9$.
6) Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x*y=2xy-8x-8y+36$.
1.Arătaţi că $5*5=6$.
2.Demonstraţi că $x*y=2(x-4)(y-4)+4$, pentru orice numere reale x şi y.

3.Arătaţi că e $= \frac{9}{2}$ este elementul neutru al legii de compoziţie „$*$”.
4.Verificaţi dacă $\frac{17}{4}$ este simetricul lui 5 în raport cu legea de compoziţie „$*$”.
5.Determinaţi numerele reale x pentru care $(x+4)*(x-4)=4$.
6.Determinaţi numerele naturale nenule n pentru care $n*(n+4)\leq 12$.

7) Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x*y=(x-4)(y-4)+4$.
1.Calculaţi $\sqrt{4}*\sqrt{16}$.
2.Demostraţi că legea că legea de compoziţie „$*$” este comutativă.
3.Verificaţi dacă e=5 este elementul neutru al legii de compoziţie „$*$” .
4.Determinaţi numerele reale x, pentru care $2^x*4^x=4$.
5.Determinaţi valorile reale x pentru care $x*(x+1)\leq 16$.
6.Calculaţi $1*\sqrt{2}*\sqrt{3}*\ldots*\sqrt{20}$.

8) Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x*y=(x-5)(y-5)+5$.
1.Calculaţi $\sqrt{25}*\sqrt{5}$.
2.Demostraţi că legea că legea de compoziţie „$*$” este comutativă.
3.Verificaţi dacă e=6 este elementul neutru al legii de compoziţie „$*$” .
4.Determinaţi numerele reale x, pentru care $25^x*5^x=5$.
5.Determinaţi valorile reale x pentru care $x*(x+1)\leq 25$.
6.Calculaţi $1*\sqrt{2}*\sqrt{3}*\ldots*\sqrt{30}$.

9) Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=5(x+y)+xy+20$.
1.Arătaţi că $0*(-5)=-5$.
2.Demonstraţi că $x*y=(x+5)(y+5)-5$, pentru orice numere reale x şi y.
3.Verificaţi dacă e=-4 este elementul neutru al legii de compoziţie „$*$”.
4.Determinaţi numerele reale x pentru care $(x+3)*(x+3)=20$.
5.Determinaţi numerele $x\in(0,+\infty)$ pentru care $\lg x*\lg(5x)=-5$.
6.Daţi exemplu de numere raţionale a şi b, care nu sunt întregi, pentru care numărul $a*b$ este întreg.

10) Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=6(x+y)+xy+30$.
1.Arătaţi că $0*(-6)=-6$.
2.Demonstraţi că $x*y=(x+6)(y+6)-6$, pentru orice numere reale x şi y.
3.Verificaţi dacă e=-5 este elementul neutru al legii de compoziţie „$*$”.
4.Determinaţi numerele reale x pentru care $(x+3)*(x+3)=12$.
5.Determinaţi numerele $x\in(0,+\infty)$ pentru care $\lg x*\lg(6x)=-6$.
6.Daţi exemplu de numere raţionale a şi b, care nu sunt întregi, pentru care numărul $a*b$ este întreg.

11) Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=xy-5(x+y)+30$.
1.Arătaţi că $1*5=5$.
2.Demonstraţi că $x*y=(x-5)(y-5)+5$, pentru orice numere reale x şi y.
3.Verificaţi dacă e=6 este elementul neutru al legii de compoziţie „$*$”.
4.Determinaţi numerele naturale n pentru care $n*n\leq n$.
5.Determinaţi numărul real x pentru care $(6^x*6^x)*6^x=6$.
6.Determinaţi numerele raţionale p şi q, ştiind că $\frac{5}{\sqrt{6}-1}*\frac{5}{\sqrt{6}-1}=p+q\sqrt{6}$.

12) Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=xy-6(x+y)+42$.
1.Arătaţi că $1*6=6$.
2.Demonstraţi că $x*y=(x-6)(y-6)+6$, pentru orice numere reale x şi y.

3.Verificaţi dacă e=7 este elementul neutru al legii de compoziţie „∗”.
4.Determinaţi numerele naturale n pentru care $n * n \leq n$.
5.Determinaţi numărul real x pentru care $(2^x * 2^x) * 2^x = 14$.
6.Determinaţi numerele raţionale p şi q, ştiind că $\frac{2}{\sqrt{6}-2} * \frac{2}{\sqrt{6}-2} = p + q\sqrt{6}$.

13) Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=x+y-6$.
1.Arătaţi că $6*(-7)=-7$.
2.Arătaţi că legea de compoziţie „∗” este asociativă.
3.Verificaţi dacă e=6 este elementul neutru al legii de compoziţie „∗”.
4.Demostraţi că $(a + 1020) * (1020 - a) = 1020 * 1020$, pentru orice număr real a.
5.Determinaţi numărul real x pentru care $9^x = 3^x * 12$.
6.Determinaţi numerele naturale n pentru care $n*(n + 1) \leq 3$.

14) Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=x+y-7$.
1.Arătaţi că $7*(-5)=-5$.
2.Arătaţi că legea de compoziţie „∗” este asociativă.
3.Verificaţi dacă e=7 este elementul neutru al legii de compoziţie „∗”.
4.Demostraţi că $(a + 2011) * (2011 - a) = 2011 * 2011$, pentru orice număr real a.
5.Determinaţi numărul real x pentru care $4^x = 2^x * 9$.
6.Determinaţi numerele naturale n pentru care $n*(n + 1) \leq 6$.

15) Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x*y=x+y-7$.
1.Arătaţi că $7*0=0$.
2.Arătaţi că legea de compoziţie „∗”este comutativă.
3.Verificaţi dacă e=7 este elementul neutru al legii de compoziţie „∗”.
4.Determinaţi numerele reale x pentru care $x*x*x=x$.
5.Arătaţi că $1*2*3*4*5*6*7*8*9*10=-8$.
6.Determinaţi numerele naturale pare nenule n pentru care $\underbrace{n * n *\ldots* n}_{\text{de 7 ori n}}<7$.

16) Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x*y=x+y-5$.
1.Arătaţi că $5*0=0$.
2.Arătaţi că legea de compoziţie „∗”este comutativă.
3.Verificaţi dacă e=5 este elementul neutru al legii de compoziţie „∗”.
4.Determinaţi numerele reale x pentru care $x*x*x=x$.
5.Arătaţi că $1*2*3*4*5*6*7*8*9*10*11=16$.
6.Determinaţi numerele naturale pare nenule n pentru care $\underbrace{n * n *\ldots* n}_{\text{de 5 ori n}}<5$.

17) Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=xy+5(x + y) + 20$.
1.Arătaţi că $\sqrt{5} * \left(-\sqrt{5}\right) = 15$.
2.Arătaţi că $x*y=(x + 5)(y + 5) - 5$, pentru orice numere reale x şi y.
3.Verificaţi dacă e=−4 este elementul neutru al legii de compoziţie „∗”.
4.Determinaţi numărul real a pentru care $3 * a = 27$.
5.Determinaţi numerele reale x, x>0 pentru care $(\log_2 x) * (\log_2 x) = 20$.
6.Determinaţi numerele întregi m pentru care $m*(2 - m) \geq 31$.

18) Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=xy+9(x + y) + 72$.
1.Arătaţi că $\sqrt{7} * \left(-\sqrt{7}\right) = 65$.
2.Arătaţi că $x*y=(x + 9)(y + 9) - 9$, pentru orice numere reale x şi y.
3.Verificaţi dacă e=−8 este elementul neutru al legii de compoziţie „∗”.

4.Determinaţi numărul real a pentru care $3 * a = 63$.
5.Determinaţi numerele reale x, x>0 pentru care $(\log_3 x) * (\log_3 x) = 16$.
6.Determinaţi numerele întregi m pentru care $m*(2 - m) \geq 91$.

19) Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x \circ y = xy - 16x - 16y + 256$.
1.Arătaţi că $16 \circ 2016 = 0$.
2.Arătaţi că legea de compoziţie „∘" este comutativă.
3.Demonstraţi că $x \circ y = (x - 16)(y - 16)$, pentru orice numere reale x şi y.
4.Determinaţi numerele reale x, pentru care $(x - 16) \circ x = 0$.
5.Arătaţi că $x^2 \circ x^2 = (x - 4)^2(x + 4)^2$, pentru orice număr real x.
6.Determinaţi numerele naturale a şi b, ştiind că $a \circ b = 17$.

20) Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x \circ y = xy - 25x - 25y + 625$.
1.Arătaţi că $25 \circ 2025 = 0$.
2.Arătaţi că legea de compoziţie „∘" este comutativă.
3.Demonstraţi că $x \circ y = (x - 25)(y - 25)$, pentru orice numere reale x şi y.
4.Determinaţi numerele reale x, pentru care $(x - 25) \circ x = 0$.
5.Arătaţi că $x^2 \circ x^2 = (x - 5)^2(x + 5)^2$, pentru orice număr real x.
6.Determinaţi numerele naturale a şi b, ştiind că $a \circ b = 29$.

21) Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x \circ y = x + y + 4$.
1.Arătaţi că $(-1) \circ 1 = 4$.
2.Arătaţi că legea de compoziţie „∘" este asociativă.
3.Verificaţi dacă $e = -4$ este elementul neutru al legii de compoziţie „∘".
4.Determinaţi numerele reale x, pentru care $x^2 \circ x = 6$.
5.Demonstraţi că $(x^2 - y - 4) \circ (x - y^2) = (x - y)(x + y + 1)$, pentru orice numere reale x şi y.
6.Determinaţi numerele naturale m şi n, ştiind că $m \circ n = 5$.

22) Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x \circ y = x + y + 9$.
1.Arătaţi că $(-5) \circ 5 = 9$.
2.Arătaţi că legea de compoziţie „∘" este asociativă.
3.Verificaţi dacă $e = -9$ este elementul neutru al legii de compoziţie „∘".
4.Determinaţi numerele reale x, pentru care $x^2 \circ x = 11$.
5.Demonstraţi că $(x^2 - y - 9) \circ (x - y^2) = (x - y)(x + y + 1)$, pentru orice numere reale x şi y.
6.Determinaţi numerele naturale m şi n, ştiind că $m \circ n = 10$.

23) Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x * y = x + y - 4$.
1.Arătaţi că $(-2) * 6 = 0$.
2.Arătaţi că legea de compoziţie „∗" este asociativă.
3.Arătaţi că $(1 * 2) * (9 * 10) = (1 * 10) * (2 * 9)$.
4.Determinaţi numărul real x, pentru care $(x * x) * x = x$.
5.Determinaţi numărul real x, pentru care $4^x * 2^x = 16$.
6.Demonstraţi că $x^2 * \frac{1}{x^2} \geq -2$, pentru orice număr real nenul x.

24) Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x * y = x + y - 6$.
1.Arătaţi că $(-2) * 8 = 0$.
2.Arătaţi că legea de compoziţie „∗" este asociativă.
3.Arătaţi că $(1 * 3) * (7 * 9) = (1 * 9) * (3 * 7)$.
4.Determinaţi numărul real x, pentru care $(x * x) * x = x$.
5.Determinaţi numărul real x, pentru care $25^x * 5^x = 24$.
6.Demonstraţi că $x^2 * \frac{1}{x^2} \geq -4$, pentru orice număr real nenul x.

25) Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x \circ y = xy + 2x + 2y + 2$.
1.Arătaţi că $2019 \circ (-2) = -2$.
2.Demonstraţi că legea de compoziţie „$\circ$” este asociativă.
3.Verificaţi dacă $e = -1$ este elementul neutru al legii de compoziţie „$\circ$”.
4.Arătaţi că $x \circ x = (x+2)^2 - 2$, pentru orice număr real x.
5.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $x \circ x \circ x \circ x = -1$.
6.Arătaţi că $x \circ (x+1) \geq x$, pentru orice număr real x.
26) Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x \circ y = xy + 4x + 4y + 12$.
1.Arătaţi că $2020 \circ (-4) = -4$.
2.Demonstraţi că legea de compoziţie „$\circ$” este asociativă.
3.Verificaţi dacă $e = -3$ este elementul neutru al legii de compoziţie „$\circ$”.
4.Arătaţi că $x \circ x = (x+4)^2 - 4$, pentru orice număr real x.
5.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $x \circ x \circ x \circ x = -3$.
6.Arătaţi că $x \circ (x+1) \geq x$, pentru orice număr real x.
27) Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x * y = x + y - 2016$.
1.Arătaţi că $1007 * 1009 = 0$.
2.Arătaţi că legea de compoziţie „$*$” este asociativă.
3.Verificaţi dacă $e = 2016$ este elementul neutru al legii de compoziţie „$*$”.
4.Determinaţi numărul real x, ştiind că $x * x = 2016$.
5.Arătaţi că $x * (x + 2016) = (x + 1007) * (x + 1009)$, pentru orice număr real x.
6.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $5^x * 25^x = -1986$.
28) Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x * y = x + y - 2017$.
1.Arătaţi că $1008 * 1009 = 0$.
2.Arătaţi că legea de compoziţie „$*$” este asociativă.
3.Verificaţi dacă $e = 2017$ este elementul neutru al legii de compoziţie „$*$”.
4.Determinaţi numărul real x, ştiind că $x * x = 2017$.
5.Arătaţi că $x * (x + 2017) = (x + 1008) * (x + 1009)$, pentru orice număr real x.
6.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $5^x * 25^x = -1987$.
29) Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x * y = x + y + 14$.
1.Calculaţi $10 * (-4)$.
2.Arătaţi că legea de compoziţie „$*$” este asociativă.
3.Verificaţi dacă $e = -14$ este element neutru al legii de compoziţie „$*$”.
4.Determinaţi numerele întregi x ştiind că $(x^2) * x = 196$.
5.Arătaţi că $x * (x + 26) = (x * x) * 12$ pentru orice număr real x.
6.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\lg x * \lg x = 16$.
30) Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x * y = x + y + 15$.
1.Calculaţi $12 * (-3)$.
2.Arătaţi că legea de compoziţie „$*$” este asociativă.
3.Verificaţi dacă $e = -15$ este element neutru al legii de compoziţie „$*$”.
4.Determinaţi numerele întregi x ştiind că $(x^2) * x = 225$.
5.Arătaţi că $x * (x + 29) = (x * x) * 14$ pentru orice număr real x.
6.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\lg x * \lg x = 17$.
31) Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x * y = xy - x - y + 7$.
1.Calculaţi $0 * 1$.
2.Arătaţi că legea de compoziţie „$*$” este comutativă.
3.Arătaţi că $x * y = (x-1)(y-1) + 6$, pentru orice numere reale x şi y.

4.Verificaţi dacă $x*1=6$ pentru orice număr real x.
5.Determinaţi numerele reale x ştiind că $x*x=10$.
6.Determinaţi numărul perechilor de numere întregi (m, n) ştiind că $m*n=7$.

32) Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=xy-3x-3y+13$.
1.Calculaţi $0*3$.
2.Arătaţi că legea de compoziţie „$*$” este comutativă.
3.Arătaţi că $x*y=(x-3)(y-3)+4$, pentru orice numere reale x şi y.
4.Verificaţi dacă $x*3=4$ pentru orice număr real x.
5.Determinaţi numerele reale x ştiind că $x*x=8$.
6.Determinaţi numărul perechilor de numere întregi (m, n) ştiind că $m*n=5$.

33) Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă dată de $x*y=xy+4x+4y+12$.
1.Calculaţi $(-4)*6$.
2.Arătaţi că $x*y=(x+4)(y+4)-4$, pentru orice numere x şi y.
3.Verificaţi dacă $e=-3$ este elementul neutru al legii „$*$”.
4.Determinaţi numerele reale x pentru care $x*x=x$.
5.Arătaţi că $(-4)*x=-4$, pentru orice număr real x.
6.Calculaţi $(-4)*(-3)*(-2)*\ldots*2017*2018$.

34) Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă dată de $x*y=xy+5x+5y+20$.
1.Calculaţi $(-5)*7$.
2.Arătaţi că $x*y=(x+5)(y+5)-5$, pentru orice numere x şi y.
3.Verificaţi dacă $e=-4$ este elementul neutru al legii „$*$”.
4.Determinaţi numerele reale x pentru care $x*x=x$.
5.Arătaţi că $(-5)*x=-5$, pentru orice număr real x.
6.Calculaţi $(-5)*(-4)*(-3)*\ldots*2018*2019$.

35) Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x\circ y=xy+6x+6y+30$.
1.Calculaţi $7\circ(-6)$.
2.Verificaţi dacă legea de compoziţie „$\circ$” este comutativă.
3.Arătaţi că $x\circ y=(x+6)(y+6)-6$, pentru orice numere reale x şi y.
4.Determinaţi numerele reale x pentru care $x\circ x=x$.
5.Verificaţi dacă $x\circ(-6)=-6$, pentru orice număr real x.
6.Calculaţi $(-2019)\circ(-2018)\circ\ldots\circ(-6)$.

36) Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x\circ y=xy+7x+7y+42$.
1.Calculaţi $9\circ(-7)$.
2.Verificaţi dacă legea de compoziţie „$\circ$” este comutativă.
3.Arătaţi că $x\circ y=(x+7)(y+7)-7$, pentru orice numere reale x şi y.
4.Determinaţi numerele reale x pentru care $x\circ x=x$.
5.Verificaţi dacă $x\circ(-7)=-7$, pentru orice număr real x.
6.Calculaţi $(-2018)\circ(-2017)\circ\ldots\circ(-7)$.

37) Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x*y=2xy-10(x+y)+55$.
1.Arătaţi că $0*5=5$.
2.Demonstraţi că $x*y=2(x-5)(y-5)+5$, pentru orice numere reale x şi y.
3.Verificaţi dacă $e=\frac{11}{2}$ este elementul neutru al legii de compoziţie „$*$”.

4.Determinaţi numerele reale x pentru care $(x-2)*(x+2)=11$.
5.Determinaţi numerele reale x pentru care $2^{x^2}*2^{x^2}*2^{x^2}=113$.
6.Daţi exemplu de numere raţionale p şi q, care nu sunt întregi, pentru care numărul $p*q$ este întreg.

38) Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x*y=2xy-12(x+y)+78$.
1.Arătaţi că $0*6=6$.
2.Demonstraţi că $x*y=2(x-6)(y-6)+6$, pentru orice numere reale x şi y.
3.Verificaţi dacă $e=\frac{13}{2}$ este elementul neutru al legii de compoziţie „$*$”.
4.Determinaţi numerele reale x pentru care $(x-2)*(x+2)=16$.
5.Determinaţi numerele reale x pentru care $3^{x^2}*3^{x^2}*3^{x^2}=114$.
6.Daţi exemplu de numere raţionale p şi q, care nu sunt întregi, pentru care numărul $p*q$ este întreg.

39) Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x\circ y=2x^2+xy+2y^2$.
1.Arătaţi că $1\circ 2=12$.
2.Demonstraţi că legea de compoziţie „$\circ$” este comutativă.
3.Dacă $a=(1\circ 3)\circ 2$ şi $b=1\circ(3\circ 2)$, calculaţi $b-a$.
4.Determinaţi numerele x pentru care $x\circ x=20$.
5.Demonstraţi că, dacă x şi y sunt numere reale pentru care $x\circ y=0$,atunci $x=y=0$.
6.Determinaţi numerele x pentru care $3\circ 2^x=62$.

40) Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x\circ y=2x^2-xy+2y^2$.
1.Arătaţi că $1\circ 2=8$.
2.Demonstraţi că legea de compoziţie „$\circ$” este comutativă.
3.Dacă $a=(1\circ 3)\circ 2$ şi $b=1\circ(3\circ 2)$, calculaţi $b-a$.
4.Determinaţi numerele x pentru care $x\circ x=27$.
5.Demonstraţi că, dacă x şi y sunt numere reale pentru care $x\circ y=0$,atunci $x=y=0$.
6.Determinaţi numerele x pentru care $3\circ 2^x=38$.

41) Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=x+ay+3$, unde a este număr real.
1.Arătaţi că pentru orice număr real a, $4*0=7$.
2.Demonstraţi că, pentru $a=1$. legea de compoziţie „$*$” este asociativă.
3.Determinaţi numărul real a pentru care legea de compoziţie „$*$” este comutativă.
4.Arătaţi că,dacă legea de compoziţie „$*$” are element neutru, atunci $a=1$.
5.Pentru $a=1$, determinaţi numerele reale x pentru care $(x*x^2)*(x*x^2)=33$.
6.Pentru $a=-3$, determinaţi numerele reale x pentru care $4^x*2^x=1$.

42) Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=x+ay+4$, unde a este număr real.
1.Arătaţi că pentru orice număr real a, $5*0=9$.
2.Demonstraţi că, pentru $a=1$. legea de compoziţie „$*$” este asociativă.
3.Determinaţi numărul real a pentru care legea de compoziţie „$*$” este comutativă.
4.Arătaţi că,dacă legea de compoziţie „$*$” are element neutru, atunci $a=1$.
5.Pentru $a=1$, determinaţi numerele reale x pentru care $(x*x^2)*(x*x^2)=16$.
6.Pentru $a=-4$, determinaţi numerele reale x pentru care $9^x*3^x=1$.

43) Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x\circ y=-xy+5x+5y-20$.
1.Arătaţi că $3*4=3$.
2.Arătaţi că legea de compoziţie „$\circ$” este comutativă.
3.Demonstraţi că $x\circ y=-(x-5)(y-5)+5$, pentru orice numere reale x şi y.

4.Demonstraţi că $x\circ 5=5$, pentru orice număr real x.
5.Determinaţi numerele reale x pentru care $x\circ x=x$.
6.Se consideră progresia aritmetică $(a_n)_{n\geq 1}$cu $a_1=-1$ şi raţia r=2.Arătaţi că $a_1\circ a_2\circ a_3\circ a_4=5$.

44) Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x\circ y=-xy+6x+6y-30$.
1.Arătaţi că $4*5=4$.
2.Arătaţi că legea de compoziţie „$\circ$” este comutativă.
3.Demonstraţi că $x\circ y=-(x-6)(y-6)+6$, pentru orice numere reale x şi y.
4.Demonstraţi că $x\circ 6=6$, pentru orice număr real x.
5.Determinaţi numerele reale x pentru care $x\circ x=x$.
6.Se consideră progresia aritmetică $(a_n)_{n\geq 1}$cu $a_1=-3$ şi raţia r=3.Arătaţi că $a_1\circ a_2\circ a_3\circ a_4=6$.

45) Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x*y=2xy+7(x+y)+20$.
1.Arătaţi că $(-2)*2=12$.
2.Demonstraţi că legea de compoziţie „$*$”este comutativă.
3.Arătaţi că $x*y=2\left(x+\frac{7}{2}\right)\left(y+\frac{7}{2}\right)-\frac{7}{2}$, pentru orice numere reale x şi y.
4.Determinaţi numerele reale x pentru care $x*x=x$.
5.Arătaţi că $x*\frac{1}{x}\geq 36$, pentru orice număr real x, x>0.
6.Determinaţi numărul real x pentru care $2^x*2^x=108$.

46) Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x*y=3xy+10(x+y)+30$.
1.Arătaţi că $(-3)*3=3$.
2.Demonstraţi că legea de compoziţie „$*$” este comutativă.
3.Arătaţi că $x*y=3\left(x+\frac{10}{3}\right)\left(y+\frac{10}{3}\right)-\frac{10}{3}$, pentru orice numere reale x şi y.
4.Determinaţi numerele reale x pentru care $x*x=x$.
5.Arătaţi că $x*\frac{1}{x}\geq 53$, pentru orice număr real x, x>0.
6.Determinaţi numărul real x pentru care $3^x*3^x=117$.

47) Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=5x+5y-5xy-4$.
1.Arătaţi că $1*5=1$.
2.Arătaţi că $x*y=1-5(x-1)(y-1)$, pentru orice numere reale x şi y.
3.Arătaţi că $e=\frac{4}{5}$ este elementul neutru al legii de compoziţie „$*$”.
4.Determinaţi numărul real x pentru care $(5-x)*5=5+x$.
5.Determinaţi perechile (m, n) de numere naturale pentru care $m*n=16$.
6.Determinaţi numerele reale a pentru care $(a*1)+(a*2)+(a*3)=3a^2$.

48) Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=6x+6y-6xy-5$.
1.Arătaţi că $1*6=1$.
2.Arătaţi că $x*y=1-6(x-1)(y-1)$, pentru orice numere reale x şi y.
3.Arătaţi că $e=\frac{5}{6}$ este elementul neutru al legii de compoziţie „$*$”.
4.Determinaţi numărul real x pentru care $(6-x)*6=6+x$.
5.Determinaţi perechile (m, n) de numere naturale pentru care $m*n=19$.
6.Determinaţi numerele reale a pentru care $(a*1)+(a*2)+(a*3)=3a^2$.

49) Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=5x+5y-4$.
1.Arătaţi că $0*4=16$.
2.Arătaţi că legea de compoziţie „$*$” este comutativă.

3.Determinaţi numărul real x pentru care $(-4) * x = 6$.
4.Determinaţi numerele reale x pentru care $(-x) * (2x) = x^2$.
5.Determinaţi numărul real x pentru care $2^x * 2^x = 1$.
6.Determinaţi numărul real x, ştiind că scăzând x din numărul $x*\left(\frac{x}{2}*\frac{x}{4}\right)$, se obţine numărul cu 11 mai mare decât x.

50) Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=6x+6y-5$.
1.Arătaţi că $0 * 5 = 25$.
2.Arătaţi că legea de compoziţie „$*$” este comutativă.
3.Determinaţi numărul real x pentru care $(-5) * x = 7$.
4.Determinaţi numerele reale x pentru care $(-x) * (2x) = x^2$.
5.Determinaţi numărul real x pentru care $2^x * 2^x = 1$.
6.Determinaţi numărul real x, ştiind că scăzând x din numărul $x*\left(\frac{x}{2}*\frac{x}{4}\right)$, se obţine numărul cu 1 mai mic decât x.

51) Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x*y=xy-\sqrt{6}(x+y)+\sqrt{6}+6$.
1.Arătaţi că $1*0=6$.
2.Demonstraţi că $x*y=\left(x-\sqrt{6}\right)\left(y-\sqrt{6}\right)+\sqrt{6}$, pentru orice numere reale x şi y.
3.Determinaţi numărul real x pentru care $x*x=\sqrt{6}$.
4.Arătaţi că $e=\sqrt{6}+1$ este elementul neutru al legii de compoziţie „$*$” .
5.Arătaţi că $\sqrt{6} * x = \sqrt{6}$, pentru orice număr real x.
6.Determinaţi numărul natural n pentru care $\sqrt{4} * \sqrt{5} * \sqrt{6} * \ldots * \sqrt{2025} = \sqrt{n}$.

52) Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x*y=xy-\sqrt{7}(x+y)+\sqrt{7}+7$.
1.Arătaţi că $1*0=7$.
2.Demonstraţi că $x*y=\left(x-\sqrt{7}\right)\left(y-\sqrt{7}\right)+\sqrt{7}$, pentru orice numere reale x şi y.
3.Determinaţi numărul real x pentru care $x*x=\sqrt{7}$.
4.Arătaţi că $e=\sqrt{7}+1$ este elementul neutru al legii de compoziţie „$*$” .
5.Arătaţi că $\sqrt{7} * x = \sqrt{7}$, pentru orice număr real x.
6.Determinaţi numărul natural n pentru care $\sqrt{3} * \sqrt{4} * \sqrt{5} * \ldots * \sqrt{2024} = \sqrt{n}$.

53) Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=-\frac{1}{4}xy+\frac{1}{4}(x+y)+\frac{3}{4}$.
1.Arătaţi că $5*2=0$.
2.Demonstraţi că $x*y=-\frac{1}{4}(x-1)(y-1)+1$, pentru orice numere reale x şi y.
3.Determinaţi numărul real x pentru care $5*x=x$.
4.Arătaţi că $e=-3$ este elementul neutru al legii de compoziţie „$*$” .
5.Determinaţi numerele reale x pentru care $x * x = -3$.
6.Arătaţi că $\frac{1}{x}*\frac{1}{x} \leq 1$, pentru orice număr real nenul x.

54) Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=-\frac{1}{5}xy+\frac{1}{5}(x+y)+\frac{4}{5}$.
1.Arătaţi că $6*2=0$.
2.Demonstraţi că $x*y=-\frac{1}{5}(x-1)(y-1)+1$, pentru orice numere reale x şi y.
3.Determinaţi numărul real x pentru care $6*x=x$.

4.Arătaţi că e=-4 este elementul neutru al legii de compoziţie „$*$” .
5.Determinaţi numerele reale x pentru care $x * x = -4$.
6.Arătaţi că $\frac{1}{x} * \frac{1}{x} \leq 1$, pentru orice număr real nenul x.

55) Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x \circ y = xy + 4(x + y) + 10$.
1.Arătaţi că $(-2) \circ 4 = 10$.
2.Arătaţi că legea de compoziţie „$\circ$” este comutativă.
3.Demonstraţi că $x \circ y = (x + 4)(y + 4) - 6$, pentru orice numere reale x şi y.
4.Determinaţi numerele reale x pentru care $x \circ x = 10$.
5.Demonstraţi că $\big((-x) \circ (-y)\big) + \big((-x) \circ y\big) + \big(x \circ (-y)\big) + (x \circ y) = 40$, pentru orice numere reale x şi y.
6.Determinaţi perechile (a, b) de numere întregi pentru care $a \circ b = -7$.

56) Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x \circ y = xy + 6(x + y) + 8$.
1.Arătaţi că $(-2) \circ 2 = 4$.
2.Arătaţi că legea de compoziţie „$\circ$” este comutativă.
3.Demonstraţi că $x \circ y = (x + 6)(y + 6) - 28$, pentru orice numere reale x şi y.
4.Determinaţi numerele reale x pentru care $x \circ x = 7$.
5.Demonstraţi că $\big((-x) \circ (-y)\big) + \big((-x) \circ y\big) + \big(x \circ (-y)\big) + (x \circ y) = 28$, pentru orice numere reale x şi y.
6.Determinaţi perechile (a, b) de numere întregi pentru care $a \circ b = -29$.

57) Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x * y = x + y - 3$.
1.Arătaţi că $2 * (-2) = -3$.
2.Arătaţi că legea de compoziţie „$*$” este asociativă.
3.Arătaţi că $1 * 2 * 3 * 4 * 5 > 0$.
4.Determinaţi numărul real x pentru care $x * x * x = (x + 2) * x$.
5.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $9^x * 3^x = 9$.
6.Arătaţi că $x^2 * \frac{1}{x^2} \geq -1$, pentru orice număr real nenul x.

58) Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x * y = x + y - 2$.
1.Arătaţi că $3 * (-3) = -2$.
2.Arătaţi că legea de compoziţie „$*$” este asociativă.
3.Arătaţi că $0 * 1 * 2 * 3 * 4 > 0$.
4.Determinaţi numărul real x pentru care $x * x * x = (x + 2) * x$.
5.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $9^x * 3^x = 10$.
6.Arătaţi că $x^2 * \frac{1}{x^2} \geq 0$, pentru orice număr real nenul x.

59) Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x * y = 5(6 - x - y) + xy$.
1.Arătaţi că $5 * 0 = 5$.
2.Demonstraţi că $x * y = (x - 5)(y - 5) + 5$, pentru orice numere reale x şi y.
3.Arătaţi că e=6 este elementul neutru al legii de compoziţie „$*$”.
4.Arătaţi că $\frac{52}{11}$ este simetricul lui $\frac{4}{3}$ în raport cu legea de compoziţie „$*$”.
5.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $25^x * 5^x = 5$.
6.Calculaţi $5 * 6 * 7 * \ldots * 2024$.

60) Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x * y = 6(7 - x - y) + xy$.

1.Arătaţi că $6*0=6$.
2.Demonstraţi că $x*y=(x-6)(y-6)+6$, pentru orice numere reale x şi y.
3.Arătaţi că $e=7$ este elementul neutru al legii de compoziţie „$*$”.
4.Arătaţi că $\frac{52}{9}$ este simetricul lui $\frac{3}{2}$ în raport cu legea de compoziţie „$*$”.
5.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $36^x * 6^x = 6$.
6.Calculaţi $6*7*8*\ldots*2024$.

61) Pe mulţimea $M=(0,+\infty)$ se defineşte legea de compoziţie $x\circ y=\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+3$.
1.Arătaţi că $1\circ 1=5$.
2.Determinaţi $x\in M$ pentru care $x\circ x=4$.
3.Arătaţi că legea de compoziţie „$\circ$” este comutativă.
4.Determinaţi $x\in M$ pentru care $x\circ \frac{1}{x}=5$.
5.Determinaţi numerele naturale n pentru care $(n+1)\circ(n+1)$ este număr natural.
6.Determinaţi $x\in(1,+\infty)$ pentru care $(\log_2 x)\circ(\log_x 2)=\frac{11}{2}$.

62) Pe mulţimea $M=(0,+\infty)$ se defineşte legea de compoziţie $x\circ y=\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+4$.
1.Arătaţi că $1\circ 1=6$.
2.Determinaţi $x\in M$ pentru care $x\circ x=5$.
3.Arătaţi că legea de compoziţie „$\circ$” este comutativă.
4.Determinaţi $x\in M$ pentru care $x\circ \frac{1}{x}=6$.
5.Determinaţi numerele naturale n pentru care $(n+1)\circ(n+1)$ este număr natural.
6.Determinaţi $x\in(1,+\infty)$ pentru care $(\log_2 x)\circ(\log_x 2)=\frac{13}{2}$.

63) Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x\circ y=2xy-7(x+y)+28$.
1.Arătaţi că $2\circ 2=8$.
2. Arătaţi că $e=4$ este elementul neutru al legii de compoziţie „$\circ$”.
3.Determinaţi mulţimea numerelor reale x pentru care $x\circ 3\leq 3$.
4.Arătaţi că $x\circ y=2\left(x-\frac{7}{2}\right)\left(y-\frac{7}{2}\right)+\frac{7}{2}$, pentru orice numere reale x şi y.
5.Determinaţi numerele reale x pentru care $x\circ x=x$.
6.Determinaţi numărul natural nenul n pentru care $n\circ\frac{1}{n}$ este număr natural.

64) Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x\circ y=2xy-9(x+y)+45$.
1.Arătaţi că $2\circ 2=7$.
2. Arătaţi că $e=5$ este elementul neutru al legii de compoziţie „$\circ$”.
3.Determinaţi mulţimea numerelor reale x pentru care $x\circ 2\leq 7$.
4.Arătaţi că $x\circ y=2\left(x-\frac{9}{2}\right)\left(y-\frac{9}{2}\right)+\frac{45}{2}$, pentru orice numere reale x şi y.
5.Determinaţi numerele reale x pentru care $x\circ x=x$.
6.Determinaţi numărul natural nenul n pentru care $n\circ\frac{1}{n}$ este număr natural.

65) Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x\circ y=5xy-4(x+y-1)$.
1.Arătaţi că $1\circ 2=2$.
2. Arătaţi că $e=1$ este elementul neutru al legii de compoziţie „$\circ$”.
3.Determinaţi numărul real x pentru care $(x\circ 2)+(x\circ 3)=5$.
4.Determinaţi numerele naturale n pentru care $(3n+1)\circ 1<7$.

5. Demonstraţi că $x\circ y=5\left(x-\frac{4}{5}\right)\left(y-\frac{4}{5}\right)+\frac{4}{5}$, pentru orice numere reale x şi y.
6.Arătaţi că $\frac{1}{2}\circ\frac{2}{3}\circ\frac{3}{4}\circ\frac{4}{5}\circ\frac{5}{6}\circ\frac{6}{7}\circ\frac{7}{8}$.

66) Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x\circ y=6xy-5(x+y-1)$.
1.Arătaţi că $1\circ 2=2$.
2. Arătaţi că $e=1$ este elementul neutru al legii de compoziţie „$\circ$”.
3.Determinaţi numărul real x pentru care $(x\circ 2)+(x\circ 3)=5$.
4.Determinaţi numerele naturale n pentru care $(3n+1)\circ 1<7$.
5. Demonstraţi că $x\circ y=6\left(x-\frac{5}{6}\right)\left(y-\frac{5}{6}\right)+\frac{5}{6}$, pentru orice numere reale x şi y.
6.Arătaţi că $\frac{1}{2}\circ\frac{2}{3}\circ\frac{3}{4}\circ\frac{4}{5}\circ\frac{5}{6}\circ\frac{6}{7}\circ\frac{7}{8}$.

67) Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=xy-8(x+y)+18$.
1.Arătaţi că $0*2=2$.
2.Arătaţi că legea de compoziţie „$*$” este comutativă.
3.Determinaţi numărul real x pentru care $x*6=6$.
4.Determinaţi perechile (m,n) de numere naturale, cu $m<n$, pentru care $(-m)*(-n)=(m*n)+48$.
5.Determinaţi numărul real x pentru care $(1+3^x)*(1-3^x)=0$.
6.Arătaţi că $x*\frac{1}{x}\leq 3$, pentru orice $x\in(0,+\infty)$.

68) Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=xy-9(x+y)+20$.
1.Arătaţi că $0*2=2$.
2.Arătaţi că legea de compoziţie „$*$” este comutativă.
3.Determinaţi numărul real x pentru care $x*7=7$.
4.Determinaţi perechile (m,n) de numere naturale, cu $m<n$, pentru care $(-m)*(-n)=(m*n)+54$.
5.Determinaţi numărul real x pentru care $(1+3^x)*(1-3^x)=0$.
6.Arătaţi că $x*\frac{1}{x}\leq 3$, pentru orice $x\in(0,+\infty)$.

69) Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=xy+x+y+8$.
1.Arătaţi că $2*3=19$.
2.Arătaţi că $x*y=(x+1)(y+1)+7$, pentru orice numere reale x şi y.
3.Determinaţi numărul real x pentru care $(-8)*x=8+x$.
4.Determinaţi numerele reale x pentru care $x*(-x)=5$.
5.Determinaţi $x\in[0,+\infty)$ pentru care $(x-7)*\left(7-\sqrt{x}\right)=7$.
6.Arătaţi că, pentru orice număr natural n, divizibil cu 3, numărul natural $(n+1)*(n+2)+2$ este divizibil cu 3.

70) Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=xy+x+y+9$.
1.Arătaţi că $2*4=23$.
2.Arătaţi că $x*y=(x+1)(y+1)+8$, pentru orice numere reale x şi y.
3.Determinaţi numărul real x pentru care $(-9)*x=9+x$.
4.Determinaţi numerele reale x pentru care $x*(-x)=5$.
5.Determinaţi $x\in[0,+\infty)$ pentru care $(x-8)*\left(8-\sqrt{x}\right)=8$.
6.Arătaţi că, pentru orice număr natural n, divizibil cu 3, numărul natural $(n+1)*(n+2)+1$ este divizibil cu 3.

71) Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x*y=xy+272-16x-16y$.
1.Arătaţi că $0*16=16$.
2. Arătaţi că $x*y=(x-16)(y-16)+16$, pentru orice numere reale x şi y.
3.Arătaţi că $e=17$ este elementul neutru al legii de compoziţie „$*$”.
4.Determinaţi simetricul numărului $\frac{31}{2}$ în raport cu legea de compoziţie „$*$”.
5.Calculaţi $4^0 * 4^1 * 4^2 * 4^3 * 4^4$.
6.Determinaţi numerele naturale de forma $\overline{ab}$ pentru care $a*b=17$.

72) Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x*y=xy+20-4x-4y$.
1.Arătaţi că $0*4=4$.
2. Arătaţi că $x*y=(x-4)(y-4)+4$, pentru orice numere reale x şi y.
3.Arătaţi că $e=5$ este elementul neutru al legii de compoziţie „$*$”.
4.Determinaţi simetricul numărului $\frac{7}{2}$ în raport cu legea de compoziţie „$*$”.
5.Calculaţi $2^0 * 2^1 * 2^2 * 2^3 * 2^4$.
6.Determinaţi numerele naturale de forma $\overline{ab}$ pentru care $a*b=7$.

73) Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=xy-3x-y+6$.
1.Arătaţi că $4*4=6$.
2.Determinaţi numărul real x pentru care $(-3)*x=x$.
3.Determinaţi numerele reale x pentru care $x*(-x)=3x$.
4.Arătaţi că $x*y=(x-1)(y-3)+3$, pentru orice numere reale x şi y.
5.Determinaţi numerele reale nenule a pentru care $(a*5)*5=\frac{1}{a}$.
6.Determinaţi perechile (n,p) de numere naturale pentru care $n*p=n$.

74) Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=xy-x-3y+6$.
1.Arătaţi că $4*4=6$.
2.Determinaţi numărul real x pentru care $x*(-3)=x$.
3.Determinaţi numerele reale x pentru care $(-x)*x=3x$.
4.Arătaţi că $x*y=(x-3)(y-1)+3$, pentru orice numere reale x şi y.
5.Determinaţi numerele reale nenule a pentru care $5*(5*a)=\frac{1}{a}$.
6.Determinaţi perechile (n,p) de numere naturale pentru care $n*p=p$.

75) Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=\frac{xy}{4}+10-x-y$.
1.Arătaţi că $1*5=5$.
2.Determinaţi numărul real x pentru care $x*6=7$.
3.Arătaţi că $x*y=\frac{1}{5}(x-5)(y-5)+5$, pentru orice numere reale x şi y.
4.Arătaţi că,dacă x şi y sunt numere reale pentru care $x*(y+1)=(x-1)*y$, atunci $x+y=10$.
5.Arătaţi că, dacă $x\in[5,+\infty)$ şi $y\in[5,+\infty)$, atunci $x*y\in[5,+\infty)$.
6.Determinaţi perechile (m,n) de numere naturale pentru care $25^m*(n+1)=(5^{2m}-1)*n$.

76) Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=\frac{xy}{4}+4-x-y$.
1.Arătaţi că $1*2=2$.
2.Determinaţi numărul real x pentru care $x*3=4$.
3.Arătaţi că $x*y=\frac{1}{2}(x-2)(y-2)+2$, pentru orice numere reale x şi y.
4.Arătaţi că,dacă x şi y sunt numere reale pentru care $x*(y+1)=(x-1)*y$, atunci $x+y=4$.
5.Arătaţi că, dacă $x\in[2,+\infty)$ şi $y\in[2,+\infty)$, atunci $x*y\in[2,+\infty)$.

6.Determinaţi perechile (m, n) de numere naturale pentru care $4^m * (n + 1) = (2^{2m} - 1) * n$.

77) Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x \circ y = \frac{1}{5}(x - 4)(y - 4) + 4$.

1.Arătaţi că $9 \circ 14 = 14$.
2.Determinaţi numărul real x pentru care $2 \circ x = x$.
3.Arătaţi că $e = 9$ este elementul neutru al legii de compoziţie „$\circ$”.
4.Determinaţi numerele naturale n pentru care numărul $N = n \circ (8 - n)$ este natural.
5.Determinaţi numărul real x, ştiind că 6 este simetricul lui x în raport cu legea de compoziţie „$\circ$”.
6.Determinaţi numerele naturale m şi p pentru care $2^m \circ 3^p = 5$.

78) Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x \circ y = \frac{1}{2}(x - 5)(y - 5) + 5$.

1.Arătaţi că $7 \circ 9 = 9$.
2.Determinaţi numărul real x pentru care $3 \circ x = x$.
3.Arătaţi că $e = 7$ este elementul neutru al legii de compoziţie „$\circ$”.
4.Determinaţi numerele naturale n pentru care numărul $N = n \circ (10 - n)$ este natural.
5.Determinaţi numărul real x, ştiind că 6 este simetricul lui x în raport cu legea de compoziţie „$\circ$”.
6.Determinaţi numerele naturale m şi p pentru care $2^m \circ 3^p = 6$.

Matrice ,determinanţi,sisteme de ecuaţii liniare

Matrice patratice de ordin doi

Fie $A=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} x & y \\ z & t \end{pmatrix}$ şi $\alpha \epsilon \mathbb{R}$

$detA=\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}=ad-bc$ $\quad\quad$ $det(A \cdot B)=detA \cdot detB$

$A+B=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} x & y \\ z & t \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} a+x & b+y \\ c+z & d+t \end{pmatrix}$

$A-B=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}-\begin{pmatrix} x & y \\ z & t \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} a-x & b-y \\ c-z & d-t \end{pmatrix}$

$\alpha A=\alpha\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} \alpha a & \alpha b \\ \alpha c & \alpha d \end{pmatrix}$

$A \cdot B=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x & y \\ z & t \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} ax+bz & ay+bt \\ cx+dz & cy+dt \end{pmatrix}$

Sisteme liniare de două ecuaţii cu două necunoscute,regula lui Cramer

$\begin{cases} a_{11}x+a_{12}y=b_1 \\ a_{21}x+a_{22}y=b_2 \end{cases}$, $A=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$

Pentru $d=detA=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}=a_{11}a_{22}-a_{12}a_{21} \neq 0$

$d_x=\begin{vmatrix} b_1 & a_{12} \\ b_2 & a_{22} \end{vmatrix}=b_1a_{22}-b_2a_{12}$, $d_y=\begin{vmatrix} a_{11} & b_1 \\ a_{21} & b_2 \end{vmatrix}=a_{11}b_2-a_{21}b_1$, $\begin{cases} x=\frac{d_x}{d} \\ y=\frac{d_y}{d} \end{cases}$

Matrice inversabile

Fie $A=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, A este inversabilă $\Leftrightarrow detA \neq 0$

$A_{11}=(-1)^{1+1} \cdot d=d$, $A_{12}=(-1)^{1+2} \cdot c=-c$, $A_{21}=(-1)^{2+1} \cdot b=-b$, $A_{22}=(-1)^{2+2} \cdot a=a$

$A^*=\begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} \\ A_{12} & A_{22} \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$, $A^{-1}=\frac{1}{detA} \cdot A^*=\frac{1}{ad-bc} \cdot \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$

$A^{-1} \cdot A=A \cdot A^{-1}=I_2$, unde $I_2=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

Dacă A este inversabilă ,atunci

$A \cdot X=B \Leftrightarrow X=A^{-1} \cdot B$, $X \cdot A=B \Leftrightarrow X=B \cdot A^{-1}$

Matrice patratice de ordin trei

Fie $A=\begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix}$,$B=\begin{pmatrix} x & y & z \\ u & v & t \\ p & r & s \end{pmatrix}$ şi $\alpha \epsilon \mathbb{R}$

$detA=\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix}=aei+dhc+bfg-(gec+afh+bdi)$ $\quad\quad$ $det(A \cdot B)=detA \cdot detB$

$A+B=\begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} x & y & z \\ u & v & t \\ p & r & s \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} a+x & b+y & c+z \\ d+u & e+v & f+t \\ g+p & h+r & i+s \end{pmatrix}$

$A-B=\begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix}-\begin{pmatrix} x & y & z \\ u & v & t \\ p & r & s \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} a-x & b-y & c-z \\ d-u & e-v & f-t \\ g-p & h-r & i-s \end{pmatrix}$

$\alpha A=\alpha\begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} \alpha a & \alpha b & \alpha c \\ \alpha d & \alpha e & \alpha f \\ \alpha g & \alpha h & \alpha i \end{pmatrix}$

$$A\cdot B=\begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} x & y & z \\ u & v & t \\ p & r & s \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} ax+bu+cp & ay+bv+cr & az+bt+cs \\ dx+eu+fp & dy+ev+fr & dz+et+fs \\ gx+hu+ip & gy+hv+ir & gz+ht+is \end{pmatrix}$$

Sisteme liniare de trei ecuaţii cu trei necunoscute,regula lui Cramer

$$\begin{cases} a_{11}x+a_{12}y+a_{13}z=b_1 \\ a_{21}x+a_{22}y+a_{23}z=b_2 \\ a_{31}x+a_{32}y+a_{33}z=b_3 \end{cases}, A=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$$

Pentru $d=\det A=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}=$

$=a_{11}a_{22}a_{33}+a_{21}a_{32}a_{13}+a_{12}a_{23}a_{31}-(a_{13}a_{22}a_{31}+a_{21}a_{12}a_{33}+a_{11}a_{32}a_{23})\neq 0$

$$d_x=\begin{vmatrix} b_1 & a_{12} & a_{13} \\ b_2 & a_{22} & a_{23} \\ b_3 & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}=b_1a_{22}a_{33}+b_2a_{32}a_{13}+b_3a_{12}a_{23}-(b_3a_{22}a_{13}+b_1a_{32}a_{23}+b_2a_{12}a_{33})$$

$$d_y=\begin{vmatrix} a_{11} & b_1 & a_{13} \\ a_{21} & b_2 & a_{23} \\ a_{31} & b_3 & a_{33} \end{vmatrix}=a_{11}b_2a_{33}+a_{21}b_3a_{13}+a_{31}b_1a_{23}-(a_{31}b_2a_{13}+a_{21}b_1a_{33}+a_{11}b_3a_{23})$$

$$d_z=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & b_2 \\ a_{31} & a_{32} & b_3 \end{vmatrix}=a_{11}a_{22}b_3+a_{21}a_{32}b_1+a_{12}a_{31}b_2-(a_{31}a_{22}b_1+a_{11}a_{32}b_2+a_{21}a_{12}b_3)$$

$$\begin{cases} x=\frac{d_x}{d} \\ y=\frac{d_y}{d} \\ z=\frac{d_z}{d} \end{cases}$$

Matrice inversabile

Fie $A=\begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix}$, A este inversabilă $\Leftrightarrow \det A\neq 0$

$$A_{11}=(-1)^{1+1}\cdot\begin{vmatrix} e & f \\ h & i \end{vmatrix}, A_{12}=(-1)^{1+2}\cdot\begin{vmatrix} d & f \\ g & i \end{vmatrix}, A_{13}=(-1)^{1+3}\cdot\begin{vmatrix} d & e \\ g & h \end{vmatrix}$$

$$A_{21}=(-1)^{2+1}\cdot\begin{vmatrix} b & c \\ h & i \end{vmatrix}, A_{22}=(-1)^{2+2}\cdot\begin{vmatrix} a & c \\ g & i \end{vmatrix}, A_{23}=(-1)^{2+3}\cdot\begin{vmatrix} a & b \\ g & h \end{vmatrix}$$

$$A_{31}=(-1)^{3+1}\cdot\begin{vmatrix} b & c \\ e & f \end{vmatrix}, A_{32}=(-1)^{3+2}\cdot\begin{vmatrix} a & c \\ d & f \end{vmatrix}, A_{33}=(-1)^{3+3}\cdot\begin{vmatrix} a & b \\ d & e \end{vmatrix}$$

$$A^*=\begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} & A_{31} \\ A_{12} & A_{22} & A_{32} \\ A_{13} & A_{23} & A_{33} \end{pmatrix},\ A^{-1}=\frac{1}{\det A}\cdot A^*$$

$A^{-1}\cdot A=A\cdot A^{-1}=I_3$, unde $I_3=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Dacă A este inversabilă ,atunci

$A\cdot X=B\Leftrightarrow X=A^{-1}\cdot B$, $X\cdot A=B\Leftrightarrow X=B\cdot A^{-1}$

Subiectul III(prelucrări bacalaureat)

1) Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}0 & 1\\ 2 & 1\end{pmatrix}$ și $B=\begin{pmatrix}2 & 1\\ 2 & 3\end{pmatrix}$.

1.Arătaţi că $\det A=-2$.
2.Calculaţi $\det(A+B)$.
3.Arătaţi că $A\cdot A=B$.
4.Determinaţi numerele reale a şi b pentru care $aA+bB=\begin{pmatrix}6 & 10\\ 20 & 16\end{pmatrix}$.
5.Arătaţi că, dacă $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ astfel încât $X+A=B$, atunci matricea X este inversabilă.
6.Determinaţi valorile reale ale lui a pentru care $\det(A+B-aI_2)\leq 0$, unde $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

2) Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}0 & 2\\ 1 & 1\end{pmatrix}$ și $B=\begin{pmatrix}2 & 2\\ 1 & 3\end{pmatrix}$.

1.Arătaţi că $\det A=-2$.
2.Calculaţi $\det(A+B)$.
3.Arătaţi că $A\cdot A=B$.
4.Determinaţi numerele reale a şi b pentru care $aA+bB=\begin{pmatrix}5 & 3\\ 6 & 2\end{pmatrix}$.
5.Arătaţi că, dacă $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ astfel încât $X+A=B$, atunci matricea X este inversabilă.
6.Determinaţi valorile reale ale lui a pentru care $\det(A+B-aI_2)\leq 0$, unde $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

3)Se consideră matricea $A(a)=\begin{pmatrix}1+2a & 3a\\ -2a & 1-3a\end{pmatrix}$, unde a este număr real.

1.Arătaţi că $\det\big(A(0)\big)=1$.
2.Arătaţi că $A(1)+A(5)=2A(3)$.
3.Arătaţi că $A(-1)\cdot A(2)=A(3)$.
4.Determinaţi valorile reale ale lui a pentru care matricea $A(a)$ este inversabilă.
5.Demonstraţi că $A(a)\cdot A(1)=A(1)\cdot A(a)=A(1)$, pentru orice număr real a.
6.Determinaţi numerele naturale nenule n pentru care $\det\big(A(n^3)\big)>-50$.

4)Se consideră matricea $A(a)=\begin{pmatrix}1+2a & -2a\\ 3a & 1-3a\end{pmatrix}$, unde a este număr real.

1.Arătaţi că $\det\big(A(0)\big)=1$.
2.Arătaţi că $A(1)+A(5)=2A(3)$.
3.Arătaţi că $A(-1)\cdot A(2)=A(3)$.
4.Determinaţi valorile reale ale lui a pentru care matricea $A(a)$ este inversabilă.
5.Demonstraţi că $A(a)\cdot A(1)=A(1)\cdot A(a)=A(1)$, pentru orice număr real a.
6.Determinaţi numerele naturale nenule n pentru care $\det\big(A(n^3)\big)>-50$.

5)Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}-3 & 1\\ -2 & 4\end{pmatrix}$ $B=\begin{pmatrix}-2 & 5\\ 1 & -1\end{pmatrix}$ și $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

1.Arătaţi că $\det A=-10$.
2.Arătaţi că $B\cdot B=3I_2-3B$.
3.Determinaţi numerele reale x şi y pentru care $xA+yB=\begin{pmatrix}-8 & 7\\ -3 & 7\end{pmatrix}$.
4.Determinaţi inversa matricei B .
5.Arătaţi că matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, care verifică egalitatea $A+X=B$, este inversabilă.
6.Demonstraţi că $\det(A+aI_2)>-11$, pentru orice număr real a.

6)Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}4 & 1\\ -2 & -3\end{pmatrix}$ $B=\begin{pmatrix}-1 & 5\\ 1 & -2\end{pmatrix}$ și $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

1.Arătaţi că detA=-10.
2.Arătaţi că B·B=$3I_2-3B$.
3.Determinaţi numerele reale x şi y pentru care xA+yB=$\begin{pmatrix} 7 & 7 \\ -3 & -8 \end{pmatrix}$.
4.Determinaţi inversa matricei B .
5.Arătaţi că matricea X$\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, care verifică egalitatea A+X=B, este inversabilă.
6.Demonstraţi că $\det(A + aI_2) > -11$, pentru orice număr real a.

7)Se consideră matricele M= $\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ şi $A(a) = M + 2aI_2$,unde a este număr real.
1.Calculaţi detM.
2.Determinaţi numerele reale a, ştiind că $\det(A(a)) = 7$.
3.Arătaţi că $M\cdot A(a) = A(a) \cdot M$, pentru orice număr real a.
4.Determinaţi inversa matricei $A(-1)$.
5.Determinaţi numărul real a, a>0, pentru care suma elementelor matricei $A(\log_2 a)$ este egală cu 71.
6.Demonstraţi că, pentru orice număr întreg m, numărul $\det(A(m))$ este natural impar.

8)Se consideră matricele M= $\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ şi $A(a) = M + 2aI_2$,unde a este număr real.
1.Calculaţi detM.
2.Determinaţi numerele reale a, ştiind că $\det(A(a)) = 13$.
3.Arătaţi că $M\cdot A(a) = A(a) \cdot M$, pentru orice număr real a.
4.Determinaţi inversa matricei $A(-1)$.
5.Determinaţi numărul real a, a>0, pentru care suma elementelor matricei $A(\log_2 a)$ este egală cu 71.
6.Demonstraţi că, pentru orice număr întreg m, numărul $\det(A(m))$ este natural impar.

9)Se consideră matricele A= $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ şi $M(a) = aA + I_2$,unde a este număr real.
1.Arătaţi că $\det A = 3$.
2.Demonstraţi că $\det(M(a)) = (a + 1)(3a + 1)$,pentru orice număr real a.
3.Determinaţi inversa matricei $M(-3)$.
4.Arătaţi că $M(1) \cdot M(3) = 4(A \cdot A + I_2)$.
5.Demonstraţi că $\det(M(a) - 3aA) \neq 1$,pentru orice număr întreg nenul a.
6.Determinaţi matricea X$\in\mathcal{M}_{2,1}(\mathbb{R})$ pentru care A·X=$\begin{pmatrix} -6 \\ 0 \end{pmatrix}$.

10) Se consideră matricele A= $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ şi $M(a) = aA + I_2$,unde a este număr real.
1.Arătaţi că $\det A = 4$.
2.Demonstraţi că $\det(M(a)) = (a + 1)(4a + 1)$,pentru orice număr real a.
3.Determinaţi inversa matricei $M(-4)$.
4.Arătaţi că $M(1) \cdot M(4) = 5(A \cdot A + I_2)$.
5.Demonstraţi că $\det(M(a) - 4aA) \neq 1$,pentru orice număr întreg nenul a.
6.Determinaţi matricea X$\in\mathcal{M}_{2,1}(\mathbb{R})$ pentru care A·X=$\begin{pmatrix} 0 \\ -4 \end{pmatrix}$.

11) Se consideră matricele A=$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -4 & -2 \end{pmatrix}$ şi I_2=$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ şi $M(a) = I_2 + aA$, unde a este număr real.
1.Arătaţi că detA=0.

2.Arătaţi că $A\cdot A=O_2$, unde $O_2=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$.
3.Demonstraţi că $M(a)\cdot M(b)=M(a+b)$,pentru orice numere reale a şi b.
4.Determinaţi numerele reale t, ştiind că $M(t)\cdot M(t^2)=M(42)$.
5.Arătaţi că inversa matricei I_2-A este matricea I_2+A.
6.Rezolvaţi în $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ ecuaţia $(I_2-A)\cdot X=A+I_2$.

12) Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}-3 & -1\\ 9 & 3\end{pmatrix}$ şi $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ şi $M(a)=I_2+aA$, unde a este număr real.

1.Arătaţi că $\det A=0$.
2.Arătaţi că $A\cdot A=O_2$, unde $O_2=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$.
3.Demonstraţi că $M(a)\cdot M(b)=M(a+b)$,pentru orice numere reale a şi b.
4.Determinaţi numerele reale t, ştiind că $M(t)\cdot M(t^2)=M(12)$.
5.Arătaţi că inversa matricei I_2+A este matricea I_2-A.
6.Rezolvaţi în $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ ecuaţia $(I_2+A)\cdot X=A-I_2$

13) Se consideră matricele $M=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 4 & 5\end{pmatrix}$ şi $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ şi $A(a)=aI_2+M$, unde a este număr real.

1.Arătaţi că $\det M=-3$.
2.Calculaţi suma elementelor matricei $A(2018)$.
3.Arătaţi că $M\cdot M=6M+3I_2$.
4.Arătaţi că inversa matricei $A(1)$ este matricea $\begin{pmatrix}\frac{3}{2} & -\frac{1}{2}\\ -1 & \frac{1}{2}\end{pmatrix}$.
5.Determinaţi numerele reale a pentru care $A(a)\cdot A(a)=A(a^2)+M\cdot M$
6.Determinaţi numărul natural m pentru care $\det\big(A(m)\big)<4$.

14) Se consideră matricele $M=\begin{pmatrix}4 & 2\\ 3 & 1\end{pmatrix}$ şi $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ şi $A(a)=aI_2+M$, unde a este număr real.

1.Arătaţi că $\det M=-2$.
2.Calculaţi suma elementelor matricei $A(2020)$.
3.Arătaţi că $M\cdot M=5M+2I_2$.
4.Arătaţi că inversa matricei $A(1)$ este matricea $\begin{pmatrix}\frac{1}{2} & -\frac{1}{2}\\ -\frac{3}{4} & \frac{5}{4}\end{pmatrix}$.
5.Determinaţi numerele reale a pentru care $A(a)\cdot A(a)=A(a^2)+M\cdot M$
6.Determinaţi numărul natural m pentru care $\det\big(A(m)\big)<4$.

15) Se consideră matricea $A(a)=\begin{pmatrix}3 & 4\\ 2 & a\end{pmatrix}$, unde a este număr real.

1.Arătaţi că $\det\big(A(1)\big)=-5$.
2.Demonstraţi că $A(-a)+A(a)=2A(0)$,pentru orice număr real a.
3.Arătaţi că inversa matricei $A(3)$ este matricea $\begin{pmatrix}3 & -4\\ -2 & 3\end{pmatrix}$.
4.Determinaţi valorile reale ale lui a pentru care matricea $A(a)$ este inversabilă.
5.Determinaţi numerele reale a pentru care $A(a^2)-4A(a)+3A(1)=O_2$, unde $O_2=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$.
6.Determinaţi numerele reale a pentru care $\det\big(A(a)+A(2)\big)=a^2-15$.

16) Se consideră matricea $A(a)=\begin{pmatrix}a & 3\\ 6 & 4\end{pmatrix}$, unde a este număr real.

1.Arătaţi că $\det(A(3)) = -6$.
2.Demonstraţi că $A(-a) + A(a) = 2A(0)$,pentru orice număr real a.
3.Arătaţi că inversa matricei $A(4)$ este matricea $\begin{pmatrix} -2 & \frac{3}{2} \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$.
4.Determinaţi valorile reale ale lui a pentru care matricea $A(a)$ este inversabilă.
5.Determinaţi numerele reale a pentru care $A(a^2) - 5A(a) + 4A(1) = O_2$, unde $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.
6.Determinaţi numerele reale a pentru care $\det(A(a) + A(3)) = a^2 - 24$.

17) Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ şi $B=\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$.
1.Arătaţi că $\det A=1$.
2.Arătaţi că $A\cdot B-B\cdot A=O_2$, unde $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.
3.Determinaţi numerele reale x pentru care $\det(A + xB) = 1 - 2x$.
4.Determinaţi numerele reale x şi y pentru care $A\cdot\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.
5.Arătaţi că $\det(A + B) + \det(A - B) = 2(\det A + \det B)$.
6.Determinaţi matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, astfel încât $A\cdot X-B=I_2$, unde $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

18) Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix} 5 & -1 \\ -4 & 1 \end{pmatrix}$ şi $B=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$.
1.Arătaţi că $\det A=1$.
2.Arătaţi că $A\cdot B-B\cdot A=O_2$, unde $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.
3.Determinaţi numerele reale x pentru care $\det(A + xB) = 1 - 6x$.
4.Determinaţi numerele reale x şi y pentru care $A\cdot\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$.
5.Arătaţi că $\det(A + B) + \det(A - B) = 2(\det A + \det B)$.
6.Determinaţi matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, astfel încât $A\cdot X-B=I_2$, unde $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

19) Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -9 & -3 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ şi $M(a) = A + aI_2$, unde a este număr real.
1.Arătaţi că $\det A=0$.
2.Determinaţi numerele reale a, pentru care $\det(M(a)) = 81$.
3.Arătaţi că $M(-3) + M(0) + M(3) = 3A$.
4.Demonstraţi că $M(a) \cdot M(b) = (a + b)A + abI_2$, pentru orice numere reale a şi b.
5.Determinaţi valorile reale ale lui a, pentru care matricea $M(a)$ este inversabilă.
6.Rezolvaţi în $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ ecuaţia $M(1) \cdot X = A$.

20) Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix} 4 & -16 \\ 1 & -4 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ şi $M(a) = A + aI_2$, unde a este număr real.
1.Arătaţi că $\det A=0$.
2.Determinaţi numerele reale a, pentru care $\det(M(a)) = 9$.
3.Arătaţi că $M(-2) + M(0) + M(2) = 3A$.
4.Demonstraţi că $M(a) \cdot M(b) = (a + b)A + abI_2$, pentru orice numere reale a şi b.
5.Determinaţi valorile reale ale lui a, pentru care matricea $M(a)$ este inversabilă.
6.Rezolvaţi în $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ ecuaţia $M(1) \cdot X = A$.

21) Se consideră matricele $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ şi $A(a) = \begin{pmatrix} 4 & a \\ a & 4 \end{pmatrix}$, unde a este număr real.

1.Arătaţi că $\det(A(0)) = 16$.
2.Determinaţi numerele reale a, pentru care $\det(A(a)) = 0$.
3.Arătaţi că $A(4) \cdot A(4) - 8A(4) = O_2$.
4.Determinaţi numărul real a, pentru care $A(4) \cdot A(a) = 8A(4)$.
5.Demonstraţi că $\det(A(a) - A(0)) \leq 0$, pentru orice număr real a.
6.Determinaţi numerele reale a şi b, ştiind că $A(a) \cdot A(b) = O_2$.

22) Se consideră matricele $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ şi $A(a) = \begin{pmatrix} 5 & a \\ a & 5 \end{pmatrix}$, unde a este număr real.

1.Arătaţi că $\det(A(0)) = 25$.
2.Determinaţi numerele reale a, pentru care $\det(A(a)) = 0$.
3.Arătaţi că $A(5) \cdot A(5) - 10A(5) = O_2$.
4.Determinaţi numărul real a, pentru care $A(5) \cdot A(a) = 10A(5)$.
5.Demonstraţi că $\det(A(a) - A(0)) \leq 0$, pentru orice număr real a.
6.Determinaţi numerele reale a şi b, ştiind că $A(a) \cdot A(b) = O_2$.

23) Se consideră matricele $A(a) = \begin{pmatrix} a & 1 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$ şi $B=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, unde a este număr real.

1.Arătaţi că detB=1.
2.Determinaţi numerele reale a, ştiind că $\det(aA(a)) = 0$.
3.Determinaţi valorile reale ale lui a, pentru care matricea $A(a)$ este inversabilă.
4.Demonstraţi că $A(a - 3) + A(a + 3) = 2A(a)$, pentru orice număr real a.
5.Determinaţi numărul real a, ştiind că $\det(A(a) + B) = a + 3$.
6.Rezolvaţi în mulţimea $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ ecuaţia $X \cdot A(1) = B$.

24) Se consideră matricele $A(a) = \begin{pmatrix} a & 5 \\ 1 & 6 \end{pmatrix}$ şi $B=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, unde a este număr real.

1.Arătaţi că detB=1.
2.Determinaţi numerele reale a, ştiind că $\det(aA(a)) = 0$.
3.Determinaţi valorile reale ale lui a, pentru care matricea $A(a)$ este inversabilă.
4.Demonstraţi că $A(a - 5) + A(a + 5) = 2A(a)$, pentru orice număr real a.
5.Determinaţi numărul real a, ştiind că $\det(A(a) + B) = a + 2$.
6.Rezolvaţi în mulţimea $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ ecuaţia $X \cdot A(1) = B$.

25) Se consideră matricele $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ şi $A(a) = \begin{pmatrix} a & 3 \\ 1 & a + 2 \end{pmatrix}$, unde a este un număr real.

1.Arătaţi că $\det(A(0)) = -3$.
2.Determinaţi numerele reale a pentru care $\det(A(a)) = 0$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale inecuaţia $\det(A(a) - I_2) < 0$.
4.Arătaţi că $(2a + 2)A(a) - A(a) \cdot A(a) = (a^2 + 2a - 3)I_2$, pentru orice număr real a.
5.Determinaţi inversa matricei $A(3)$.
6.Determinaţi numerele reale m pentru care $\det(A(m)) \leq 1$.

26) Se consideră matricele $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ şi $A(a) = \begin{pmatrix} a & 1 \\ 4 & a + 3 \end{pmatrix}$, unde a este un număr real.

1.Arătaţi că $\det(A(0)) = -4$.
2.Determinaţi numerele reale a pentru care $\det(A(a)) = 0$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale inecuaţia $\det(A(a) - I_2) < 0$.
4.Arătaţi că $(2a + 3)A(a) - A(a) \cdot A(a) = (a^2 + 3a - 4)I_2$, pentru orice număr real a.
5.Determinaţi inversa matricei $A(4)$.

6.Determinaţi numerele reale m pentru care $\det(A(m)) \leq 1$.

27) Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & -1\\ 4 & 0\end{pmatrix}$ şi $B=\begin{pmatrix}a & b\\ 4 & 5\end{pmatrix}$, unde a şi b sunt numere reale.

1.Arătaţi că detA=4.

2.Determinaţi numerele reale a şi b astfel încât $B-A=5I_2$, unde $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

3.Pentru a=0, determinaţi numărul real b pentru care detB=16.

4.Determinaţi numerele reale a şi b, ştiind că AB=BA.

5.Arătaţi că inversa matricei A este matricea $\begin{pmatrix}0 & \frac{1}{4}\\ -1 & \frac{1}{4}\end{pmatrix}$.

6.Pentru a=b=1, rezolvaţi în $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ ecuaţia B·X=A.

28) Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 3\\ -1 & 0\end{pmatrix}$ şi $B=\begin{pmatrix}a & 3\\ b & 4\end{pmatrix}$, unde a şi b sunt numere reale.

1.Arătaţi că detA=3.

2.Determinaţi numerele reale a şi b astfel încât $B-A=4I_2$, unde $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

3.Pentru a=0, determinaţi numărul real b pentru care detB=9.

4.Determinaţi numerele reale a şi b, ştiind că AB=BA.

5.Arătaţi că inversa matricei A este matricea $\begin{pmatrix}0 & -1\\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3}\end{pmatrix}$.

6.Pentru a=b=1, rezolvaţi în $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ ecuaţia B·X=A.

29) Se consideră matricea $A(a)=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 2a & 1\end{pmatrix}$, unde a este număr real.

1.Calculaţi $\det(A(0))$.

2.Determinaţi numărul real a ştiind că $2A(a)+A(a-9)=3A(0)$.

3.Arătaţi că $A(1)+A(2)+\cdots+A(9)=9A(5)$.

4. Arătaţi că $\det(A(a)+A(b))=4\det(A(a)\cdot A(b))$ pentru orice numere reale a şi b.

5. Verificaţi dacă matricea $A(-a)$ este inversa matricei $A(a)$ pentru orice număr real a.

6.Determinaţi matricea $X=\begin{pmatrix}p & q\\ 2 & 1\end{pmatrix}\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ ştiind că $X\cdot A(a)=A(a)\cdot X$ pentru orice număr real a.

30) Se consideră matricea $A(a)=\begin{pmatrix}1 & -a\\ 0 & 1\end{pmatrix}$, unde a este număr real.

1.Calculaţi $\det(A(0))$.

2.Determinaţi numărul real a ştiind că $2A(a)+A(a-12)=3A(0)$.

3.Arătaţi că $A(1)+A(2)+\cdots+A(11)=11A(6)$.

4. Arătaţi că $\det(A(a)+A(b))=4\det(A(a)\cdot A(b))$ pentru orice numere reale a şi b.

5. Verificaţi dacă matricea $A(-a)$ este inversa matricei $A(a)$ pentru orice număr real a.

6.Determinaţi matricea $X=\begin{pmatrix}p & 2\\ q & 1\end{pmatrix}\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ ştiind că $X\cdot A(a)=A(a)\cdot X$ pentru orice număr real a.

31) Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 3\\ 1 & 0\end{pmatrix}$,$B=\begin{pmatrix}5 & 3\\ 1 & 4\end{pmatrix}$ şi $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

1.Calculaţi detA.

2.Arătaţi că $A\cdot A+I_2=B$.

3.Verificaţi dacă A·B=B·A.

4.Arătaţi că matricea C=$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \end{pmatrix}$ este inversa matricei A.
5.Determinaţi numerele reale a ştiind că $\det(A + aI_2) = 17$.
6.Rezolvaţi în $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ ecuaţia A·X=B.

32) Se consideră matricele A=$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}$,B=$\begin{pmatrix} 6 & 1 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$ şi $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
1.Calculaţi detA.
2.Arătaţi că A·A+I_2 = B.
3.Verificaţi dacă A·B=B·A.
4.Arătaţi că matricea C=$\begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{4} \\ 1 & -\frac{1}{4} \end{pmatrix}$ este inversa matricei A.
5.Determinaţi numerele reale a ştiind că $\det(A + aI_2) = 26$.
6.Rezolvaţi în $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ ecuaţia A·X=B.

33) Pentru fiecare număr real m se consideră matricea $A(m) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & m \\ 1 & m & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.
1.Arătaţi că $\det(A(1)) = 0$.
2.Calculaţi $A(1) \cdot A(0)$.
3.Arătaţi că $\det(A(m)) = -m^2 + 2m - 1$, pentru orice număr real m.
4.Verificaţi dacă matricea B=$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ este inversa matricei $A(0)$.
5.Determinaţi numărul real m pentru care suma elementelor matricei $A(m)$ este egală cu 2013.
6.Pentru m=0, rezolvaţi sistemul $\begin{cases} x + y + mz = 1 \\ x + my + z = 1. \\ x + y + z = 3 \end{cases}$

34) Pentru fiecare număr real m se consideră matricea $A(m) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & m & 1 \\ m & 1 & 1 \end{pmatrix}$.
1.Arătaţi că $\det(A(1)) = 0$.
2.Calculaţi $A(1) \cdot A(0)$.
3.Arătaţi că $\det(A(m)) = -m^2 + 2m - 1$, pentru orice număr real m.
4.Verificaţi dacă matricea B=$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ este inversa matricei $A(0)$.
5.Determinaţi numărul real m pentru care suma elementelor matricei $A(m)$ este egală cu 2013.
6.Pentru m=0, rezolvaţi sistemul $\begin{cases} x + y + z = 3 \\ x + my + z = 1. \\ mx + y + z = 1 \end{cases}$

35) Pentru fiecare număr real m se consideră matricea $A(m) = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & m \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$.
1.Calculaţi $\det(A(0))$.
2.Arătaţi că $\det(A(m)) = 5m - 4$, pentru orice număr real m.
3.Determinaţi numerele reale m pentru care $\det(A(m)) = m^2$.

4.Arătaţi că $A(m)+A(-m)=2A(0)$ pentru orice număr real m.

5.Verificaţi dacă $A(0)\cdot\begin{pmatrix}1&-1&-1\\-2&-2&2\\3&5&-1\end{pmatrix}=-4I_3$, unde $I_3=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$.

6.Pentru m=0, rezolvaţi sistemul $\begin{cases}-x+3y+z=3\\2x+y+mz=1.\\x+2y+z=2\end{cases}$

36) Pentru fiecare număr real m se consideră matricea $A(m)=\begin{pmatrix}1&2&1\\1&3&-1\\m&1&2\end{pmatrix}$.

1.Calculaţi $\det(A(0))$.

2.Arătaţi că $\det(A(m))=-5m+4$, pentru orice număr real m.

3.Determinaţi numerele reale m pentru care $\det(A(m))=-m^2$.

4.Arătaţi că $A(m)+A(-m)=2A(0)$ pentru orice număr real m.

5.Verificaţi dacă $A(0)\cdot\begin{pmatrix}7&-3&-5\\-2&2&2\\1&-1&1\end{pmatrix}=4I_3$, unde $I_3=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$.

6.Pentru m=0, rezolvaţi sistemul $\begin{cases}x+2y+z=2\\x+3y-z=3\\mx+y+2z=1\end{cases}$.

37) Se consideră matricele $A(a)=\begin{pmatrix}3&3\\3&a\end{pmatrix}$ şi $B(b)=\begin{pmatrix}3&3\\b&3\end{pmatrix}$, unde a şi b sunt numere reale.

1.Arătaţi că $\det(A(4))=3$.

2.Arătaţi că $A(3)\cdot B(3)=3(A(3)+B(3))$.

3.Determinaţi inversa matricei $A(1)$.

4.Demonstraţi că $\det(A(a)+B(b))=\det(A(a))+\det(B(b))$ dacă şi numai dacă a=b.

5.Determinaţi valorile reale ale lui a pentru care matricea $C(a)=B(a)\cdot A(a)$ este inversabilă.

6.Determinaţi numerele naturale nenule n pentru care $\det(A(n))>n^2-5$.

38) Se consideră matricele $A(a)=\begin{pmatrix}a&4\\4&4\end{pmatrix}$ şi $B(b)=\begin{pmatrix}4&b\\4&4\end{pmatrix}$, unde a şi b sunt numere reale.

1.Arătaţi că $\det(A(5))=4$.

2.Arătaţi că $A(4)\cdot B(4)=4(A(4)+B(4))$.

3.Determinaţi inversa matricei $A(1)$.

4.Demonstraţi că $\det(A(a)+B(b))=\det(A(a))+\det(B(b))$ dacă şi numai dacă a=b.

5.Determinaţi valorile reale ale lui a pentru care matricea $C(a)=B(a)\cdot A(a)$ este inversabilă.

6.Determinaţi numerele naturale nenule n pentru care $\det(A(n))>n^2-21$.

39) Se consideră matricea $A(a)=\begin{pmatrix}2&0\\a&2\end{pmatrix}$, unde a este număr real.

1.Arătaţi că $\det(A(5))=4$.

2.Calculaţi $\det(A(1)+A(2))$.

3.Demonstraţi că $A(a)\cdot A(b)=2A(a+b)$, pentru orice numere reale a şi b.

4.Determinaţi numărul real a şi b pentru care $A(a)\cdot A(2a)=2A(30)$.

5.Determinaţi numerele reale x pentru care $\det(I_2+xA(x))=36$.

6.Determinaţi numerele naturale n pentru care $A(n)\cdot A(n)=2A(2n^2)$.

40) Se consideră matricea $A(a)=\begin{pmatrix}3 & a\\ 0 & 3\end{pmatrix}$, unde a este număr real.

1.Arătaţi că $\det(A(6))=9$.

2.Calculaţi $\det(A(1)+A(2))$.

3.Demonstraţi că $A(a)\cdot A(b)=3A(a+b)$, pentru orice numere reale a şi b.

4.Determinaţi numărul real a şi b pentru care $A(a)\cdot A(3a)=3A(40)$.

5.Determinaţi numerele reale x pentru care $\det(I_2+xA(x))=49$.

6.Determinaţi numerele naturale n pentru care $A(n)\cdot A(n)=3A(2n^2)$.

41) Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}4 & 3\\ 3 & 4\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ şi $0_2=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$.

1.Arătaţi că $\det A=7$.

2.Arătaţi că $(A-I_2)(A-7I_2)=O_2$.

3.Se consideră matricea $B=A-4I_2$.Demonstraţi că suma elementelor matricei $B\cdot B$ este divizibilă cu $2\cdot 3^2$.

4.Determinaţi numerele reale a pentru care $\det(aA+I_2)=0$.

5.Determinaţi numerele reale x şi y pentru care $A\cdot M=M\cdot A$, unde $M=\begin{pmatrix}x & 1\\ y & 2\end{pmatrix}$.

6.Demonstraţi că $\det(A+xI_2)+\det(A-xI_2)\geq 14$, pentru orice număr real x.

42) Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}6 & 5\\ 5 & 6\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ şi $0_2=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$.

1.Arătaţi că $\det A=11$.

2.Arătaţi că $(A-I_2)(A-11I_2)=O_2$.

3.Se consideră matricea $B=A-6I_2$.Demonstraţi că suma elementelor matricei $B\cdot B$ este divizibilă cu 5^2.

4.Determinaţi numerele reale a pentru care $\det(aA+I_2)=0$.

5.Determinaţi numerele reale x şi y pentru care $A\cdot M=M\cdot A$, unde $M=\begin{pmatrix}x & 1\\ y & 2\end{pmatrix}$.

6.Demonstraţi că $\det(A+xI_2)+\det(A-xI_2)\geq 22$, pentru orice număr real x.

43) Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}4 & -4\\ 8 & 4\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ şi $B(x)=\begin{pmatrix}1 & x\\ 0 & 1\end{pmatrix}$, unde x este număr real.

1.Arătaţi că $\det A=48$.

2.Arătaţi că $B(2)+B(4)=2B(3)$.

3.Arătaţi că $\det(B(x))=1$, pentru orice număr real x.

4.Arătaţi că $B(x)\cdot B(y)=B(x+y)$, pentru orice numere reale x şi y.

5.Determinaţi numărul real x pentru care $A\cdot B(x)=B(x)\cdot A$.

6.Determinaţi perechile de numere naturale (m,n), pentru care $B(2^m)\cdot B(2^n)=B(2^{m+n}-2)$.

44) Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}3 & -3\\ 6 & 3\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ şi $B(x)=\begin{pmatrix}1 & x\\ 0 & 1\end{pmatrix}$, unde x este număr real.

1.Arătaţi că $\det A=27$.

2.Arătaţi că $B(3)+B(5)=2B(4)$.

3.Arătaţi că $\det(B(x))=1$, pentru orice număr real x.

4.Arătaţi că $B(x)\cdot B(y)=B(x+y)$, pentru orice numere reale x şi y.

5.Determinaţi numărul real x pentru care $A\cdot B(x)=B(x)\cdot A$.

6.Determinaţi perechile de numere naturale (m,n), pentru care $B(2^m)\cdot B(2^n)=B(2^{m+n}+1)$.

45) Se consideră matricele $A(a)=\begin{pmatrix}5 & a\\ a & 5\end{pmatrix}$, unde a este număr real.

1.Arătaţi că $\det(A(1))=24$.

2.Arătaţi că $A(0)\cdot A(2020)=5A(2020)$.
3.Determinaţi numerele reale a pentru care $\det(A(a))=-144$.
4.Arătaţi că $A(1)+A(2)+\cdots+A(10)=10A\left(\frac{11}{2}\right)$.
5.Determinaţi numărul natural m pentru care matricea $B=A(3m)+A(m^2)$ **nu** este inversabilă.
6.Determinaţi perechile de numere întregi (a,b) pentru care suma elementelor matricei $A(a)\cdot A(b)$ este egală cu 18.

46) Se consideră matricele $A(a)=\begin{pmatrix}6 & a\\ a & 6\end{pmatrix}$, unde a este număr real.
1.Arătaţi că $\det(A(1))=36$.
2.Arătaţi că $A(0)\cdot A(2020)=6A(2020)$.
3.Determinaţi numerele reale a pentru care $\det(A(a))=20$.
4.Arătaţi că $A(1)+A(2)+\cdots+A(10)=10A\left(\frac{11}{2}\right)$.
5.Determinaţi numărul natural m pentru care matricea $B=A(m)+A(m^2)$ **nu** este inversabilă.
6.Determinaţi perechile de numere întregi (a,b) pentru care suma elementelor matricei $A(a)\cdot A(b)$ este egală cu 22.

47) Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}4 & -2\\ -1 & 1\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ şi $B(x)=\begin{pmatrix}4x-2 & -2x\\ -x & x-2\end{pmatrix}$, unde x este număr real.
1.Arătaţi că $detA=2$.
2.Arătaţi că $xA-2I_2=B(x)$, pentru orice număr real x.
3.Arătaţi că $A\cdot A=B(5)$.
4.Determinaţi numerele reale x pentru care $\det(B(x))=4$.
5.Arătaţi că $B(xy)-xB(y)=2(x-1)I_2$, pentru orice numere reale x şi y.
6.Determinaţi numărul real x pentru care $B(6^x)-2^xB(3^x)=6I_2$.

48) Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}4 & -1\\ -2 & 1\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ şi $B(x)=\begin{pmatrix}4x-2 & -x\\ -2x & x-2\end{pmatrix}$, unde x este număr real.
1.Arătaţi că $detA=2$.
2.Arătaţi că $xA-2I_2=B(x)$, pentru orice număr real x.
3.Arătaţi că $A\cdot A=B(5)$.
4.Determinaţi numerele reale x pentru care $\det(B(x))=4$.
5.Arătaţi că $B(xy)-xB(y)=2(x-1)I_2$, pentru orice numere reale x şi y.
6.Determinaţi numărul real x pentru care $B(6^x)-2^xB(3^x)=6I_2$.

49) Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$, $A=\begin{pmatrix}-7 & -2\\ 6 & 1\end{pmatrix}$ şi $B(x)=\begin{pmatrix}-2 & x-2\\ x+2 & 2\end{pmatrix}$, unde x este număr real.
1.Arătaţi că $detA=5$.
2.Arătaţi că $2B(1)-A=3I_2$.
3.Arătaţi că $B(1)\cdot B(3)-3I_2=2B(0)$.
4.Arătaţi că $B(x)\cdot B(x)=x^2I_2$, pentru orice număr real x.
5.Determinaţi numărul real x pentru care $\det(B(x))=\det(B(x+1))$.
6.Determinaţi numărul natural n pentru care $B(3)\cdot B(3)+B(4)\cdot B(4)=B(n)\cdot B(n)$.

50) Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$, $A=\begin{pmatrix}-7 & 6\\ -2 & 1\end{pmatrix}$ şi $B(x)=\begin{pmatrix}-2 & x+2\\ x-2 & 2\end{pmatrix}$, unde x este număr real.

1.Arătaţi că detA=5.
2.Arătaţi că $2B(1) - A = 3I_2$.
3.Arătaţi că $B(1) \cdot B(3) - 3I_2 = -2B(0)$.
4.Arătaţi că $B(x) \cdot B(x) = x^2 I_2$, pentru orice număr real x.
5.Determinaţi numărul real x pentru care $\det(B(x)) = \det(B(x+1))$.
6.Determinaţi numărul natural n pentru care $B(3) \cdot B(3) + B(4) \cdot B(4) = B(n) \cdot B(n)$.

51) Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 4 & 1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1 & 0\\ -4 & 1\end{pmatrix}$ şi $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.
1.Arătaţi că $\det(A) = 1$.
2.Arătaţi că $A \cdot A - 2A = -I_2$.
3.Arătaţi că $A \cdot B = B \cdot A = I_2$
4.Determinaţi numerul real a pentru care $\det(A - aI_2) = 0$.
5.Determinaţi numerele reale m pentru care $\det(m(A+B)) = m \cdot \det(A+B)$.
6.Determinaţi numerele reale x şi y, ştiind că $xA+yB=4I_2$.

52) Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 4\\ 0 & 1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1 & -4\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ şi $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.
1.Arătaţi că $\det(A) = 1$.
2.Arătaţi că $A \cdot A - 2A = -I_2$.
3.Arătaţi că $A \cdot B = B \cdot A = I_2$
4.Determinaţi numerul real a pentru care $\det(A - aI_2) = 0$.
5.Determinaţi numerele reale m pentru care $\det(m(A+B)) = m \cdot \det(A+B)$.
6.Determinaţi numerele reale x şi y, ştiind că $xA+yB=4I_2$.

53) Se consideră matricele $A(x,y)=\begin{pmatrix}x & y\\ 1 & 3\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1 & 3\\ -1 & 0\end{pmatrix}$ şi $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ şi unde x şi y sunt numere reale.
1.Arătaţi că $\det B = 3$.
2.Arătaţi că $\det(A(2n, 2n+1))$ este număr natural impar, pentru orice număr natural nenul n.
3.Arătaţi că $A(2x,0) + A(0,2x) = 2A(x,x)$, pentru orice număr real x.
4.Determinaţi numerele reale x şi y, astfel încât $A(x,y) \cdot B = B \cdot A(x,y)$.
5.Determinaţi numărul real strict pozitiv x, ştiind că suma elementelor matricei $A(\log_3 x, 1)$ este egală cu 6.
6.Determinaţi numerele reale x şi y, ştiind că $A(x,y) \cdot A(x,y) = 2I_2$.

54) Se consideră matricele $A(x,y)=\begin{pmatrix}x & 1\\ y & 3\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1 & -1\\ 3 & 0\end{pmatrix}$ şi $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ şi unde x şi y sunt numere reale.
1.Arătaţi că $\det B = 3$.
2.Arătaţi că $\det(A(2n, 2n+1))$ este număr natural impar, pentru orice număr natural nenul n.
3.Arătaţi că $A(2x,0) + A(0,2x) = 2A(x,x)$, pentru orice număr real x.
4.Determinaţi numerele reale x şi y, astfel încât $A(x,y) \cdot B = B \cdot A(x,y)$.
5.Determinaţi numărul real strict pozitiv x, ştiind că suma elementelor matricei $A(\log_3 x, 1)$ este egală cu 6.
6.Determinaţi numerele reale x şi y, ştiind că $A(x,y) \cdot A(x,y) = 2I_2$.

55) Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$, $A=\begin{pmatrix}4 & 4\\ -3 & -3\end{pmatrix}$ şi $X(a) = I_2 + aA$, unde a este număr real.
1.Arătaţi că detA=0.
2.Arătaţi că $A \cdot A = A$.

3.Arătaţi că $X(-1)+X(1)=2I_2$.
4.Demonstraţi că $X(a)\cdot X(-1)=X(-1)$, pentru orice număr real a.
5.Determinaţi valorile reale ale lui a pentru care matricea $X(a)$ **nu** este inversabilă.
6.Determinaţi valorile reale ale lui a pentru care $\det(X(a^2))\leq 10$.

56) Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$, $A=\begin{pmatrix}4 & -3\\ 4 & -3\end{pmatrix}$ şi $X(a)=I_2+aA$, unde a este număr real.
1.Arătaţi că $\det A=0$.
2.Arătaţi că $A\cdot A=A$.
3.Arătaţi că $X(-1)+X(1)=2I_2$.
4.Demonstraţi că $X(a)\cdot X(-1)=X(-1)$, pentru orice număr real a.
5.Determinaţi valorile reale ale lui a pentru care matricea $X(a)$ **nu** este inversabilă.
6.Determinaţi valorile reale ale lui a pentru care $\det(X(a^2))\leq 10$.

57) Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 0 & -1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 3 & -1\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ şi $O_2=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$.
1.Arătaţi că $\det A=-1$.
2.Arătaţi că $A\cdot A-B\cdot B=O_2$.
3.Determinaţi numerul real x pentru care $\det(A\cdot A-xI_2)=0$.
4.Determinaţi numărul real x pentru care $A-B-xI_2=\begin{pmatrix}-3 & 2\\ -3 & -3\end{pmatrix}$.
5.Determinaţi numerele reale a pentru care $\det(a(A+B))=-10$.
6.Rezolvaţi în $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ ecuaţia $A\cdot X=B$.

58) Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 2 & -1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1 & 3\\ 0 & -1\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ şi $O_2=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$.
1.Arătaţi că $\det A=-1$.
2.Arătaţi că $A\cdot A-B\cdot B=O_2$.
3.Determinaţi numerul real x pentru care $\det(A\cdot A-xI_2)=0$.
4.Determinaţi numărul real x pentru care $A-B-xI_2=\begin{pmatrix}-3 & -3\\ 2 & -3\end{pmatrix}$.
5.Determinaţi numerele reale a pentru care $\det(a(A+B))=-10$.
6.Rezolvaţi în $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ ecuaţia $A\cdot X=B$.

59) Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 3\\ 3 & -1\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ şi $B(a)=\begin{pmatrix}a & 1\\ 1 & a+2\end{pmatrix}$, unde a este număr real.
1.Arătaţi că $\det(B(0))=-10$.
2.Arătaţi că $A\cdot A=10I_2$.
3.Determinaţi numerele real a pentru care $\det(A+B(a))=0$.
4.Determinaţi numărul real a pentru care $B(-2)\cdot B(a)=B(0)-I_2$.
5.Demostraţi că matricea $B(a-1)$ este inversabilă, pentru orice număr raţional a.
6.Determinaţi matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, ştiind că $B(0)\cdot X=A$.

60) Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 2 & -1\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ şi $B(a)=\begin{pmatrix}a & 1\\ 1 & a+2\end{pmatrix}$, unde a este număr real.
1.Arătaţi că $\det(B(0))=-1$.
2.Arătaţi că $A\cdot A=5I_2$.
3.Determinaţi numerele real a pentru care $\det(A+B(a))=0$.
4.Determinaţi numărul real a pentru care $B(-2)\cdot B(a)=B(0)-I_2$.

5.Demostraţi că matricea $B(a-1)$ este inversabilă, pentru orice număr raţional a.
6.Determinaţi matricea $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, ştiind că $B(0) \cdot X = A$.

61) Se consideră matricele $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ şi $A(a) = \begin{pmatrix} a-5 & 2 \\ 2 & a+1 \end{pmatrix}$, unde a este număr real.
1.Arătaţi că $\det(A(5)) = -4$.
2.Arătaţi că $A(3) \cdot A(1) = 12I_2$.
3.Demonstraţi că $A(a) + A(-a) = 2A(0)$, pentru orice număr real a.
4.Determinaţi numărul real a pentru care $\det(A(a)) = -13$.
5.Determinaţi numerele reale a pentru care $A(a^2) - A(a) = 2I_2$.
6.Determinaţi numerele reale x şi y pentru care $A(1) \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \end{pmatrix}$.

62) Se consideră matricele $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ şi $A(a) = \begin{pmatrix} a+1 & 2 \\ 2 & a-5 \end{pmatrix}$, unde a este număr real.
1.Arătaţi că $\det(A(6)) = -4$.
2.Arătaţi că $A(3) \cdot A(1) = 12I_2$.
3.Demonstraţi că $A(a) + A(-a) = 2A(0)$, pentru orice număr real a.
4.Determinaţi numărul real a pentru care $\det(A(a)) = -13$.
5.Determinaţi numerele reale a pentru care $A(a^2) - A(a) = 2I_2$.
6.Determinaţi numerele reale x şi y pentru care $A(1) \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$.

63) Se consideră matricele $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ şi $A(a) = \begin{pmatrix} a & 0 \\ a-1 & 1 \end{pmatrix}$, unde a este număr real.
1.Arătaţi că $\det(A(2)) = 2$.
2.Arătaţi că $2A(3) - A(5) = I_2$.
3.Determinaţi numerele reale a pentru care $\det(A(a+1)) = 2a^2$.
4.Arătaţi că $A(a) \cdot A(b) = A(ab)$, pentru orice numere reale a şi b.
5.Determinaţi inversa matricei $B = A(2) \cdot A(3)$.
6.Determinaţi perechile (a, b) de numere naturale pentru care $\det(bA(a)) = 4$.

64) Se consideră matricele $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ şi $A(a) = \begin{pmatrix} a & a-1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, unde a este număr real.
1.Arătaţi că $\det(A(2)) = 2$.
2.Arătaţi că $2A(3) - A(5) = I_2$.
3.Determinaţi numerele reale a pentru care $\det(A(a+1)) = 2a^2$.
4.Arătaţi că $A(a) \cdot A(b) = A(ab)$, pentru orice numere reale a şi b.
5.Determinaţi inversa matricei $B = A(2) \cdot A(3)$.
6.Determinaţi perechile (a, b) de numere naturale pentru care $\det(bA(a)) = 4$.

65) Se consideră matricele $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ şi $A(a) = \begin{pmatrix} a-1 & 1 \\ -1 & a+1 \end{pmatrix}$, unde a este număr real.
1.Arătaţi că $\det(A(1)) = 1$.
2.Demonstraţi că $I_2 + A(a-1) = A(a)$, pentru orice număr real a.
3.Determinaţi numerele real a pentru care $\det(A(a)) = a$.
4.Determinaţi numărul real a pentru care $A(a) \cdot A(a) = \begin{pmatrix} 0 & 4 \\ -4 & 8 \end{pmatrix}$.
5.Determinaţi matricea $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $X \cdot A(1) = A(2)$.
6.Demonstraţi că $\det(A(a) + I_2) \geq 0$, pentru orice număr real a.

66) Se consideră matricele $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $A(a) = \begin{pmatrix} a-1 & -1 \\ 1 & a+1 \end{pmatrix}$, unde a este număr real.

1.Arătați că $\det(A(1)) = 1$.

2.Demonstrați că $I_2 + A(a-1) = A(a)$, pentru orice număr real a.

3.Determinați numerele real a pentru care $\det(A(a)) = a$.

4.Determinați numărul real a pentru care $A(a) \cdot A(a) = \begin{pmatrix} 0 & -4 \\ 4 & 8 \end{pmatrix}$.

5.Determinați matricea $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $X \cdot A(1) = A(2)$.

6.Demonstrați că $\det(A(a) + I_2) \geq 0$, pentru orice număr real a.

67) Se consideră matricele $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $M(x) = \begin{pmatrix} 2 & x \\ 4x & 2 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.

1.Arătați că $\det(M(1)) = 0$.

2.Arătați că $M(1) + 2M(4) = 3M(3)$.

3.Determinați numărul real a pentru care $M(2) \cdot M(-2) = aI_2$.

4.Determinați numerele reale x pentru care $\det(M(x) + M(-2x)) = 4$.

5.Determinați numerele reale x și y pentru care $M(x) \cdot M(-1) + M(y) = 12M(-1)$.

6.Demonstrați că numărul natural $N=\det(2M(1) + nI_2)$ este multiplu de 4, pentru orice număr natural par n.

68) Se consideră matricele $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $M(x) = \begin{pmatrix} 2 & 4x \\ x & 2 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.

1.Arătați că $\det(M(1)) = 0$.

2.Arătați că $M(1) + 2M(4) = 3M(3)$.

3.Determinați numărul real a pentru care $M(2) \cdot M(-2) = aI_2$.

4.Determinați numerele reale x pentru care $\det(M(x) + M(-2x)) = 4$.

5.Determinați numerele reale x și y pentru care $M(x) \cdot M(-1) + M(y) = 12M(-1)$.

6.Demonstrați că numărul natural $N=\det(2M(1) + nI_2)$ este multiplu de 4, pentru orice număr natural par n.

69) Se consideră matricele $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $A= \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ și $B(a,b) = \begin{pmatrix} a & b \\ a & a \end{pmatrix}$ unde a și b sunt numere reale.

1.Arătați că $\det(B(-1,1)) = 2$.

2.Arătați că $B(1,-3) \cdot A = 4I_2$.

3.Determinați numerele reale a și b pentru care $2I_2 - A = B(a,b)$.

4.Determinați matricea $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $B(1,-1) \cdot X = A$.

5.Știind că a și b sunt numere reale, $a \neq 0$, astfel încât $\det(B(a,b) - aA) = 0$, arătați că $3a=b$.

6.Determinați perechile (a,b) de numere reale, cu $a<b$, pentru care $bB(a+b,-b) + (a+b)B(a,b) = B(25,6)$.

70) Se consideră matricele $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $A= \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ și $B(a,b) = \begin{pmatrix} a & a \\ b & a \end{pmatrix}$ unde a și b sunt numere reale.

1.Arătați că $\det(B(-1,1)) = 2$.

2.Arătați că $B(1,-3) \cdot A = 4I_2$.

3.Determinați numerele reale a și b pentru care $2I_2 - A = B(a,b)$.

4.Determinați matricea $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $B(1,-1) \cdot X = A$.

5.Știind că a și b sunt numere reale, $a \neq 0$, astfel încât $\det(B(a,b) - aA) = 0$, arătați că $3a=b$.

6.Determinați perechile (a,b) de numere reale, cu $a<b$, pentru care

$bB(a+b,-b)+(a+b)B(a,b)=B(25,6)$.

71) Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $M(a)=\begin{pmatrix}2-a & -3\\ 1 & a\end{pmatrix}$, unde a este număr real.

1.Arătați că $\det(M(1))=4$.
2.Arătați că $3M(4)-M(2)=2M(5)$.
3.Determinați numerele real a pentru care $\det(M(a))=0$.
4.Determinați numărul real x pentru care $M(3)\cdot M(3)=xM(3)$.
5.Determinați matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $M(1)\cdot X=2M(-1)$.
6.Determinați numerele întregi m pentru care $\det(M(m)+mI_2)\leq\det(M(-2m))$.

72) Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $M(a)=\begin{pmatrix}2-a & 1\\ -3 & a\end{pmatrix}$, unde a este număr real.

1.Arătați că $\det(M(1))=4$.
2.Arătați că $3M(4)-M(2)=2M(5)$.
3.Determinați numerele real a pentru care $\det(M(a))=0$.
4.Determinați numărul real x pentru care $M(3)\cdot M(3)=xM(3)$.
5.Determinați matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $M(1)\cdot X=2M(-1)$.
6.Determinați numerele întregi m pentru care $\det(M(m)+mI_2)\leq\det(M(-2m))$.

73) Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $A(x)=\begin{pmatrix}1-x & -x\\ x & 4-x\end{pmatrix}$, unde x este număr real.

1.Arătați că $\det(A(2))=2$.
2.Determinați numărul real a pentru care $3A(2)-A(4)=2A(a)$.
3.Determinați numerele reale x pentru care $\det(A(x))=x$.
4.Arătați că matricea $B=\frac{1}{2}(I_2-A(2))$ este inversa matricei $A(2)$.
5.Determinați numerele reale x și y pentru care $A(x)\cdot A(x)=yI_2$.
6.Demonstrați matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $X-A(2)\cdot X=A(3)$.

74) Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $A(x)=\begin{pmatrix}1-x & x\\ -x & 4-x\end{pmatrix}$, unde x este număr real.

1.Arătați că $\det(A(2))=2$.
2.Determinați numărul real a pentru care $3A(2)-A(4)=2A(a)$.
3.Determinați numerele reale x pentru care $\det(A(x))=x$.
4.Arătați că matricea $B=\frac{1}{2}(I_2-A(2))$ este inversa matricei $A(2)$.
5.Determinați numerele reale x și y pentru care $A(x)\cdot A(x)=yI_2$.
6.Demonstrați matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $X-A(2)\cdot X=A(3)$.

75) Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}5 & 2\\ 3 & -1\end{pmatrix}$ și $B(x)=\begin{pmatrix}x+1 & 1\\ 4 & x-1\end{pmatrix}$ unde x este număr real.

1.Arătați că $\det(B(3))=4$.
2.Arătați că $3B(2)+B(6)=3B(3)$.
3.Determinați numărul real a pentru care $B(-1)\cdot B(4)=aB(0)$.
4.Determinați numărul întreg m pentru care $\det(2B(m)-A)<0$.
5.Determinați perechile (n,p) de numere naturale pentru care $B(n)\cdot B(-n)=pI_2$, unde $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.
6.Determinați matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $B(3)\cdot X=A$.

76) Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}5 & 3\\ 2 & -1\end{pmatrix}$ și $B(x)=\begin{pmatrix}x+1 & 4\\ 1 & x-1\end{pmatrix}$ unde x este număr real.

1.Arătaţi că $\det(B(3)) = 4$.
2.Arătaţi că $3B(2) + B(6) = 3B(3)$.
3.Determinaţi numărul real a pentru care $B(-1) \cdot B(4) = aB(0)$.
4.Determinaţi numărul întreg m pentru care $\det(2B(m) - A) < 0$.
5.Determinaţi perechile (n, p) de numere naturale pentru care $B(n) \cdot B(-n) = pI_2$, unde $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
6.Determinaţi matricea $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $B(4) \cdot X = A$.

77) Se consideră matricele $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ şi $A(x) = \begin{pmatrix} 3 & x \\ 0 & x-2 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
1.Arătaţi că $\det(A(4)) = 6$.
2.Determinaţi numărul real x pentru care $2A(4) - A(1) = A(x)$.
3.Determinaţi numărul real m pentru care $A(3) \cdot A(3) + 3I_2 = mA(3)$.
4.Determinaţi numerele reale x pentru care $\det(A(x) + A(x^2)) = 0$.
5.Determinaţi numerele reale a şi b pentru care suma elementelor matricei $A(x) \cdot A(a)$ este egală cu b, pentru orice număr real x.
6.Se consideră matricea $B = \begin{pmatrix} 6 \\ 0 \end{pmatrix}$. Determinaţi matricea $C \in \mathcal{M}_{2,1}(\mathbb{R})$ pentru care $A(4) \cdot C = B$.

78) Se consideră matricele $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ şi $A(x) = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ x & x-2 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
1.Arătaţi că $\det(A(4)) = 6$.
2.Determinaţi numărul real x pentru care $2A(4) - A(1) = A(x)$.
3.Determinaţi numărul real m pentru care $A(3) \cdot A(3) + 3I_2 = mA(3)$.
4.Determinaţi numerele reale x pentru care $\det(A(x) + A(x^2)) = 0$.
5.Determinaţi numerele reale a şi b pentru care suma elementelor matricei $A(x) \cdot A(a)$ este egală cu b, pentru orice număr real x.
6.Se consideră matricea $B = \begin{pmatrix} 6 \\ 0 \end{pmatrix}$. Determinaţi matricea $C \in \mathcal{M}_{2,1}(\mathbb{R})$ pentru care $A(4) \cdot C = B$.

Teste oficiale

Testul 1 (Examen de bacalaureat naţional 2025, sesiunea II)

Subiectul I

1.Determinaţi termenul a_3 al progresiei aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$, în care $a_1 = 2$ şi $a_2 = 16$.
2.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x) = x - 2$.Determinaţi numărul real m pentru care $f(3) + f(5) = f(m)$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{3x} = \sqrt{12 - x}$.
4. Se consideră mulţimea A={20,21,22, … ,35}.Determinaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulţimea A, acesta să fie multiplu de 5.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $M(1,3)$ şi $N(7,1)$. Arătaţi că triunghiul OMN este dreptunghic.
6.Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu BC=8 şi măsura unghiului B egală cu 45°. Arătaţi că perimetrul triunghiului ABC este egal cu $8(1+\sqrt{2})$.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x\circ y=\frac{1}{3}(x-2)(y-2)+2$.
1.Arătaţi că 4∘8=6.
2.Determinaţi numărul real x pentru care $(-1)\circ x = x$.
3.Arătaţi că e=5 este elementul neutru al legii de compoziţie „∘”.
4.Determinaţi numerele naturale n pentru care numărul $N=n\circ(-n)$ este natural.
5.Determinaţi numărul real x, ştiind că 1 este simetricul lui x în raport cu legea de compoziţie „∘”.
6.Determinaţi numerele naturale m şi p pentru care $2^m \circ 3^p = 4$.

Subiectul III

Se consideră matricele $I_2 = \begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ şi $A(x) = \begin{pmatrix}2 & 0\\ x & x-3\end{pmatrix}$, unde x este număr real.
1.Arătaţi că $\det(A(5)) = 4$.
2.Determinaţi numărul real x pentru care $3A(5) - A(1) = 2A(x)$.
3.Determinaţi numărul real m pentru care $A(4)\cdot A(4) + 2I_2 = mA(4)$.
4.Determinaţi numerele reale x pentru care $\det(A(x) + A(x^2)) = 0$.
5.Determinaţi numerele reale a şi b pentru care suma elementelor matricei $A(x)\cdot A(a)$ este egală cu b, pentru orice număr real x.
6.Se consideră matricea $B=\begin{pmatrix}4\\ 0\end{pmatrix}$. Determinaţi matricea $C\in\mathcal{M}_{2,1}(\mathbb{R})$ pentru care $A(5)\cdot C = B$.

Testul 2 (Examen de bacalaureat naţional 2026, sesiunea I, rezervă)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\sqrt{6}\cdot\left(2+3\sqrt{6}\right)-\sqrt{36}-\sqrt{24}=12$.
2.Se consideră funcţiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=4x+16$.Determinaţi abscisa punctului de intersecţie a graficului funcţiei f cu axa Ox.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{x^2+3x-15}=x$.
4. Determinaţi probabilitatea ca, alegând un mumăr n din mulţimea $A=\{0,1,2,\ldots,9\}$, n^3 să fie număr natural de două cifre.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,4)$ şi $B(5,2)$. Determinaţi distanţa dintre punctele B şi M, unde M este mijlocul segmentului OA.
6.Arătaţi că $\sqrt{3}\sin 30^\circ+2\cos 60^\circ-\sin 60^\circ=1$.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=\frac{xy}{4}+8-x-y$.
1.Arătaţi că $1*4=4$.
2.Determinaţi numărul real x pentru care $x*5=6$.
3.Arătaţi că $x*y=\frac{1}{4}(x-4)(y-4)+4$, pentru orice numere reale x şi y.
4.Arătaţi că,dacă x şi y sunt numere reale pentru care $x*(y+1)=(x-1)*y$, atunci $x+y=8$.
5.Arătaţi că, dacă $x\in[4,+\infty)$ şi $y\in[4,+\infty)$, atunci $x*y\in[4,+\infty)$.
6.Determinaţi perechile (m,n) de numere naturale pentru care $4^m*(n+1)=(2^{2m}-1)*n$.

Subiectul III

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}9 & 6\\ 4 & -1\end{pmatrix}$ şi $B(x)=\begin{pmatrix}x+2 & 3\\ 2 & x-2\end{pmatrix}$ unde x este număr real.
1.Arătaţi că $\det\left(B(4)\right)=6$.
2.Arătaţi că $2B(3)+B(6)=3B(4)$.
3.Determinaţi numărul real a pentru care $B(-2)\cdot B(5)=aB(0)$.
4.Determinaţi numărul întreg m pentru care $\det(2B(m)-A)<0$.
5.Determinaţi perechile (n,p) de numere naturale pentru care $B(n)\cdot B(-n)=2pI_2$, unde $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.
6.Determinaţi matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $B(4)\cdot X=2A$.

Testul 3 (Examen de bacalaureat naţional 2026, sesiunea I)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\frac{14}{5}\cdot\left(1-\frac{1}{6}\right)+\frac{2}{3}=3$.
2.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=4x-1$ şi numărul $a=f(1)$.Calculaţi $f(a)$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $10^3\cdot 10^x=100$.
4.După două ieftiniri succesive, cu câte 50%, un obiect costă 200 de lei.Determinaţi preţul obiectului înainte de cele două ieftiniri.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(4,0)$, $B(6,2)$ şi C, mijlocul segmentului OB. Arătaţi că $AC=\sqrt{2}$.
6.Arătaţi că $2\sin 45^\circ\cdot\sin 30^\circ-\sqrt{2}\cos 60^\circ=0$.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=xy-x-2y+4$.
1.Arătaţi că $3*3=4$.
2.Determinaţi numărul real x pentru care $x*(-2)=x$.
3.Determinaţi numerele reale x pentru care $(-x)*x=2x$.
4.Arătaţi că $x*y=(x-2)(y-1)+2$, pentru orice numere reale x şi y.
5.Determinaţi numerele reale nenule a pentru care $4*(4*a)=\frac{1}{a}$.
6.Determinaţi perechile (n,p) de numere naturale pentru care $n*p=p$.

Subiectul III

Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ şi $A(x)=\begin{pmatrix}4-x & x\\ -x & 1-x\end{pmatrix}$, unde x este număr real.
1.Arătaţi că $\det(A(2))=2$.
2.Determinaţi numărul real a pentru care $3A(2)-A(4)=2A(a)$.
3.Determinaţi numerele reale x pentru care $\det(A(x))=x$.
4.Arătaţi că matricea $B=\frac{1}{2}(I_2-A(2))$ este inversa matricei $A(2)$.
5.Determinaţi numerele reale x şi y pentru care $A(x)\cdot A(x)=yI_2$.
6.Demonstraţi matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $X-A(2)\cdot X=A(3)$.

Testul 4(Examen de bacalaureat naţional 2026, model oficial MEN)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\sqrt{64}-4\sqrt{2}+2\sqrt{2}\cdot\left(2-\sqrt{2}\right)=4$.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=7x-4$. Determinaţi numărul real a pentru care $f(a)=5a$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $9\cdot 3^x=3^5$.
4.După o ieftinire cu 15%, preţul unui obiect s-a micşorat cu 75 de lei. Determinaţi preţul obiectului înaite de ieftinire.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0,4)$, $B(2,0)$ şi $C(6,6)$. Arătaţi că MA=MB, unde punctul M este mijlocul segmentului OC.
6.Arătaţi că $4(\sin 60°)^2-(\sin 45°)^2-2(\sin 30°)^2=2$.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=\frac{x+y}{3}-4$.
1.Arătaţi că 7∗8=1.
2.Determinaţi numărul real x pentru care 4∗x=x.
3.Determinaţi numerele reale x pentru care $x*x^2=0$.
4.Arătaţi că $(2x)*(2y)=2\cdot\left(x*(y+6)\right)$, pentru orice numere reale x şi y.
5.Determinaţi numerele naturale n pentru care $(3n)*\left((2n)*n\right)\leq -n$.
6.Determinaţi $x\in(0,+\infty)$ pentru care $\lg x*\lg x=(-3)*\lg\frac{1}{x}$.

Subiectul III

Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$, $A=\begin{pmatrix}1&6\\0&-2\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1&2\\0&0\end{pmatrix}$ şi $M(x,y)=xA+yB$, unde x şi y sunt numere reale.
1.Arătaţi că $\det A=-2$.
2.Determinaţi numărul real a pentru care $A+2I_2=aB$.
3.Arătaţi că $A\cdot A+A=2I_2$.
4.Determinaţi numerele reale x şi y pentru care $M(x,y)\cdot A=B$.
5.Arătaţi că,dacă x şi y sunt numere reale distincte astfel încât $\det\left(M(x,y)\right)=\det\left(M(y,x)\right)$, atunci x+y=0.
6.Determinaţi numerele reale x pentru care $M(x,x)\cdot M(x,-x)=M(-2,2)$.

Testul 5 (Examenul de bacalaureat naţional 2026, simulare clasa a 12 − a)

Subiectul I

1.Arătaţi că $0,25\cdot 6+(3-0,5):5=2$.
2.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-2x-3$ şi numărul real m, ordonata punctului de intersecţie a graficului funcţiei f cu axa Oy. Calcuaţi $f(m)$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $x=2\sqrt{2x}$.
4.După o scumpire cu 20%, un obiect costă 600 de lei.Obiectul este scumpit din nou, cu 5%. Calculaţi diferenţa dintre preţul obiectului după cele două scumpiri şi preţul înainte de cele două scumpiri.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3,3),B(4,6)$ şi C, astfel încât A este mijlocul segmentului BC. Determinaţi lungimea segmentului OC.
6.Se consideră triunghiul DEF, dreptunghic în D, cu DE=3 şi $\sin F=\frac{1}{3}$. Arătaţi că $DF=6\sqrt{2}$.

Subiectul II
Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=(x-4y)(y-4x)+4$.
1.Arătaţi că $1*3=15$.
2.Arătaţi că legea de compoziţie „$*$” este comutativă.
3.Determinaţi numerele reale x pentru care $x*0=0$.
4.Arătaţi că $x*(x+1)=9x(x+1)$, pentru orice număr real x.
5.Determinaţi numărul real x pentru care $(x-1)*x=(x+1)*(x+2)$.
6.Determinaţi numerele reale m pentru care $x*(mx)=4$, pentru orice număr real x.

Subiectul III

Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$, şi $A(x)=\begin{pmatrix}x & 2-x\\ x-1 & 3-x\end{pmatrix}$, unde x este un număr real.
1.Arătaţi că $\det\big(A(4)\big)=2$.
2.Determinaţi numărul real x pentru care $A(3)+3A(x)=4A(6)$.
3.Arătaţi că $A(5)\cdot\big(3I_2-A(5)\big)=2I_2$.
4.Arătaţi că $\det\big(A(0)\cdot A(1)-A(x)\big)=0$, pentru orice număr real x.
5.Arătaţi că numărul $N=\det(A(n)+nI_2)$ este natural par, pentru orice număr natural n.
6.Determinaţi matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $A(5)\cdot X=A(0)+3X$.

Testul 6(Examen de bacalaureat naţional 2025, sesiunea II)

Subiectul I

1.Arătaţi că $3\cdot\left(\frac{3}{2}-\frac{1}{6}\right)+2:\frac{1}{2}=8$.
2.Se consideră funcţiile f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=5x-2$ şi g:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=2x+7$.Determinaţi numărul real m pentru care $f(1)+g(1)=2m$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $2^{-x}=2^{2x-6}$.
4.Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr n din mulţimea A={0,1,2,3, … ,19}, numărul 3n+2 să aparţină mulţimii A.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,0)$,$B(0,6)$, $C(5,4)$ şi D, mijlocul segmentului AC. Determinaţi distanţa dintre punctele B şi D.
6.Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu AB=4 şi AC=8. Arătaţi că sinC= $\frac{\sqrt{5}}{5}$.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x*y=xy+90-9x-9y$.
1.Arătaţi că $0*9=9$.
2. Arătaţi că $x*y=(x-9)(y-9)+9$, pentru orice numere reale x şi y.
3.Arătaţi că e=10 este elementul neutru al legii de compoziţie „$*$”.
4.Determinaţi simetricul numărului $\frac{26}{3}$ în raport cu legea de compoziţie „$*$”.
5.Calculaţi $3^0*3^1*3^2*3^3*3^4$.
6.Determinaţi numerele naturale de forma $\overline{ab}$ pentru care a∗b=12.

Subiectul III

Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ şi $M(a)=\begin{pmatrix}a & 1\\ -3 & 2-a\end{pmatrix}$, unde a este număr real.
1.Arătaţi că $\det\big(M(1)\big)=4$.
2.Arătaţi că $3M(4)-M(2)=2M(5)$.
3.Determinaţi numerele real a pentru care $\det\big(M(a)\big)=0$.
4.Determinaţi numărul real x pentru care $M(3)\cdot M(3)=xM(3)$.
5.Determinaţi matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $M(1)\cdot X=2M(-1)$.
6.Determinaţi numerele întregi m pentru care $\det(M(m)+mI_2)\leq\det\big(M(-2m)\big)$.

Testul 7 (Examen de bacalaureat naţional 2025, sesiunea specială)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\sqrt{6}\cdot(\sqrt{6}-2)-\sqrt{16}+2\sqrt{6}=2$.
2.Se consideră funcţiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3x-1$.Determinaţi numărul real a pentru care $f(a)=4f(1)$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $3^{4+x}=3^{2-x}$.
4.Se consideră mulţimea $A=\{1,2,3,\ldots,15\}$. Determinaţi probabilitatea ca, alegând un mumăr din mulţimea A, acesta să fie divizor al lui 15.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(4,8)$,$B(5,0)$ şi C, mijlocul segmentului OA. Determinaţi distanţa dintre punctele B şi C.
6.Arătaţi că $2\sin 30^\circ-(\cos 45^\circ)^2-\cos 60^\circ=0$

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=xy+x+y+10$.
1.Arătaţi că $2*5=27$.
2.Arătaţi că $x*y=(x+1)(y+1)+9$, pentru orice numere reale x şi y.
3.Determinaţi numărul real x pentru care $(-10)*x=10+x$.
4.Determinaţi numerele reale x pentru care $x*(-x)=1$.
5.Determinaţi $x\in[0,+\infty)$ pentru care $(x-9)*\left(9-\sqrt{x}\right)=9$.
6.Arătaţi că, pentru orice număr natural n, divizibil cu 3, numărul natural $(n+1)*(n+2)$ este divizibil cu 3.

Subiectul III

Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$, $A=\begin{pmatrix}1&-1\\3&1\end{pmatrix}$ şi $B(a,b)=\begin{pmatrix}a&a\\b&a\end{pmatrix}$ unde a şi b sunt numere reale.
1.Arătaţi că $\det\big(B(1,-1)\big)=2$.
2.Arătaţi că $A\cdot B(1,-3)=4I_2$.
3.Determinaţi numerele reale a şi b pentru care $A-2I_2=B(a,b)$.
4.Determinaţi matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $X\cdot B(1,-1)=A$.
5.Ştiind că a şi b sunt numere reale, $a\neq 0$, astfel încât $\det\big(aA-B(a,b)\big)=0$, arătaţi că $3a=b$.
6.Determinaţi perechile (a,b) de numere reale, cu $a<b$, pentru care $(a+b)B(a,b)+bB(a+b,-b)=B(25,6)$.

Testul 8(Examen de bacalaureat naţional 2025, sesiunea I)

Subiectul I

1.Arătaţi că $3\cdot(1,5-0,3)+0,8:2=4$.
2.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x+1$. Determinaţi numărul real a pentru care $f(a)=f(3)-a$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_2(5x-12)=\log_2(2x)$.
4.După o scumpire cu 35%, preţul unui obiect a crescut cu 54 de lei.Determinaţi preţul obiectului înainte de scumpire.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,5)$, $B(4,1)$, $C(6,0)$ şi M, mijlocul segmentului AB. Arătaţi că OM=CM.
6.Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu AB=16 şi 5AB=4BC. Arătaţi că AC=12.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=xy-6(x+y)+14$.
1.Arătaţi că $0*2=2$.
2.Arătaţi că legea de compoziţie „$*$” este comutativă.
3.Determinaţi numărul real x pentru care $x*4=4$.
4.Determinaţi perechile (m,n) de numere naturale, cu $m<n$, pentru care $(-m)*(-n)=(m*n)+36$.
5.Determinaţi numărul real x pentru care $(1+3^x)*(1-3^x)=0$.
6.Arătaţi că $x*\frac{1}{x}\leq 3$, pentru orice $x\in(0,+\infty)$.

Subiectul III

Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$ şi $M(x)=\begin{pmatrix}2&3x\\x&2\end{pmatrix}$, unde x este număr real.
1.Arătaţi că $\det\big(M(1)\big)=1$.
2.Arătaţi că $M(1)+2M(4)=3M(3)$.
3.Determinaţi numărul real a pentru care $M(2)\cdot M(-2)=aI_2$.
4.Determinaţi numerele reale x pentru care $\det\big(M(x)+M(-2x)\big)=4$.
5.Determinaţi numerele reale x şi y pentru care $M(x)\cdot M(-1)+M(y)=12M(-1)$.
6.Demonstraţi că numărul natural $N=\det(2M(1)+nI_2)$ este multiplu de 4, pentru orice număr natural par n.

Testul 9(Examen de bacalaureat naţional 2025, model oficial MEN)

Subiectul I

1.Se consideră progresia aritmetică $(a_n)_{n\geq 1}$ cu $a_2 = 4$ şi $a_3 = 6$.Calculaţi a_1.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - x + 4$.Arătaţi că $f(0) = f(1)$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $7^{3x-2} - 49 \cdot 7^x = 0$.
4.După ce parcurge 75% din lungimea unui traseu montan, un alpinist constată că mai are de parcurs 2 km până la finalul traseului.Calculaţi lungimea întregului traseu montan.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,3)$şi $B(5,7)$.Determinaţi lungimea segmentului AC, ştiind că punctul B este mijlocul segmentului AC.
6.Arătaţi că $4(\sin 60^\circ \cdot \cos 30^\circ - \sin 45^\circ \cdot \cos 45^\circ) = 1$.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x\circ y=\frac{x+y}{2}-1$.
1.Arătaţi că $(-2)\circ 4=0$.
2.Arătaţi că legea de compoziţie „$\circ$”este comutativă.
3.Demonstraţi că $(2x + 1) \circ 1 = x$, pentru orice număr real x.
4.Determinaţi numerele reale x pentru care $x^2 \circ x = 2$.
5.Arătaţi că $(x^2 + 3) \circ (4x + 5) \geq 1$, pentru orice număr real x.
6.Determinaţi perechile (m, n) de numere naturale, cu $m<n$, pentru care $m\circ n\leq 0$.

Subiectul III

Se consideră matricele $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ şi $A(a)=\begin{pmatrix} a-1 & a \\ a & a+1 \end{pmatrix}$, unde a este număr real.
1.Arătaţi că $\det(A(2)) = -1$.
2.Arătaţi că $A(2) + A(0) = 2A(1)$.
3.Arătaţi că $A(0) \cdot A(0) = I_2$.
4.Demonstraţi că matricea $A(a)$ este inversabilă, pentru orice număr real a.
5.Determinaţi numerele reale a pentru care $\det(A(a) + aI_2) = 11$.
6.Se consideră matricea $C(a, b) = aA(b) + bA(a)$, unde a şi b sunt numere reale. Determinaţi perechile (a, b)de numere naturale pentru care suma elementelor matricei $C(a, b)$ este egală cu 24.

Testul 10 (Examenul de bacalaureat național 2025, simulare clasa a 12 − a)

Subiectul I

1.Arătați că $\sqrt{5}\left(2\sqrt{5}+\sqrt{10}\right)-2-5\sqrt{2}=8$.
2.Se consideră funcțiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3x-1$ și $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=x+7$.Determinați abscisa punctului de intersecție a graficelor funcțiilor f și g.
3.Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $3^{3x}\cdot\frac{1}{3^3}=9^x$.
4.În cadrul unei campanii promoționale toate produsele se vând cu 70% din prețul afișat la raft, iar produsele electronice sunt ieftinite cu încă 10% din noul preț. Determinați prețul de vânzare în cadrul campaniei al unui produs electronic cu prețul afișat la raft de 900 de lei.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,5)$,$B(5,3)$,$C(8,4)$ și D, mijlocul segmentului AB. Arătați că triunghiul ODC este isoscel.
6.Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu AB=4 și $\sin B=\frac{1}{3}$. Arătați că $AC=\sqrt{2}$.

Subiectul II
Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x\circ y=x+y-\frac{xy}{6}+1$.
1.Arătați că $2\circ 3=5$.
2.Arătați că $x\circ y=7-\frac{1}{6}(x-6)(y-6)$, pentru orice numere reale x și y.
3.Determinați numărul real x pentru care $x\circ 4=4$.
4.Determinați perechile (m,n) de numere întregi, cu m<n, pentru care $m\circ n=\frac{1}{6}$.
5.Determinați numerele reale x pentru care $(0\circ x)\circ(x+1)=1$.
6.Determinați tripletele (a,b,c) de numere reale, știind că numerele a,b și c sunt, în această ordine, termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice cu rația 6 și $b\circ c=-5$.

Subiectul III

Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$, $A=\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}$ și $B(x)=\begin{pmatrix}2x&3x+1\\1-x&1\end{pmatrix}$, unde x este un număr real.
1.Arătați că $\det\left(B(1)\right)=2$.
2.Arătați că $B(1)\cdot B(2)-B(2)=11A$.
3.Determinați numerele reale a pentru care $\det(B(-1)+aA)=0$.
4.Arătați că $B(-x)+2B(x)=3B\left(\frac{x}{3}\right)$, pentru orice număr real x.
5.Determinați numărul real x pentru care $A\cdot(B(x)+I_2)=B(x)\cdot A$.
6.Arătați că, pentru orice numere întregi m și n, numărul $N=\det\left(B(2m)-B(2n+1)\right)$ este natural, multiplu impar de 3.

Testul 11 (Examen de bacalaureat naţional 2024, sesiunea II)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\sqrt{2}(\sqrt{2}+3)-3\sqrt{2}+2=4$.
2.Se consideră funcţiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3x+2$ şi $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=2x+3$.Determinaţi numărul real m pentru care $f(m)=g(m)$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $2^{4x-3}=2^{2-x}$.
4.Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr n din mulţimea A={1,2,3,4,5,6,7,8,9}, numărul 2n+1 să aparţină mulţimii A.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3,0)$ şi $B(0,4)$. Calculaţi aria triunghiului AOB.
6.Arătaţi că $(\sin 60^\circ+\sin 30^\circ)(\sin 60^\circ-\sin 30^\circ)=\sin 45^\circ\cdot\cos 45^\circ$.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x\circ y=3xy-2(x+y-1)$.
1.Arătaţi că $1\circ 2=2$.
2. Arătaţi că e=1 este elementul neutru al legii de compoziţie „$\circ$”.
3.Determinaţi numărul real x pentru care $(x\circ 2)+(x\circ 3)=5$.
4.Determinaţi numerele naturale n pentru care $(3n+1)\circ 1<7$.
5. Demonstraţi că $x\circ y=3\left(x-\frac{2}{3}\right)\left(y-\frac{2}{3}\right)+\frac{2}{3}$, pentru orice numere reale x şi y.
6.Arătaţi că $\frac{1}{2}\circ\frac{2}{3}\circ\frac{3}{4}\circ\frac{4}{5}\circ\frac{5}{6}$.

Subiectul III

Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$ şi $A(a)=\begin{pmatrix}a+1&-1\\1&a-1\end{pmatrix}$, unde a este număr real.
1.Arătaţi că $\det(A(1))=1$.
2.Demonstraţi că $I_2+A(a-1)=A(a)$, pentru orice număr real a.
3.Determinaţi numerele real a pentru care $\det(A(a))=a$.
4.Determinaţi numărul real a pentru care $A(a)\cdot A(a)=\begin{pmatrix}8&-4\\4&0\end{pmatrix}$.
5.Determinaţi matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $X\cdot A(1)=A(2)$.
6.Demonstraţi că $\det(A(a)+I_2)\geq 0$, pentru orice număr real a.

Testul 12 (Examen de bacalaureat naţional 2024, sesiunea specială)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\sqrt{3}\cdot(2-\sqrt{3})-2\sqrt{3}+4=1$.
2.Se consideră funcţiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=5x-4$ .Determinaţi numărul real a pentru care $f(a)=a$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{x^2+4x+5}=1$.
4.Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr n din mulţimea A={0,1,2,3,4,5,6,7,8,9}, numărul n^2 să aparţină mulţimii A.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3,4)$ şi $B(7,-4)$. Arătaţi că OA=OM, unde punctul M este mijlocul segmentului AB.
6.Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu AB=8,AC=3 şi punctul M mijlocul segmentului AB. Arătaţi că perimetrul triunghiului AMC este egal cu 12.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x\circ y=2xy-5(x+y)+15$.
1.Arătaţi că $2\circ 2=3$.
2. Arătaţi că e= 3 este elementul neutru al legii de compoziţie „∘”.
3.Determinaţi mulţimea numerelor reale x pentru care $x\circ 4\leq 1$.
4.Arătaţi că $x\circ y=2\left(x-\frac{5}{2}\right)\left(y-\frac{5}{2}\right)+\frac{5}{2}$, pentru orice numere reale x şi y.
5.Determinaţi numerele reale x pentru care $x\circ x=x$.
6.Determinaţi numărul natural nenul n pentru care $n\circ\frac{1}{n}$ este număr natural.

Subiectul III

Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ şi $A(a)=\begin{pmatrix}1 & a-1\\ 0 & a\end{pmatrix}$, unde a este număr real.
1.Arătaţi că $\det(A(2))=2$.
2.Arătaţi că $2A(3)-A(5)=I_2$.
3.Determinaţi numerele reale a pentru care $\det(A(a+1))=2a^2$.
4.Arătaţi că $A(a)\cdot A(b)=A(ab)$, pentru orice numere reale a şi b.
5.Determinaţi inversa matricei $B=A(2)\cdot A(3)$.
6.Determinaţi perechile (a,b) de numere naturale pentru care $\det(bA(a))=4$.

Testul 13 (Examen de bacalaureat naţional 2024, sesiunea I)

Subiectul I

1.Se consideră progresia geometrică $(b_n)_{n\geq 1}$ cu $b_1 = 4$ şi $b_2 = 8$.Calculaţi b_3.
2.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = 7x + 2$. Determinaţi numărul real a pentru care $f(a) = 9$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_2(2x + 3) = \log_2(3x + 1)$.
4.După o scumpire cu 25%, preţul unui obiect a crescut cu 50 de lei.Determinaţi preţul obiectului înainte de scumpire.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0,4)$, $B(8,4)$ şi $C(4,0)$.Demonstraţi că BM=CM, unde punctul M este mijlocul segmentului AB.
6.Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu AB=12 şi BC=13. Arătaţi că perimetrul triunghiului ABC este egal cu 30.

Subiectul II

Pe mulţimea $M=(0,+\infty)$ se defineşte legea de compoziţie $x\circ y=\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+1$.
1.Arătaţi că $1\circ 1=3$.
2.Determinaţi $x\in M$ pentru care $x\circ x=2$.
3.Arătaţi că legea de compoziţie „$\circ$” este comutativă.
4.Determinaţi $x\in M$ pentru care $x\circ \frac{1}{x} = 3$.
5.Determinaţi numerele naturale n pentru care $(n + 1) \circ (n + 1)$ este număr natural.
6.Determinaţi $x\in(1,+\infty)$ pentru care $(\log_2 x) \circ (\log_x 2) = \frac{7}{2}$.

Subiectul III

Se consideră matricele $I_2 = \begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ şi $A(a) = \begin{pmatrix}a+2 & 2\\ 2 & a-6\end{pmatrix}$, unde a este număr real.
1.Arătaţi că $\det(A(6)) = -4$.
2.Arătaţi că $A(3)\cdot A(1) = 19I_2$.
3.Demonstraţi că $A(a) + A(-a) = 2A(0)$, pentru orice număr real a.
4.Determinaţi numărul real a pentru care $\det(A(a)) = -20$.
5.Determinaţi numerele reale a pentru care $A(a^2) - A(a) = 2I_2$.
6.Determinaţi numerele reale x şi y pentru care $A(-1)\cdot\begin{pmatrix}x\\ y\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-1\\ 9\end{pmatrix}$.

Testul 14 (Examen de bacalaureat naţional 2024, model oficial MEN)

Subiectul I

1.Arătaţi că $0,25:0,5+\frac{1}{2}=1$.
2.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-4x$.Determinaţi numerele naturale n pentru care $f(n)\geq n^2-8$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $2\log_2(3x-1)=\sqrt{36}$.
4.După o scumpire cu 20%, preţul unui produs creşte cu 80 de lei. Calculaţi preţul final al produsului.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-1,2)$,$B(1,m)$ şi $C(3,6)$, unde m este număr real. Determinaţi numărul real m, astfel încât punctul C să fie simetricul punctului A faţă de punctul B.
6.Arătaţi că $\sin30^\circ\cdot\cos45^\circ-\frac{1}{2}\cdot\sin45^\circ=0$.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x\circ y=\frac{1}{2}xy-x-y+4$.
1.Arătaţi că $2\circ1=2$.
2.Demonstraţi că $x\circ y=\frac{1}{2}(x-2)(y-2)+2$, pentru orice numere reale x şi y.
3.Arătaţi că $e=4$ este elementul neutru al legii de compoziţie „$\circ$”.
4.Arătaţi că numărul $N=m\circ n$ este natural par, pentru orice numere naturale nenule pare m şi n.
5.Determinaţi numerele reale x pentru care $x\circ x=4$.
6.Determinaţi numerele reale x pentru care $4^x\circ 8^x=2$.

Subiectul III

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}-1 & 3\\ 3 & 2\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$, $O_2=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$ şi $B=\begin{pmatrix}a+1 & 3\\ 3 & a+4\end{pmatrix}$, unde a este număr real.
1.Arătaţi că $B(1)-B(0)=I_2$.
2.Arătaţi că $B(-1)\cdot B(-4)=9I_2$.
3.Determinaţi numerele reale a pentru care $\det(B(a))=a$.
4.Demonstraţi că matricea $C(n)=B(n)-A$ este inversabilă, pentru orice număr natural n.
5.Determinaţi numărul real a, ştiind că $A\cdot A=B(a)$.
6.Determinaţi numerele reale a, $a\geq0$, pentru care $B(a)-B(\sqrt{a})=O_2$.

Testul 15 (Examenul de bacalaureat naţional 2024, simulare clasa a 12 − a)

Subiectul I

1.Se consideră progresia aritmetică $(a_n)_{n\geq 1}$ cu $a_1 = 6$ şi $a_2 = 8$. Calculaţi a_3.
2.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = 4x - 9$ .Determinaţi numărul real m pentru care punctul $A(m, 3)$ aparţine graficului funcţiei f.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $4^x = 2^{3x-2}$.
4.La o competiţie sportivă 40% dintre concurenţi sunt fete.Determinaţi numărul total de concurenţi, ştiind că la competiţie au participat 80 de fete.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3,1)$,$B(1,3)$ şi $C(a, a)$, unde a este număr real. Determinaţi numărul real a pentru care segmentele AB şi OC au acelaşi mijloc.
6.Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu $AB=8\sqrt{3}$ şi BC=16. Demonstraţi că triunghiul AMC este echilateral, unde punctul M este mijlocul segmentului BC.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x\circ y=3(xy - 2x - 2y) + 14$.
1.Arătaţi că $3 \circ 3 = 1 \circ 1$.
2.Demonstraţi că $x\circ 2=2$, pentru orice număr real x .
3.Arătaţi că $e=\frac{7}{3}$ este elementul neutru al legii de compoziţie „∘”.
4.Determinaţi numerele reale x pentru care $x\circ x=5$.
5.Arătaţi că $x\circ y\geq 2$, pentru orice numere reale $x\geq 2$ şi $y\geq 2$.
6.Demonstraţi că, dacă m şi n sunt numere naturale nenule şi $m\circ n=8$, atunci $m+n=7$.

Subiectul III

Se consideră matricele $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $A = \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$ şi $X(a) = I_2 + aA$, unde a este un număr real.
1.Arătaţi că $\det A = 0$.
2.Arătaţi că $A\cdot A=A$.
3.Determinaţi numerele reale a pentru care $\det\big(X(a)\big) = 2a^2$.
4.Demonstraţi că $A\cdot X(a) = (a + 1)A$, pentru orice număr real a.
5.Demonstraţi că $X(m) \cdot X(n) = X(m + n + mn)$, pentru orice numere reale m şi n.
6.Demonstraţi că, dacă a şi b sunt numere reale distincte pentru care $X(a) \cdot X(a) = X(b) \cdot X(b)$, atunci $a+b+2=0$.

Testul 16(Examen de bacalaureat naţional 2023, sesiunea II)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\sqrt{50}-5\left(\sqrt{2}-1\right)=5$.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-3x+a$, unde a este număr real, Arătaţi că $f(1)=f(2)$, pentru orice număr real a.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_3(x+2)=\log_3(4-x)$.
4.Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulţimea numerelor naturale de două cifre , acesta să aibă produsul cifrelor egal cu 8.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3,a)$,$B(1,0)$ şi $C(5,2)$, unde a este număr real. Determinaţi numărul real a , ştiind că punctul A este mijlocul segmentului BC.
6.Arătaţi că $\sin30^\circ+\sqrt{2}\cos45^\circ+\cos60^\circ=2$.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x*y=3(4-x-y)+xy$.
1.Arătaţi că $3*0=3$.
2.Demonstraţi că $x*y=(x-3)(y-3)+3$, pentru orice numere reale x şi y.
3.Arătaţi că $e=4$ este elementul neutru al legii de compoziţie „$*$”.
4.Arătaţi că $\frac{7}{3}$ este simetricul lui $\frac{3}{2}$ în raport cu legea de compoziţie „$*$”.
5.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $9^x*3^x=3$.
6.Calculaţi $3*4*5*\ldots*2023$.

Subiectul III

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}-1 & 2\\ 2 & 1\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ şi $B(a)=\begin{pmatrix}a+2 & 1\\ 1 & a\end{pmatrix}$, unde a este număr real.
1.Arătaţi că $\det\left(B(0)\right)=-1$.
2.Arătaţi că $A\cdot A=5I_2$.
3.Determinaţi numerele real a pentru care $\det(B(a)+A)=0$.
4.Determinaţi numărul real a pentru care $B(a)\cdot B(-2)=B(0)-I_2$.
5.Demostraţi că matricea $B(a-1)$ este inversabilă, pentru orice număr raţional a.
6.Determinaţi matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, ştiind că $X\cdot B(0)=A$.

Testul 17 (Examen de bacalaureat naţional 2023, sesiunea I)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\sqrt{25}+\sqrt{64}-\sqrt{169}=0$.
2.Se consideră funcţiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x+2$ şi $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$g(x)=x^2+2$. Determinaţi numerele naturale n pentru care $f(n)\geq g(n)$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $2+\log_3(2x-1)=\log_3 27$.
4.Preţul unui obiect este de 150 de lei.Determinaţi preţul obiectului după ce se scumpeşte de două ori, succesiv, cu câte 20%.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0,4)$ şi $M(3,6)$.Determinaţi coordonatele punctului B, ştiind că punctul M este mijlocul segmentului AB.
6.Arătaţi că $\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\sin 60^\circ-\frac{1}{\sqrt{3}}\cdot\cos 30^\circ\cdot\cos 60^\circ=\frac{1}{2}$.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=x+y-4$.
1.Arătaţi că $2*(-2)=-4$.
2.Arătaţi că legea de compoziţie „$*$” este asociativă.
3.Arătaţi că $1*2*3*4*5*6>0$.
4.Determinaţi numărul real x pentru care $x*x*x=(x+1)*x$.
5.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $4^x*2^x=2$.
6.Arătaţi că $x^2*\frac{1}{x^2}\geq -2$, pentru orice număr real nenul x.

Subiectul III

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 1 & -1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 0 & -1\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ şi $O_2=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$.
1.Arătaţi că $\det A=-1$.
2.Arătaţi că $A\cdot A-B\cdot B=O_2$.
3.Determinaţi numerul real x pentru care $\det(A\cdot A-xI_2)=0$.
4.Determinaţi numărul real x pentru care $A-B-xI_2=\begin{pmatrix}-2 & -2\\ 1 & -2\end{pmatrix}$.
5.Determinaţi numerele reale a pentru care $\det\big(a(A+B)\big)=-6$.
6.Rezolvaţi în $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ ecuaţia $A\cdot X=B$.

Testul 18(Examen de bacalaureat naţional 2023, model oficial MEN)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\left(\frac{2}{5}\right)^{-1}+2\frac{1}{2}=5$.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+1$.Determinaţi numărul real a pentru care $f(a)$ este media aritmetică a numerelor $f(1)$ şi $f(5)$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $2\sqrt{x-1}+3=5$.
4.Determinaţi probabilitatea ca, alegând un număr n din mulţimea M={1,2,3, … ,2022}, acesta să fie multiplu de 2.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,3)$,$B(-2,-1)$ şi $C(1,-1)$.Arătaţi că triunghiul ABC este dreptunghic.
6.Lungimea razei cercului circumscris triunghiului ABC este 5, iar BC=10.Calculaţi sinA.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x\circ y=xy+8(x+y)+56$.
1.Arătaţi că $(-5)\circ(-6)=-2$.
2.Demonstraţi că $x\circ y=(x+8)(y+8)-8$, pentru orice numere reale x şi y.
3.Arătaţi că $e=-7$ este elementul neutru al legii de compoziţie „$\circ$”.
4.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale inecuaţia $x\circ(x+2)\leq -8$.
5.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $2^x\circ(-7)=16$.
6.Determinaţi numărul real a pentru care $2(a\circ 1)=a+(a\circ 2)$.

Subiectul III

Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$, A=$\begin{pmatrix}0&3\\2&1\end{pmatrix}$ şi $M(x)=I_2+xA$, unde x este număr real.
1.Arătaţi că detA=-6.
2.Demonstraţi că $M(x)=\begin{pmatrix}1&3x\\2x&x+1\end{pmatrix}$, pentru orice număr real x.
3.Arătaţi că suma elementelor matricei B este pătratul unui număr natural, unde
$B=(-1)\cdot M(-1)\cdot M(1)$.
4.Determinaţi numerele reale x pentru care $\det\big(M(x)\big)=0$.
5.Arătaţi că matricea C este inversabilă, unde $C=M(1)-M(2)+M(3)-M(4)$.
6.Determinaţi perechile (a,b) de numere naturale pentru care $aM(b)+bM(a)=I_2$.

Testul 19(Examenul de bacalaureat naţional 2023, simulare clasa a 12 − a)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\sqrt{2}\left(2\sqrt{2}-\sqrt{6}\right)+2\sqrt{3}=4$.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x+1$ .Determinaţi numărul real pozitiv a pentru care f(a) este media geometrică a numerelor f(0) şi f(4).
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $2\cdot 3^{x+1}=18$.
4.Preţul unui produs este 300 de lei.După o scumpire cu p% preţul produsului devine 360 de lei.Calculaţi p.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-1,2)$,$B(1,1)$ şi $C(3,m)$ .Determinaţi numărul real m pentru care punctul C aparţine dreptei AB.
6.Se consideră triunghiul ABC dreptunghic în A, AB=6 şi măsura unghiului C este egală cu 60°. Arătaţi că BC=$4\sqrt{3}$.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x\circ y=\frac{1}{3}xy-x-y+6$.
1.Arătaţi că $1\circ(-3)=7$.
2.Verificaţi dacă e=6 este elementul neutru al legii de compoziţie „∘'' .
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale pozitive ecuaţia $\sqrt{x}\circ 6=1$.
4.Determinaţi numerele naturale n pentru care $2\circ n<(2n)\circ 1+1$.
5.Demonstraţi că $x\circ y=\frac{1}{3}\cdot(x-3)(y-3)+3$, pentru orice numere reale x şi y.
6.Calculaţi $\sqrt{1}\circ\sqrt{2}\circ\ldots\circ\sqrt{2023}$.

Subiectul III

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}-1 & 2\\ 2 & 1\end{pmatrix}$, $B(a)=\begin{pmatrix}a+2 & 1\\ 1 & a\end{pmatrix}$ şi $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$, unde a este un număr real.
1.Arătaţi că $A\cdot A=5I_2$.
2.Determinaţi numerele reale a pentru care $\det(B(a)+A)=0$.
3.Demonstraţi că $B(q-1)$ este inversabilă pentru orice număr raţional q.
4.Determinaţi numerele reale a pentru care $B(a)\cdot B(a)=B\left(\frac{5}{4}\right)$.
5.Determinaţi numerele reale pozitive x pentru care $B(\log_2 x)-B(\log_4 x)=I_2$.
6.Determinaţi matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $X\cdot B(0)=A$.

Testul 20 (Examen de bacalaureat naţional 2022, sesiunea II)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\log_2 16 - \log_2 8 + \log_2 1 = 1$.
2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = 5x + 7$. Determinaţi numărul real m pentru care punctul $A(m, 2022)$ aparţine graficului funcţiei f.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{5x - 2} = \sqrt{3}$.
4.După două scumpiri succesive cu 20% preţul unui obiect este 180 lei. Determinaţi preţul iniţial al obiectului.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(6,7)$ şi $B(2,5)$ .Determinaţi ecuaţia dreptei AB.
6.Arătaţi că $(\sin 45° - \sin 30°)(\sin 45° + \sin 30°) = \frac{1}{4}$.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x\circ y=xy+5(x + y) + 7$.
1.Arătaţi că $(-2) \circ 2 = 3$.
2.Arătaţi că legea de compoziţie „$\circ$” este comutativă.
3.Demonstraţi că $x\circ y=(x + 5)(y + 5) - 18$, pentru orice numere reale x şi y.
4.Determinaţi numerele reale x pentru care $x \circ x = 7$.
5.Demonstraţi că $\big((-x) \circ (-y)\big) + \big((-x) \circ y\big) + \big(x \circ (-y)\big) + (x \circ y) = 28$, pentru orice numere reale x şi y.
6.Determinaţi perechile (a, b) de numere întregi pentru care $a\circ b=-19$.

Subiectul III

Se consideră matricele $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $A=\begin{pmatrix} 5 & 5 \\ -4 & -4 \end{pmatrix}$ şi $X(a) = I_2 + aA$, unde a este număr real.
1.Arătaţi că $\det A=0$.
2.Arătaţi că $A\cdot A=A$.
3.Arătaţi că $X(-1) + X(1) = 2I_2$.
4.Demonstraţi că $X(a) \cdot X(-1) = X(-1)$, pentru orice număr real a.
5.Determinaţi valorile reale ale lui a pentru care matricea $X(a)$ **nu** este inversabilă.
6.Determinaţi valorile reale ale lui a pentru care $\det\big(X(a^2)\big) \leq 10$.

Testul 21 (Examen de bacalaureat național 2022, sesiunea specială)

Subiectul I

1.Arătați că $\left(\sqrt{3}+1\right)^2-\left(\sqrt{3}-1\right)^2=\sqrt{48}$.
2.Determinați coordonatele punctului de intersecție a graficelor funcțiilor f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x+1$ și g:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=-2x+5$.
3.Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $3^{x-2}=\left(\frac{1}{3}\right)^{-2x}$.
4.Determinați câte numere naturale impare de două cifre se pot forma cu cifrele 1,2,3,4,5,6,7 și 8.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0,2)$, $B(5,2)$ și $C(6,6)$.Determinați distanța de la punctul B la mijlocul segmentului AC
6.Se consideră triunghiul ABC cu AB=9,AC=12 și BC=15. Arătați că sinB+sinC=$\frac{7}{5}$.

Subiectul II

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x*y=-\frac{1}{3}xy+\frac{1}{3}(x+y)+\frac{2}{3}$.
1.Arătați că $4*2=0$.
2.Demonstrați că $x*y=-\frac{1}{3}(x-1)(y-1)+1$, pentru orice numere reale x și y.
3.Determinați numărul real x pentru care $4*x=x$.
4.Arătați că $e=-2$ este elementul neutru al legii de compoziție „$*$”.
5.Determinați numerele reale x pentru care $x*x=-2$.
6.Arătați că $\frac{1}{x}*\frac{1}{x}\leq 1$, pentru orice număr real nenul x.

Subiectul III

Se consideră matricele $A(x,y)=\begin{pmatrix}x & y\\ 1 & 2\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1 & 2\\ -1 & 0\end{pmatrix}$ și $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și unde x și y sunt numere reale.
1.Arătați că $\det B=2$.
2.Arătați că $\det\left(A(2n,2n+1)\right)$ este număr natural impar, pentru orice număr natural nenul n.
3.Arătați că $A(2x,0)+A(0,2x)=2A(x,x)$, pentru orice număr real x.
4.Determinați numerele reale x și y, astfel încât $A(x,y)\cdot B=B\cdot A(x,y)$.
5.Determinați numărul real strict pozitiv x, știind că suma elementelor matricei $A(\log_3 x,1)$ este egală cu 5.
6.Determinați numerele reale x și y, știind că $A(x,y)\cdot A(x,y)=2I_2$.

Testul 22 (Examen de bacalaureat naţional 2022, sesiunea I)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\sqrt{18}+\sqrt{8}=5\sqrt{2}$.
2.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3x-2$.Determinaţi numărul real a pentru care $f(a)-f(2)=12$.
3.După o reducere cu 20% preţul unui obiect scade cu 28 de lei.Determinaţi preţul iniţial al obiectului.
4.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $4^{2x-1}=64$.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctul $A(2,3)$ şi dreapta d de ecuaţie $y=2x+1$.Determinaţi ecuaţia dreptei ce trece prin punctul A şi este perpendiculară pe dreapta d.
6.Se consideră triunghiul ABC dreptunghic în A cu măsura unghiului B de 30° şi BC=10. Calculaţi aria triunghiului ABC.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x*y=xy-\sqrt{3}(x+y)+\sqrt{3}+3$.
1.Arătaţi că $1*0=3$.
2.Demonstraţi că $x*y=\left(x-\sqrt{3}\right)\left(y-\sqrt{3}\right)+\sqrt{3}$, pentru orice numere reale x şi y.
3.Determinaţi numărul real x pentru care $x*x=\sqrt{3}$.
4.Arătaţi că $e=\sqrt{3}+1$ este elementul neutru al legii de compoziţie „$*$” .
5.Arătaţi că $\sqrt{3}*x=\sqrt{3}$, pentru orice număr real x.
6.Determinaţi numărul natural n pentru care $\sqrt{3}*\sqrt{4}*\sqrt{5}*\ldots*\sqrt{2022}=\sqrt{n}$.

Subiectul III

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 3 & 1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1 & 0\\ -3 & 1\end{pmatrix}$ şi $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.
1.Arătaţi că $\det(A)=1$.
2.Arătaţi că $A\cdot A-2A=-I_2$.
3.Arătaţi că $A\cdot B=B\cdot A=I_2$
4.Determinaţi numerul real a pentru care $\det(A-aI_2)=0$.
5.Determinaţi numerele reale m pentru care $\det\left(m(A+B)\right)=m\cdot\det(A+B)$.
6.Determinaţi numerele reale x şi y, ştiind că $xA+yB=2I_2$.

Testul 23(Examen de bacalaureat naţional 2022, model oficial MEN)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\sqrt{3}\cdot\left(2-\sqrt{3}\right)+3=\sqrt{12}$.
2.Se consideră funcţiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+1$şi $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=2x-1$.Determinaţi numerele naturale a pentru care $f(a)>g(a)$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $3^{x+2}\cdot 2^{x+1}+2\cdot 6^{x}=120$.
4.Determinaţi probabilitatea ca, alegând un număr n din mulţimea numerelor naturale nenule mai mici decât 114, acesta să fie divizibil cu 4.
5.Determinaţi numărul real a, ştiind că punctul $M(a,15)$ aparţine dreptei d de ecuaţie $y=3x+2a$.
6.Se consideră triunghiul ABC dreptunghic în A, cu $AB=3$,$AC=4$ şi înălţimea AD, unde punctul D aparţine laturii BC.Arătaţi că $\sin\sphericalangle BAD=\frac{3}{5}$

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x\circ y=2xy-x-y+1$.
1.Arătaţi că $(-1)\circ(-1)=5$.
2.Demonstraţi că $x\circ y=2\left(x-\frac{1}{2}\right)\left(y-\frac{1}{2}\right)+\frac{1}{2}$, pentru orice numere reale x şi y.
3.Arătaţi că $e=1$ este elementul neutru al legii de compoziţie „$\circ$”.
4.Arătaţi că $x\circ\frac{1}{2}=\frac{1}{2}\circ x=\frac{1}{2}$, pentru orice număr real x.
5.Calculaţi $\frac{1}{3}\circ\frac{2}{4}\circ\frac{3}{5}\circ\ldots\circ\frac{2020}{2022}$.
6.Determinaţi numărul real strict pozitiv x pentru care $\left(\log_2 x+\frac{1}{2}\right)\circ\left(\log_3 x+\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{2}$.

Subiectul III

Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$, $A=\begin{pmatrix}0&2\\2&0\end{pmatrix}$ şi $M(a)=\begin{pmatrix}a&2\\2&a\end{pmatrix}$, unde a este număr real.
1.Arătaţi că $A\cdot A=4I_2$.
2.Arătaţi că $aI_2+A=M(a)$, pentru orice număr real a.
3.Arătaţi că $M(2)\cdot M(4)=6M(2)$.
4.Determinaţi perechile (a,b) de numere naturale pentru care $M(a)\cdot M(b)=7\cdot I_2+4\cdot A$.
5.Determinaţi numărul natural k pentru $\det\left(M(k+2)\right)\le 0$.
6.Determinaţi numărul real a, $a<-2$, ştiind că inversa matricei $M(a)$ este matricea $M(a)-2\cdot A$.

Testul 24(Examenul de bacalaureat naţional 2022, simulare clasa a $12-a$)

Subiectul I

1.Determinaţi suma primilor trei termeni ai progresiei aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$, ştiind că $a_1 = 3$ şi r=2.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = (1-2a)x+1$, unde a este număr real.Determinaţi numărul real a pentru care $f(1) = f(-1)$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $1+\log_2(2x+1) = \log_2 4$.
4.Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulţimea numerelor naturale de o cifră, acesta să fie pătrat perfect.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,4)$,$B(-3,2)$ şi $C(5,2)$ .Determinaţi lungimea medianei triunghiului ABC construită din vârful A.
6.Calculaţi $\sqrt{3}\cdot\sin 60^\circ\cdot\sin 45^\circ - 3\cdot\sin 30^\circ\cos 45^\circ$.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x*y=-\frac{(x-1)(y-1)}{3}+1$.
1.Calculaţi $3*4=-1$.
2.Verificaţi dacă e=-2 este elementul neutru al legii de compoziţie „$*$'' .
3.Determinaţi numărul real a pentru care $a*7=5$.
4.Determinaţi numerele reale x pentru care $x*(1+x)\geq -3$.
5.Arătaţi că există o infinitate de numere naturale n pentru care $n*n*n\leq n$.
6.Determinaţi perechile (m,n) de numere naturale pentru care $m*n=-1$.

Subiectul III

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}2 & 3\\ 1 & -2\end{pmatrix}$ şi $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.
1.Arătaţi că $\det(A)=-7$.
2.Arătaţi că $\det(A+xI_2)\geq -7$, pentru orice număr real x.
3.Arătaţi că există un număr real a pentru care $A\cdot A = aI_2$.
4.Determinaţi numerele reale m pentru care $\det(mA-I_2) = m\cdot\det(A+I_2)$.
5.Se consideră matricea $M=\begin{pmatrix}x & y\\ y & x\end{pmatrix}\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, astfel încât A·M=M·A.Arătaţi y=0.
6.Determinaţi pentru câte valori întregi ale lui a obţinem $\det(aA)\geq -28$.

Testul 25 (Examen de bacalaureat naţional 2021, sesiunea II)

Subiectul I

1.Se consideră progresia aritmetică $(a_n)_{n\geq 1}$, cu $a_1 = 2$ şi $a_3 = 14$.Calculaţi termenul a_2.
2. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 2x$. Determinaţi abscisele punctelor de intersecţie a graficului funcţiei f cu axa Ox.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $7^{3-x} = 49^x$.
4.Determinaţi probabilitatea ca, alegând un număr n din mulţimea A={1,2,3, … ,9}, numărul n+2 să fie impar.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0,-3)$,$B(3,1)$ şi $C(a,0)$, unde a este număr real.Determinaţi numerele reale a pentru care AB=AC.
6.Arătaţi că $(1+\cos 30^\circ)\cdot\cos^2 45^\circ + \cos^2 60^\circ = 1$.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=4x+4y-3$.
1.Arătaţi că $0 * 3 = 9$.
2.Arătaţi că legea de compoziţie „$*$” este comutativă.
3.Determinaţi numărul real x pentru care $(-3) * x = 9$.
4.Determinaţi numerele reale x pentru care $(-x) * (2x) = x^2$.
5.Determinaţi numărul real x pentru care $2^x * 2^x = 1$.
6.Determinaţi numărul real x, ştiind că scăzând x din numărul $x*\left(\frac{x}{2}*\frac{x}{4}\right)$, se obţine numărul cu 1 mai mic decât x.

Subiectul III

Se consideră matricele $I_2 = \begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$, A=$\begin{pmatrix}1 & 6\\ -2 & -7\end{pmatrix}$ şi $B(x) = \begin{pmatrix}2 & x+2\\ x-2 & -2\end{pmatrix}$, unde x este număr real.
1.Arătaţi că detA=5.
2.Arătaţi că $2B(1) - A = 3I_2$.
3.Arătaţi că $B(1)\cdot B(3) - 3I_2 = 2B(0)$.
4.Arătaţi că $B(x)\cdot B(x) = x^2 I_2$, pentru orice număr real x.
5.Determinaţi numărul real x pentru care $\det(B(x)) = \det(B(x+1))$.
6.Determinaţi numărul natural n pentru care $B(3)\cdot B(3) + B(4)\cdot B(4) = B(n)\cdot B(n)$.

Testul 26 (Examen de bacalaureat naţional 2021, sesiunea I)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\sqrt{2}\cdot(3+\sqrt{2})-\sqrt{18}=2$.
2.Se consideră funcţiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+1$ şi $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=3x+7$.Determinaţi numărul real a pentru care $f(a)=g(a)$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{4+2x}=4$.
4.Determinaţi probabilitatea ca, alegând un număr n din mulţimea numerelor naturale nenule de o cifră, numărul n să fie divizor al numărului 18..
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-1,2)$ şi $B(3,a)$, unde a este număr real. Determinaţi numărul real a, ştiind că punctul A aparţine dreptei OB.
6.Se consideră triunghiul ABC dreptunghic în A, cu BC=4 şi măsura unghiului C de două ori mai mare decât măsura unghiului B. Determinaţi lungimea laturii AC a triunghiului ABC.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=3x+3y-3xy-2$.
1.Arătaţi că $1*2=1$.
2.Arătaţi că $x*y=1-3(x-1)(y-1)$, pentru orice numere reale x şi y.
3.Arătaţi că $e=\frac{2}{3}$ este elementul neutru al legii de compoziţie „$*$”.
4.Determinaţi numărul real x pentru care $(2-x)*2=2+x$.
5.Determinaţi perechile (m,n) de numere naturale pentru care $m*n=19$.
6.Determinaţi numerele reale a pentru care $(a*1)+(a*2)+(a*3)=3a^2$.

Subiectul III

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & -1\\ -2 & 4\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ şi $B(x)=\begin{pmatrix}x-2 & -x\\ -2x & 4x-2\end{pmatrix}$, unde x este număr real.
1.Arătaţi că $\det A=2$.
2.Arătaţi că $xA-2I_2=B(x)$, pentru orice număr real x.
3.Arătaţi că $A\cdot A=B(5)$.
4.Determinaţi numerele reale x pentru care $\det(B(x))=4$.
5.Arătaţi că $B(xy)-xB(y)=2(x-1)I_2$, pentru orice numere reale x şi y.
6.Determinaţi numărul real x pentru care $B(6^x)-2^xB(3^x)=6I_2$.

Testul 27 (Examen de bacalaureat naţional 2021, model oficial MEN)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\sqrt{3}\cdot\left(\frac{1}{\sqrt{3}-1}+\frac{1}{\sqrt{3}+1}\right)=3$.
2.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x-2$.Determinaţi numerele naturale n pentru care $f(n)<0$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_3(x^2-1)=1$.
4.După o scumpire cu 20%, preţul unui obiect este 660 de lei.Determinaţi preţul obiectului înainte de scumpire.
5.Determinaţi ecuaţia dreptei care trece prin punctul $M(2,0)$ şi este paralelă cu dreapta d de ecuaţie $y=3x$.
6.Calculaţi aria rombului ABCD, ştiind că $AC=2\sqrt{5}$ şi $BD=4$.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x*y=3xy+7(x+y)+14$.
1.Arătaţi că $(-3)*3=-13$.
2.Demonstraţi că legea de compoziţie „$*$” este comutativă.
3.Arătaţi că $x*y=3\left(x+\frac{7}{3}\right)\left(y+\frac{7}{3}\right)-\frac{7}{3}$, pentru orice numere reale x şi y.
4.Determinaţi numerele reale x pentru care $x*x=x$.
5.Arătaţi că $x*\frac{1}{x}\geq 31$, pentru orice număr real x, $x>0$.
6.Determinaţi numărul real x pentru care $3^x*3^x=83$.

Subiectul III

Se consideră matricele $A(a)=\begin{pmatrix}3 & a\\ a & 3\end{pmatrix}$, unde a este număr real.
1.Arătaţi că $\det(A(1))=8$.
2.Arătaţi că $A(0)\cdot A(2020)=3A(2020)$.
3.Determinaţi numerele reale a pentru care $\det(A(a))=-16$.
4.Arătaţi că $A(1)+A(2)+\cdots+A(10)=10A\left(\frac{11}{2}\right)$.
5.Determinaţi numărul natural m pentru care matricea $B=A(m)+A(m^2)$ **nu** este inversabilă.
6.Determinaţi perechile de numere întregi (a,b) pentru care suma elementelor matricei $A(a)\cdot A(b)$ este egală cu 2.

Testul 28(Examenul de bacalaureat naţional 2021, simulare clasa a 12 − a)

Subiectul I

1.Determinaţi suma primilor trei termeni ai progresiei aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$, știind că $a_1 = \frac{1}{2}$ și $a_4 = 5$.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = ax + a - 2$, unde a este număr real.Determinaţi numărul real a pentru care $f(1) + f(-2) = 0$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $1 + \log_6(2x + 6) = 3$.
4.Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulţimea numerelor naturale de o cifră, acesta să poată fi scris sub forma n^3, unde n este număr natural.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0,2)$,$B(0,6)$, $C(4,2)$ şi punctul D, mijlocul segmentului BC.Determinaţi ecuaţia dreptei AD.
6.Calculaţi $2\sin 30°\cos 60° - \cos 120°$.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x*y=\frac{(x-1)(y-1)}{2}+1$.
1.Calculaţi $2 * (-5) = -2$.
2.Verificaţi dacă e=3 este elementul neutru al legii de compoziţie „$*$'' .
3.Determinaţi numărul real a pentru care $a*5=3$.
4.Determinaţi numerele reale x pentru care $x*(1-x)\geq -5$.
5.Arătaţi că există o infinitate de numere naturale n pentru care numărul $N=\left(\sqrt{n}+1\right)*\left(\sqrt{n}+1\right)$ este natural par.
6.Determinaţi tripletele (m, n, p) de numere naturale, cu $m<n<p$, pentru care $m * n * p = 8$.

Subiectul III

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ şi $B(n) = \underbrace{A \cdot A \cdot \ldots \cdot A}_{\text{de n ori A}}$,unde n este număr natural nenul.
1.Arătaţi că $\det A=4$.
2.Arătaţi că $\det(A + xI_2) \geq 3$, pentru orice număr real x.
3.Arătaţi că există un număr real a, astfel încât $B(3) = aI_2$.
4.Determinaţi numerele reale m pentru care $\det(2mA + I_2) + 2m\det(A - I_2) = 0$.
5.Se consideră matricea $M=\begin{pmatrix} x & y \\ z & t \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, astfel încât $A\cdot M=M\cdot A$.Arătaţi că $x+y+3z-t=0$.
6.Demonstraţi că, pentru orice număr natural nenul n, matricea $B(6n)$ are toate elementele numere naturale.

Testul 29(Examen de bacalaureat naţional 2020, sesiunea II)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\sqrt{96}\cdot\left(\frac{\sqrt{6}}{4}-\frac{1}{\sqrt{6}}\right)=2$.
2. Se consideră funcţiile f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3x+1$ şi g:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$g(x)=x-1$. Determinaţi numărul natural n pentru care $f(n)\cdot g(n)=0$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $3^{2x+5}=3^{6x-3}$.
4.Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulţimea numerelor naturale de două cifre, acesta să aibă cifra zecilor egală cu dublul cifrei unităţilor.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele necoliniare $A(1,3)$,$B(3,5)$ şi $C(0,a)$, unde a este număr real.Determinaţi numărul real a, ştiind că triunghiul ABC este dreptunghic în A.
6.Arătaţi că $\sqrt{3}\cdot\sin60^\circ+\sin30^\circ-4\sin^2 30^\circ=1$.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x\circ y=-xy+4x+4y-12$.
1.Arătaţi că $2*3=2$.
2.Arătaţi că legea de compoziţie „$\circ$” este comutativă.
3.Demonstraţi că $x\circ y=-(x-4)(y-4)+4$, pentru orice numere reale x şi y.
4.Demonstraţi că $x\circ 4=4$, pentru orice număr real x.
5.Determinaţi numerele reale x pentru care $x\circ x=x$.
6.Se consideră progresia aritmetică $(a_n)_{n\geq 1}$cu $a_1=-5$ şi raţia r=3.Arătaţi că $a_1\circ a_2\circ a_3\circ a_4=4$.

Subiectul III

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ -1 & 1\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ şi $B(x)=\begin{pmatrix}1 & x\\ 0 & 1\end{pmatrix}$, unde x este număr real.
1.Arătaţi că detA=3.
2.Arătaţi că $B(1)+B(3)=2B(2)$.
3.Arătaţi că $\det\big(B(x)\big)=1$, pentru orice număr real x.
4.Arătaţi că $B(x)\cdot B(y)=B(x+y)$, pentru orice numere reale x şi y.
5.Determinaţi numărul real x pentru care $A\cdot B(x)=B(x)\cdot A$.
6.Determinaţi perechile de numere naturale (m, n), pentru care $B(2^m)\cdot B(2^n)=B(2^{m+n}-2)$.

Testul 30(Examen de bacalaureat naţional 2020, sesiunea specială)

Subiectul I

1.Determinaţi raţia progresiei geometrice $(b_n)_{n\geq 1}$, ştiind că $b_1 = 2$ şi $b_4 = -2$.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 6x + 3$.Arătaţi că $f(0) = f(6)$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_3(x - 2) = 1$.
4.Calculaţi probabilitatea ca,alegând un număr din mulţimea A={1,2,3,7,8,9}, acesta să fie mai mic sau egal cu media aritmetică a elementelor mulţimii A.
5.În reperul cartezian xOy se consideră dreptele d_1 şi d_2 de ecuaţii y=3x−1, respectiv y=ax+5, unde a este număr real.Determinaţi numărul real a, ştiind că dreptele d_1 şi d_2 sunt perpendiculare.
6.Se consideră triunghiul ABC dreptunghic în A şi punctul D∈AC, piciorul bisectoarei unghiului B. Ştiind că BD=CD, arătaţi că $m(\sphericalangle ACB) = 30°$.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=x+ay+5$, unde a este număr real.
1.Arătaţi că pentru orice număr real a, $4*0=9$.
2.Demonstraţi că, pentru a=1. legea de compoziţie „$*$” este asociativă.
3.Determinaţi numărul real a pentru care legea de compoziţie „$*$” este comutativă.
4.Arătaţi că,dacă legea de compoziţie „$*$” are element neutru, atunci a=1.
5.Pentru a=1, determinaţi numerele reale x pentru care $(x * x^2) * (x * x^2) = 15$.
6.Pentru a=−3, determinaţi numerele reale x pentru care $4^x * 2^x = 3$.

Subiectul III

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}5 & 4\\ 4 & 5\end{pmatrix}$,$I_2 = \begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ şi $0_2 = \begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$.
1.Arătaţi că $detA = 9$.
2.Arătaţi că $(A - I_2)(A - 9I_2) = O_2$.
3.Se consideră matricea B=A−5I_2.Demonstraţi că suma elementelor matricei B·B este divizibilă cu 2^5.
4.Determinaţi numerele reale a pentru care $\det(aA + I_2) = 0$.
5.Determinaţi numerele reale x şi y pentru care A·M=M·A, unde $M=\begin{pmatrix}x & 1\\ y & 2\end{pmatrix}$.
6.Demonstraţi că $\det(A + xI_2) + \det(A - xI_2) \geq 18$, pentru orice număr real x.

Testul 31 (Examen de bacalaureat naţional 2020, sesiunea I)

Subiectul I

1.Se consideră progresia aritmetică $(a_n)_{n\geq 1}$ cu $a_1 = 2$ şi $r = -2$.Calculaţi a_3.
2.Determinaţi numărul real a, ştiind că punctul $A(1,2)$ aparţine graficului funcţiei $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + ax + 3$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{x} = \sqrt{x^2 - 2}$.
4.Un pix costă de cinci ori mai mult decât un creion şi de şapte ori mai puţin decât un stilou.Determinaţi cât costă un creion, dacă un stilou costă 70 de lei.
5.Se consideră un paralelogram ABCD şi O, punctul de intersecţie a dreptelor AC şi BD.Arătaţi că $\overrightarrow{OC}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}\right)$.
6.În triunghiul ABC dreptunghic în A, avem AC=2AB şi BC=5.Arătaţi că perimetrul triunghiului ABC este egal cu $3\sqrt{5}+5$.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x\circ y=x^2 - xy + y^2$.
1.Arătaţi că $1\circ 2=3$.
2.Demonstraţi că legea de compoziţie „$\circ$” este comutativă.
3.Dacă $a=(1\circ 3)\circ 2$ şi $b=1\circ(3\circ 2)$, calculaţi $b-a$.
4.Determinaţi numerele x pentru care $x\circ x = 4$.
5.Demonstraţi că, dacă x şi y sunt numere reale pentru care $x\circ y=0$,atunci $x=y=0$.
6.Determinaţi numerele x pentru care $3\circ 2^x = 7$.

Subiectul III

Se consideră matricea $A(a) = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, unde a este număr real.
1.Arătaţi că $\det\big(A(5)\big) = 1$.
2.Calculaţi $\det\big(A(1) + A(2)\big)$.
3.Demonstraţi că $A(a)\cdot A(b) = A(a + b)$, pentru orice numere reale a şi b.
4.Determinaţi numărul real a şi b pentru care $A(a)\cdot A(2a) = A(30)$.
5.Determinaţi numerele reale x pentru care $\det\big(I_2 + xA(x)\big) = 25$.
6.Determinaţi numerele naturale n pentru care $A(n)\cdot A(n) = A(2n^2)$.

Testul 32 (Examen de bacalaureat naţional 2020, model oficial MEN)

Subiectul I

1.Calculaţi suma primilor trei termini ai unei progresii aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$, ştiind că $a_1 = 2$ şi $a_3 = 8$.
2.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = x + 5$.Determinaţi numărul real m pentru care $f(m) = f(1) + f(-1)$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_2(x^2 + 4) = 3$.
4.Un obiect costă 2000 de lei.Determinaţi preţul obiectului după ce acesta se scumpeşte de două ori, succesiv, cu câte 10%.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,1)$, $B(-1,1)$, $C(-1,-1)$şi $D(1,-1)$.Calculaţi perimetrul patrulaterului ABCD.
6.Calculaţi aria triunghiului ABC dreptunghic în A, ştiind că $m(\sphericalangle B) = 45°$ şi $BC=4\sqrt{2}$.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x*y=2xy-8(x+y)+36$.
1.Arătaţi că $0*4=4$.
2.Demonstraţi că $x*y = 2(x-4)(y-4)+4$, pentru orice numere reale x şi y.
3.Verificaţi dacă $e = \frac{9}{2}$ este elementul neutru al legii de compoziţie „$*$”.
4.Determinaţi numerele reale x pentru care $(x-1)*(x+1) = 10$.
5.Determinaţi numerele reale x pentru care $3^{x^2} * 3^{x^2} * 3^{x^2} = 0$.
6.Daţi exemplu de numere raţionale p şi q, care nu sunt întregi, pentru care numărul $p*q$ este întreg.

Subiectul III

Se consideră matricele $A(a)=\begin{pmatrix} a & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ şi $B(b)=\begin{pmatrix} 2 & b \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$, unde a şi b sunt numere reale.
1.Arătaţi că $\det(A(3))=2$.
2.Arătaţi că $A(2)\cdot B(2) = 2(A(2)+B(2))$.
3.Determinaţi inversa matricei $A(1)$.
4.Demonstraţi că $\det(A(a)+B(b)) = \det(A(a)) + \det(B(b))$ dacă şi numai dacă $a=b$.
5.Determinaţi valorile reale ale lui a pentru care matricea $C(a)=B(a)\cdot A(a)$ este inversabilă.
6.Determinaţi numerele naturale nenule n pentru care $\det(A(n)) > n^2 - 7$.

Testul 33 (Examen de bacalaureat naţional 2019, sesiunea I)

Subiectul I

1.Calculaţi suma primilor trei termeni ai progresiei geometrice cu termeni pozitivi $(b_n)_{n\geq 1}$, ştiind că $b_1 = 2$ şi $b_3 = 8$.
2.Determinaţi numărul real m, ştiind că punctul $A(m, 2m)$ aparţine graficului funcţiei $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = 5x - 6$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{x^2 - 10x + 25} = 5$.
4.După o ieftinire cu 10%, urmată de o scumpire cu 10 lei, preţul unui obiect este 190 de lei. Determinaţi preţul iniţial al obiectului.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(4,4)$ şi $B(6,0)$ .Determinaţi, în triunghiul AOB, ecuaţia medianei din vârful A.
6.Arătaţi că $2\sin 30^\circ - \sin 90^\circ = 0$.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x\circ y=2(xy + x + y) + 1$.
1.Arătaţi că $(-1)\circ 1=-1$.
2.Arătaţi că legea de compoziţie „$\circ$” este comutativă.
3.Demonstraţi că $x\circ y=2(x + 1)(y + 1) - 1$, pentru orice numere reale x şi y.
4.Demonstraţi că $e=-\frac{1}{2}$ este elementul neutru al legii de compoziţie „$\circ$”.
5.Determinaţi numerele x pentru care $(x - 1) \circ (x + 2) = -5$.
6.Determinaţi numerele naturale nenule n pentru care $n\circ(n - 1) \leq 11$.

Subiectul III

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 2 & 0\end{pmatrix}$ şi $B=\begin{pmatrix}3 & 1\\ 2 & 2\end{pmatrix}$.
1.Arătaţi că $\det A = -2$.
2.Calculaţi $\det(A + B)$.
3.Arătaţi că $A\cdot A=B$.
4.Determinaţi numerele reale a şi b pentru care $aA+bB=\begin{pmatrix}5 & 3\\ 6 & 2\end{pmatrix}$.
5.Arătaţi că, dacă $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ astfel încât $X+A=B$, atunci matricea X este inversabilă.
6.Determinaţi valorile reale ale lui a pentru care $\det(A + B - aI_2) \leq 0$, unde $I_2 = \begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

Testul 34 (Examen de bacalaureat naţional 2019, sesiunea II)

Subiectul I

1.Arătaţi că $4\sqrt{5}-\sqrt{75}+\sqrt{108}-\sqrt{3}+\sqrt{25}-\sqrt{80}=5$.
2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+a$, unde a este număr real.Determinaţi numărul real a, pentru care $f(1)=8$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{2x-1}=x$.
4.Determinaţi câte numere naturale de două cifre distincte se pot forma cu cifrele 1,2,3,4,5,6,7,8 şi 9.
5.În reperul cartezian xOy se consideră dreapta d de ecuaţie y=x−2. Determinaţi coordonatele punctului de intersecţie a dreptei d cu axa Ox.
6.Se consideră triunghiul ABC cu AB=6, AC=8 şi BC=10.Calculaţi aria triunghiului ABC.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x*y=xy+x+y$.
1.Arătaţi că $(-1)*3=-1$.
2.Demonstraţi că $x*y=(x+1)(y+1)-1$, pentru orice numere reale x şi y.
3.Verificaţi dacă e=0 este elementul neutru al legii de compoziţie „$*$”.
4.Verificaţi dacă $-\frac{1}{2}$ este simetricul lui 1 în raport cu legea de compoziţie „$*$”.
5.Determinaţi numerele reale x, ştiind că $x*x*x=x$.
6.Determinaţi probabilitatea ca, alegând un număr n din mulţimea numerelor naturale de o cifră, acesta să verifice relaţia $n*n=3$.

Subiectul III

Se consideră matricea $A(a)=\begin{pmatrix}1-2a & 2a\\ -3a & 1+3a\end{pmatrix}$, unde a este număr real.
1.Arătaţi că $\det(A(0))=1$.
2.Arătaţi că $A(1)+A(5)=2A(3)$.
3.Arătaţi că $A(1)\cdot A(2)=A(5)$.
4.Determinaţi valorile reale ale lui a pentru care matricea $A(a)$ este inversabilă.
5.Demonstraţi că $A(a)\cdot A(-1)=A(-1)\cdot A(a)=A(-1)$, pentru orice număr real a.
6.Determinaţi numerele naturale nenule n pentru care $\det(A(n^4))<32$.

Testul 35 (Examen de bacalaureat naţional 2019, model oficial MEN)

Subiectul I

1.Arătaţi că $2\sqrt{3}-\sqrt{20}+\sqrt{45}-\sqrt{5}+\sqrt{4}-\sqrt{12}=2$.
2.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+7$.Calculaţi f(a), unde $a=f(3)-f(1)$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{2x^2+4x+1}=x+1$.
4.După două ieftiniri succesive cu câte 50%, un obiect costă 100 lei.Calculaţi preţul iniţial al obiectului.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $M(-2,-2)$, $N(-2,0)$ şi $P(0,-4)$. Determinaţi lungimea medianei din vârful M al triunghiului MNP.
6.Se consideră triunghiul ABC dreptunghic în A, cu BC=10 şi $m(\sphericalangle B)=30°$.Calculaţi lungimea laturii AB.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x*y=2xy-2x-2y+3$.
1.Arătaţi că $2*2=3$.
2.Demonstraţi că $x*y=2(x-1)(y-1)+1$, pentru orice numere reale x şi y.
3.Arătaţi că $e=\frac{3}{2}$ este elementul neutru al legii de compoziţie „$*$”.
4.Verificaţi dacă $\frac{5}{4}$ este simetricul lui 2 în raport cu legea de compoziţie „$*$”.
5.Determinaţi numerele reale x pentru care $(x+1)*(x-1)=1$.
6.Determinaţi numerele naturale nenule n pentru care $n*(n+1)\leq 5$.

Subiectul III

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 4\\ -3 & -2\end{pmatrix}$ $B=\begin{pmatrix}5 & -1\\ -2 & 1\end{pmatrix}$ şi $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.
1.Arătaţi că $\det A=10$.
2.Arătaţi că $B\cdot B=6B-3I_2$.
3.Determinaţi numerele reale x şi y pentru care $xA+yB=\begin{pmatrix}7 & 7\\ -8 & -3\end{pmatrix}$.
4.Determinaţi inversa matricei B .
5.Arătaţi că matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, care verifică egalitatea A+X=B, este inversabilă.
6.Demonstraţi că $\det(A+aI_2)>0$, pentru orice număr real a.

Testul 36(Examenul de bacalaureat naţional 2019, simulare clasa a 12 − a)

Subiectul I

1.Arătaţi că numărul $\left(\sqrt{2}-1\right)\left(3\sqrt{2}+1\right)+\left(\sqrt{2}+1\right)^2$ este întreg.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=(2m-1)x-5$, unde m este număr real.Determinaţi numerele reale m, ştiind că $|f(1)|=4$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{2x+3}=3x+2$.
4.Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulţimea numerelor naturale de două cifre, acesta să aibă cifra zecilor strict mai mică decât cifra unităţilor.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,1)$,$B(2,1)$ şi $C(0,a)$ unde a este număr real.Determinaţi numărul real a astfel încât $AC\perp OB$.
6.Determinaţi măsura unghiului A al triunghiului ABC, ştiind că BC=$6\sqrt{2}$, AC=12 şi $m(\sphericalangle B)=45°$.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x*y=(x-2)(y-2)+2$.
1.Calculaţi $\sqrt{2}*\sqrt{4}$.
2.Demostraţi că legea că legea de compoziţie „$*$'' este comutativă.
3.Verificaţi dacă e=3 este elementul neutru al legii de compoziţie „$*$'' .
4.Determinaţi numerele reale x, pentru care $2^x*4^x=2$.
5.Determinaţi valorile reale x pentru care $x*(x+1)\leq 8$.
6.Calculaţi $1*\sqrt{2}*\sqrt{3}*\ldots*\sqrt{10}$.

Subiectul III

Se consideră matricele M=$\begin{pmatrix}2 & 1\\ -1 & 3\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ şi $A(a)=M+2aI_2$,unde a este număr real.
1.Calculaţi detM.
2.Determinaţi numerele reale a, ştiind că $\det\big(A(a)\big)=7$.
3.Arătaţi că $M\cdot A(a)=A(a)\cdot M$, pentru orice număr real a.
4.Determinaţi inversa matricei $A(-1)$.
5.Determinaţi numărul real a, a>0, pentru care suma elementelor matricei $A(\log_2 a)$ este egală cu 37.
6.Demonstraţi că, pentru orice număr întreg m, numărul $\det\big(A(m)\big)$ este natural impar.

Testul 37 (Examenul de bacalaureat național 2019, simulare clasa a 11 − a)

Subiectul I

1.Rezultatul calculului $\frac{1}{3-\sqrt{2}}+\frac{1}{3+\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{49}}$ este :

A. 1 B. $3+\sqrt{2}$ C. $7+2\sqrt{2}$ D. 7

2. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x-5$.Mulţimea soluţiilor inecuaţiei $f(2m+1)>f(m)$ este :

A. $(-\infty,-2)$ B. $(-\infty,-1)$ C. $(-1,+\infty)$ D. $(-2,-1)$

3.Mulţimea soluţiilor ecuaţiei $2\log_2 x=\log_2(x+12)$ este:

A. $\{-3\}$ B. $\{-4,3\}$ C. $\{-3,4\}$ D. $\{4\}$

4.După o majorare cu 20%, urmată de o reducere cu 20%, preţul unui obiect este 96 de lei. Preţul iniţial al obiectului este:

A. 96 de lei B. 100 de lei C. 120 de lei D. 144 de lei

5.Se consideră dreptele de ecuaţii $d_1: y=2x-1$,$d_2: y=-x+5$ şi $d_3: y=x-a$, unde a este număr real.Dacă dreptele d_1, d_2 şi d_3 sunt concurente, atunci numărul real a este egal cu:

A. -5 B. -1 C. 1 D. 5

6.Aria triunghiului dreptunghic ABC cu ipotenuza BC=26 şi cosB= $\frac{12}{13}$, este egală cu:

A. 65 B. 120 C. 156 D. 240

Subiectul II

Pe mulţimea M=$(0,+\infty)$ se defineşte legea de compoziţie asociativă $x*y=x^{\log_3 y}$.

1.Arătaţi că 3∗9=9.

2.Demostraţi că legea de compoziţie „∗” este comutativă.

3.Verificaţi dacă e=3 este elementul neutru al legii de compoziţie „∗”.

4.Determinaţi a∈M pentru care x∗a=a, pentru orice x∈M.

5.Determinaţi x∈M pentru care $x*x*x=x$.

6.Calculaţi $\frac{1}{5}*\frac{2}{5}*\frac{3}{5}*\frac{4}{5}*\frac{5}{5}$.

Subiectul III

Se consideră $\mathbb{Z}[\sqrt{3}]=\{m+n\sqrt{3}|m,n\in\mathbb{Z}\}$.

1.Verificaţi dacă $1\in\mathbb{Z}[\sqrt{3}]$.

2.Demonstraţi că $x+y\in\mathbb{Z}[\sqrt{3}]$, pentru orice $x,y\in\mathbb{Z}[\sqrt{3}]$.

3. Demonstraţi că $x\cdot y\in\mathbb{Z}[\sqrt{3}]$, pentru orice $x,y\in\mathbb{Z}[\sqrt{3}]$.

4.Pentru $x=2+\sqrt{3}$, determinaţi $x'\in\mathbb{Z}[\sqrt{3}]$ astfel încât $xx'=1$.

5.Daţi un exemplu de număr $x\in\mathbb{Z}[\sqrt{3}]$, astfel încât $0<x<\frac{3}{10}$.

6.Se consideră mulţimea $H=\{m+n\sqrt{3}|m,n\in\mathbb{Z},\ m^2-3n^2=1\}$.Demonstraţi că, dacă a∈H, atunci $\frac{1}{a}\in H$.

Testul 38(Examen de bacalaureat naţional 2018, sesiunea I)

Subiectul I

1.Arătaţi că $2 \cdot \left(0,1(6) + \frac{1}{3}\right) = 1$.
2.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = 2x - 2$.Determinaţi numărul real a pentru care $f(a) = a$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $5^{x^2+6} = 5^{5x}$.
4.Preţul unui obiect este 900 de lei.Determinaţi preţul obiectului după ce se ieftineşte de două ori, succesiv, cu câte 10%.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,-1)$, $B(1,2)$ şi $C(-1,-2)$.Demostraţi că triunghiul ABC este dreptunghic isoscel.
6.Arătaţi că $\sin^2 30° + \sin^2 45° + \sin^2 60° = \frac{3}{2}$.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=2(x+y)+xy+2$.
1.Arătaţi că $0*(-2)=-2$.
2.Demonstraţi că $x*y=(x+2)(y+2)-2$, pentru orice numere reale x şi y.
3.Verificaţi dacă $e=-1$ este elementul neutru al legii de compoziţie „$*$”.
4.Determinaţi numerele reale x pentru care $(x+1)*(x+1)=2$.
5.Determinaţi numerele $x\in(0,+\infty)$ pentru care $\lg x * \lg(2x) = -2$.
6.Daţi exemplu de numere raţionale a şi b, care nu sunt întregi, pentru care numărul $a*b$ este întreg.

Subiectul III

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 0 & 2\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ şi $M(a) = aA + I_2$,unde a este număr real.
1.Arătaţi că $\det A = 2$.
2.Demonstraţi că $\det\big(M(a)\big) = (a+1)(2a+1)$,pentru orice număr real a.
3.Determinaţi inversa matricei $M(-2)$.
4.Arătaţi că $M(1)\cdot M(2) = 3(A\cdot A + I_2)$.
5.Demonstraţi că $\det(M(a) - 2aA) \neq 1$,pentru orice număr întreg nenul a.
6.Determinaţi matricea $X\in\mathcal{M}_{2,1}(\mathbb{R})$ pentru care $A\cdot X=\begin{pmatrix}0\\ -4\end{pmatrix}$.

Testul 39(Examen de bacalaureat naţional 2018, sesiunea II)

Subiectul I

1.Arătaţi că $(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)-(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)=1$.
2. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3x-2$.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale inecuaţia $f(x)<4$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_2(x^2+3)=\log_2 30$.
4.Determinaţi câte numere naturale de trei cifre distincte se pot forma cu cifrele 1,2,3,4 şi 5.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $M(2,3)$ şi $N(-1,4)$ .Determinaţi coordonatele punctului P, simetricul punctului N faţă de punctul M.
6.Calculaţi lungimea laturii BC a triunghiului ABC dreptunghic în A,ştiind că AB=8 şi $m(\sphericalangle C)=30°$.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=xy-2(x+y)+6$.
1.Arătaţi că $1*2=2$.
2.Demonstraţi că $x*y=(x-2)(y-2)+2$, pentru orice numere reale x şi y.
3.Verificaţi dacă e=3 este elementul neutru al legii de compoziţie „$*$”.
4.Determinaţi numerele naturale n pentru care $n*n\leq n$.
5.Determinaţi numărul real x pentru care $(2^x*2^x)*2^x=10$.
6.Determinaţi numerele raţionale p şi q, ştiind că $\frac{2}{\sqrt{3}-1}*\frac{2}{\sqrt{3}-1}=p+q\sqrt{3}$.

Subiectul III

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}-2 & 4\\ -1 & 2\end{pmatrix}$ şi $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ şi $M(a)=I_2+aA$, unde a este număr real.
1.Arătaţi că detA=0.
2.Arătaţi că $A\cdot A=O_2$, unde $O_2=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$.
3.Demonstraţi că $M(a)\cdot M(b)=M(a+b)$,pentru orice numere reale a şi b.
4.Determinaţi numerele reale t, ştiind că $M(t)\cdot M(t^2)=M(90)$.
5.Arătaţi că inversa matricei I_2+A este matricea I_2-A.
6.Rezolvaţi în $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ ecuaţia $(I_2+A)\cdot X=A-I_2$.

Testul 40(Examen de bacalaureat naţional 2018, model oficial MEN)

Subiectul I

1.Arătaţi că $2\left(3-\sqrt{5}\right)+\sqrt{20}=6$.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x^2+a-2$.Determinaţi numărul real a, pentru care $f(0)=0$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt[3]{7-x}=1$.
4.După două ieftiniri succesive cu câte 50%, un tricou costă 10 lei.Calculaţi preţul iniţial al tricoului.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $M(2,3)$ şi $N(0,3)$.Calculaţi lungimea segmentului MN.
6.Calculaţi lungimea laturii AB triunghiului ABC dreptunghic în A, ştiind că BC=15 şi sinC= $\frac{3}{5}$.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=x+y-3$.
1.Arătaţi că $3*(-4)=-4$.
2.Arătaţi că legea de compoziţie „$*$” este asociativă.
3.Verificaţi dacă e=3 este elementul neutru al legii de compoziţie „$*$”.
4.Demostraţi că $(a+1010)*(1010-a)=1010*1010$, pentru orice număr real a.
5.Determinaţi numărul real x pentru care $9^x=3^x*9$.
6.Determinaţi numerele naturale n pentru care $n*(n+1)\leq 2$.

Subiectul III

Se consideră matricele M=$\begin{pmatrix}1 & 3\\ 2 & 4\end{pmatrix}$ şi $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ şi $A(a)=aI_2+M$, unde a este număr real.
1.Arătaţi că detM=-2.
2.Calculaţi suma elementelor matricei $A(2017)$.
3.Arătaţi că $M\cdot M=5M+2I_2$.
4.Arătaţi că inversa matricei $A(1)$ este matricea $\begin{pmatrix}\frac{5}{4} & -\frac{3}{4}\\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2}\end{pmatrix}$.
5.Determinaţi numerele reale a pentru care $A(a)\cdot A(a)=A(a^2)+M\cdot M$.
6.Determinaţi numărul natural m pentru care $\det\left(A(m)\right)<4$.

Testul 41 (Examenul de bacalaureat naţional 2018, simulare clasa a 12 − a)

Subiectul I

1.Determinaţi a 2018-a zecimală a numărului $\frac{40}{11}$.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-3x+2$.Determinaţi valoarea minimă a funcţiei f.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $4^x-2^x=12$.
4.După o majorare cu 10%, urmată de o reducere cu 10%,preţul unui televizor este 990 de lei. Calculaţi preţul iniţial al televizorului.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,2)$,$B(-1,5)$,$C(-3,4)$ şi $D(a,4)$.Determinaţi numărul real a, ştiind că vectorii $\overrightarrow{AD}$ şi $\overrightarrow{CB}$ sunt coliniari.
6.Calculaţi raza cercului circumscris triunghiului ABC cu AB=10 , AC=24 şi BC=26.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=xy-4x-4y+20$.
1.Calculaţi $2*3$.
2.Demonstraţi că $x*y=(x-4)(y-4)+4$, pentru orice numere reale x şi y.
3.Demostraţi că legea că legea de compoziţie „$*$” este asociativă.
4.Determinaţi numerele reale x, pentru care $x*(x+1)=6$.
5.Determinaţi valorile reale x pentru care $x*x\leq 8$.
6.Calculaţi $2^0*2^1*2^2*\ldots*2^{2018}$.

Subiectul III

Se consideră matricea $A(a,b)=\begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix}$, unde a şi b sunt numere reale.
1.Calculaţi $\det(A(1,1))$.
2.Determinaţi numerele reale x şi y, ştiind că $A(x,y)-A(3,1)=A(1,1)$.
3.Arătaţi că $6A(3,1)-A(3,1)\cdot A(3,1)=10A(1,0)$.
4.Determinaţi numerele reale a şi b, ştiind că $\det(A(a,b))=0$.
5.Rezolvaţi ecuaţia matriceală $A(1,1)\cdot X=A(1,0)$.
6.Determinaţi perechile de numere naturale (m,n), ştiind că matricea $A(m,-n)$ este inversa matricei $A(m,n)$.

Testul 42(Examenul de bacalaureat naţional 2018, simulare clasa a 11 − a)

Subiectul I

1.Se consideră o progresie aritmetică $(a_n)_{n\geq 1}$ de raţie 2 şi care are suma primilor 10 termeni egală cu 150.Determinaţi a_1.
2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x-1$.Determinaţi coordonatele punctului situat pe graficul funcţiei f şi care are abscisa egală cu dublul ordonatei.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $x+\frac{1}{x}=2$.
4.Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr n din mulţimea $H=\{0,1,2,3,4\}$, acesta să verifice egalitatea $2^n+5^n=3^n+4^n$.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $M(-1,1)$,$N(2,1)$ şi $P(2,4)$.Determinaţi lungimea înălţimii din N a triunghiului MNP.
6.Se consideră triunghiul dreptunghic ABC cu ipotenuza BC=4,punctele D şi E, mijloacele laturilor AB, respectiv BC.Ştiind că DE=1,calculaţi $m(\sphericalangle B)$.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=2xy-6x-6y+21$.
1.Calculaţi $1*3$.
2.Demostraţi că $x*y=2(x-3)(y-3)+3$, pentru orice numere reale x şi y.
3.Demostraţi că legea de compoziţie „$*$” este asociativă.
4.Determinaţi numerele reale x pentru care $x*x=21$.
5.Calculaţi $\sqrt{1}*\sqrt{2}*\sqrt{3}*\ldots*\sqrt{2018}$.
6.Daţi un exemplu de numere $a,b\in\mathbb{Q}\setminus\mathbb{Z}$ astfel încât $a*b=5$.

Subiectul III

Se consideră $\mathbb{Z}_{10}=\{\hat{0},\hat{1},\hat{2},\hat{3},\hat{4},\hat{5},\hat{6},\hat{7},\hat{8},\hat{9}\}$, mulţimea claselor de resturi modulo 10.
1.Calculaţi $\hat{1}+\hat{3}+\hat{5}+\hat{7}+\hat{9}$ în $\mathbb{Z}_{10}$.
2.Calculaţi $\hat{2}\cdot\hat{8}$ în $\mathbb{Z}_{10}$.
3.Rezolvaţi în $\mathbb{Z}_{10}$ ecuaţia $\hat{3}\cdot x+\hat{2}=\hat{7}$.
4.Determinaţi simetricul elementului $\hat{4}$ în raport cu operaţia de adunare în $\mathbb{Z}_{10}$.
5.Determinaţi elementele simetrizabile în raport cu operaţia de înmulţire în $\mathbb{Z}_{10}$.
6.Determinaţi mulţimea $M=\{x\in\mathbb{Z}_{10}\,|\,x^2+\hat{3}=\hat{0}\}$.

Testul 43(Examen de bacalaureat naţional 2017, sesiunea I)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\left(1+\left(\frac{1}{2}\right)^3-\frac{1}{4}\right):\frac{7}{8}=1$.
2.Determinaţi numărul real a pentru care $f(1)+f(-1)=2$, unde $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+a$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_6(x^2+2)=\log_6(3x)$.
4.Preţul unui obiect este 300 de lei.Determinaţi preţul obiectului după ce se ieftineşte de două ori, succesiv, cu câte 10%.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $O(0,0)$,$A(-3,2)$ şi $B(3,2)$.Determinaţi distanţa de la punctul O la punctul M, unde M este mijlocul segmentului AB.
6.Calculaţi aria triunghiului ABC, ştiind că $m(\sphericalangle C)=45^\circ$ şi AB=AC=$2\sqrt{3}$.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x*y=x+y-6$.
1.Arătaţi că $6*0=0$.
2.Arătaţi că legea de compoziţie „$*$”este comutativă.
3.Verificaţi dacă $e=6$ este elementul neutru al legii de compoziţie „$*$”.
4.Determinaţi numerele reale x pentru care $x*x*x=x$.
5.Arătaţi că $1*2*3*4*5*6*7*8*9*10=1$.
6.Determinaţi numerele naturale pare nenule n pentru care $\underbrace{n*n*\ldots*n}_{\text{de 6 ori n}}<6$.

Subiectul III

Se consideră matricea $A(a)=\begin{pmatrix}a & 2\\ 4 & 3\end{pmatrix}$, unde a este număr real.
1.Arătaţi că $\det(A(1))=-5$.
2.Demonstraţi că $A(-a)+A(a)=2A(0)$,pentru orice număr real a.
3.Arătaţi că inversa matricei $A(3)$ este matricea $\begin{pmatrix}3 & -2\\ -4 & 3\end{pmatrix}$.
4.Determinaţi valorile reale ale lui a pentru care matricea $A(a)$ este inversabilă.
5.Determinaţi numerele reale a pentru care $A(a^2)-4A(a)+3A(1)=O_2$, unde $O_2=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$.
6.Determinaţi numerele reale a pentru care $\det(A(a)+A(2))=a^2-15$.

Testul 44(Examen de bacalaureat național 2017, sesiunea II)

Subiectul I

1.Arătați că $\sqrt{\frac{9}{25}}-\frac{33}{55}=0$.
2.Rezolvați în mulțimea numerelor naturale nenule inecuația $3(x-1)<6$.
3.Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_4(x^2+4x+6)=\log_4 2$
4.Determinați câte numere naturale impare de două cifre se pot forma cu cifrele 1,2,3,4 și 5.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $M(1,1)$,$N(4,1)$ și $P(4,4)$.Arătați că triunghiul MNP este isoscel.
6.Se consideră triunghiul ABC dreptunghic în A, cu AB=6 și BC=12.Arătați că $m(\sphericalangle C)=30°$.

Subiectul II

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x*y=xy+7(x+y)+42$.
1.Arătați că $\sqrt{2}*(-\sqrt{2})=40$.
2.Arătați că $x*y=(x+7)(y+7)-7$, pentru orice numere reale x și y.
3.Verificați dacă $e=-6$ este elementul neutru al legii de compoziție „$*$”.
4.Determinați numărul real a pentru care $2*a=65$.
5.Determinați numerele reale x, x>0 pentru care $(\log_2 x)*(\log_2 x)=42$.
6.Determinați numerele întregi m pentru care $m*(2-m)\geq 57$.

Subiectul III

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}6 & -5\\ -1 & 1\end{pmatrix}$ și $B=\begin{pmatrix}1 & 5\\ 1 & 6\end{pmatrix}$.
1.Arătați că detA=1.
2.Arătați că $A\cdot B-B\cdot A=O_2$, unde $O_2=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$.
3.Determinați numerele reale x pentru care $\det(A+xB)=1-3x$.
4.Determinați numerele reale x și y pentru care $A\cdot\begin{pmatrix}x\\ y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}7\\ -1\end{pmatrix}$.
5.Arătați că $\det(A+B)+\det(A-B)=2(\det A+\det B)$.
6.Determinați matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, astfel încât $A\cdot X-B=I_2$, unde $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

Testul 45 (Examen de bacalaureat naţional 2017, model oficial MEN)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\left(\left(\frac{1}{3}\right)^2+3\right):\frac{28}{9}=1$.
2.Arătaţi că $f(1)-f(-1)=4$ pentru orice număr real m, unde $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x+m$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $2^{x^2+3}=2^{4x}$.
4.Preţul unui obiect este 1200 de lei.Determinaţi preţul obiectului după ce se scumpeşte de două ori, succesiv, cu câte 5%.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,6)$ şi $B(2,3)$.Determinaţi distanţa de la punctul O la punctul C,unde C este simetricul punctului A faţă de punctul B.
6.Calculaţi aria triunghiului ABC, ştiind că $m(\sphericalangle B)=45°$ şi AB=AC=4.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=x+y-2017$.
1.Arătaţi că $2000*17=0$.
2.Arătaţi că legea de compoziţie „$*$” este asociativă.
3.Demonstraţi că $a*(a+2017)=(a+1009)*(a+1008)$, pentru orice număr real a.
4.Determinaţi numărul real x, ştiind că $4^x*2^x=-2011$.
5.Determinaţi cel mai mare număr natural n, pentru care $n*n\leq n$.
6.Arătaţi că numărul $\frac{2}{3-\sqrt{5}}*\frac{2}{3+\sqrt{5}}$ este întreg.

Subiectul III

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 2 & 2\end{pmatrix}$ şi $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.
1.Calculaţi detA.
2.Demonstraţi că inversa matricei A este matricea $\begin{pmatrix}-1 & 1\\ 1 & -\frac{1}{2}\end{pmatrix}$.
3.Arătaţi că $A\cdot A-3A=2I_2$.
4.Determinaţi numerele reale x, ştiind că $\det(A-xI_2)=2$.
5.Determinaţi numărul real a, ştiind că $A\cdot A\cdot A=aA+6I_2$.
6.Determinaţi numerele reale p şi q, pentru care $A\cdot X=X\cdot A$, unde $X=\begin{pmatrix}2 & 1\\ p & q\end{pmatrix}$.

Testul 46(Examenul de bacalaureat naţional 2017, simulare clasa a $12-a$)

Subiectul I

1.Determinaţi raţia progresiei aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$, ştiind că $a_1+a_2+a_3+a_4=14$ şi $a_1=2$.
2.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-5x+4$.Determinaţi distanţa dintre punctele de intersecţie a graficului funcţiei f cu axa Ox.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $2^{x+2}+2^{x+1}+2^x=7$.
4.După două creşteri succesive cu câte 10%, un produs costă 242 de lei.Calculaţi preţul produsului înainte de cele două scumpiri.
5.Determinaţi numărul real m pentru care vectorii $\overrightarrow{v_1}=m\vec{i}+6\vec{j}$ şi $\overrightarrow{v_2}=2\vec{i}+3\vec{j}$ sunt coliniari.
6.Calculaţi aria dreptunghiului ABCD, ştiind că AB=3 şi AC=5.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x*y=x+y-xy$.
1.Calculaţi $(-1)*1$.
2.Verificaţi dacă legea de compoziţie „$*$” este comutativă.
3.Arătaţi că $x*y=-(x-1)(y-1)+1$, pentru orice numere reale x şi y.
4.Determinaţi numerele reale x, pentru care $x*x=0$.
5.Determinaţi numărul real a, pentru care $a*a\geq 1$.
6.Calculaţi $\frac{1}{2016}*\frac{2}{2016}*\frac{3}{2016}*\ldots*\frac{2017}{2016}$.

Subiectul III

Se consideră matricea $A(n)=\begin{pmatrix}1 & n\\ 0 & 1\end{pmatrix}$, unde n este număr întreg.
1.Calculaţi $\det\big(A(2017)\big)$.
2.Arătaţi că $A(-2017)+A(2017)=2I_2$, unde $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.
3.Arătaţi că $A(m)\cdot A(n)=A(m+n)$, pentru orice numere întregi m şi n.
4.Se consideră matricea $B=A(0)+A(1)+A(2)+A(3)+A(4)+A(5)+A(6)$. Arătaţi că suma elementelor matricei B este divizibilă cu 7.
5.Arătaţi că matricea $A(n)$ este inversabilă pentru orice număr întreg n.
6.Determinaţi matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{Z})$ pentru care $A(2017)\cdot X=A(2018)$.

Testul 47 (Examenul de bacalaureat național 2017, simulare clasa a 11 − a)

Subiectul I

1.Arătați că $1{,}75+\sqrt{\frac{1}{16}}-\frac{2^{2017}}{2^{2016}}=0$.
2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=-x^2+4$.Determinați numerele reale x pentru care $f(x)=3$.
3.Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_2(x+1)=3$.
4.Determinați numărul pătratelor perfecte din mulțimea $\{1,2,3,\dots,2017\}$.
5.În reperul cartezian xOy se consideră dreapta d de ecuație $4x-3y+12=0$.Determinați numărul real a, știind că punctul $A(a,a)$ aparține dreptei d.
6.Calculați perimetrul triunghiului ABC, știind că $m(\sphericalangle A)=90°$, $\sin B=\frac{3}{5}$ și $BC=20$.

Subiectul II

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x*y=xy-7x-7y+56$.
1.Calculați $0*8$.
2.Arătați că $x*y=(x-7)(y-7)+7$, pentru orice numere reale x și y.
3.Arătați că $x*7=7$, pentru orice număr real x.
4.Calculați $0*1*2*...*2017$.
5.Determinați numerele reale x pentru care $x*x=8$.
6.Determinați numerele naturale m și n pentru care $m*n=6$.

Subiectul III

Se consideră $\mathbb{Z}_4=\{\hat{0},\hat{1},\hat{2},\hat{3}\}$, mulțimea claselor de resturi modulo 4.
1.Calculați $\hat{0}+\hat{1}+\hat{2}+\hat{3}$ în $\mathbb{Z}_4$.
2.Calculați $\hat{2}\cdot\hat{3}$ în $\mathbb{Z}_4$.
3.Rezolvați în $\mathbb{Z}_4$ ecuația $\hat{2}\cdot x=\hat{0}$.
4.Determinați simetricul elementului $\hat{1}$ în raport cu operația de adunare în $\mathbb{Z}_4$.
5.Determinați elementele simetrizabile în raport cu operația de înmulțire în $\mathbb{Z}_4$.
6.Determinați mulțimea $H=\{x\in\mathbb{Z}_4 | x^2=x\}$.

Testul 48(Examen de bacalaureat naţional 2016, sesiunea I)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\sqrt{48}-\sqrt{27}=\sqrt{3}$.
2.Determinaţi coordonatele punctului de intersecţie a graficelor funcţiilor f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x-1$ şi g:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=2-x$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $3^{8-3x}=9$.
4.Determinaţi câte numere naturale pare de două cifre se pot forma cu cifrele 5,6,7,8 şi 9.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(1,4),B(5,4) şi C(5,8).Arătaţi că AB=BC.
6.Arătaţi că $\sin 45^\circ\cdot\cos 45^\circ+\cos 60^\circ=1$.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x\circ y=xy-x-y+1$.
1.Arătaţi că $1\circ 2016=0$.
2.Arătaţi că legea de compoziţie „$\circ$” este comutativă.
3.Demonstraţi că $x\circ y=(x-1)(y-1)$, pentru orice numere reale x şi y.
4.Determinaţi numerele reale x, pentru care $(x-1)\circ x=0$.
5.Arătaţi că $x^2\circ x^2=(x-1)^2(x+1)^2$, pentru orice număr real x.
6.Determinaţi numerele naturale a şi b, ştiind că $a\circ b=3$.

Subiectul III

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}2 & 1\\ -4 & -2\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ şi $M(a)=A+aI_2$, unde a este număr real.
1.Arătaţi că detA=0.
2.Determinaţi numerele reale a, pentru care $\det\big(M(a)\big)=16$.
3.Arătaţi că $M(-1)+M(0)+M(1)=3A$.
4.Demonstraţi că $M(a)\cdot M(b)=(a+b)A+abI_2$, pentru orice numere reale a şi b.
5.Determinaţi valorile reale ale lui a, pentru care matricea M(a) este inversabilă.
6.Rezolvaţi în $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ ecuaţia $M(1)\cdot X=A$.

Testul 49(Examen de bacalaureat naţional 2016, sesiunea I rezervă)

Subiectul I

1.Arătaţi că $2\left(1+\frac{1}{2}\right)\left(1+\frac{1}{3}\right)\left(1+\frac{1}{4}\right)=5$.
2.Determinaţi valorile reale ale lui x, pentru care $f(x)\geq g(x)$, unde $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3x-2$ şi $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=x+4$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $7^{x^2+3}=7^{4x}$.
4.O firmă foloseşte 6000 de lei pentru publicitate, sumă care reprezintă 5% din profitul anual al firmei.Calculaţi profitul anual al firmei.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3,0)$, $B(6,4)$ şi $C(0,4)$.Calculaţi perimetrul triunghiului ABC.
6.Arătaţi că $\sin^2 30^\circ+\cos^2 60^\circ=\frac{1}{2}$.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x\circ y=x+y+5$.
1.Arătaţi că $(-1)\circ 1=5$.
2.Arătaţi că legea de compoziţie „$\circ$” este asociativă.
3.Verificaţi dacă $e=-5$ este elementul neutru al legii de compoziţie „$\circ$”.
4.Determinaţi numerele reale x, pentru care $x^2\circ x=7$.
5.Demonstraţi că $(x^2-y-5)\circ(x-y^2)=(x-y)(x+y+1)$, pentru orice numere reale x şi y.
6.Determinaţi numerele naturale m şi n, ştiind că $m\circ n=6$.

Subiectul III

Se consideră matricele $O_2=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$ şi $A(a)=\begin{pmatrix}1 & a\\ a & 1\end{pmatrix}$, unde a este număr real.
1.Arătaţi că $\det(A(0))=1$.
2.Determinaţi numerele reale a, pentru care $\det(A(a))=0$.
3.Arătaţi că $A(1)\cdot A(1)-2A(1)=O_2$.
4.Determinaţi numărul real a, pentru care $A(2)\cdot A(a)=3A(1)$.
5.Demonstraţi că $\det(A(a)-A(0))\leq 0$, pentru orice număr real a.
6.Determinaţi numerele reale a şi b, ştiind că $A(a)\cdot A(b)=O_2$.

Testul 50 (Examen de bacalaureat naţional 2016, sesiunea II)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\sqrt{25}+\sqrt{64}-\sqrt{169}=0$.
2.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale inecuaţia $3(x+2)\leq 9$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_3(2x-8)=\log_3 2$.
4.Preţul unui obiect este 1000 de lei.Determinaţi preţul obiectului după ce se ieftineşte de două ori, succesiv, cu câte 10%.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0,3)$, $B(5,6)$ şi $C(5,3)$.Arătaţi că patrulaterul AOCB este paralelogram.
6.Calculaţi aria triunghiului ABC, ştiind că $m(\sphericalangle A)=60^\circ$ şi AB=AC=6.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=x+y-5$.
1.Arătaţi că $(-2)*7=0$.
2.Arătaţi că legea de compoziţie „$*$” este asociativă.
3.Arătaţi că $(1*2)*(8*9)=(1*9)*(2*8)$.
4.Determinaţi numărul real x, pentru care $(x*x)*x=x$.
5.Determinaţi numărul real x, pentru care $9^x*3^x=7$.
6.Demonstraţi că $x^2*\frac{1}{x^2}\geq -3$, pentru orice număr real nenul x.

Subiectul III

Se consideră matricele $A(a)=\begin{pmatrix}a & 1\\ 2 & 3\end{pmatrix}$ şi $B=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 0 & 1\end{pmatrix}$, unde a este număr real.
1.Arătaţi că detB=1.
2.Determinaţi numerele reale a, ştiind că $\det(aA(a))=0$.
3.Determinaţi valorile reale ale lui a, pentru care matricea $A(a)$ este inversabilă.
4.Demonstraţi că $A(a-1)+A(a+1)=2A(a)$, pentru orice număr real a.
5.Determinaţi numărul real a, ştiind că $\det(A(a)+B)=a+3$.
6.Rezolvaţi în mulţimea $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ ecuaţia $X\cdot A(1)=B$.

Testul 51 (Examen de bacalaureat naţional 2016, model oficial MEN)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\frac{1}{10}+\frac{1}{100}+\frac{1}{1000}=0{,}111$.
2.Determinaţi valorile reale ale lui x pentru care $f(x)\geq g(x)$, unde $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x-1$ şi $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=x+1$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $2^{x^2}=2^{4x-3}$.
4.O firmă foloseşte 5000 de lei pentru publicitate, sumă care reprezintă 5% din profitul anual al firmei.Calculaţi profitul anual al firmei.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(4,0)$, $B(8,3)$ şi $C(0,3)$.Calculaţi aria triunghiului ABC.
6.Arătaţi că $2\sin^2 30^\circ+2\cos^2 60^\circ=1$.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x\circ y=xy+3x+3y+6$.
1.Arătaţi că $0\circ(-3)=-3$.
2.Arătaţi că $x\circ y=(x+3)(y+3)-3$, pentru orice numere reale x şi y.
3.Arătaţi că $(-3)\circ x=-3$, pentru orice număr real x.
4.Verificaţi dacă $e=-2$ este element neutru al legii de compoziţie „$\circ$”.
5.Calculaţi $(-2016)\circ(-2015)\circ\ldots\circ(-3)$.
6.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $x\circ x\circ x=5$.

Subiectul III

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}5 & 2\\ 2 & 1\end{pmatrix}$ şi $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.
1.Arătaţi că $\det A=1$.
2.Arătaţi că $A^2-6A=-I_2$, unde $A^2=A\cdot A$.
3.Determinaţi numerele reale x pentru care $\det(xA)=4$.
4.Arătaţi că $\det(A^2-6A+aI_2)\geq 0$, pentru orice număr real a, unde $A^2=A\cdot A$.
5.Determinaţi inversa matricei B, unde $B=A+I_2$.
6.Determinaţi matricele $X=\begin{pmatrix}a & b\\ b & a\end{pmatrix}\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, ştiind că $\det X=8$.

Testul 52 (Examenul de bacalaureat naţional 2016, simulare clasa a 12 − a)

Subiectul I

1.Determinaţi numerele naturale a,b şi c, ştiind că $2016=2^a \cdot 3^b \cdot 7^c$.
2.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=4x^2-3$.Determinaţi abscisele punctelor care au ordonata egală cu 1 şi aparţin graficului funcţiei f.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{3x+10}-2x=4-x$.
4.Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulţimea numerelor naturale de două cifre, acesta să aibă suma cifrelor mai mică sau egală cu 10.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-1,2)$ şi $B(3,5)$.Determinaţi coordonatele simetricului punctului A faţă de punctul B.
6.Perimetrul triunghiului dreptunghic ABC este egal cu 72.Determinaţi lungimea ipotenuzei BC, ştiind că $\sin C=0,8$.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x\circ y=xy+x+y$.
1.Calculaţi $(-\sqrt{2})\circ\sqrt{2}$.
2.Arătaţi că $x\circ y=(x+1)(y+1)-1$, pentru orice numere reale x şi y.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $x^2\circ x=-1$.
4.Verificaţi dacă legea de compoziţie „$\circ$” este asociativă.
5.Demonstraţi că numărul $n\circ n$ este multiplu de 8, pentru orice număr natural par n.
6.Daţi un exemplu de două numere iraţionale a şi b, pentru care $a\circ b\in\mathbb{N}$.

Subiectul III

Se consideră matricea $A(x)=\begin{pmatrix} x & x-1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
1.Calculaţi $\det(A(2))$.
2.Arătaţi că $A(1)+A(3)=2A(2)$.
3.Determinaţi numărul natural n, pentru care $|\det(A(n))|=1-2n$.
4.Determinaţi valorile reale ale lui x, pentru care $\det(xA(x)-2I_2)\geq 0$, unde $I_2=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
5.Demonstraţi că matricea $A(x^2)$ este inversabilă, pentru orice număr real x.
6.Determinaţi matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, pentru care $2X+3A(1)=4A(2)$.

Testul 53(Examenul de bacalaureat naţional 2016, simulare clasa a 11 − a)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1-\frac{1}{4}\right)>0{,}24$.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-6x+3$.Arătaţi că $f(6-x)=f(x)$, pentru orice număr real x.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{x^2+4x-5}=x-1$.
4.Calculaţi probabilitatea ca, alegând un element din mulţimea $\{\sqrt{n}|n\in\mathbb{N}, n<50\}$, acesta să fie număr raţional.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-3,3)$, $B(-4,4)$ şi $C(3,-3)$.Verificaţi dacă punctele A,B şi C sunt coliniare.
6.Se consideră rombul ABCD cu AB=5 şi BD=6.Calculaţi $\sin(\measuredangle ADB)$.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=x+y+3$.
1.Calculaţi $2*(-4)$.
2.Arătaţi că legea de compoziţie „$*$” este asociativă.
3.Verificaţi dacă $e=-3$ este elementul neutru al legii de compoziţie „$*$”.
4.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $9^x*3^x=93$.
5.Demonstraţi că numărul $(2n^2-2n-1)*(2n^2-2n-1)$ este pătrat perfect, pentru orice număr natural n.
6.Se consideră numărul real $a=1*(-3)*5*(-7)*9*(-11)*13*(-15)*17*(-19)$. Arătaţi că $a\in(\sqrt{288},\sqrt{290})$.

Subiectul III

Se consideră mulţimea $\mathbb{Z}[\sqrt{5}]=\{a+b\sqrt{5}|a,b\in\mathbb{Z}\}$.
1.Verificaţi dacă $1\in\mathbb{Z}[\sqrt{5}]$.
2.Demonstraţi că $x+y\in\mathbb{Z}[\sqrt{5}]$, pentru orice $x,y\in\mathbb{Z}[\sqrt{5}]$.
3. Demonstraţi că $xy\in\mathbb{Z}[\sqrt{5}]$, pentru orice $x,y\in\mathbb{Z}[\sqrt{5}]$.
4.Verificaţi dacă $\frac{1}{9+4\sqrt{5}}=9-4\sqrt{5}$.
5.Arătaţi că $\frac{1}{9-4\sqrt{5}}\in\mathbb{Z}[\sqrt{5}]$.
6.Daţi exemplu de un număr $x\in\mathbb{Z}[\sqrt{5}]$, astfel încât $0<x<\frac{1}{17}$.

Testul 54(Examen de bacalaureat naţional 2015, sesiunea I)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\sqrt{32}-\sqrt{18}-\sqrt{2}=0$
2.Determinaţi coordonatele punctului de intersecţie a graficelor funcţiilor f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+1$ şi g:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=4-2x$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $5^{5-3x}=25$.
4.Determinaţi câte numere naturale pare de două cifre se pot forma cu cifrele 1,2,3,4 şi 5.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,3)$, $B(5,3)$ şi $C(5,6)$.Arătaţi că AB=BC.
6.Arătaţi că $\sin30^\circ+\sin45^\circ\cdot\cos45^\circ=1$.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x\circ y=xy+x+y$.
1.Arătaţi că $2015\circ(-1)=-1$.
2.Demonstraţi că legea de compoziţie „$\circ$” este asociativă.
3.Verificaţi dacă e=0 este elementul neutru al legii de compoziţie „$\circ$”.
4.Arătaţi că $x\circ x=(x+1)^2-1$, pentru orice număr real x.
5.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $x\circ x\circ x\circ x=0$.
6.Arătaţi că $x\circ(x+1)\geq x$, pentru orice număr real x.

Subiectul III

Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ şi $A(a)=\begin{pmatrix}a & 2\\ 1 & a+1\end{pmatrix}$, unde a este un număr real.
1.Arătaţi că $\det\big(A(0)\big)=-2$.
2.Determinaţi numerele reale a pentru care $\det\big(A(a)\big)=0$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale inecuaţia $\det(A(a)-I_2)<0$.
4.Arătaţi că $(2a+1)A(a)-A(a)\cdot A(a)=(a^2+a-2)I_2$, pentru orice număr real a.
5.Determinaţi inversa matricei $A(2)$.
6.Determinaţi numerele reale m pentru care $\det\big(A(m)\big)\leq 1$.

Testul 55(Examen de bacalaureat naţional 2015, sesiunea II)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\left(2+\left(\frac{1}{2}\right)^4\right):\frac{33}{16}=1$.
2.Determinaţi numărul real a pentru care $f(2)+f(-2)=4$, unde $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+a$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $3^{x^2+2}=3^{3x}$.
4.Preţul unui obiect este 200 de lei.Determinaţi preţul obiectului după ce se scumpeşte de două ori, succesiv, câte 10%.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $O(0,0)$, $A(-3,4)$ şi $B(3,4)$.Determinaţi distanţa de la punctul O la punctul M, ştiind că M este mijlocul segmentului AB.
6.Calculaţi aria triunghiului ABC, ştiind că $m(\sphericalangle B)=45^\circ$ şi $AB=AC=\sqrt{2}$.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=x+y-2015$.
1.Arătaţi că $1007*1008=0$.
2.Arătaţi că legea de compoziţie „$*$” este asociativă.
3.Verificaţi dacă $e=2015$ este elementul neutru al legii de compoziţie „$*$”.
4.Determinaţi numărul real x, ştiind că $x*x=2015$.
5.Arătaţi că $x*(x+2015)=(x+1007)*(x+1008)$, pentru orice număr real x.
6.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $5^x*25^x=-1985$.

Subiectul III

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & -1\\ 3 & 0\end{pmatrix}$ şi $B=\begin{pmatrix}a & b\\ 3 & 4\end{pmatrix}$, unde a şi b sunt numere reale.
1.Arătaţi că $\det A=3$.
2.Determinaţi numerele reale a şi b astfel încât $B-A=4I_2$, unde $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.
3.Pentru $a=0$, determinaţi numărul real b pentru care $\det B=9$.
4.Determinaţi numerele reale a şi b, ştiind că $AB=BA$.
5.Arătaţi că inversa matricei A este matricea $\begin{pmatrix}0 & \frac{1}{3}\\ -1 & \frac{1}{3}\end{pmatrix}$.
6.Pentru $a=b=1$, rezolvaţi în $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ ecuaţia $B\cdot X=A$.

Testul 56(Examen de bacalaureat naţional 2015, model oficial MEN)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\sqrt{81}-\sqrt{18}+\sqrt{50}-\sqrt{8}=9$.
2.Determinaţi numărul real m pentru care $f(2)=0$, unde $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x-m$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{x^2+1}=1$.
4.O firmă foloseşte 2000 de lei pentru publicitate, ceea ce reprezintă 5% din profitul anual al firmei. Determinaţi profitul anual al firmei.
5.Determinaţi ecuaţia dreptei care trece prin punctul $M(1,-1)$ şi este paralelă cu dreapta d de ecuaţie $y=x-1$.
6.Arătaţi că $\sin 30^\circ+\sqrt{3}\cdot\cos 30^\circ=2$.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=x+y-2$.
1.Calculaţi $(-2)*2$.
2.Arătaţi că legea de compoziţie „$*$” este asociativă.
3.Verificaţi dacă $e=2$ este element neutru al legii de compoziţie „$*$”.
4.Determinaţi numărul real x, ştiind că $(x+1)*x=3$.
5.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $9^x*3^x=0$.
6.Arătaţi că $x^2*\frac{1}{x^2}\geq 0$ pentru orice număr real nenul x.

Subiectul III

Se consideră matricea $A(a)=\begin{pmatrix} a & 1 \\ -1 & a \end{pmatrix}$, unde a este număr real.
1.Calculaţi $\det(A(0))$.
2.Arătaţi că $4\cdot A(1)-3\cdot A(-1)=A(7)$.
3.Determinaţi numerele reale a, ştiind că $\det(A(a))=10$.
4.Arătaţi că $\det(A(a)-I_2)>0$ pentru orice număr real a, unde $I_2=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
5.Determinaţi inversa matricei $A(2)$.
6.Determinaţi numărul matricelor $A(a)$, unde a este număr întreg şi $\det(A(a))\leq 401$.

Testul 57(Examenul de bacalaureat naţional 2015, simulare clasa a 12 − a)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\left(-3+\left(-\frac{1}{2}\right)^2\right):\left(-\frac{11}{2}\right)=\frac{1}{2}$.
2.Determinaţi coordonatele punctului de intersecţie a graficului funcţiei f:ℝ→ℝ, $f(x)=-\frac{1}{3}x+\frac{2}{3}$ cu axa Ox.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $2^{x^2-3x}=4^{x-2}$.
4.După o scumpire cu 10% un obiect costă 594 lei.Calculaţi preţul obiectului înainte de scumpire.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $D(2,4)$,$E(-2,-2)$ şi $F(6,-2)$.Determinaţi coordonatele mijlocului medianei din vârful D al triunghiului DEF.
6.Calculaţi perimetrul triunghiului ABC dreptunghic în A, ştiind că tgB= $\frac{3}{4}$ şi AC=9.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă x∘y=xy−2x−2y+6.
1.Calculaţi 4∘2.
2.Verificaţi dacă legea de compoziţie „∘” este comutativă.
3.Arătaţi că $x\circ y=(x-2)(y-2)+2$, pentru orice numere reale x şi y.
4.Arătaţi că 2∘x=2, pentru orice număr real x.
5.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia x∘x∘x=10.
6.Determinaţi perechile de numere întregi (m,n), ştiind că m∘n=3.

Subiectul III

Se consideră mulţimea $G=\left\{A(x)=\begin{pmatrix}1-x & x\\ -2x & 1+2x\end{pmatrix}|x\in\mathbb{R}\right\}$.
1.Arătaţi că matricea $\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ aparţine mulţimii G.
2.Calculaţi $\det(A(1))$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $A(x^2)-A(2x)=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$.
4.Determinaţi valorile reale ale lui x pentru care matricea $A(x)$ este inversabilă.
5.Arătaţi că $A(y)\cdot A(y)=A(x+y+xy)$, pentru orice numere reale x şi y.
6.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $A(x)\cdot A(x)\cdot A(x)\cdot A(x)=A(0)$.

Testul 58 (Examenul de bacalaureat naţional 2015, simulare clasa a 11 − a)

Subiectul I

1.Calculaţi $2^{-2} \cdot 3 - \left(\frac{1}{4}\right)^0$.
2.Calculaţi $f(-2) + f(-1) + f(0) + f(1) + f(2)$, unde $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = -4x + 1$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt[3]{x^2 - 5x + 3} = -1$.
4.Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulţimea $\{1,2, \dots ,25\}$, acesta să fie număr par.
5.Determinaţi numărul real a, ştiind că dreptele $d_1 : 3x + (a + 5)y - 4 = 0$ şi $d_2 : 3x + 2y - 5 = 0$ sunt paralele.
6.Calculaţi aria unui pătrat, ştiind că lungimea uneia din diagonale este egală cu 6 dm.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x*y=xy-3x-3y+12$.
1.Calculaţi $0*2$.
2.Arătaţi că $x*y=(x-3)(y-3)+3$, pentru orice numere reale x şi y.
3.Verificaţi dacă $e=4$ este element neutru al legii de compoziţie „$*$”.
4.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $(2x) * x = 3$.
5.Arătaţi că $x*(-x) \leq 12$, pentru orice număr real x.
6.Arătaţi că dacă x şi y sunt numere întregi, multipli de 3, atunci numărul $x*y$ este întreg, multiplu de 3.

Subiectul III

Se consideră $\mathbb{Z}_8 = \{\hat{0}, \hat{1}, \hat{2}, \hat{3}, \hat{4}, \hat{5}, \hat{6}, \hat{7}\}$, mulţimea claselor de resturi modulo 8.
1.Calculaţi $\hat{1} \cdot \hat{2} \cdot \hat{3} \cdot \hat{4} \cdot \hat{5}$ în $\mathbb{Z}_8$.
2.Arătaţi că $\hat{4} \cdot (\hat{3} + \hat{5}) = \hat{4} \cdot \hat{3} + \hat{4} \cdot \hat{5}$ în $\mathbb{Z}_8$.
3.Rezolvaţi în $\mathbb{Z}_8$ ecuaţia $\hat{2}x + \hat{2} = \hat{0}$.
4.Determinaţi simetricul elementului $\hat{3}$ în raport cu operaţia de înmulţire din $\mathbb{Z}_8$.
5.Determinaţi mulţimea $A=\{x\in\mathbb{Z}_8 | x^3 = x\}$.
6.Rezolvaţi în $\mathbb{Z}_8$ sistemul $\begin{cases} \hat{2}x + y = \hat{5} \\ \hat{3}x + \hat{7}y = \hat{1} \end{cases}$.

Testul 59(Examen de bacalaureat naţional 2014, sesiunea I)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\left(\left(\frac{1}{3}\right)^2+2\right):\frac{19}{9}=1$.
2.Se consideră funcţiile f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2014-x$ şi g:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=x-2014$.Determinaţi coordonatele punctului de intersecţie a graficelor celor două funcţii.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $9^{x^2+3x}=9^{x-1}$.
4.Preţul unui aparat de fotografiat este de 360 de lei.Determinaţi preţul aparatului de fotografiat după o reducere cu 25%.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-2,3)$ şi $B(2,3)$.Determinaţi coordonatele mijlocului segmentului AB.
6.Determinaţi lungimea laturii BC a triunghiului ABC dreprunghic în A ştiind că AC=6 şi sinB= $\frac{3}{5}$.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=x+y+11$.
1.Calculaţi $8*(-3)$.
2.Arătaţi că legea de compoziţie „$*$” este asociativă.
3.Verificaţi dacă $e=-11$ este element neutru al legii de compoziţie „$*$”.
4.Determinaţi numerele întregi x ştiind că $(x^2)*x=121$.
5.Arătaţi că $x*(x+23)=(x*x)*12$, pentru orice număr real x.
6.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\lg x*\lg x=13$.

Subiectul III

Se consideră matricea $A(a)=\begin{pmatrix}1 & a\\ 0 & 1\end{pmatrix}$, unde a este număr real.
1.Calculaţi $\det(A(0))$.
2.Determinaţi numărul real a ştiind că $2A(a)+A(a-3)=3A(0)$.
3.Arătaţi că $A(1)+A(2)+\cdots+A(9)=9A(5)$.
4. Arătaţi că $\det(A(a)+A(b))=4\det(A(a)\cdot A(b))$ pentru orice numere reale a şi b.
5. Verificaţi dacă matricea $A(-a)$ este inversa matricei $A(a)$ pentru orice număr real a.
6.Determinaţi matricea $X=\begin{pmatrix}p & 2\\ q & 1\end{pmatrix}\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ ştiind că $X\cdot A(a)=A(a)\cdot X$ pentru orice număr real a.

Testul 60(Examen de bacalaureat naţional 2014, sesiunea II)

Subiectul I

1.Scrieţi în ordine crescătoare numerele $2014^0, \sqrt{9}$ şi 2.
2.Determinaţi coordonatele punctului de intersecţie dintre graficul funcţiei $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x-4$ şi axa Ox.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $2^{2x+1}=2^{-1}$.
4.Determinaţi câte numere naturale de trei cifre distincte se pot forma cu cifrele 1,3,5,7 şi 9.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,2)$,$B(5,2)$ şi $C(2,5)$.Arătaţi că triunghiul ABC este isoscel.
6.Calculaţi aria triunghiului ABC dreptunghic în A ştiind că AB=5 şi BC=13.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=xy-x-y+5$.
1.Calculaţi $0*1$.
2.Arătaţi că legea de compoziţie „$*$” este comutativă.
3.Arătaţi că $x*y=(x-1)(y-1)+4$, pentru orice numere reale x şi y.
4.Verificaţi dacă $x*1=4$ pentru orice număr real x.
5.Determinaţi numerele reale x ştiind că $x*x=8$.
6.Determinaţi numărul perechilor de numere întregi (m,n) ştiind că $m*n=5$.

Subiectul III

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 2 & 0\end{pmatrix}$,$B=\begin{pmatrix}4 & 1\\ 2 & 3\end{pmatrix}$ şi $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.
1.Calculaţi detA.
2.Arătaţi că $A\cdot A+I_2=B$.
3.Verificaţi dacă $A\cdot B=B\cdot A$.
4.Arătaţi că matricea $C=\begin{pmatrix}0 & \frac{1}{2}\\ 1 & -\frac{1}{2}\end{pmatrix}$ este inversa matricei A.
5.Determinaţi numerele reale a ştiind că $\det(A+aI_2)=10$.
6.Rezolvaţi în $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ ecuaţia $A\cdot X=B$.

Testul 61(Examen de bacalaureat naţional 2014, model oficial MEN)

Subiectul I

1.Arătaţi că numărul $\sqrt{12}+2\left(\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)-\sqrt{8}$ este natural.
2.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x-3$.Determinaţi coordonatele punctului de intersecţie dintre graficul funcţiei f şi axa absciselor.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $7^{x^2+1}=49$.
4.După o scumpire cu 10%, urmată de o ieftinire cu 10% din noul preţ, un produs costă 1980 de lei. Calculaţi preţul produsului înainte de scumpire.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $P(3,4)$, $Q(4,2)$ şi $R(7,2)$.Determinaţi coordonatele punctului S, ştiind că PQRS este paralelogram.
6.Calculaţi cosinusul unghiului A al triunghiului ABC în care AB=5,AC=7 şi BC=8.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=x+y-1$.
1.Calculaţi $2*3$.
2.Verificaţi dacă legea de compoziţie „$*$” este comutativă.
3.Arătaţi că legea de compoziţie „$*$” este asociativă.
4.Determinaţi numerele reale x pentru care $(x^2)*x=11$.
5.Arătaţi că $x*(x+2014)=(x+1012)*(x+2012)$,pentru orice număr real x.
6.Determinaţi numărul real nenul x pentru care $x*\frac{1}{x}=1$.

Subiectul III

Pentru fiecare număr real m se consideră matricea $A(m)=\begin{pmatrix} m & m & 1\\ 1 & 0 & 1\\ m & 1 & 0\end{pmatrix}$.
1.Calculaţi $\det(A(0))$.
2.Calculaţi $A(0)\cdot A(1)$.
3.Determinaţi numărul real m pentru care $\det(A(m))=m$.
4.Arătaţi că $A(2)+A(4)=2A(3)$.
5.Verificaţi dacă matricea $B=\begin{pmatrix} -1 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\\ 1 & 0 & 0\end{pmatrix}$ este inversa matricei $A(0)$.
6.Determinaţi numărul real m pentru care sistemul $\begin{cases} mx+my+z=0\\ x+z=m\\ mx+y=1\end{cases}$ are soluţia $(0,1,0)$.

Testul 62 (Examen de bacalaureat naţional 2014, simulare clasa a 12 − a)

Subiectul I

1.Verificaţi dacă $(2^5-1)(2^5+1)=1023$.
2.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3x+2$.Determinaţi coordonatele punctului A care aparţine graficului funcţiei f şi care are abscisa egală cu ordonata.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_2 x^3=12-\log_2 x$.
4.O imprimantă are preţul de vânzare 186 de lei.Calculaţi preţul imprimantei înainte de aplicarea TVA-ului, ştiind că TVA-ul este de 24%.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $M(3,4)$, $N(2,1)$ şi $P(a,b)$.Determinaţi numerele reale a şi b ştiind că punctul N este mijlocul segmentului MP.
6. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,3)$, $B(5,3)$ şi $C(5,7)$.Calculaţi cosA.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x\circ y=(x-3)(y-3)+3$.
1.Calculaţi $2014\circ 3$.
2.Verificaţi dacă legea de compoziţie „$\circ$” este asociativă.
3.Determinaţi elementul neutru al legii de compoziţie „$\circ$”.
4.Arătaţi că $x\circ 3=3\circ x=3$, pentru orice număr real x.
5.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $x\circ(x+1)=3$.
6.Determinaţi numerele întregi a şi b pentru care $a\circ b=4$.

Subiectul III

Se consideră mulţimea $M=\left\{A(x,y)=\begin{pmatrix} x & y \\ -y & x\end{pmatrix} | x,y\in\mathbb{R}, x^2+y^2=1\right\}$.
1.Arătaţi că $\det\big(A(x,y)\big)=1$.
2.Daţi un exemplu de matrice care aparţine mulţimii M.
3.Calculaţi $A\left(\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2}\right)+A\left(\frac{1}{2},-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.
4.Arătaţi că $A(x,y)\cdot A(x,-y)=A(1,0)$, pentru orice matrice $A(x,y), A(x,-y)\in M$.
5.Determinaţi numărul matricelor din mulţimea M care au toate elementele numere întregi.
6.Se consideră numerele reale p şi q cu proprietatea că $p^2+q^2=1$.Demonstraţi că matricea $\begin{pmatrix} p-2 & q+2 \\ -(q+2) & p-2\end{pmatrix}$ **nu** este element al mulţimii M.

Testul 63(Examen de bacalaureat naţional 2014, simulare clasa a 11 − a)

Subiectul I

1.Determinaţi raţia progresiei aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$, ştiind că $a_1 = 3$ şi $a_8 = 38$.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = 2x - 4$.Determinaţi numerele naturale x pentru care $f(x) < f(3)$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{3x+1} = x - 3$.
4.Dintre elevii unei clase, 20 sunt membri ai clubului de ecologie şi 18 sunt membri ai clubului de ştiinţe.Ştiind că toţi elevii clasei sunt membri ai cel puţin unuia dintre cluburi şi că 5 elevi ai clasei sunt membri ai ambelor cluburi, determinaţi numărul elevilor acestei clase.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,3)$, $B(4,5)$ şi $C(-2,1)$.Determinaţi lungimea medianei din A în triunghiul ABC.
6.Se consideră dreptunghiul ABCD cu laturile AB=8,BC=6. Calculaţi $\cos(\sphericalangle ADB)$.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=2xy+10x+10y+45$.
1.Calculaţi $2*(-5)$.
2.Arătaţi că $x*y=2(x+5)(y+5)-5$, pentru orice numere reale x şi y.
3.Arătaţi că legea de compoziţie „$*$” este asociativă.
4.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $x*x=27$.
5.Calculaţi $(-2014)*(-2013)*\ldots*2013*2014$.
6.Daţi un exemplu de numere iraţionale a şi b astfel încât $a*b=7$.

Subiectul III

Se consideră $\mathbb{Z}_6 = \{\hat{0},\hat{1},\hat{2},\hat{3},\hat{4},\hat{5}\}$, mulţimea claselor de resturi modulo 6.
1.Calculaţi $\hat{1}+\hat{2}+\hat{3}+\hat{4}+\hat{5}$ în $\mathbb{Z}_6$.
2.Calculaţi $\hat{5}\cdot\hat{5}$ în $\mathbb{Z}_6$.
3. Determinaţi simetricul elementului $\hat{2}$ în raport cu operaţia de adunare în $\mathbb{Z}_6$.
4. Rezolvaţi în $\mathbb{Z}_6$ ecuaţia $\hat{5}\cdot x+\hat{2}=\hat{0}$.
5.Determinaţi toate elementele simetrizabile în raport cu înmulţirea în $\mathbb{Z}_6$.
6.Calculaţi în $\mathbb{Z}_6$ suma elementelor mulţimii $H=\{x^2|x\in\mathbb{Z}_6\}$.

Testul 64(Examen de bacalaureat naţional 2013, sesiunea I)

Subiectul I

1.Arătaţi că $3\left(1+\sqrt{2}\right)-\sqrt{18}=3$.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x-3$.Arătaţi că $f(3)+f(-3)=-6$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_3(x^2+1)=\log_3 5$.
4.După o scumpire cu 10% preţul unui produs creşte cu 70 de lei.Calculaţi preţul produsului după scumpire.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $P(2,7)$ şi $R(2,9)$.Determinaţi coordonatele mijlocului segmentului PR.
6.Determinaţi lungimea laturii BC a triunghiului ABC dreptunghic în A, ştiind că AC=40 şi $\sin B=\frac{2}{5}$.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă dată de $x*y=xy+x+y$.
1.Calculaţi $(-1)*3$.
2.Arătaţi că $x*y=(x+1)(y+1)-1$, pentru orice numere x şi y.
3.Verificaţi dacă e=0 este elementul neutru al legii „$*$”.
4.Determinaţi numerele reale x pentru care $x*x=x$.
5.Arătaţi că $(-1)*x=-1$, pentru orice număr real x.
6.Calculaţi $(-1)*0*1*\ldots*2012*2013$.

Subiectul III

Pentru fiecare număr real m se consideră matricea $A(m)=\begin{pmatrix} m & 1 & 1\\ 1 & m & 1\\ 1 & 1 & 1\end{pmatrix}$.
1.Arătaţi că $\det\left(A(1)\right)=0$.
2.Calculaţi $A(1)\cdot A(0)$.
3.Arătaţi că $\det\left(A(m)\right)=m^2-2m+1$, pentru orice număr real m.
4.Verificaţi dacă matricea $B=\begin{pmatrix} -1 & 0 & 1\\ 0 & -1 & 1\\ 1 & 1 & -1\end{pmatrix}$ este inversa matricei $A(0)$.
5.Determinaţi numărul real m pentru care suma elementelor matricei $A(m)$ este egală cu 2013.
6.Pentru m=0, rezolvaţi sistemul $\begin{cases} mx+y+z=1\\ x+my+z=1.\\ x+y+z=3\end{cases}$

Testul 65 (Examen de bacalaureat naţional 2013, sesiunea II)

Subiectul I

1.Arătaţi că $3\left(1+\sqrt{3}\right)-\sqrt{27}=3$.
2.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+3$.Arătaţi că $f(-3)+f(3)=6$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $(x+3)^2-x^2-15=0$.
4.După o scumpire cu 10% preţul unui produs este 220 de lei.Calculaţi preţul produsului înainte de scumpire.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $P(2,3)$ şi $R(4,3)$. Determinaţi coordonatele mijlocului segmentului PR.
6.Determinaţi lungimea laturii AB a triunghiului ABC dreptunghic în A, ştiind că BC=20 şi $\cos B=\frac{2}{5}$.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x\circ y=xy+2x+2y+2$.
1.Calculaţi $3\circ(-2)$.
2.Verificaţi dacă legea de compoziţie „$\circ$” este comutativă.
3.Arătaţi că $x\circ y=(x+2)(y+2)-2$, pentru orice numere reale x şi y.
4.Determinaţi numerele reale x pentru care $x\circ x=x$.
5.Verificaţi dacă $x\circ(-2)=-2$, pentru orice număr real x.
6.Calculaţi $(-2013)\circ(-2012)\circ\ldots\circ(-2)$.

Subiectul III

Pentru fiecare număr real m se consideră matricea $A(m)=\begin{pmatrix}1 & 2 & 1\\ -1 & 3 & 1\\ 2 & 1 & m\end{pmatrix}$.
1.Calculaţi $\det(A(0))$.
2.Arătaţi că $\det(A(m))=5m-4$, pentru orice număr real m.
3.Determinaţi numerele reale m pentru care $\det(A(m))=m^2$.
4.Arătaţi că $A(m)+A(-m)=2A(0)$ pentru orice număr real m.
5.Verificaţi dacă $A(0)\cdot\begin{pmatrix}-1 & 1 & -1\\ 2 & -2 & -2\\ -7 & 3 & 5\end{pmatrix}=-4I_3$, unde $I_3=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$.
6.Pentru m=0, rezolvaţi sistemul $\begin{cases}x+2y+z=2\\ -x+3y+z=3.\\ 2x+y+mz=1\end{cases}$

Testul 66(Examen de bacalaureat naţional 2013, model oficial MEN)

Subiectul I

1.Determinaţi valoarea de adevăr a propoziţiei „$\frac{1}{3}-\frac{1}{18}+\frac{1}{12}=\frac{13}{36}$“.

2.Rezolvaţi sistemul de ecuaţii $\begin{cases} 2x+3y=1 \\ 3x+2y=-1 \end{cases}$, x,y$\in\mathbb{R}$.

3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale inecuaţia $x^2+2x-3<0$.

4.Determinaţi domeniul maxim de definiţie D al funcţiei f:D→$\mathbb{R}$, $f(x)=\log_2(3-x)$.

5.Se consideră pătratul ABCD de centru O. Arătaţi că $\overrightarrow{AO}=-\overrightarrow{CD}+\frac{1}{2}\overrightarrow{BD}$.

6.Arătaţi că triunghiul care are laturile de $5\sqrt{2}$, 5 şi 5 este dreptunghic isoscel.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x\circ y=\log_3(3^x+3^y+1)$.

1.Arătaţi că $0\circ 0=1$.

2.Demonstraţi că legea de compoziţie „$\circ$” este comutativă pe $\mathbb{R}$.

3.Determinaţi numărul real x pentru care $x\circ 0=x+1$.

4.Arătaţi că $x\circ y>0$, pentru orice x,y$\in\mathbb{R}$.

5.Verificaţi dacă legea de compoziţie „$\circ$” admite element neutru.

6.Arătaţi că $(x\circ x)\circ x=\log_3(2+3^{x+1})$, pentru orice x$\in\mathbb{R}$.

Subiectul III

Se consideră matricea $A=\begin{pmatrix} m & 1 & 2 \\ 2 & -1 & m \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ şi sistemul (S) $\begin{cases} mx+y+2z=1 \\ 2x-y+mz=2 \\ x+y+z=-1 \end{cases}$, unde m$\in\mathbb{R}$.

1.Pentru m=1, arătaţi că detA=3.

2.Calculaţi determinantul matricei A.

3.Determinaţi numărul real pozitiv m pentru care $\det(2A)=-16$.

4.Pentru m=3, verificaţi dacă tripletul $\left(\frac{7}{5},-\frac{8}{5},-\frac{4}{5}\right)$ este soluţie a sistemului (S).

5.Pentru m=1, rezolvaţi sistemul (S).

6.Pentru m=2, arătaţi că sistemul (S) nu are soluţii.

Teste propuse

Testul 1(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Determinaţi termenul a_3 al progresiei aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$, în care $a_1 = 2$ şi $a_2 = 14$.
2.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x) = x - 4$.Determinaţi numărul real m pentru care $f(3) + f(5) = f(m)$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{5x} = \sqrt{18 - x}$.
4. Se consideră mulţimea A={30,31,32, … ,45}.Determinaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulţimea A, acesta să fie multiplu de 5.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $M(3,1)$ şi $N(1,7)$. Arătaţi că triunghiul OMN este dreptunghic.
6.Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu BC=6 şi măsura unghiului C egală cu 45°. Arătaţi că perimetrul triunghiului ABC este egal cu $6\left(1 + \sqrt{2}\right)$.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x\circ y=\frac{1}{4}(x - 3)(y - 3) + 3$.
1.Arătaţi că $5\circ 7=5$.
2.Determinaţi numărul real x pentru care $1 \circ x = x$.
3.Arătaţi că e=7 este elementul neutru al legii de compoziţie „∘”.
4.Determinaţi numerele naturale n pentru care numărul $N=n\circ(6 - n)$ este natural.
5.Determinaţi numărul real x, ştiind că 5 este simetricul lui x în raport cu legea de compoziţie „∘”.
6.Determinaţi numerele naturale m şi p pentru care $2^m \circ 3^p = 4$.

Subiectul III

Se consideră matricele $I_2 = \begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ şi $A(x) = \begin{pmatrix}2 & x\\ 0 & x - 3\end{pmatrix}$, unde x este număr real.
1.Arătaţi că $\det\big(A(5)\big) = 4$.
2.Determinaţi numărul real x pentru care $3A(5) - A(1) = 2A(x)$.
3.Determinaţi numărul real m pentru care $A(4) \cdot A(4) + 2I_2 = mA(4)$.
4.Determinaţi numerele reale x pentru care $\det\big(A(x) + A(x^2)\big) = 0$.
5.Determinaţi numerele reale a şi b pentru care suma elementelor matricei $A(x) \cdot A(a)$ este egală cu b, pentru orice număr real x.
6.Se consideră matricea $B=\begin{pmatrix}4\\ 0\end{pmatrix}$. Determinaţi matricea $C\in\mathcal{M}_{2,1}(\mathbb{R})$ pentru care $A(5) \cdot C = B$.

Testul 2(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\sqrt{6}\cdot\left(2-3\sqrt{6}\right)+\sqrt{36}-\sqrt{24}=-12$.
2.Se consideră funcţiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3x+9$.Determinaţi abscisa punctului de intersecţie a graficului funcţiei f cu axa Ox.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{x^2+4x-20}=x$.
4. Determinaţi probabilitatea ca, alegând un mumăr n din mulţimea $A=\{1,2,\dots,10\}$, n^3 să fie număr natural de două cifre.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(4,2)$ şi $B(2,5)$. Determinaţi distanţa dintre punctele B şi M, unde M este mijlocul segmentului OA.
6.Arătaţi că $\sqrt{3}\cos 60^\circ+2\sin 30^\circ-\sin 60^\circ=1$.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=\frac{xy}{4}+6-x-y$.
1.Arătaţi că $1*3=3$.
2.Determinaţi numărul real x pentru care $x*4=5$.
3.Arătaţi că $x*y=\frac{1}{3}(x-3)(y-3)+3$, pentru orice numere reale x şi y.
4.Arătaţi că,dacă x şi y sunt numere reale pentru care $x*(y+1)=(x-1)*y$, atunci $x+y=6$.
5.Arătaţi că, dacă $x\in[3,+\infty)$ şi $y\in[3,+\infty)$, atunci $x*y\in[3,+\infty)$.
6.Determinaţi perechile (m,n) de numere naturale pentru care $9^m*(n+1)=(3^{2m}-1)*n$.

Subiectul III

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}9 & 4\\ 6 & -1\end{pmatrix}$ şi $B(x)=\begin{pmatrix}x+2 & 2\\ 3 & x-2\end{pmatrix}$ unde x este număr real.
1.Arătaţi că $\det\left(B(4)\right)=6$.
2.Arătaţi că $2B(3)+B(6)=3B(4)$.
3.Determinaţi numărul real a pentru care $B(-2)\cdot B(5)=aB(0)$.
4.Determinaţi numărul întreg m pentru care $\det(2B(m)-A)<0$.
5.Determinaţi perechile (n,p) de numere naturale pentru care $B(n)\cdot B(-n)=2pI_2$, unde $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.
6.Determinaţi matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $B(4)\cdot X=2A$.

Testul 3(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\frac{6}{7}\cdot\left(1-\frac{1}{8}\right)+\frac{5}{4}=2$.
2.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=5x-1$ şi numărul $a=f(1)$ Calculaţi $f(a)$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $10^4\cdot 10^x=1000$.
4.După două ieftiniri succesive, cu câte 50%, un obiect costă 300 de lei.Determinaţi preţul obiectului înainte de cele două ieftiniri.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0,4)$, $B(2,6)$ şi C, mijlocul segmentului OB. Arătaţi că $AC=\sqrt{2}$.
6.Arătaţi că $2\cos 45^\circ\cdot\sin 30^\circ-\sqrt{2}\cos 60^\circ=0$.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=xy-2x-y+4$.
1.Arătaţi că $3*3=4$.
2.Determinaţi numărul real x pentru care $(-2)*x=x$.
3.Determinaţi numerele reale x pentru care $x*(-x)=2x$.
4.Arătaţi că $x*y=(x-1)(y-2)+2$, pentru orice numere reale x şi y.
5.Determinaţi numerele reale nenule a pentru care $(a*4)*4=\frac{1}{a}$.
6.Determinaţi perechile (n,p) de numere naturale pentru care $n*p=n$.

Subiectul III

Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ şi $A(x)=\begin{pmatrix}4-x & -x\\ x & 1-x\end{pmatrix}$, unde x este număr real.
1.Arătaţi că $\det(A(2))=2$.
2.Determinaţi numărul real a pentru care $3A(2)-A(4)=2A(a)$.
3.Determinaţi numerele reale x pentru care $\det(A(x))=x$.
4.Arătaţi că matricea $B=\frac{1}{2}(I_2-A(2))$ este inversa matricei $A(2)$.
5.Determinaţi numerele reale x şi y pentru care $A(x)\cdot A(x)=yI_2$.
6.Demonstraţi matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $X-A(2)\cdot X=A(3)$.

Testul 4(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\sqrt{144}-9\sqrt{3}+3\sqrt{3}\cdot\left(3-\sqrt{3}\right)=3$.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=7x-6$. Determinaţi numărul real a pentru care $f(a)=5a$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $27\cdot 3^x=3^6$.
4.După o ieftinire cu 17%, preţul unui obiect s-a micşorat cu 85 de lei. Determinaţi preţul obiectului înaite de ieftinire.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(4,0)$, $B(0,2)$ şi $C(6,6)$. Arătaţi că MA=MB, unde punctul M este mijlocul segmentului OC.
6.Arătaţi că $4(\cos 30^\circ)^2-(\cos 45^\circ)^2-2(\cos 60^\circ)^2=2$.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=\frac{x+y}{4}-2$.
1.Arătaţi că $5*11=2$.
2.Determinaţi numărul real x pentru care $3*x=x$.
3.Determinaţi numerele reale x pentru care $x*x^2=1$.
4.Arătaţi că $(2x)*(2y)=2\cdot\left(x*(y+4)\right)$, pentru orice numere reale x şi y.
5.Determinaţi numerele naturale n pentru care $(4n)*\left((2n)*n\right)\leq -n$.
6.Determinaţi $x\in(0,+\infty)$ pentru care $\lg x*\lg x=(-6)*\lg\frac{1}{x}$.

Subiectul III

Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$, $A=\begin{pmatrix}1&0\\6&-2\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1&0\\2&0\end{pmatrix}$ şi $M(x,y)=xA+yB$, unde x şi y sunt numere reale.
1.Arătaţi că $\det A=-2$.
2.Determinaţi numărul real a pentru care $A+2I_2=aB$.
3.Arătaţi că $A\cdot A+A=2I_2$.
4.Determinaţi numerele reale x şi y pentru care $M(x,y)\cdot A=B$.
5.Arătaţi că,dacă x şi y sunt numere reale distincte astfel încât $\det\left(M(x,y)\right)=\det\left(M(y,x)\right)$, atunci x+y=0.
6.Determinaţi numerele reale x pentru care $M(x,x)\cdot M(x,-x)=M(-2,2)$.

Testul 5(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $0,25\cdot 6+(4-1,5):5=2$.
2.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+2x-3$ şi numărul real m, ordonata punctului de intersecţie a graficului funcţiei f cu axa Oy. Calcuaţi $f(m)$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $x=3\sqrt{3x}$.
4.După o scumpire cu 10%, un obiect costă 440 de lei.Obiectul este scumpit din nou, cu 5%. Calculaţi diferenţa dintre preţul obiectului după cele două scumpiri şi preţul înainte de cele două scumpiri.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3,3),B(6,4)$ şi C, astfel încât A este mijlocul segmentului BC. Determinaţi lungimea segmentului OC.
6.Se consideră triunghiul DEF, dreptunghic în D, cu DF=3 şi $\sin E=\frac{1}{3}$. Arătaţi că $DE=6\sqrt{2}$.

Subiectul II
Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=(x-3y)(y-3x)+3$.
1.Arătaţi că $1*2=6$.
2.Arătaţi că legea de compoziţie „$*$” este comutativă.
3.Determinaţi numerele reale x pentru care $x*0=0$.
4.Arătaţi că $x*(x+1)=5x(x+1)+3$, pentru orice număr real x.
5.Determinaţi numărul real x pentru care $(x-1)*x=(x+1)*(x+2)$.
6.Determinaţi numerele reale m pentru care $x*(mx)=3$, pentru orice număr real x.

Subiectul III

Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$, şi $A(x)=\begin{pmatrix}x & x-1\\ 2-x & 3-x\end{pmatrix}$, unde x este un număr real.
1.Arătaţi că $\det\big(A(4)\big)=2$.
2.Determinaţi numărul real x pentru care $A(3)+3A(x)=4A(6)$.
3.Arătaţi că $A(5)\cdot\big(3I_2-A(5)\big)=2I_2$.
4.Arătaţi că $\det\big(A(0)\cdot A(1)-A(x)\big)=0$, pentru orice număr real x.
5.Arătaţi că numărul $N=\det(A(n)+nI_2)$ este natural par, pentru orice număr natural n.
6.Determinaţi matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $A(5)\cdot X=A(0)+3X$.

Testul 6(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $3\cdot\left(\frac{3}{2}-\frac{1}{6}\right)+3:\frac{1}{3}=13$.
2.Se consideră funcţiile f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=5x-3$ şi g:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=2x+8$.Determinaţi numărul real m pentru care $f(1)+g(1)=2m$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $2^{-x}=2^{2x-9}$.
4.Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr n din mulţimea A={0,1,2,3, … ,19}, numărul 3n+4 să aparţină mulţimii A.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0,1)$,$B(6,0)$, $C(4,5)$ şi D, mijlocul segmentului AC. Determinaţi distanţa dintre punctele B şi D.
6.Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu AB=8 şi AC=4. Arătaţi că sinB=$\frac{\sqrt{5}}{5}$.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x*y=xy+72-8x-8y$.
1.Arătaţi că $0*8=8$.
2. Arătaţi că $x*y=(x-8)(y-8)+8$, pentru orice numere reale x şi y.
3.Arătaţi că e=9 este elementul neutru al legii de compoziţie „$*$”.
4.Determinaţi simetricul numărului $\frac{23}{3}$ în raport cu legea de compoziţie „$*$”.
5.Calculaţi $2^0*2^1*2^2*2^3*2^4$.
6.Determinaţi numerele naturale de forma $\overline{ab}$ pentru care $a*b=11$.

Subiectul III

Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ şi $M(a)=\begin{pmatrix}a & -3\\ 1 & 2-a\end{pmatrix}$, unde a este număr real.
1.Arătaţi că $\det\big(M(1)\big)=4$.
2.Arătaţi că $3M(4)-M(2)=2M(5)$.
3.Determinaţi numerele real a pentru care $\det\big(M(a)\big)=0$.
4.Determinaţi numărul real x pentru care $M(3)\cdot M(3)=xM(3)$.
5.Determinaţi matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $M(1)\cdot X=2M(-1)$.
6.Determinaţi numerele întregi m pentru care $\det(M(m)+mI_2)\leq\det\big(M(-2m)\big)$.

Testul 7(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\sqrt{6}\cdot(\sqrt{6}-3)-\sqrt{16}+3\sqrt{6}=2$.
2.Se consideră funcţiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=4x-1$.Determinaţi numărul real a pentru care $f(a)=5f(1)$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $3^{6+x}=3^{4-x}$.
4.Se consideră mulţimea $A=\{1,2,3,\dots,16\}$. Determinaţi probabilitatea ca, alegând un mumăr din mulţimea A, acesta să fie divizor al lui 16.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(8,4)$,$B(0,5)$ şi C, mijlocul segmentului OA. Determinaţi distanţa dintre punctele B şi C.
6.Arătaţi că $2\cos 60^\circ-(\cos 45^\circ)^2-\sin 30^\circ=0$

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=xy+x+y+7$.
1.Arătaţi că $2*4=21$.
2.Arătaţi că $x*y=(x+1)(y+1)+6$, pentru orice numere reale x şi y.
3.Determinaţi numărul real x pentru care $(-7)*x=7+x$.
4.Determinaţi numerele reale x pentru care $x*(-x)=3$.
5.Determinaţi $x\in[0,+\infty)$ pentru care $(x-6)*\left(6-\sqrt{x}\right)=6$.
6.Arătaţi că, pentru orice număr natural n, divizibil cu 3, numărul natural $(n+1)*(n+2)$ este divizibil cu 3.

Subiectul III

Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$, $A=\begin{pmatrix}1&3\\-1&1\end{pmatrix}$ şi $B(a,b)=\begin{pmatrix}a&b\\a&a\end{pmatrix}$ unde a şi b sunt numere reale.
1.Arătaţi că $\det(B(1,-1))=2$.
2.Arătaţi că $A\cdot B(1,-3)=4I_2$.
3.Determinaţi numerele reale a şi b pentru care $A-2I_2=B(a,b)$.
4.Determinaţi matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $X\cdot B(1,-1)=A$.
5.Ştiind că a şi b sunt numere reale, $a\neq 0$, astfel încât $\det(aA-B(a,b))=0$, arătaţi că $3a=b$.
6.Determinaţi perechile (a,b) de numere reale, cu $a<b$, pentru care $(a+b)B(a,b)+bB(a+b,-b)=B(25,6)$.

Testul 8(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $3\cdot(1,4-0,2)+0,8:2=4$.
2.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x-1$. Determinaţi numărul real a pentru care $f(a)=f(3)-a$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_2(5x-9)=\log_2(2x)$.
4.După o scumpire cu 35%, preţul unui obiect a crescut cu 91 de lei.Determinaţi preţul obiectului înainte de scumpire.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(5,2)$, $B(1,4)$, $C(0,6)$ şi M, mijlocul segmentului AB. Arătaţi că OM=CM.
6.Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu AC=16 şi 5AC=4BC. Arătaţi că AB=12.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=xy-7(x+y)+16$.
1.Arătaţi că $0*2=2$.
2.Arătaţi că legea de compoziţie „$*$” este comutativă.
3.Determinaţi numărul real x pentru care $x*5=5$.
4.Determinaţi perechile (m,n) de numere naturale, cu $m<n$, pentru care $(-m)*(-n)=(m*n)+42$.
5.Determinaţi numărul real x pentru care $(1+3^x)*(1-3^x)=0$.
6.Arătaţi că $x*\frac{1}{x}\leq 3$, pentru orice $x\epsilon(0,+\infty)$.

Subiectul III

Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ şi $M(x)=\begin{pmatrix}2 & x\\ 3x & 2\end{pmatrix}$, unde x este număr real.
1.Arătaţi că $\det\big(M(1)\big)=1$.
2.Arătaţi că $M(1)+2M(4)=3M(3)$.
3.Determinaţi numărul real a pentru care $M(2)\cdot M(-2)=aI_2$.
4.Determinaţi numerele reale x pentru care $\det\big(M(x)+M(-2x)\big)=4$.
5.Determinaţi numerele reale x şi y pentru care $M(x)\cdot M(-1)+M(y)=12M(-1)$.
6.Demonstraţi că numărul natural $N=\det(2M(1)+nI_2)$ este multiplu de 4, pentru orice număr natural par n.

Testul 9(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Se consideră progresia aritmetică $(a_n)_{n\geq 1}$ cu $a_2 = 5$ și $a_3 = 7$.Calculaţi a_1.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - x + 5$.Arătaţi că $f(0) = f(1)$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $5^{3x-2} - 25 \cdot 5^x = 0$.
4.După ce parcurge 75% din lungimea unui traseu montan, un alpinist constată că mai are de parcurs 3 km până la finalul traseului.Calculaţi lungimea întregului traseu montan.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3,2)$şi $B(7,5)$.Determinaţi lungimea segmentului AC, ştiind că punctul B este mijlocul segmentului AC.
6.Arătaţi că $4(\cos 30^\circ \cdot \sin 60^\circ - \sin 45^\circ \cdot \cos 45^\circ) = 1$.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x\circ y=\frac{x+y}{2}-2$.
1.Arătaţi că $(-2)\circ 6=0$.
2.Arătaţi că legea de compoziţie „$\circ$”este comutativă.
3.Demonstraţi că $(2x + 3) \circ 1 = x$, pentru orice număr real x.
4.Determinaţi numerele reale x pentru care $x^2 \circ x = 1$.
5.Arătaţi că $(x^2 + 3) \circ (4x + 7) \geq 1$, pentru orice număr real x.
6.Determinaţi perechile (m, n) de numere naturale, cu $m<n$, pentru care $m\circ n\leq 0$.

Subiectul III

Se consideră matricele $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ şi $A(a)=\begin{pmatrix} a+1 & a \\ a & a-1 \end{pmatrix}$, unde a este număr real.
1.Arătaţi că $\det(A(2)) = -1$.
2.Arătaţi că $A(2) + A(0) = 2A(1)$.
3.Arătaţi că $A(0) \cdot A(0) = I_2$.
4.Demonstraţi că matricea $A(a)$ este inversabilă, pentru orice număr real a.
5.Determinaţi numerele reale a pentru care $\det(A(a) + aI_2) = 11$.
6.Se consideră matricea $C(a, b) = aA(b) + bA(a)$, unde a şi b sunt numere reale. Determinaţi perechile (a, b)de numere naturale pentru care suma elementelor matricei $C(a, b)$ este egală cu 24.

Testul 10(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\sqrt{5}\left(2\sqrt{5}-\sqrt{10}\right)-2+5\sqrt{2}=8$.
2.Se consideră funcţiile f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3x+1$ şi g:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=x-7$.Determinaţi abscisa punctului de intersecţie a graficelor funcţiilor f şi g.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $3^{3x}\cdot\frac{1}{3^4}=9^x$.
4.În cadrul unei campanii promoţionale toate produsele se vând cu 60% din preţul afişat la raft, iar produsele electronice sunt ieftinite cu încă 10% din noul preţ. Determinaţi preţul de vânzare în cadrul campaniei al unui produs electronic cu preţul afişat la raft de 800 de lei.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(5,1)$,$B(3,5)$,$C(4,8)$ şi D, mijlocul segmentului AB. Arătaţi că triunghiul ODC este isoscel.
6.Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu AC=4 şi sinC=$\frac{1}{3}$. Arătaţi că AB=$\sqrt{2}$.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x\circ y=x+y-\frac{xy}{7}+1$.
1.Arătaţi că $1\circ 7=8$.
2.Arătaţi că $x\circ y=8-\frac{1}{7}(x-7)(y-7)$, pentru orice numere reale x şi y.
3.Determinaţi numărul real x pentru care $x\circ 6=6$.
4.Determinaţi perechile (m,n)de numere întregi, cu m<n, pentru care $m\circ n=\frac{1}{7}$.
5.Determinaţi numerele reale x pentru care $(0\circ x)\circ(x+1)=1$.
6.Determinaţi tripletele (a,b,c) de numere reale, ştiind că numerele a,b şi c sunt, în această ordine, termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice cu raţia 7 şi $b\circ c=-6$.

Subiectul III

Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$, $A=\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}$ şi $B(x)=\begin{pmatrix}2x&1-x\\3x+1&1\end{pmatrix}$, unde x este un număr real.
1.Arătaţi că $\det\left(B(1)\right)=2$.
2.Arătaţi că $B(1)\cdot B(2)-B(2)=11A$.
3.Determinaţi numerele reale a pentru care $\det(B(-1)+aA)=0$.
4.Arătaţi că $B(-x)+2B(x)=3B\left(\frac{x}{3}\right)$, pentru orice număr real x.
5.Determinaţi numărul real x pentru care $A\cdot(B(x)+I_2)=B(x)\cdot A$.
6.Arătaţi că, pentru orice numere întregi m şi n, numărul $N=\det\left(B(2m)-B(2n+1)\right)$ este natural, multiplu impar de 3.

Testul 11(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\sqrt{3}(\sqrt{3}+2)-2\sqrt{3}+2=5$.
2.Se consideră funcţiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x+3$ şi $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=3x+2$.Determinaţi numărul real m pentru care $g(m)=f(m)$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $2^{4x-2}=2^{3-x}$.
4.Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr n din mulţimea A={1,2,3,4,5,6,7,8,9}, numărul 2n+2 să aparţină mulţimii A.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0,3)$ şi $B(4,0)$. Calculaţi aria triunghiului AOB.
6.Arătaţi că $(\sin 60^\circ-\sin 30^\circ)(\sin 60^\circ+\sin 30^\circ)=\sin 45^\circ\cdot\cos 45^\circ$.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x\circ y=4xy-3(x+y-1)$.
1.Arătaţi că $1\circ 2=2$.
2. Arătaţi că $e=1$ este elementul neutru al legii de compoziţie „$\circ$”.
3.Determinaţi numărul real x pentru care $(x\circ 2)+(x\circ 3)=5$.
4.Determinaţi numerele naturale n pentru care $(3n+1)\circ 1<7$.
5. Demonstraţi că $x\circ y=4\left(x-\frac{3}{4}\right)\left(y-\frac{3}{4}\right)+\frac{3}{4}$, pentru orice numere reale x şi y.
6.Arătaţi că $\frac{1}{2}\circ\frac{2}{3}\circ\frac{3}{4}\circ\frac{4}{5}\circ\frac{5}{6}$.

Subiectul III

Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$ şi $A(a)=\begin{pmatrix}a+1&1\\-1&a-1\end{pmatrix}$, unde a este număr real.
1.Arătaţi că $\det(A(1))=1$.
2.Demonstraţi că $I_2+A(a-1)=A(a)$, pentru orice număr real a.
3.Determinaţi numerele real a pentru care $\det(A(a))=a$.
4.Determinaţi numărul real a pentru care $A(a)\cdot A(a)=\begin{pmatrix}8&4\\-4&0\end{pmatrix}$.
5.Determinaţi matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $X\cdot A(1)=A(2)$.
6.Demonstraţi că $\det(A(a)+I_2)\geq 0$, pentru orice număr real a.

Testul 12 (Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\sqrt{3}\cdot(5-\sqrt{3})-5\sqrt{3}+4=1$.
2.Se consideră funcţiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=6x-5$ .Determinaţi numărul real a pentru care $f(a)=a$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{x^2+6x+10}=1$.
4.Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr n din mulţimea A={0,1,2,3,4,5,6,7,8}, numărul n^2 să aparţină mulţimii A.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(4,3)$ şi $B(-4,7)$. Arătaţi că OA=OM, unde punctul M este mijlocul segmentului AB.
6.Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu AB=6,AC=4 şi punctul M mijlocul segmentului AB. Arătaţi că perimetrul triunghiului AMC este egal cu 12.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x\circ y=2xy-3(x+y)+6$.
1.Arătaţi că $2\circ 2=2$.
2. Arătaţi că e= 2 este elementul neutru al legii de compoziţie „$\circ$”.
3.Determinaţi mulţimea numerelor reale x pentru care $x\circ 3\leq 3$.
4.Arătaţi că $x\circ y=2\left(x-\frac{3}{2}\right)\left(y-\frac{3}{2}\right)+\frac{3}{2}$, pentru orice numere reale x şi y.
5.Determinaţi numerele reale x pentru care $x\circ x=x$.
6.Determinaţi numărul natural nenul n pentru care $n\circ\frac{1}{n}$ este număr natural.

Subiectul III

Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$ şi $A(a)=\begin{pmatrix}1&0\\a-1&a\end{pmatrix}$, unde a este număr real.
1.Arătaţi că $\det(A(2))=2$.
2.Arătaţi că $2A(3)-A(5)=I_2$.
3.Determinaţi numerele reale a pentru care $\det(A(a+1))=2a^2$.
4.Arătaţi că $A(a)\cdot A(b)=A(ab)$, pentru orice numere reale a şi b.
5.Determinaţi inversa matricei $B=A(2)\cdot A(3)$.
6.Determinaţi perechile (a,b) de numere naturale pentru care $\det(bA(a))=4$.

Testul 13(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Se consideră progresia geometrică $(b_n)_{n\geq 1}$ cu $b_1 = 3$ și $b_2 = 6$.Calculați b_3.
2.Se consideră funcția f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = 6x + 2$. Determinați numărul real a pentru care $f(a) = 8$.
3.Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_2(3x + 4) = \log_2(4x + 1)$.
4.După o scumpire cu 25%, prețul unui obiect a crescut cu 40 de lei.Determinați prețul obiectului înainte de scumpire.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(4,0)$, $B(4,8)$ și $C(0,4)$.Demonstrați că BM=CM, unde punctul M este mijlocul segmentului AB.
6.Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu AC=12 și BC=13. Arătați că perimetrul triunghiului ABC este egal cu 30.

Subiectul II

Pe mulțimea $M=(0,+\infty)$ se definește legea de compoziție $x\circ y=\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+2$.
1.Arătați că $1\circ 1=4$.
2.Determinați $x\in M$ pentru care $x\circ x=3$.
3.Arătați că legea de compoziție „$\circ$” este comutativă.
4.Determinați $x\in M$ pentru care $x\circ \frac{1}{x} = 4$.
5.Determinați numerele naturale n pentru care $(n + 1) \circ (n + 1)$ este număr natural.
6.Determinați $x\in(1,+\infty)$ pentru care $(\log_2 x) \circ (\log_x 2) = \frac{9}{2}$.

Subiectul III

Se consideră matricele $I_2 = \begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $A(a) = \begin{pmatrix}a-6 & 2\\ 2 & a+2\end{pmatrix}$, unde a este număr real.
1.Arătați că $\det(A(6)) = -4$.
2.Arătați că $A(3)\cdot A(1) = 19I_2$.
3.Demonstrați că $A(a) + A(-a) = 2A(0)$, pentru orice număr real a.
4.Determinați numărul real a pentru care $\det(A(a)) = -20$.
5.Determinați numerele reale a pentru care $A(a^2) - A(a) = 2I_2$.
6.Determinați numerele reale x și y pentru care $A(-1)\cdot\begin{pmatrix}x\\ y\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-1\\ 9\end{pmatrix}$.

Testul 14(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $0,25:0,5+\frac{1}{2}=1$.
2.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-4x$.Determinaţi numerele naturale n pentru care $f(n)\geq n^2-8$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $2\log_2(3x-1)=\sqrt{36}$.
4.După o scumpire cu 20%, preţul unui produs creşte cu 80 de lei. Calculaţi preţul final al produsului.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-1,2)$,$B(1,m)$ şi $C(3,6)$, unde m este număr real. Determinaţi numărul real m, astfel încât punctul C să fie simetricul punctului A faţă de punctul B.
6.Arătaţi că $\sin30^\circ\cdot\cos45^\circ-\frac{1}{2}\cdot\sin45^\circ=0$.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x\circ y=\frac{1}{2}xy-x-y+4$.
1.Arătaţi că $2\circ1=2$.
2.Demonstraţi că $x\circ y=\frac{1}{2}(x-2)(y-2)+2$, pentru orice numere reale x şi y.
3.Arătaţi că $e=4$ este elementul neutru al legii de compoziţie „$\circ$”.
4.Arătaţi că numărul $N=m\circ n$ este natural par, pentru orice numere naturale nenule pare m şi n.
5.Determinaţi numerele reale x pentru care $x\circ x=4$.
6.Determinaţi numerele reale x pentru care $4^x\circ 8^x=2$.

Subiectul III

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}-1 & 3\\ 3 & 2\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$, $O_2=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$ şi $B=\begin{pmatrix}a+1 & 3\\ 3 & a+4\end{pmatrix}$, unde a este număr real.
1.Arătaţi că $B(1)-B(0)=I_2$.
2.Arătaţi că $B(-1)\cdot B(-4)=9I_2$.
3.Determinaţi numerele reale a pentru care $\det(B(a))=a$.
4.Demonstraţi că matricea $C(n)=B(n)-A$ este inversabilă, pentru orice număr natural n.
5.Determinaţi numărul real a, ştiind că $A\cdot A=B(a)$.
6.Determinaţi numerele reale a, $a\geq0$, pentru care $B(a)-B(\sqrt{a})=O_2$.

Testul 15 (Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Se consideră progresia aritmetică $(a_n)_{n\geq 1}$ cu $a_1 = 5$ şi $a_2 = 7$. Calculaţi a_3.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = 5x - 6$ .Determinaţi numărul real m pentru care punctul $A(m, 4)$ aparţine graficului funcţiei f.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $8^x = 2^{4x-2}$.
4.La o competiţie sportivă 30% dintre concurenţi sunt fete.Determinaţi numărul total de concurenţi, ştiind că la competiţie au participat 60 de fete.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,3)$,$B(3,1)$ şi C(a, a), unde a este număr real. Determinaţi numărul real a pentru care segmentele AB şi OC au acelaşi mijloc.
6.Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu AC=$8\sqrt{3}$ şi BC=16. Demonstraţi că triunghiul AMB este echilateral, unde punctul M este mijlocul segmentului BC.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x\circ y=3(xy - 2x - 2y) + 14$.
1.Arătaţi că $4 \circ 4 = 2 \circ 2$.
2.Demonstraţi că x∘3=3, pentru orice număr real x .
3.Arătaţi că e= $\frac{13}{4}$ este elementul neutru al legii de compoziţie „∘”.
4.Determinaţi numerele reale x pentru care x∘x=7.
5.Arătaţi că x∘y≥3, pentru orice numere reale x≥3 şi y≥3.
6.Demonstraţi că, dacă m şi n sunt numere naturale nenule şi m∘n=15, atunci m+n=10.

Subiectul III

Se consideră matricele $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 6 & -2 \end{pmatrix}$ şi $X(a) = I_2 + aA$, unde a este un număr real.
1.Arătaţi că $\det A = 0$.
2.Arătaţi că A·A=A.
3.Determinaţi numerele reale a pentru care $\det(X(a)) = 2a^2$.
4.Demonstraţi că $A\cdot X(a) = (a + 1)A$, pentru orice număr real a.
5.Demonstraţi că $X(m) \cdot X(n) = X(m + n + mn)$, pentru orice numere reale m şi n.
6.Demonstraţi că, dacă a şi b sunt numere reale distincte pentru care $X(a) \cdot X(a) = X(b) \cdot X(b)$, atunci a+b+2=0.

Testul 16(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\sqrt{32}-4\left(\sqrt{2}-1\right)=4$.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-3x+a$, unde a este număr real, Arătaţi că $f(2)=f(1)$, pentru orice număr real a.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_3(4-x)=\log_3(x+2)$.
4.Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulţimea numerelor naturale de două cifre , acesta să aibă produsul cifrelor egal cu 6.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(a,3)$, $B(0,1)$ şi $C(2,5)$, unde a este număr real. Determinaţi numărul real a , ştiind că punctul A este mijlocul segmentului BC.
6.Arătaţi că $\cos60^\circ+\sqrt{2}\cos45^\circ+\sin30^\circ=2$.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x*y=4(5-x-y)+xy$.
1.Arătaţi că $4*0=4$.
2.Demonstraţi că $x*y=(x-4)(y-4)+4$, pentru orice numere reale x şi y.
3.Arătaţi că $e=5$ este elementul neutru al legii de compoziţie „$*$”.
4.Arătaţi că $\frac{29}{8}$ este simetricul lui $\frac{4}{3}$ în raport cu legea de compoziţie „$*$”.
5.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $16^x*4^x=4$.
6.Calculaţi $4*5*6*\ldots*2023$.

Subiectul III

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}-1 & 3\\ 3 & 1\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ şi $B(a)=\begin{pmatrix}a+2 & 1\\ 1 & a\end{pmatrix}$, unde a este număr real.
1.Arătaţi că $\det\left(B(0)\right)=-10$.
2.Arătaţi că $A\cdot A=10I_2$.
3.Determinaţi numerele real a pentru care $\det\left(A+B(a)\right)=0$.
4.Determinaţi numărul real a pentru care $B(a)\cdot B(-2)=B(0)-I_2$.
5.Demostraţi că matricea $B(a-1)$ este inversabilă, pentru orice număr raţional a.
6.Determinaţi matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, ştiind că $X\cdot B(0)=A$.

Testul 17 (Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\sqrt{64}+\sqrt{25}-\sqrt{169}=0$.
2.Se consideră funcţiile f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3x+3$ şi g :$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$g(x)=x^2+3$ Determinaţi numerele naturale n pentru care $f(n)\geq g(n)$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $2+\log_2(2x-1)=\log_2 12$.
4.Preţul unui obiect este de 250 de lei.Determinaţi preţul obiectului după ce se scumpeşte de două ori, succesiv, cu câte 20%.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(4,0)$ şi $M(6,3)$.Determinaţi coordonatele punctului B, ştiind că punctul M este mijlocul segmentului AB.
6.Arătaţi că $\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\sin 60^\circ-\frac{1}{\sqrt{3}}\cdot\cos 60^\circ\cdot\cos 30^\circ=\frac{1}{2}$.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=x+y-5$.
1.Arătaţi că $3*(-3)=-5$.
2.Arătaţi că legea de compoziţie „$*$” este asociativă.
3.Arătaţi că $1*2*3*4*5*6*7*8>0$.
4.Determinaţi numărul real x pentru care $x*x*x=(x+1)*x$.
5.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $4^x*2^x=1$.
6.Arătaţi că $x^2*\frac{1}{x^2}\geq -3$, pentru orice număr real nenul x.

Subiectul III

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 0 & -1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 2 & -1\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ şi $O_2=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$.
1.Arătaţi că $\det A=-1$.
2.Arătaţi că $A\cdot A-B\cdot B=O_2$.
3.Determinaţi numerul real x pentru care $\det(A\cdot A-xI_2)=0$.
4.Determinaţi numărul real x pentru care $A-B-xI_2=\begin{pmatrix}-2 & 1\\ -2 & -2\end{pmatrix}$.
5.Determinaţi numerele reale a pentru care $\det\big(a(A+B)\big)=-6$.
6.Rezolvaţi în $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ ecuaţia $A\cdot X=B$.

Testul 18(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\left(\frac{3}{5}\right)^{-1}+2\frac{1}{3}=4$.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+1$.Determinaţi numărul real a pentru care $f(a)$ este media aritmetică a numerelor $f(2)$ şi $f(4)$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $2\sqrt{x+1}+3=5$.
4.Determinaţi probabilitatea ca, alegând un număr n din mulţimea M={1,2,3, … ,2024}, acesta să fie multiplu de 2.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3,1)$,$B(-1,-2)$ şi $C(-1,1)$.Arătaţi că triunghiul ABC este dreptunghic.
6.Lungimea razei cercului circumscris triunghiului ABC este 5, iar AC=10.Calculaţi sinB.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x\circ y=xy+6(x+y)+42$.
1.Arătaţi că $(-2)\circ(-3)=6$.
2.Demonstraţi că $x\circ y=(x+6)(y+6)-6$, pentru orice numere reale x şi y.
3.Arătaţi că $e=-5$ este elementul neutru al legii de compoziţie „$\circ$”.
4.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale inecuaţia $x\circ(x+2)\leq -6$.
5.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $2^x\circ(-5)=16$.
6.Determinaţi numărul real a pentru care $2(a\circ 1)=a+(a\circ 2)$.

Subiectul III

Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$, A=$\begin{pmatrix}0 & 2\\ 3 & 1\end{pmatrix}$ şi $M(x)=I_2+xA$, unde x este număr real.
1.Arătaţi că detA=-6.
2.Demonstraţi că $M(x)=\begin{pmatrix}1 & 2x\\ 3x & x+1\end{pmatrix}$, pentru orice număr real x.
3.Arătaţi că suma elementelor matricei B este pătratul unui număr natural, unde
$B=(-1)\cdot M(-1)\cdot M(1)$.
4.Determinaţi numerele reale x pentru care $\det\big(M(x)\big)=0$.
5.Arătaţi că matricea C este inversabilă, unde $C=M(1)-M(2)+M(3)-M(4)$.
6.Determinaţi perechile (a,b) de numere naturale pentru care $aM(b)+bM(a)=I_2$.

Testul 19(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\sqrt{2}\left(2\sqrt{2}+\sqrt{6}\right)-2\sqrt{3}=4$.
2.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3x+1$ .Determinaţi numărul real pozitiv a pentru care $f(a)$ este media geometrică a numerelor $f(0)$ şi $f(5)$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $4\cdot 3^{x+1}=36$.
4.Preţul unui produs este 300 de lei.După o scumpire cu p% preţul produsului devine 390 de lei.Calculaţi p.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,-1)$,$B(1,1)$ şi $C(m,3)$ .Determinaţi numărul real m pentru care punctul C aparţine dreptei AB.
6.Se consideră triunghiul ABC dreptunghic în A, AC=6 şi măsura unghiului B este egală cu 60°. Arătaţi că $BC=4\sqrt{3}$.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x\circ y=\frac{1}{4}xy-x-y+8$.
1.Arătaţi că $1\circ(-4)=10$.
2.Verificaţi dacă e=8 este elementul neutru al legii de compoziţie „$\circ$” .
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale pozitive ecuaţia $\sqrt{x}\circ 8=2$.
4.Determinaţi numerele naturale n pentru care $2\circ n<(2n)\circ 1+1$.
5.Demonstraţi că $x\circ y=\frac{1}{4}\cdot(x-4)(y-4)+4$, pentru orice numere reale x şi y.
6.Calculaţi $\sqrt{1}\circ\sqrt{2}\circ\ldots\circ\sqrt{2024}$.

Subiectul III

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 2 & -1\end{pmatrix}$, $B(a)=\begin{pmatrix}a & 1\\ 1 & a+2\end{pmatrix}$ şi $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$, unde a este un număr real.
1.Arătaţi că $A\cdot A=5I_2$.
2.Determinaţi numerele reale a pentru care $\det(B(a)+A)=0$.
3.Demonstraţi că $B(q-1)$ este inversabilă pentru orice număr raţional q.
4.Determinaţi numerele reale a pentru care $B(a)\cdot B(a)=B\left(\frac{5}{4}\right)$.
5.Determinaţi numerele reale pozitive x pentru care $B(\log_2 x)-B(\log_4 x)=I_2$.
6.Determinaţi matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $X\cdot B(0)=A$.

Testul 20(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\log_2 32 - \log_2 4 + \log_2 1 = 1$.
2. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = 5x + 4$. Determinaţi numărul real m pentru care punctul $A(m, 2024)$ aparţine graficului funcţiei f.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{7x - 2} = \sqrt{5}$.
4.După două scumpiri succesive cu 30% preţul unui obiect este 338 lei. Determinaţi preţul iniţial al obiectului.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(7,6)$ şi $B(5,2)$ .Determinaţi ecuaţia dreptei AB.
6.Arătaţi că $(\sin 45° + \sin 30°)(\sin 45° - \sin 30°) = \frac{1}{4}$.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x\circ y=xy+3(x + y) + 4$.
1.Arătaţi că $(-2) \circ 4 = 2$.
2.Arătaţi că legea de compoziţie „$\circ$” este comutativă.
3.Demonstraţi că $x\circ y=(x + 3)(y + 3) - 5$, pentru orice numere reale x şi y.
4.Determinaţi numerele reale x pentru care $x \circ x = 4$.
5.Demonstraţi că $\big((-x) \circ (-y)\big) + \big((-x) \circ y\big) + \big(x \circ (-y)\big) + (x \circ y) = 16$, pentru orice numere reale x şi y.
6.Determinaţi perechile (a, b) de numere întregi pentru care $a\circ b=-6$.

Subiectul III

Se consideră matricele $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $A=\begin{pmatrix} 5 & -4 \\ 5 & -4 \end{pmatrix}$ şi $X(a) = I_2 + aA$, unde a este număr real.
1.Arătaţi că $\det A=0$.
2.Arătaţi că $A\cdot A=A$.
3.Arătaţi că $X(-1) + X(1) = 2I_2$.
4.Demonstraţi că $X(a) \cdot X(-1) = X(-1)$, pentru orice număr real a.
5.Determinaţi valorile reale ale lui a pentru care matricea $X(a)$ **nu** este inversabilă.
6.Determinaţi valorile reale ale lui a pentru care $\det\big(X(a^2)\big) \leq 10$.

Testul 21(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\left(\sqrt{5}+1\right)^2-\left(\sqrt{5}-1\right)^2=\sqrt{80}$.
2.Determinaţi coordonatele punctului de intersecţie a graficelor funcţiilor f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x+1$ şi g:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=-2x+9$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $3^{x-3}=\left(\frac{1}{3}\right)^{-2x}$.
4.Determinaţi câte numere naturale impare de două cifre se pot forma cu cifrele 1,2,3,4,5,6,7,8 şi 9.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,0)$, $B(2,5)$ şi $C(6,6)$.Determinaţi distanţa de la punctul B la mijlocul segmentului AC
6.Se consideră triunghiul ABC cu AB=12,AC=9 şi BC=15. Arătaţi că sinB+sinC=$\frac{7}{5}$.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=-\frac{1}{2}xy+\frac{1}{2}(x+y)+\frac{1}{2}$.
1.Arătaţi că $3*2=0$.
2.Demonstraţi că $x*y=-\frac{1}{2}(x-1)(y-1)+1$, pentru orice numere reale x şi y.
3.Determinaţi numărul real x pentru care $3*x=x$.
4.Arătaţi că $e=-1$ este elementul neutru al legii de compoziţie „$*$” .
5.Determinaţi numerele reale x pentru care $x*x=-1$.
6.Arătaţi că $\frac{1}{x}*\frac{1}{x}\leq 1$, pentru orice număr real nenul x.

Subiectul III

Se consideră matricele $A(x,y)=\begin{pmatrix}x & 1\\ y & 2\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1 & -1\\ 2 & 0\end{pmatrix}$ şi $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ şi unde x şi y sunt numere reale.
1.Arătaţi că $\det B=2$.
2.Arătaţi că $\det\left(A(2n,2n+1)\right)$ este număr natural impar, pentru orice număr natural nenul n.
3.Arătaţi că $A(2x,0)+A(0,2x)=2A(x,x)$, pentru orice număr real x.
4.Determinaţi numerele reale x şi y, astfel încât $A(x,y)\cdot B=B\cdot A(x,y)$.
5.Determinaţi numărul real strict pozitiv x, ştiind că suma elementelor matricei $A(\log_3 x,1)$ este egală cu 5.
6.Determinaţi numerele reale x şi y, ştiind că $A(x,y)\cdot A(x,y)=2I_2$

Testul 22(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\sqrt{8}+\sqrt{18}=5\sqrt{2}$.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x-3$.Determinaţi numărul real a pentru care $f(a)-f(2)=12$.
3.După o reducere cu 20% preţul unui obiect scade cu 24 de lei.Determinaţi preţul iniţial al obiectului.
4.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $4^{2x+1}=64$.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctul $A(3,2)$ şi dreapta d de ecuaţie y=2x+1.Determinaţi ecuaţia dreptei ce trece prin punctul A şi este perpendiculară pe dreapta d.
6.Se consideră triunghiul ABC dreptunghic în A cu măsura unghiului C de $30°$ şi BC=10. Calculaţi aria triunghiului ABC.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x*y=xy-\sqrt{2}(x+y)+\sqrt{2}+2$.
1.Arătaţi că $1*0=2$.
2.Demonstraţi că $x*y=\left(x-\sqrt{2}\right)\left(y-\sqrt{2}\right)+\sqrt{2}$, pentru orice numere reale x şi y.
3.Determinaţi numărul real x pentru care $x*x=\sqrt{2}$.
4.Arătaţi că $e=\sqrt{2}+1$ este elementul neutru al legii de compoziţie „$*$” .
5.Arătaţi că $\sqrt{2}*x=\sqrt{2}$, pentru orice număr real x.
6.Determinaţi numărul natural n pentru care $\sqrt{2}*\sqrt{3}*\sqrt{4}*\ldots*\sqrt{2023}=\sqrt{n}$.

Subiectul III

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 3\\ 0 & 1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1 & -3\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ şi $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.
1.Arătaţi că $\det(A)=1$.
2.Arătaţi că $A\cdot A-2A=-I_2$.
3.Arătaţi că $A\cdot B=B\cdot A=I_2$
4.Determinaţi numerul real a pentru care $\det(A-aI_2)=0$.
5.Determinaţi numerele reale m pentru care $\det\left(m(A+B)\right)=m\cdot\det(A+B)$.
6.Determinaţi numerele reale x şi y, ştiind că $xA+yB=2I_2$.

Testul 23 (Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\sqrt{3}\cdot\left(2+\sqrt{3}\right)-3=\sqrt{12}$.
2.Se consideră funcţiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+2$ şi $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=2x-2$.Determinaţi numerele naturale a pentru care $f(a)>g(a)$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $3^{x+1}\cdot 2^{x+2}+8\cdot 6^{x}=120$.
4.Determinaţi probabilitatea ca, alegând un număr n din mulţimea numerelor naturale nenule mai mici decât 126, acesta să fie divizibil cu 4.
5.Determinaţi numărul real a, ştiind că punctul $M(a,25)$ aparţine dreptei d de ecuaţie $y=2x+3a$.
6.Se consideră triunghiul ABC dreptunghic în A, cu $AB=4$, $AC=3$ şi înălţimea AD, unde punctul D aparţine laturii BC.Arătaţi că $\sin\sphericalangle BAD=\frac{4}{5}$

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x\circ y=3xy-2x-2y+2$.
1.Arătaţi că $(-1)\circ(-1)=9$.
2.Demonstraţi că $x\circ y=3\left(x-\frac{2}{3}\right)\left(y-\frac{2}{3}\right)+\frac{2}{3}$, pentru orice numere reale x şi y.
3.Arătaţi că $e=1$ este elementul neutru al legii de compoziţie „$\circ$”.
4.Arătaţi că $x\circ\frac{2}{3}=\frac{2}{3}\circ x=\frac{2}{3}$, pentru orice număr real x.
5.Calculaţi $\frac{1}{2}\circ\frac{2}{3}\circ\frac{3}{4}\circ\ldots\circ\frac{2022}{2023}$.
6.Determinaţi numărul real strict pozitiv x pentru care $\left(\log_3 x+\frac{2}{3}\right)\circ\left(\log_2 x+\frac{2}{3}\right)=\frac{2}{3}$.

Subiectul III

Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$, $A=\begin{pmatrix}0&3\\3&0\end{pmatrix}$ şi $M(a)=\begin{pmatrix}a&3\\3&a\end{pmatrix}$, unde a este număr real.
1.Arătaţi că $A\cdot A=9I_2$.
2.Arătaţi că $aI_2+A=M(a)$, pentru orice număr real a.
3.Arătaţi că $M(3)\cdot M(6)=9M(3)$.
4.Determinaţi perechile (a,b) de numere naturale pentru care $M(a)\cdot M(b)=11\cdot I_2+3\cdot A$.
5.Determinaţi numărul natural k pentru $\det\left(M(k+3)\right)\le 0$.
6.Determinaţi numărul real a, $a<-3$, ştiind că inversa matricei $M(a)$ este matricea $M(a)-2\cdot A$

Testul 24(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Determinați suma primilor trei termeni ai progresiei aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$, știind că $a_1 = 2$ și r=3.
2.Se consideră funcția f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = (1-2a)x + 3$, unde a este număr real.Determinați numărul real a pentru care $f(1) = f(-1)$.
3.Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $1 + \log_3(3x+1) = \log_3 9$.
4.Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de o cifră, acesta să nu fie pătrat perfect.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(4,1)$,$B(2,-3)$ și $C(2,5)$ .Determinați lungimea medianei triunghiului ABC construită din vârful A.
6.Calculați $3\cdot\sin 30^\circ\cdot\sin 45^\circ - \sqrt{3}\cdot\sin 60^\circ\cos 45^\circ$.

Subiectul II

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x*y=1-\frac{(1-x)(1-y)}{3}$.
1.Calculați $4*3=-1$.
2.Verificați dacă e=−2 este elementul neutru al legii de compoziție „$*$'' .
3.Determinați numărul real a pentru care $7*a=5$.
4.Determinați numerele reale x pentru care $(1+x)*x\geq -3$.
5.Arătați că există o infinitate de numere naturale n pentru care $n*n*n\leq n$.
6.Determinați perechile (m,n) de numere naturale pentru care $m*n=-1$.

Subiectul III

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}2 & 1\\ 3 & -2\end{pmatrix}$ și $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.
1.Arătați că $\det(A)=-7$.
2.Arătați că $\det(A+xI_2)\geq -7$, pentru orice număr real x.
3.Arătați că există un număr real a pentru care $A\cdot A = aI_2$.
4.Determinați numerele reale m pentru care $\det(mA-I_2) = m\cdot\det(A+I_2)$.
5.Se consideră matricea $M=\begin{pmatrix}x & y\\ y & x\end{pmatrix}\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, astfel încât A·M=M·A.Arătați y=0.
6.Determinați pentru câte valori întregi ale lui a obținem $\det(aA)\geq -28$.

Testul 25(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Se consideră progresia aritmetică $(a_n)_{n\geq 1}$, cu $a_1 = 4$ și $a_3 = 12$.Calculaţi termenul a_2.
2. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 3x$. Determinaţi abscisele punctelor de intersecţie a graficului funcţiei f cu axa Ox.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $7^{6-x} = 49^x$.
4.Determinaţi probabilitatea ca, alegând un număr n din mulţimea A={1,2,3, … ,9}, numărul n+3 să fie impar.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-3,0)$,$B(1,3)$ și $C(0,a)$, unde a este număr real.Determinaţi numerele reale a pentru care AB=AC.
6.Arătaţi că $(1 + \cos 60°) \cdot \cos^2 45° + \sin^2 30° = 1$.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=3x+3y-2$.
1.Arătaţi că $0 * 2 = 4$.
2.Arătaţi că legea de compoziţie „$*$” este comutativă.
3.Determinaţi numărul real x pentru care $(-2) * x = 4$.
4.Determinaţi numerele reale x pentru care $(-x) * (2x) = x^2$.
5.Determinaţi numărul real x pentru care $2^x * 2^x = 1$.
6.Determinaţi numărul real x, ştiind că scăzând x din numărul $x*\left(\frac{x}{2} * \frac{x}{4}\right)$, se obţine numărul cu 3 mai mare decât x.

Subiectul III

Se consideră matricele $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, A=$\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 6 & -7 \end{pmatrix}$ și $B(x) = \begin{pmatrix} 2 & x-2 \\ x+2 & -2 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
1.Arătaţi că detA=5.
2.Arătaţi că $2B(1) - A = 3I_2$.
3.Arătaţi că $B(1) \cdot B(3) - 3I_2 = -2B(0)$.
4.Arătaţi că $B(x) \cdot B(x) = x^2 I_2$, pentru orice număr real x.
5.Determinaţi numărul real x pentru care $\det(B(x)) = \det(B(x+1))$.
6.Determinaţi numărul natural n pentru care $B(3) \cdot B(3) + B(4) \cdot B(4) = B(n) \cdot B(n)$.

Testul 26(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\sqrt{2}\cdot\left(\sqrt{2}+3\right)-\sqrt{18}=2$.
2.Se consideră funcţiile f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+3$ şi g:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=3x+9$.Determinaţi numărul real a pentru care $f(a)=g(a)$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{6+2x}=6$.
4.Determinaţi probabilitatea ca, alegând un număr n din mulţimea numerelor naturale nenule de o cifră, numărul n să fie divizor al numărului 20..
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,-1)$ şi $B(a,3)$, unde a este număr real. Determinaţi numărul real a, ştiind că punctul A aparţine dreptei OB.
6.Se consideră triunghiul ABC dreptunghic în A, cu BC=4 şi măsura unghiului B de două ori mai mare decât măsura unghiului C. Determinaţi lungimea laturii AB a triunghiului ABC.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=4x+4y-4xy-3$.
1.Arătaţi că $1*3=1$.
2.Arătaţi că $x*y=1-4(x-1)(y-1)$, pentru orice numere reale x şi y.
3.Arătaţi că $e=\frac{3}{4}$ este elementul neutru al legii de compoziţie „$*$”.
4.Determinaţi numărul real x pentru care $(3-x)*3=3+x$.
5.Determinaţi perechile (m,n) de numere naturale pentru care $m*n=13$.
6.Determinaţi numerele reale a pentru care $(a*1)+(a*2)+(a*3)=3a^2$.

Subiectul III

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & -2\\ -1 & 4\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ şi $B(x)=\begin{pmatrix}x-2 & -2x\\ -x & 4x-2\end{pmatrix}$, unde x este număr real.
1.Arătaţi că $\det A=2$.
2.Arătaţi că $xA-2I_2=B(x)$, pentru orice număr real x.
3.Arătaţi că $A\cdot A=B(5)$.
4.Determinaţi numerele reale x pentru care $\det\left(B(x)\right)=4$.
5.Arătaţi că $B(xy)-xB(y)=2(x-1)I_2$, pentru orice numere reale x şi y.
6.Determinaţi numărul real x pentru care $B(6^x)-2^xB(3^x)=6I_2$.

Testul 27(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\sqrt{3}\cdot\left(\frac{1}{\sqrt{3}+1}+\frac{1}{\sqrt{3}-1}\right)=3$.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x-3$.Determinaţi numerele naturale n pentru care $f(n)<0$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_5(x^2-4)=1$.
4.După o scumpire cu 20%, preţul unui obiect este 528 de lei.Determinaţi preţul obiectului înainte de scumpire.
5.Determinaţi ecuaţia dreptei care trece prin punctul $M(0,2)$ şi este paralelă cu dreapta d de ecuaţie $y=3x$.
6.Calculaţi aria rombului ABCD, ştiind că $BD=2\sqrt{5}$ şi $AC=4$.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x*y=2xy+5(x+y)+10$.
1.Arătaţi că $(-2)*2=2$.
2.Demonstraţi că legea de compoziţie „$*$”este comutativă.
3.Arătaţi că $x*y=2\left(x+\frac{5}{2}\right)\left(y+\frac{5}{2}\right)-\frac{5}{2}$, pentru orice numere reale x şi y.
4.Determinaţi numerele reale x pentru care $x*x=x$.
5.Arătaţi că $x*\frac{1}{x}\geq 22$, pentru orice număr real x, x>0.
6.Determinaţi numărul real x pentru care $2^x*2^x=82$.

Subiectul III

Se consideră matricele $A(a)=\begin{pmatrix}4 & a\\ a & 4\end{pmatrix}$, unde a este număr real.
1.Arătaţi că $\det(A(1))=15$.
2.Arătaţi că $A(0)\cdot A(2020)=4A(2020)$.
3.Determinaţi numerele reale a pentru care $\det(A(a))=-9$..
4.Arătaţi că $A(1)+A(2)+\cdots+A(10)=10A\left(\frac{11}{2}\right)$.
5.Determinaţi numărul natural m pentru care matricea $B=A(2m)+A(m^2)$ **nu** este inversabilă.
6.Determinaţi perechile de numere întregi (a,b) pentru care suma elementelor matricei $A(a)\cdot A(b)$ este egală cu 14.

Testul 28 (Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Determinaţi suma primilor trei termeni ai progresiei aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$, ştiind că $a_1 = \frac{3}{2}$ şi $a_4 = 6$.
2.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = ax - a + 2$, unde a este număr real.Determinaţi numărul real a pentru care $f(-1) + f(2) = 0$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $2 + \log_6(3x + 6) = 4$.
4.Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulţimea numerelor naturale de o cifră, acesta să poată fi scris sub forma n^2, unde n este număr natural.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,0)$,$B(6,0)$, $C(2,4)$ şi punctul D, mijlocul segmentului BC.Determinaţi ecuaţia dreptei AD.
6.Calculaţi $2\sin 60°\cos 30° + \cos 120°$.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x*y=\frac{(x+1)(y+1)}{2} - 1$.
1.Calculaţi $3 * (-4) = -7$.
2.Verificaţi dacă e=1 este elementul neutru al legii de compoziţie „$*$'' .
3.Determinaţi numărul real a pentru care $a*5=8$.
4.Determinaţi numerele reale x pentru care $x*(x-1)\geq -5$.
5.Arătaţi că există o infinitate de numere naturale n pentru care numărul $N= \left(\sqrt{n}-1\right)*\left(\sqrt{n}-1\right)$ este natural par.
6.Determinaţi tripletele (m, n, p) de numere naturale, cu $m<n<p$, pentru care $m * n * p = 5$.

Subiectul III

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & -1\\ 3 & 1\end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ şi $B(n) = \underbrace{A\cdot A\cdot \ldots \cdot A}_{\text{de n ori A}}$,unde n este număr natural nenul.
1.Arătaţi că $\det A=4$.
2.Arătaţi că $\det(A + xI_2) \geq 3$, pentru orice număr real x.
3.Arătaţi că există un număr real a, astfel încât $B(3) = aI_2$.
4.Determinaţi numerele reale m pentru care $\det(2mA + I_2) + 2m\det(A - I_2) = 0$.
5.Se consideră matricea $M=\begin{pmatrix}x & y\\ z & t\end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, astfel încât $A\cdot M=M\cdot A$.Arătaţi că $x+y+3z-t=0$.
6.Demonstraţi că, pentru orice număr natural nenul n, matricea $B(6n)$ are toate elementele numere naturale.

Testul 29(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\sqrt{45}\cdot\left(\frac{\sqrt{5}}{3}-\frac{1}{\sqrt{5}}\right)=2$.
2. Se consideră funcţiile f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3x+4$ şi g:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$g(x)=x-2$. Determinaţi numărul natural n pentru care $f(n)\cdot g(n)=0$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $3^{2x+5}=3^{7x-5}$.
4.Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulţimea numerelor naturale de două cifre, acesta să aibă cifra unităţilor egală cu dublul cifrei zecilor.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele necoliniare $A(3,1)$,$B(5,3)$ şi $C(a,0)$, unde a este număr real.Determinaţi numărul real a, ştiind că triunghiul ABC este dreptunghic în A.
6.Arătaţi că $\sqrt{3}\cdot\cos30^\circ+\cos60^\circ-4\sin^2 30^\circ=1$.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x\circ y=-xy+3x+3y-6$.
1.Arătaţi că $1*2=1$.
2.Arătaţi că legea de compoziţie „$\circ$” este comutativă.
3.Demonstraţi că $x\circ y=-(x-3)(y-3)+3$, pentru orice numere reale x şi y.
4.Demonstraţi că $x\circ 3=3$, pentru orice număr real x.
5.Determinaţi numerele reale x pentru care $x\circ x=x$.
6.Se consideră progresia aritmetică $(a_n)_{n\geq 1}$cu $a_1=-3$ şi raţia r=2.Arătaţi că $a_1\circ a_2\circ a_3\circ a_4=3$.

Subiectul III

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & -1\\ 2 & 1\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ şi $B(x)=\begin{pmatrix}1 & 0\\ x & 1\end{pmatrix}$, unde x este număr real.
1.Arătaţi că detA=3.
2.Arătaţi că $B(1)+B(3)=2B(2)$.
3.Arătaţi că $\det\big(B(x)\big)=1$, pentru orice număr real x.
4.Arătaţi că $B(x)\cdot B(y)=B(x+y)$, pentru orice numere reale x şi y.
5.Determinaţi numărul real x pentru care $A\cdot B(x)=B(x)\cdot A$.
6.Determinaţi perechile de numere naturale (m, n), pentru care $B(2^m)\cdot B(2^n)=B(2^{m+n}-2)$.

Testul 30(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Determinaţi raţia progresiei geometrice $(b_n)_{n\geq 1}$, ştiind că $b_1 = 3$ şi $b_4 = -3$.
2.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 5x + 2$.Arătaţi că $f(0) = f(5)$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_2(x - 3) = 1$.
4.Calculaţi probabilitatea ca,alegând un număr din mulţimea A={1,2,4,7,8,9}, acesta să fie mai mic sau egal cu media aritmetică a elementelor mulţimii A.
5.În reperul cartezian xOy se consideră dreptele d_1 şi d_2 de ecuaţii y=2x−1, respectiv y=ax+3, unde a este număr real.Determinaţi numărul real a, ştiind că dreptele d_1 şi d_2 sunt perpendiculare.
6.Se consideră triunghiul ABC dreptunghic în A şi punctul D∈AB, piciorul bisectoarei unghiului C. Ştiind că CD=BD, arătaţi că $m(\sphericalangle ABC) = 30°$.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=x+ay+2$, unde a este număr real.
1.Arătaţi că pentru orice număr real a, $5*0=7$.
2.Demonstraţi că, pentru a=1. legea de compoziţie „$*$” este asociativă.
3.Determinaţi numărul real a pentru care legea de compoziţie „$*$” este comutativă.
4.Arătaţi că,dacă legea de compoziţie „$*$” are element neutru, atunci a=1.
5.Pentru a=1, determinaţi numerele reale x pentru care $(x * x^2) * (x * x^2) = 18$.
6.Pentru a=−4, determinaţi numerele reale x pentru care $9^x * 3^x = -1$.

Subiectul III

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}3 & 2\\ 2 & 3\end{pmatrix}$,$I_2 = \begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ şi $0_2 = \begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$.
1.Arătaţi că $detA = 5$.
2.Arătaţi că $(A - I_2)(A - 5I_2) = O_2$.
3.Se consideră matricea B=A−5I_2.Demonstraţi că suma elementelor matricei B·B este divizibilă cu 2^3.
4.Determinaţi numerele reale a pentru care $\det(aA + I_2) = 0$.
5.Determinaţi numerele reale x şi y pentru care A·M=M·A, unde $M=\begin{pmatrix}x & 1\\ y & 2\end{pmatrix}$.
6.Demonstraţi că $\det(A + xI_2) + \det(A - xI_2) \geq 10$, pentru orice număr real x.

Testul 31(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Se consideră progresia aritmetică $(a_n)_{n\geq 1}$cu $a_1 = 3$ şi $r = -3$.Calculaţi a_3.
2.Determinaţi numărul real a, ştiind că punctul $A(1,4)$ aparţine graficului funcţiei $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + ax + 3$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{x} = \sqrt{x^2 - 6}$.
4.Un pix costă de cinci ori mai mult decât un creion şi de şase ori mai puţin decât un stilou.Determinaţi cât costă un creion, dacă un stilou costă 60 de lei.
5.Se consideră un paralelogram ABCD şi O, punctul de intersecţie a dreptelor AC şi BD.Arătaţi că $\overrightarrow{OA}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{CD}\right)$.
6.În triunghiul ABC dreptunghic în A, avem AC=3AB şi BC=10.Arătaţi că perimetrul triunghiului ABC este egal cu $4\sqrt{10}+10$.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x\circ y=x^2 + xy + y^2$.
1.Arătaţi că $1\circ 2=7$.
2.Demonstraţi că legea de compoziţie „$\circ$” este comutativă.
3.Dacă $a=(1\circ 3)\circ 2$ şi $b=1\circ(3\circ 2)$, calculaţi $b-a$.
4.Determinaţi numerele x pentru care $x\circ x = 12$.
5.Demonstraţi că, dacă x şi y sunt numere reale pentru care $x\circ y=0$,atunci $x=y=0$.
6.Determinaţi numerele x pentru care $3\circ 2^x = 13$.

Subiectul III

Se consideră matricea $A(a) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ a & 1 \end{pmatrix}$, unde a este număr real.
1.Arătaţi că $\det\big(A(5)\big) = 1$.
2.Calculaţi $\det\big(A(1) + A(2)\big)$.
3.Demonstraţi că $A(a)\cdot A(b) = A(a + b)$, pentru orice numere reale a şi b.
4.Determinaţi numărul real a şi b pentru care $A(a)\cdot A(2a) = A(30)$.
5.Determinaţi numerele reale x pentru care $\det\big(I_2 + xA(x)\big) = 25$.
6.Determinaţi numerele naturale n pentru care $A(n)\cdot A(n) = A(2n^2)$.

Testul 32(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Calculaţi suma primilor trei termini ai unei progresii aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$, știind că $a_1 = 2$ și $a_3 = 6$.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = x + 3$.Determinaţi numărul real m pentru care $f(m) = f(1) + f(-1)$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_2(x^2 + 7) = 4$.
4.Un obiect costă 3000 de lei.Determinaţi preţul obiectului după ce acesta se scumpeşte de două ori, succesiv, cu câte 10%.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,1)$, $B(1,-1)$,$C(-1,-1)$şi $D(-1,1)$.Calculaţi perimetrul patrulaterului ABCD.
6.Calculaţi aria triunghiului ABC dreptunghic în A, ştiind că $m(\sphericalangle B) = 45°$ şi BC=$6\sqrt{2}$.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x*y=2xy-6(x+y)+21$.
1.Arătaţi că $0*3=3$.
2.Demonstraţi că $x*y = 2(x-3)(y-3)+3$, pentru orice numere reale x şi y.
3.Verificaţi dacă e = $\frac{7}{3}$ este elementul neutru al legii de compoziţie „$*$”.
4.Determinaţi numerele reale x pentru care $(x-1)*(x+1) = 19$.
5.Determinaţi numerele reale x pentru care $2^{x^2} * 2^{x^2} * 2^{x^2} = 7$.
6.Daţi exemplu de numere raţionale p şi q, care nu sunt întregi, pentru care numărul $p*q$ este întreg.

Subiectul III

Se consideră matricele $A(a)=\begin{pmatrix}2 & 2\\ 2 & a\end{pmatrix}$ şi $B(b)=\begin{pmatrix}2 & 2\\ b & 2\end{pmatrix}$, unde a şi b sunt numere reale.
1.Arătaţi că $\det(A(3))=2$.
2.Arătaţi că $A(2)\cdot B(2) = 2(A(2)+B(2))$.
3.Determinaţi inversa matricei $A(1)$.
4.Demonstraţi că $\det(A(a)+B(b)) = \det(A(a)) + \det(B(b))$ dacă şi numai dacă a=b.
5.Determinaţi valorile reale ale lui a pentru care matricea $C(a)=B(a)\cdot A(a)$ este inversabilă.
6.Determinaţi numerele naturale nenule n pentru care $\det(A(n)) > n^2 - 7$.

Testul 33(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Calculaţi suma primilor trei termeni ai progresiei geometrice cu termeni pozitivi $(b_n)_{n\geq 1}$, ştiind că $b_1 = 2$ şi $b_3 = 18$.
2.Determinaţi numărul real m, ştiind că punctul $A(m, 2m)$ aparţine graficului funcţiei $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = 5x - 9$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{x^2 - 8x + 16} = 4$.
4.După o ieftinire cu 10%, urmată de o scumpire cu 20 lei, preţul unui obiect este 200 de lei. Determinaţi preţul iniţial al obiectului.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(4,4)$ şi $B(0,6)$ .Determinaţi, în triunghiul AOB, ecuaţia medianei din vârful A.
6.Arătaţi că $2\cos 60^\circ - \sin 90^\circ = 0$.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x\circ y=2(xy + 2x + 2y) + 6$.
1.Arătaţi că $(-2)\circ 2=-2$.
2.Arătaţi că legea de compoziţie „$\circ$” este comutativă.
3.Demonstraţi că $x\circ y=2(x + 2)(y + 2) - 2$, pentru orice numere reale x şi y.
4.Demonstraţi că $e=-\frac{3}{2}$ este elementul neutru al legii de compoziţie „$\circ$”.
5.Determinaţi numerele x pentru care $(x - 2) \circ (x + 3) = -10$.
6.Determinaţi numerele naturale nenule n pentru care $n\circ(n - 2) \leq 14$.

Subiectul III

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 2 & 0\end{pmatrix}$ şi $B=\begin{pmatrix}3 & 2\\ 1 & 2\end{pmatrix}$.
1.Arătaţi că $\det A = -2$.
2.Calculaţi $\det(A + B)$.
3.Arătaţi că $A\cdot A=B$.
4.Determinaţi numerele reale a şi b pentru care $aA+bB=\begin{pmatrix}5 & 6\\ 3 & 2\end{pmatrix}$.
5.Arătaţi că, dacă $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ astfel încât $X+A=B$, atunci matricea X este inversabilă.
6.Determinaţi valorile reale ale lui a pentru care $\det(A + B - aI_2) \leq 0$, unde $I_2 = \begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

Testul 34(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $4\sqrt{5}+\sqrt{75}-\sqrt{108}+\sqrt{3}+\sqrt{25}-\sqrt{80}=5$.
2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x-a$, unde a este număr real.Determinaţi numărul real a, pentru care $f(1)=8$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{-2x-1}=-x$.
4.Determinaţi câte numere naturale de două cifre distincte se pot forma cu cifrele 1,2,3,4,5,6,7 şi 8.
5.În reperul cartezian xOy se consideră dreapta d de ecuaţie y=x−3. Determinaţi coordonatele punctului de intersecţie a dreptei d cu axa Ox.
6.Se consideră triunghiul ABC cu AB=8, AC=6 şi BC=10.Calculaţi aria triunghiului ABC.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x*y=xy+2x+2y+2$.
1.Arătaţi că $(-2)*4=-2$.
2.Demonstraţi că $x*y=(x+2)(y+2)-2$, pentru orice numere reale x şi y.
3.Verificaţi dacă e=−1 este elementul neutru al legii de compoziţie „∗”.
4.Verificaţi dacă $-\frac{7}{4}$ este simetricul lui 2 în raport cu legea de compoziţie „∗”.
5.Determinaţi numerele reale x, ştiind că x∗x∗x=x.
6.Determinaţi probabilitatea ca, alegând un număr n din mulţimea numerelor naturale de o cifră, acesta să verifice relaţia n∗n=14.

Subiectul III

Se consideră matricea $A(a)=\begin{pmatrix}1-2a & -3a\\ 2a & 1+3a\end{pmatrix}$, unde a este număr real.
1.Arătaţi că $\det(A(0))=1$.
2.Arătaţi că $A(1)+A(5)=2A(3)$.
3.Arătaţi că $A(1)\cdot A(2)=A(5)$.
4.Determinaţi valorile reale ale lui a pentru care matricea $A(a)$ este inversabilă.
5.Demonstraţi că $A(a)\cdot A(-1)=A(-1)\cdot A(a)=A(-1)$, pentru orice număr real a.
6.Determinaţi numerele naturale nenule n pentru care $\det(A(n^4))<32$.

Testul 35(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\sqrt{12}-\sqrt{5}+\sqrt{45}-\sqrt{20}+\sqrt{4}-2\sqrt{3}=2$.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+6$.Calculaţi f(a), unde $a=f(4)-f(1)$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{2x^2+6x+1}=x+1$.
4.După două ieftiniri succesive cu câte 50%, un obiect costă 120 lei.Calculaţi preţul iniţial al obiectului.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $M(-2,-2)$, $N(0,-2)$ şi $P(-4,0)$. Determinaţi lungimea medianei din vârful M al triunghiului MNP.
6.Se consideră triunghiul ABC dreptunghic în A, cu BC=12 şi $m(\sphericalangle B)=30°$.Calculaţi lungimea laturii AB.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x*y=2xy-10x-10y+55$.
1.Arătaţi că $6*6=7$.
2.Demonstraţi că $x*y=2(x-5)(y-5)+5$, pentru orice numere reale x şi y.
3.Arătaţi că $e=\frac{11}{2}$ este elementul neutru al legii de compoziţie „$*$”.
4.Verificaţi dacă $\frac{21}{4}$ este simetricul lui 6 în raport cu legea de compoziţie „$*$”.
5.Determinaţi numerele reale x pentru care $(x+5)*(x-5)=5$.
6.Determinaţi numerele naturale nenule n pentru care $n*(n+5)\leq 13$.

Subiectul III

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & -3\\ 4 & -2\end{pmatrix}$ $B=\begin{pmatrix}5 & -2\\ -1 & 1\end{pmatrix}$ şi $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.
1.Arătaţi că detA=10.
2.Arătaţi că $B\cdot B=6B-3I_2$.
3.Determinaţi numerele reale x şi y pentru care $xA+yB=\begin{pmatrix}7 & -8\\ 7 & -3\end{pmatrix}$.
4.Determinaţi inversa matricei B .
5.Arătaţi că matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, care verifică egalitatea A+X=B, este inversabilă.
6.Demonstraţi că $\det(A+aI_2)>0$, pentru orice număr real a.

Testul 36(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că numărul $\left(\sqrt{2}+1\right)\left(3\sqrt{2}-1\right)+\left(\sqrt{2}-1\right)^2$ este întreg.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=(2m+1)x-5$, unde m este număr real.Determinaţi numerele reale m, ştiind că $|f(1)|=6$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{3x+4}=4x+3$.
4.Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulţimea numerelor naturale de două cifre, acesta să aibă cifra zecilor strict mai mare decât cifra unităţilor.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,1)$,$B(1,2)$ şi $C(a,0)$ unde a este număr real.Determinaţi numărul real a astfel încât $AC\perp OB$.
6.Determinaţi măsura unghiului A al triunghiului ABC, ştiind că $BC=4\sqrt{2}$, AC=8 şi $m(\sphericalangle B)=45°$.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x*y=(x-3)(y-3)+3$.
1.Calculaţi $\sqrt{3}*\sqrt{9}$.
2.Demostraţi că legea că legea de compoziţie „$*$” este comutativă.
3.Verificaţi dacă e=4 este elementul neutru al legii de compoziţie „$*$” .
4.Determinaţi numerele reale x, pentru care $3^x*9^x=3$.
5.Determinaţi valorile reale x pentru care $x*(x+1)\leq 15$.
6.Calculaţi $1*\sqrt{2}*\sqrt{3}*\ldots*\sqrt{20}$.

Subiectul III

Se consideră matricele $M=\begin{pmatrix}2 & -1\\ 1 & 3\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ şi $A(a)=M+2aI_2$,unde a este număr real.
1.Calculaţi detM.
2.Determinaţi numerele reale a, ştiind că $\det\big(A(a)\big)=7$.
3.Arătaţi că $M\cdot A(a)=A(a)\cdot M$, pentru orice număr real a.
4.Determinaţi inversa matricei $A(-1)$.
5.Determinaţi numărul real a, a>0, pentru care suma elementelor matricei $A(\log_2 a)$ este egală cu 37.
6.Demonstraţi că, pentru orice număr întreg m, numărul $\det\big(A(m)\big)$ este natural impar.

Testul 37(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Rezultatul calculului $\frac{1}{3+\sqrt{2}}+\frac{1}{3-\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{49}}$ este :

A. 7 B. $3-\sqrt{2}$ C. $7+2\sqrt{2}$ D. 1

2. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x-5$.Mulţimea soluţiilor inecuaţiei $f(2m+1)<f(m)$ este :

A. $(-\infty,-2)$ B. $(-\infty,-1)$ C. $(-1,+\infty)$ D. $(-2,-1)$

3.Mulţimea soluţiilor ecuaţiei $2\log_3 x=\log_3(x+30)$ este:

A. $\{-5\}$ B. $\{-6,5\}$ C. $\{-5,6\}$ D. $\{6\}$

4.După o majorare cu 30%, urmată de o reducere cu 30%, preţul unui obiect este 91 de lei. Preţul iniţial al obiectului este:

A. 100 de lei B. 79 de lei C. 130 de lei D. 91 de lei

5.Se consideră dreptele de ecuaţii $d_1: y=3x-2$,$d_2: y=-x+6$ şi $d_3: y=x-a$, unde a este număr real.Dacă dreptele d_1, d_2 şi d_3 sunt concurente, atunci numărul real a este egal cu:

A. -2 B. -1 C. 1 D. 2

6.Aria triunghiului dreptunghic ABC cu ipotenuza BC=26 şi sinC= $\frac{12}{13}$, este egală cu:

A. 65 B. 240 C. 156 D. 120

Subiectul II

Pe mulţimea M=$(0,+\infty)$ se defineşte legea de compoziţie asociativă $x*y=x^{\log_5 y}$.

1.Arătaţi că 5∗25=25.

2.Demostraţi că legea de compoziţie „∗” este comutativă.

3.Verificaţi dacă e=5 este elementul neutru al legii de compoziţie „∗”.

4.Determinaţi a∈M pentru care x∗a=a, pentru orice x∈M.

5.Determinaţi x∈M pentru care $x*x*x=x$.

6.Calculaţi $\frac{1}{7}*\frac{2}{7}*\frac{3}{7}*\frac{4}{7}*\frac{5}{7}*\frac{6}{7}*\frac{7}{7}$.

Subiectul III

Se consideră $\mathbb{Z}[\sqrt{8}]=\{m+n\sqrt{8}|m,n\in\mathbb{Z}\}$.

1.Verificaţi dacă $1\in\mathbb{Z}[\sqrt{8}]$.

2.Demonstraţi că $x+y\in\mathbb{Z}[\sqrt{8}]$, pentru orice $x,y\in\mathbb{Z}[\sqrt{8}]$.

3. Demonstraţi că $x\cdot y\in\mathbb{Z}[\sqrt{8}]$, pentru orice $x,y\in\mathbb{Z}[\sqrt{8}]$.

4.Pentru $x=3+\sqrt{8}$, determinaţi $x'\in\mathbb{Z}[\sqrt{8}]$ astfel încât $xx'=1$.

5.Daţi un exemplu de număr $x\in\mathbb{Z}[\sqrt{8}]$, astfel încât $0<x<\frac{9}{50}$.

6.Se consideră mulţimea H=$\{m+n\sqrt{8}|m,n\in\mathbb{Z},\ m^2-8n^2=1\}$.Demonstraţi că, dacă a∈H, atunci $\frac{1}{a}\in H$.

Testul 38(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $5 \cdot \left(0,1(3)+\frac{2}{3}\right)=4$.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x-3$.Determinaţi numărul real a pentru care $f(a)=a$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $7^{x^2+12}=7^{7x}$.
4.Preţul unui obiect este 800 de lei.Determinaţi preţul obiectului după ce se ieftineşte de două ori, succesiv, cu câte 10%.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3,-1)$, $B(1,3)$ şi $C(-1,-3)$.Demostraţi că triunghiul ABC este dreptunghic isoscel.
6.Arătaţi că $\sin^2 60^\circ+\sin^2 45^\circ+\sin^2 30^\circ=\frac{3}{2}$.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=3(x+y)+xy+6$.
1.Arătaţi că $0*(-3)=-3$.
2.Demonstraţi că $x*y=(x+3)(y+3)-3$, pentru orice numere reale x şi y.
3.Verificaţi dacă $e=-2$ este elementul neutru al legii de compoziţie „$*$”.
4.Determinaţi numerele reale x pentru care $(x+2)*(x+2)=6$.
5.Determinaţi numerele $x\in(0,+\infty)$ pentru care $\lg x*\lg(3x)=-3$.
6.Daţi exemplu de numere raţionale a şi b, care nu sunt întregi, pentru care numărul $a*b$ este întreg.

Subiectul III

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 1 & 2\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ şi $M(a)=aA+I_2$,unde a este număr real.
1.Arătaţi că $\det A=2$.
2.Demonstraţi că $\det\big(M(a)\big)=(a+1)(2a+1)$,pentru orice număr real a.
3.Determinaţi inversa matricei $M(-2)$.
4.Arătaţi că $M(1)\cdot M(2)=3(A\cdot A+I_2)$.
5.Demonstraţi că $\det(M(a)-2aA)\neq 1$,pentru orice număr întreg nenul a.
6.Determinaţi matricea $X\in\mathcal{M}_{2,1}(\mathbb{R})$ pentru care $A\cdot X=\begin{pmatrix}-4\\ 0\end{pmatrix}$.

Testul 39(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $(\sqrt{6}+1)(\sqrt{6}-1)-(\sqrt{5}+1)(\sqrt{5}-1)=1$.
2. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=4x-3$.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale inecuaţia $f(x)<5$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_3(x^2+2)=\log_3 18$.
4.Determinaţi câte numere naturale de patru cifre distincte se pot forma cu cifrele 1,2,3,4,5 şi 6.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $M(3,2)$ şi $N(4,-1)$ .Determinaţi coordonatele punctului P, simetricul punctului N faţă de punctul M.
6.Calculaţi lungimea laturii BC a triunghiului ABC dreptunghic în A,ştiind că AB=10 şi $m(\sphericalangle C)=30°$.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=xy-3(x+y)+12$.
1.Arătaţi că $1*3=3$.
2.Demonstraţi că $x*y=(x-3)(y-3)+3$, pentru orice numere reale x şi y.
3.Verificaţi dacă e=4 este elementul neutru al legii de compoziţie „$*$”.
4.Determinaţi numerele naturale n pentru care $n*n\leq n$.
5.Determinaţi numărul real x pentru care $(3^x*3^x)*3^x=219$.
6.Determinaţi numerele raţionale p şi q, ştiind că $\frac{4}{\sqrt{5}-1}*\frac{4}{\sqrt{5}-1}=p+q\sqrt{5}$.

Subiectul III

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}-2 & -1\\ 4 & 2\end{pmatrix}$ şi $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ şi $M(a)=I_2+aA$, unde a este număr real.
1.Arătaţi că detA=0.
2.Arătaţi că $A\cdot A=O_2$, unde $O_2=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$.
3.Demonstraţi că $M(a)\cdot M(b)=M(a+b)$,pentru orice numere reale a şi b.
4.Determinaţi numerele reale t, ştiind că $M(t)\cdot M(t^2)=M(90)$.
5.Arătaţi că inversa matricei I_2+A este matricea I_2-A.
6.Rezolvaţi în $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ ecuaţia $(I_2+A)\cdot X=A-I_2$.

Testul 40(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $2(4-\sqrt{5})+\sqrt{20}=8$.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3x^2+a-3$.Determinaţi numărul real a, pentru care $f(0)=0$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt[3]{9-x}=1$.
4.După două ieftiniri succesive cu câte 50%, un tricou costă 8 lei.Calculaţi preţul iniţial al tricoului.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $M(3,4)$ şi $N(0,4)$.Calculaţi lungimea segmentului MN.
6.Calculaţi lungimea laturii AB triunghiului ABC dreptunghic în A, ştiind că BC=15 şi sinC=$\frac{4}{5}$.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=x+y-4$.
1.Arătaţi că $4*(-5)=-5$.
2.Arătaţi că legea de compoziţie „$*$” este asociativă.
3.Verificaţi dacă e=4 este elementul neutru al legii de compoziţie „$*$”.
4.Demostraţi că $(a+2020)*(2020-a)=2020*2020$, pentru orice număr real a.
5.Determinaţi numărul real x pentru care $9^x=3^x*10$.
6.Determinaţi numerele naturale n pentru care $n*(n+1)\leq 3$.

Subiectul III

Se consideră matricele M=$\begin{pmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{pmatrix}$ şi $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ şi $A(a)=aI_2+M$, unde a este număr real.
1.Arătaţi că detM=-2.
2.Calculaţi suma elementelor matricei $A(2017)$.
3.Arătaţi că $M\cdot M=5M+2I_2$.
4.Arătaţi că inversa matricei $A(1)$ este matricea $\begin{pmatrix}\frac{5}{4} & -\frac{1}{2}\\ -\frac{3}{4} & \frac{1}{2}\end{pmatrix}$.
5.Determinaţi numerele reale a pentru care $A(a)\cdot A(a)=A(a^2)+M\cdot M$.
6.Determinaţi numărul natural m pentru care $\det(A(m))<4$.

Testul 41 (Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Determinaţi a 2019-a zecimală a numărului $\frac{40}{11}$.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-4x+3$.Determinaţi valoarea minimă a funcţiei f.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $9^x-3^x=72$.
4.După o majorare cu 10%, urmată de o reducere cu 10%,preţul unui televizor este 1980 de lei. Calculaţi preţul iniţial al televizorului.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,1),B(5,-1),C(4,-3)$ şi $D(4,a)$.Determinaţi numărul real a, ştiind că vectorii $\overrightarrow{AD}$ şi $\overrightarrow{CB}$ sunt coliniari.
6.Calculaţi raza cercului circumscris triunghiului ABC cu AB=18 , AC=24 şi BC=30.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=xy-8x-8y+72$.
1.Calculaţi $6*7$.
2.Demonstraţi că $x*y=(x-8)(y-8)+8$, pentru orice numere reale x şi y.
3.Demostraţi că legea că legea de compoziţie „$*$” este asociativă.
4.Determinaţi numerele reale x, pentru care $x*(x+1)=14$.
5.Determinaţi valorile reale x pentru care $x*x\leq 24$.
6.Calculaţi $2^0*2^1*2^2*\ldots*2^{2020}$.

Subiectul III

Se consideră matricea $A(a,b)=\begin{pmatrix} a & -b \\ b & a \end{pmatrix}$, unde a şi b sunt numere reale.
1.Calculaţi $\det(A(1,1))$.
2.Determinaţi numerele reale x şi y, ştiind că $A(x,y)-A(3,1)=A(1,1)$.
3.Arătaţi că $6A(3,1)-A(3,1)\cdot A(3,1)=10A(1,0)$.
4.Determinaţi numerele reale a şi b, ştiind că $\det(A(a,b))=0$.
5.Rezolvaţi ecuaţia matriceală $A(1,1)\cdot X=A(1,0)$.
6.Determinaţi perechile de numere naturale (m,n), ştiind că matricea $A(m,-n)$ este inversa matricei $A(m,n)$.

Testul 42(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Se consideră o progresie aritmetică $(a_n)_{n\geq 1}$ de raţie 4 şi care are suma primilor 10 termeni egală cu 250.Determinaţi a_1.
2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x-2$.Determinaţi coordonatele punctului situat pe graficul funcţiei f şi care are abscisa egală cu dublul ordonatei.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $x+\frac{1}{x}=-2$.
4.Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr n din mulţimea H={0,1,2,3,4}, acesta să verifice egalitatea $3^n+4^n=2^n+5^n$.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $M(1,-1)$,$N(1,2)$ şi $P(4,2)$.Determinaţi lungimea înălţimii din N a triunghiului MNP.
6.Se consideră triunghiul dreptunghic ABC cu ipotenuza BC=8,punctele D şi E, mijloacele laturilor AB, respectiv BC.Ştiind că DE=2,calculaţi $m(\sphericalangle B)$.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=2xy-8x-8y+36$.
1.Calculaţi $1*4$.
2.Demostraţi că $x*y=2(x-4)(y-4)+4$, pentru orice numere reale x şi y.
3.Demostraţi că legea de compoziţie „$*$” este asociativă.
4.Determinaţi numerele reale x pentru care $x*x=36$.
5.Calculaţi $\sqrt{1}*\sqrt{2}*\sqrt{3}*\ldots*\sqrt{2020}$.
6.Daţi un exemplu de numere $a,b\in\mathbb{Q}\setminus\mathbb{Z}$ astfel încât $a*b=6$.

Subiectul III

Se consideră $\mathbb{Z}_{10}=\{\hat{0},\hat{1},\hat{2},\hat{3},\hat{4},\hat{5},\hat{6},\hat{7},\hat{8},\hat{9}\}$, mulţimea claselor de resturi modulo 10.
1.Calculaţi $\hat{2}+\hat{4}+\hat{6}+\hat{8}$ în $\mathbb{Z}_{10}$.
2.Calculaţi $\hat{2}\cdot\hat{7}$ în $\mathbb{Z}_{10}$.
3.Rezolvaţi în $\mathbb{Z}_{10}$ ecuaţia $\hat{3}\cdot x+\hat{4}=\hat{9}$.
4.Determinaţi simetricul elementului $\hat{6}$ în raport cu operaţia de adunare în $\mathbb{Z}_{10}$.
5.Determinaţi elementele simetrizabile în raport cu operaţia de înmulţire în $\mathbb{Z}_{10}$.
6.Determinaţi mulţimea $M=\{x\in\mathbb{Z}_{10}\,|\,x^2+\hat{5}=\hat{0}\}$.

Testul 43(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\left(1-\left(\frac{1}{2}\right)^3+\frac{1}{4}\right):\frac{9}{8}=1$.
2.Determinaţi numărul real a pentru care $f(3)+f(-3)=8$, unde $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+a$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_2(x^2+4)=\log_2(5x)$.
4.Preţul unui obiect este 500 de lei.Determinaţi preţul obiectului după ce se ieftineşte de două ori, succesiv, cu câte 10%.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $O(0,0)$,$A(-4,3)$ şi $B(4,3)$.Determinaţi distanţa de la punctul O la punctul M, unde M este mijlocul segmentului AB.
6.Calculaţi aria triunghiului ABC, ştiind că $m(\sphericalangle C)=45^\circ$ şi AB=AC=$4\sqrt{5}$.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x*y=x+y-4$.
1.Arătaţi că $4*0=0$.
2.Arătaţi că legea de compoziţie „$*$”este comutativă.
3.Verificaţi dacă $e=4$ este elementul neutru al legii de compoziţie „$*$”.
4.Determinaţi numerele reale x pentru care $x*x*x=x$.
5.Arătaţi că $1*2*3*4*5*6*7*8*9=13$.
6.Determinaţi numerele naturale pare nenule n pentru care $\underbrace{n*n*\ldots*n}_{\text{de 4 ori n}}<4$.

Subiectul III

Se consideră matricea $A(a)=\begin{pmatrix}a & 4\\ 2 & 3\end{pmatrix}$, unde a este număr real.
1.Arătaţi că $\det(A(1))=-5$.
2.Demonstraţi că $A(-a)+A(a)=2A(0)$,pentru orice număr real a.
3.Arătaţi că inversa matricei $A(3)$ este matricea $\begin{pmatrix}3 & -4\\ -2 & 3\end{pmatrix}$.
4.Determinaţi valorile reale ale lui a pentru care matricea $A(a)$ este inversabilă.
5.Determinaţi numerele reale a pentru care $A(a^2)-4A(a)+3A(1)=O_2$, unde $O_2=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$.
6.Determinaţi numerele reale a pentru care $\det(A(a)+A(2))=a^2-15$.

Testul 44(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\sqrt{\frac{25}{9}}-\frac{55}{33}=0$.
2.Rezolvaţi în mulţimea numerelor naturale nenule inecuaţia $4(x-2)<8$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_3(x^2+6x+13)=\log_3 4$
4.Determinaţi câte numere naturale impare de două cifre se pot forma cu cifrele 2,3,4,5 şi 6.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $M(1,1)$,$N(5,1)$ şi $P(5,5)$.Arătaţi că triunghiul MNP este isoscel.
6.Se consideră triunghiul ABC dreptunghic în A, cu AC=4 şi BC=8.Arătaţi că $m(\sphericalangle B)=30°$.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=xy+6(x+y)+30$.
1.Arătaţi că $\sqrt{3}*\left(-\sqrt{3}\right)=27$.
2.Arătaţi că $x*y=(x+6)(y+6)-6$, pentru orice numere reale x şi y.
3.Verificaţi dacă $e=-5$ este elementul neutru al legii de compoziţie „$*$”.
4.Determinaţi numărul real a pentru care $3*a=45$.
5.Determinaţi numerele reale x, x>0 pentru care $(\log_2 x)*(\log_2 x)=30$.
6.Determinaţi numerele întregi m pentru care $m*(2-m)\geq 43$.

Subiectul III

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}6 & -1\\ -5 & 1\end{pmatrix}$ şi $B=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 5 & 6\end{pmatrix}$.
1.Arătaţi că detA=1.
2.Arătaţi că $A\cdot B-B\cdot A=O_2$, unde $O_2=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$.
3.Determinaţi numerele reale x pentru care $\det(A+xB)=1-4x$.
4.Determinaţi numerele reale x şi y pentru care $A\cdot\begin{pmatrix}x\\ y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}11\\ -9\end{pmatrix}$.
5.Arătaţi că $\det(A+B)+\det(A-B)=2(\det A+\det B)$.
6.Determinaţi matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, astfel încât $A\cdot X-B=I_2$, unde $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

Testul 45(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\left(\left(\frac{1}{4}\right)^2+4\right):\frac{65}{16}=1$.
2.Arătaţi că $f(1)-f(-1)=6$ pentru orice număr real m, unde $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3x+m$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $3^{x^2+4}=3^{5x}$.
4.Preţul unui obiect este 1600 de lei.Determinaţi preţul obiectului după ce se scumpeşte de două ori, succesiv, cu câte 5%.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3,8)$ şi $B(3,4)$.Determinaţi distanţa de la punctul O la punctul C,unde C este simetricul punctului A faţă de punctul B.
6.Calculaţi aria triunghiului ABC, ştiind că $m(\sphericalangle C)=45°$ şi AB=AC=6.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=x+y-2019$.
1.Arătaţi că $2000*19=0$.
2.Arătaţi că legea de compoziţie „$*$” este asociativă.
3.Demonstraţi că $a*(a+2019)=(a+1009)*(a+1010)$, pentru orice număr real a.
4.Determinaţi numărul real x, ştiind că $4^x*2^x=-1999$.
5.Determinaţi cel mai mare număr natural n, pentru care $n*n\leq n$.
6.Arătaţi că numărul $\frac{2}{3-\sqrt{5}}*\frac{2}{3+\sqrt{5}}$ este întreg.

Subiectul III

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 3\\ 3 & 3\end{pmatrix}$ şi $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.
1.Calculaţi detA.
2.Demonstraţi că inversa matricei A este matricea $\begin{pmatrix}-\frac{1}{2} & \frac{1}{2}\\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{6}\end{pmatrix}$.
3.Arătaţi că $A\cdot A-4A=6I_2$.
4.Determinaţi numerele reale x, ştiind că $\det(A-xI_2)=-1$.
5.Determinaţi numărul real a, ştiind că $A\cdot A\cdot A=aA+24I_2$.
6.Determinaţi numerele reale p şi q, pentru care $A\cdot X=X\cdot A$, unde $X=\begin{pmatrix}2 & p\\ 1 & q\end{pmatrix}$.

Testul 46(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Determinaţi raţia progresiei aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$, ştiind că $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 24$ şi $a_1 = 3$.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 6x + 5$.Determinaţi distanţa dintre punctele de intersecţie a graficului funcţiei f cu axa Ox.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $3^{x+2} + 3^{x+1} + 3^x = 13$.
4.După două creşteri succesive cu câte 10%, un produs costă 363 de lei.Calculaţi preţul produsului înainte de cele două scumpiri.
5.Determinaţi numărul real m pentru care vectorii $\overrightarrow{v_1} = m\vec{i} + 8\vec{j}$ şi $\overrightarrow{v_2} = 3\vec{i} + 4\vec{j}$ sunt coliniari.
6.Calculaţi aria dreptunghiului ABCD, ştiind că AB=5 şi AC=7.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x*y=2x+2y-xy-2$.
1.Calculaţi $(-2) * 2$.
2.Verificaţi dacă legea de compoziţie „$*$” este comutativă.
3.Arătaţi că $x*y=-(x-2)(y-2)+2$, pentru orice numere reale x şi y.
4.Determinaţi numerele reale x, pentru care $x*x=-2$.
5.Determinaţi numărul real a, pentru care $a*a\geq 2$.
6.Calculaţi $\frac{1}{2018} * \frac{2}{2018} * \frac{3}{2018} * \ldots * \frac{4037}{2018}$.

Subiectul III

Se consideră matricea $A(n) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ n & 1 \end{pmatrix}$, unde n este număr întreg.
1.Calculaţi $\det(A(2018))$.
2.Arătaţi că $A(-2018) + A(2018) = 2I_2$, unde $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
3.Arătaţi că $A(m) \cdot A(n) = A(m+n)$, pentru orice numere întregi m şi n.
4.Se consideră matricea $B=A(0) + A(1) + A(2) + A(3) + A(4) + A(5) + A(6)$. Arătaţi că suma elementelor matricei B este divizibilă cu 7.
5.Arătaţi că matricea A(n) este inversabilă pentru orice număr întreg n.
6.Determinaţi matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{Z})$ pentru care $A(2018) \cdot X = A(2019)$.

Testul 47(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $2{,}75+\sqrt{\frac{25}{16}}-\frac{2^{2018}}{2^{2016}}=0$.
2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=-x^2+7$.Determinaţi numerele reale x pentru care $f(x)=3$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_3(x+1)=2$.
4.Determinaţi numărul pătratelor perfecte din mulţimea $\{1,2,3,\dots,2019\}$.
5.În reperul cartezian xOy se consideră dreapta d de ecuaţie $5x-4y+16=0$.Determinaţi numărul real a, ştiind că punctul $A(a,a)$ aparţine dreptei d.
6.Calculaţi perimetrul triunghiului ABC, ştiind că $m(\sphericalangle A)=90°$, $\sin C=\frac{5}{13}$ şi $BC=26$.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x*y=xy-5x-5y+30$.
1.Calculaţi $0*6$.
2.Arătaţi că $x*y=(x-5)(y-5)+5$, pentru orice numere reale x şi y.
3.Arătaţi că $x*5=5$, pentru orice număr real x.
4.Calculaţi $0*1*2*\dots*2019$.
5.Determinaţi numerele reale x pentru care $x*x=9$.
6.Determinaţi numerele naturale m şi n pentru care $m*n=4$.

Subiectul III

Se consideră $\mathbb{Z}_6=\{\hat{0},\hat{1},\hat{2},\hat{3},\hat{4},\hat{5}\}$, mulţimea claselor de resturi modulo 6.
1.Calculaţi $\hat{0}+\hat{1}+\hat{2}+\hat{3}+\hat{4}+\hat{5}$ în $\mathbb{Z}_6$.
2.Calculaţi $\hat{2}\cdot\hat{5}$ în $\mathbb{Z}_6$.
3.Rezolvaţi în $\mathbb{Z}_6$ ecuaţia $\hat{2}\cdot x=\hat{0}$.
4.Determinaţi simetricul elementului $\hat{1}$ în raport cu operaţia de adunare în $\mathbb{Z}_6$.
5.Determinaţi elementele simetrizabile în raport cu operaţia de înmulţire în $\mathbb{Z}_6$.
6.Determinaţi mulţimea $H=\{x\in\mathbb{Z}_6 \mid x^2=x\}$.

Testul 48(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\sqrt{27}-\sqrt{12}=\sqrt{3}$.
2.Determinaţi coordonatele punctului de intersecţie a graficelor funcţiilor f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=4x-1$ şi g:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=4-x$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $2^{14-4x}=4$.
4.Determinaţi câte numere naturale impare de două cifre se pot forma cu cifrele 5,6,7,8 şi 9.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,4)$,$B(6,4)$ şi $C(6,9)$.Arătaţi că AB=BC.
6.Arătaţi că $\cos45^\circ\cdot\sin45^\circ+\cos60^\circ=1$.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x\circ y=xy-4x-4y+16$.
1.Arătaţi că $4\circ2018=0$.
2.Arătaţi că legea de compoziţie „$\circ$” este comutativă.
3.Demonstraţi că $x\circ y=(x-4)(y-4)$, pentru orice numere reale x şi y.
4.Determinaţi numerele reale x, pentru care $(x-4)\circ x=0$.
5.Arătaţi că $x^2\circ x^2=(x-2)^2(x+2)^2$, pentru orice număr real x.
6.Determinaţi numerele naturale a şi b, ştiind că $a\circ b=5$.

Subiectul III

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}2 & -4\\ 1 & -2\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ şi $M(a)=A+aI_2$, unde a este număr real.
1.Arătaţi că detA=0.
2.Determinaţi numerele reale a, pentru care $\det\big(M(a)\big)=25$.
3.Arătaţi că $M(-1)+M(0)+M(1)=3A$.
4.Demonstraţi că $M(a)\cdot M(b)=(a+b)A+abI_2$, pentru orice numere reale a şi b.
5.Determinaţi valorile reale ale lui a, pentru care matricea $M(a)$ este inversabilă.
6.Rezolvaţi în $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ ecuaţia $M(1)\cdot X=A$.

Testul 49(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $4\left(1+\frac{1}{4}\right)\left(1+\frac{1}{5}\right)\left(1+\frac{1}{6}\right)=7$.
2.Determinaţi valorile reale ale lui x, pentru care $f(x)\geq g(x)$, unde $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=5x-4$ şi $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=x+8$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $5^{x^2+7}=5^{8x}$.
4.O firmă foloseşte 4000 de lei pentru publicitate, sumă care reprezintă 5% din profitul anual al firmei.Calculaţi profitul anual al firmei.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(6,0)$, $B(12,8)$ şi $C(0,8)$.Calculaţi perimetrul triunghiului ABC.
6.Arătaţi că $\cos^2 30^\circ+\sin^2 60^\circ=\frac{3}{2}$.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x\circ y=x+y+6$.
1.Arătaţi că $(-2)\circ 2=6$.
2.Arătaţi că legea de compoziţie „$\circ$” este asociativă.
3.Verificaţi dacă $e=-6$ este elementul neutru al legii de compoziţie „$\circ$”.
4.Determinaţi numerele reale x, pentru care $x^2\circ x=8$.
5.Demonstraţi că $(x^2-y-6)\circ(x-y^2)=(x-y)(x+y+1)$, pentru orice numere reale x şi y.
6.Determinaţi numerele naturale m şi n, ştiind că $m\circ n=7$.

Subiectul III

Se consideră matricele $O_2=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$ şi $A(a)=\begin{pmatrix}2 & a\\ a & 2\end{pmatrix}$, unde a este număr real.
1.Arătaţi că $\det(A(0))=4$.
2.Determinaţi numerele reale a, pentru care $\det(A(a))=0$.
3.Arătaţi că $A(2)\cdot A(2)-4A(1)=O_2$.
4.Determinaţi numărul real a, pentru care $A(3)\cdot A(a)=5A(2)$.
5.Demonstraţi că $\det(A(a)-A(0))\leq 0$, pentru orice număr real a.
6.Determinaţi numerele reale a şi b, ştiind că $A(a)\cdot A(b)=O_2$.

Testul 50(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\sqrt{36}+\sqrt{81}-\sqrt{225}=0$.
2.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale inecuaţia $4(x+3)\leq 16$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_2(3x-9)=\log_2 3$.
4.Preţul unui obiect este 10000 de lei.Determinaţi preţul obiectului după ce se ieftineşte de două ori, succesiv, cu câte 10%.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0,4)$, $B(5,7)$ şi $C(5,3)$.Arătaţi că patrulaterul AOCB este paralelogram.
6.Calculaţi aria triunghiului ABC, ştiind că $m(\sphericalangle B)=60^\circ$ şi AB=BC=8.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=x+y-7$.
1.Arătaţi că $(-2)*9=0$.
2.Arătaţi că legea de compoziţie „$*$” este asociativă.
3.Arătaţi că $(1*3)*(9*11)=(1*11)*(3*9)$.
4.Determinaţi numărul real x, pentru care $(x*x)*x=x$.
5.Determinaţi numărul real x, pentru care $9^x*3^x=5$.
6.Demonstraţi că $x^2*\frac{1}{x^2}\geq -5$, pentru orice număr real nenul x.

Subiectul III

Se consideră matricele $A(a)=\begin{pmatrix}a & 2\\ 1 & 3\end{pmatrix}$ şi $B=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 1 & 1\end{pmatrix}$, unde a este număr real.
1.Arătaţi că detB=1.
2.Determinaţi numerele reale a, ştiind că $\det(aA(a))=0$.
3.Determinaţi valorile reale ale lui a, pentru care matricea $A(a)$ este inversabilă.
4.Demonstraţi că $A(a-2)+A(a+2)=2A(a)$, pentru orice număr real a.
5.Determinaţi numărul real a, ştiind că $\det(A(a)+B)=a+3$.
6.Rezolvaţi în mulţimea $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ ecuaţia $X\cdot A(1)=B$.

Testul 51(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\frac{1}{10}+\frac{1}{100}+\frac{1}{1000}+\frac{1}{10000}=0{,}1111$.
2.Determinaţi valorile reale ale lui x pentru care $f(x)\geq g(x)$, unde $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3x-2$ şi $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=x+2$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $3^{x^2}=3^{5x-4}$.
4.O firmă foloseşte 4000 de lei pentru publicitate, sumă care reprezintă 10% din profitul anual al firmei.Calculaţi profitul anual al firmei.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3,0)$, $B(7,4)$ şi $C(0,4)$.Calculaţi aria triunghiului ABC.
6.Arătaţi că $2\cos^2 60^\circ+2\sin^2 30^\circ=1$.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x\circ y=xy+4x+4y+20$.
1.Arătaţi că $0\circ(-4)=-4$.
2.Arătaţi că $x\circ y=(x+4)(y+4)-4$, pentru orice numere reale x şi y.
3.Arătaţi că $(-4)\circ x=-4$, pentru orice număr real x.
4.Verificaţi dacă $e=-3$ este element neutru al legii de compoziţie „$\circ$”.
5.Calculaţi $(-2020)\circ(-2019)\circ\ldots\circ(-4)$.
6.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $x\circ x\circ x=23$.

Subiectul III

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 2 & 5\end{pmatrix}$ şi $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.
1.Arătaţi că $\det A=1$.
2.Arătaţi că $A^2-6A=-I_2$, unde $A^2=A\cdot A$.
3.Determinaţi numerele reale x pentru care $\det(xA)=4$.
4.Arătaţi că $\det(A^2-6A+aI_2)\geq 0$, pentru orice număr real a, unde $A^2=A\cdot A$.
5.Determinaţi inversa matricei B, unde $B=A+I_2$.
6.Determinaţi matricele $X=\begin{pmatrix}a & b\\ b & a\end{pmatrix}\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, ştiind că $\det X=8$.

Testul 52(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Determinaţi numerele naturale a,b şi c, ştiind că $3168=2^a \cdot 3^b \cdot 11^c$.
2.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=5x^2-4$.Determinaţi abscisele punctelor care au ordonata egală cu 1 şi aparţin graficului funcţiei f.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{5x+21}-2x=5-x$.
4.Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulţimea numerelor naturale de două cifre, acesta să aibă suma cifrelor mai mică sau egală cu 11.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,-1)$ şi $B(5,3)$.Determinaţi coordonatele simetricului punctului A faţă de punctul B.
6.Perimetrul triunghiului dreptunghic ABC este egal cu 72.Determinaţi lungimea ipotenuzei BC, ştiind că $\sin B=0,6$.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x\circ y=xy+2x+2y+2$.
1.Calculaţi $(-\sqrt{3})\circ\sqrt{3}$.
2.Arătaţi că $x\circ y=(x+2)(y+2)-2$, pentru orice numere reale x şi y.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $x^2\circ x=-2$.
4.Verificaţi dacă legea de compoziţie „$\circ$” este asociativă.
5.Demonstraţi că numărul $1+(n-1)\circ(n-1)$ este multiplu de 8, pentru orice număr natural par n.
6.Daţi un exemplu de două numere iraţionale a şi b, pentru care $a\circ b\in\mathbb{N}$.

Subiectul III

Se consideră matricea $A(x)=\begin{pmatrix} x & 1 \\ x-1 & 2 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
1.Calculaţi $\det(A(2))$.
2.Arătaţi că $A(1)+A(3)=2A(2)$.
3.Determinaţi numărul natural n, pentru care $|\det(A(n))|=1-2n$.
4.Determinaţi valorile reale ale lui x, pentru care $\det(xA(x)-2I_2)\geq 0$, unde $I_2=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
5.Demonstraţi că matricea $A(x^2)$ este inversabilă, pentru orice număr real x.
6.Determinaţi matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, pentru care $2X+3A(1)=4A(2)$.

Testul 53(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1-\frac{1}{4}\right)\left(1-\frac{1}{5}\right)>0{,}19$.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-8x+24$.Arătaţi că $f(8-x)=f(x)$, pentru orice număr real x.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{x^2+5x-6}=x-1$.
4.Calculaţi probabilitatea ca, alegând un element din mulţimea $\{\sqrt{n}|n\in\mathbb{N}, n<60\}$, acesta să fie număr raţional.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3,-3)$, $B(4,-4)$ şi $C(-3,3)$.Verificaţi dacă punctele A,B şi C sunt coliniare.
6.Se consideră rombul ABCD cu AB=5 şi BD=8.Calculaţi $\sin(\sphericalangle ABD)$.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=x+y+4$.
1.Calculaţi $3*(-5)$.
2.Arătaţi că legea de compoziţie „$*$” este asociativă.
3.Verificaţi dacă $e=-4$ este elementul neutru al legii de compoziţie „$*$”.
4.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $16^x*4^x=276$.
5.Demonstraţi că numărul $(8n^2-16n+6)*(8n^2-16n+6)$ este pătrat perfect, pentru orice număr natural n.
6.Se consideră numărul real $a=1*(-3)*5*(-7)*9*(-11)*13*(-15)*17*(-19)$. Arătaţi că $a\in(\sqrt{675},\sqrt{677})$.

Subiectul III

Se consideră mulţimea $\mathbb{Z}[\sqrt{3}]=\{a+b\sqrt{3}|a,b\in\mathbb{Z}\}$.
1.Verificaţi dacă $1\in\mathbb{Z}[\sqrt{3}]$.
2.Demonstraţi că $x+y\in\mathbb{Z}[\sqrt{5}]$, pentru orice $x,y\in\mathbb{Z}[\sqrt{3}]$.
3. Demonstraţi că $xy\in\mathbb{Z}[\sqrt{5}]$, pentru orice $x,y\in\mathbb{Z}[\sqrt{3}]$.
4.Verificaţi dacă $\frac{1}{7+4\sqrt{3}}=7-4\sqrt{3}$.
5.Arătaţi că $\frac{1}{7-4\sqrt{5}}\in\mathbb{Z}[\sqrt{3}]$.
6.Daţi exemplu de un număr $x\in\mathbb{Z}[\sqrt{3}]$, astfel încât $0<x<\frac{1}{13}$.

Testul 54(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\sqrt{50}-\sqrt{32}-\sqrt{2}=0$
2.Determinaţi coordonatele punctului de intersecţie a graficelor funcţiilor f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+1$ şi g:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=5-3x$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $3^{6-3x}=27$.
4.Determinaţi câte numere naturale pare de două cifre se pot forma cu cifrele 2,3,4,5 şi 6.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,4)$, $B(6,4)$ şi $C(6,8)$.Arătaţi că AB=BC.
6.Arătaţi că $\sin30^\circ+\cos45^\circ\cdot\sin45^\circ=1$.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x\circ y=xy+3x+3y+6$.
1.Arătaţi că $2019\circ(-3)=-3$.
2.Demonstraţi că legea de compoziţie „$\circ$” este asociativă.
3.Verificaţi dacă $e=-2$ este elementul neutru al legii de compoziţie „$\circ$”.
4.Arătaţi că $x\circ x=(x+3)^2-3$, pentru orice număr real x.
5.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $x\circ x\circ x\circ x=-2$.
6.Arătaţi că $x\circ(x+1)\geq x$, pentru orice număr real x.

Subiectul III

Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ şi $A(a)=\begin{pmatrix}a & 1\\ 2 & a+1\end{pmatrix}$, unde a este un număr real.
1.Arătaţi că $\det\big(A(0)\big)=-2$.
2.Determinaţi numerele reale a pentru care $\det\big(A(a)\big)=0$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale inecuaţia $\det(A(a)-I_2)<0$.
4.Arătaţi că $(2a+1)A(a)-A(a)\cdot A(a)=(a^2+a-2)I_2$, pentru orice număr real a.
5.Determinaţi inversa matricei $A(2)$.
6.Determinaţi numerele reale m pentru care $\det\big(A(m)\big)\leq 1$.

Testul 55(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\left(3+\left(\frac{1}{2}\right)^4\right):\frac{49}{16}=1$.
2.Determinaţi numărul real a pentru care $f(3)+f(-3)=6$, unde $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+a$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $5^{x^2+4}=5^{5x}$.
4.Preţul unui obiect este 300 de lei.Determinaţi preţul obiectului după ce se scumpeşte de două ori, succesiv, câte 10%.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $O(0,0)$, $A(-4,5)$ şi $B(4,5)$.Determinaţi distanţa de la punctul O la punctul M, ştiind că M este mijlocul segmentului AB.
6.Calculaţi aria triunghiului ABC, ştiind că $m(\sphericalangle C)=45^\circ$ şi AB=AC=$\sqrt{2}$.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=x+y-2018$.
1.Arătaţi că $1010*1008=0$.
2.Arătaţi că legea de compoziţie „$*$” este asociativă.
3.Verificaţi dacă $e=2018$ este elementul neutru al legii de compoziţie „$*$”.
4.Determinaţi numărul real x, ştiind că $x*x=2018$.
5.Arătaţi că $x*(x+2018)=(x+1010)*(x+1008)$, pentru orice număr real x.
6.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $5^x*25^x=-1988$.

Subiectul III

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & -1\\ 5 & 0\end{pmatrix}$ şi $B=\begin{pmatrix}a & b\\ 5 & 6\end{pmatrix}$, unde a şi b sunt numere reale.
1.Arătaţi că detA=5.
2.Determinaţi numerele reale a şi b astfel încât $B-A=6I_2$, unde $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.
3.Pentru a=0, determinaţi numărul real b pentru care detB=25.
4.Determinaţi numerele reale a şi b, ştiind că AB=BA.
5.Arătaţi că inversa matricei A este matricea $\begin{pmatrix}0 & \frac{1}{5}\\ -1 & \frac{1}{5}\end{pmatrix}$.
6.Pentru a=b=1, rezolvaţi în $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ ecuaţia $B\cdot X=A$.

Testul 56(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\sqrt{64}-\sqrt{32}+\sqrt{72}-\sqrt{8}=8$.
2.Determinaţi numărul real m pentru care $f(3)=0$, unde $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x-m$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{x^2+4}=2$.
4.O firmă foloseşte 3000 de lei pentru publicitate, ceea ce reprezintă 20% din profitul anual al firmei. Determinaţi profitul anual al firmei.
5.Determinaţi ecuaţia dreptei care trece prin punctul $M(2,-2)$ şi este paralelă cu dreapta d de ecuaţie $y=x-2$.
6.Arătaţi că $\cos 60^\circ+\sqrt{3}\cdot\sin 60^\circ=2$.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=x+y-3$.
1.Calculaţi $(-3)*3$.
2.Arătaţi că legea de compoziţie „$*$” este asociativă.
3.Verificaţi dacă $e=3$ este element neutru al legii de compoziţie „$*$”.
4.Determinaţi numărul real x, ştiind că $(x+1)*x=4$.
5.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $4^x*2^x=3$.
6.Arătaţi că $x^2*\frac{1}{x^2}\geq -1$ pentru orice număr real nenul x.

Subiectul III

Se consideră matricea $A(a)=\begin{pmatrix} a & -1 \\ 1 & a \end{pmatrix}$, unde a este număr real.
1.Calculaţi $\det(A(0))$.
2.Arătaţi că $4\cdot A(1)-3\cdot A(-1)=A(7)$.
3.Determinaţi numerele reale a, ştiind că $\det(A(a))=10$.
4.Arătaţi că $\det(A(a)-I_2)>0$ pentru orice număr real a, unde $I_2=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
5.Determinaţi inversa matricei $A(2)$.
6.Determinaţi numărul matricelor $A(a)$, unde a este număr întreg şi $\det(A(a))\leq 401$.

Testul 57 (Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\left(-2+\left(-\frac{1}{3}\right)^2\right):\left(-\frac{17}{3}\right)=\frac{1}{3}$.
2.Determinaţi coordonatele punctului de intersecţie a graficului funcţiei $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=-\frac{1}{4}x+\frac{3}{4}$ cu axa Ox.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $3^{x^2-5x}=9^{x-3}$.
4.După o scumpire cu 10% un obiect costă 473 lei.Calculaţi preţul obiectului înainte de scumpire.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $D(3,5)$,$E(-3,-3)$ şi $F(7,-3)$.Determinaţi coordonatele mijlocului medianei din vârful D al triunghiului DEF.
6.Calculaţi perimetrul triunghiului ABC dreptunghic în A, ştiind că tgB= $\frac{4}{3}$ şi AC=16.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x\circ y=xy-4x-4y+20$.
1.Calculaţi $6\circ 4$.
2.Verificaţi dacă legea de compoziţie „$\circ$” este comutativă.
3.Arătaţi că $x\circ y=(x-4)(y-4)+4$, pentru orice numere reale x şi y.
4.Arătaţi că $4\circ x=4$, pentru orice număr real x.
5.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $x\circ x\circ x=31$.
6.Determinaţi perechile de numere întregi (m,n), ştiind că $m\circ n=5$.

Subiectul III

Se consideră mulţimea $G=\left\{A(x)=\begin{pmatrix}1-x & -2x\\ x & 1+2x\end{pmatrix}|x\in\mathbb{R}\right\}$.
1.Arătaţi că matricea $\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ aparţine mulţimii G.
2.Calculaţi $\det(A(1))$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $A(x^2)-A(2x)=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$.
4.Determinaţi valorile reale ale lui x pentru care matricea $A(x)$ este inversabilă.
5.Arătaţi că $A(y)\cdot A(y)=A(x+y+xy)$, pentru orice numere reale x şi y.
6.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $A(x)\cdot A(x)\cdot A(x)\cdot A(x)=A(0)$.

Testul 58(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Calculaţi $3^{-3}\cdot 2-\left(\frac{1}{3}\right)^0$.
2.Calculaţi $f(-2)+f(-1)+f(0)+f(1)+f(2)$, unde $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=-3x+1$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt[3]{x^2-6x+4}=-1$.
4.Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulţimea $\{1,2,\dots,25\}$, acesta să fie număr impar.
5.Determinaţi numărul real a, ştiind că dreptele $d_1: 5x+(a+3)y-2=0$ şi $d_2: 5x+6y-3=0$ sunt paralele.
6.Calculaţi aria unui pătrat, ştiind că lungimea uneia din diagonale este egală cu 8 dm.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x*y=xy-5x-5y+30$.
1.Calculaţi $0*5$.
2.Arătaţi că $x*y=(x-5)(y-5)+5$, pentru orice numere reale x şi y.
3.Verificaţi dacă $e=6$ este element neutru al legii de compoziţie „$*$”.
4.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $(4x)*x=5$.
5.Arătaţi că $x*(-x)\leq 30$, pentru orice număr real x.
6.Arătaţi că dacă x şi y sunt numere întregi, multipli de 5, atunci numărul $x*y$ este întreg, multiplu de 5.

Subiectul III

Se consideră $\mathbb{Z}_{10}=\{\hat{0},\hat{1},\hat{2},\hat{3},\hat{4},\hat{5},\hat{6},\hat{7},\hat{8},\hat{9}\}$, mulţimea claselor de resturi modulo 10.
1.Calculaţi $\hat{1}\cdot\hat{2}\cdot\hat{3}\cdot\hat{4}\cdot\hat{5}\cdot\hat{6}\cdot\hat{7}\cdot\hat{8}\cdot\hat{9}$ în $\mathbb{Z}_{10}$.
2.Arătaţi că $\hat{5}\cdot(\hat{3}+\hat{6})=\hat{5}\cdot\hat{3}+\hat{5}\cdot\hat{6}$ în $\mathbb{Z}_{10}$.
3.Rezolvaţi în $\mathbb{Z}_{10}$ ecuaţia $\hat{2}x+\hat{2}=\hat{0}$.
4.Determinaţi simetricul elementului $\hat{3}$ în raport cu operaţia de înmulţire din $\mathbb{Z}_{10}$.
5.Determinaţi mulţimea $A=\{x\in\mathbb{Z}_{10}\mid x^3=x\}$.
6.Rezolvaţi în $\mathbb{Z}_{10}$ sistemul $\begin{cases}\hat{2}x+y=\hat{5}\\ \hat{3}x+\hat{7}y=\hat{3}\end{cases}$.

Testul 59(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\left(\left(\frac{1}{2}\right)^3+3\right):\frac{25}{8}=1$.
2.Se consideră funcţiile f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2019-x$ şi g:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=x-2019$.Determinaţi coordonatele punctului de intersecţie a graficelor celor două funcţii.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $8^{x^2+7x}=8^{x-9}$.
4.Preţul unui aparat de fotografiat este de 480 de lei.Determinaţi preţul aparatului de fotografiat după o reducere cu 25%.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-3,2)$ şi $B(3,2)$.Determinaţi coordonatele mijlocului segmentului AB.
6.Determinaţi lungimea laturii BC a triunghiului ABC dreptunghic în A ştiind că AC=16 şi sinB= $\frac{4}{5}$.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=x+y+12$.
1.Calculaţi $9*(-3)$.
2.Arătaţi că legea de compoziţie „$*$” este asociativă.
3.Verificaţi dacă $e=-12$ este element neutru al legii de compoziţie „$*$”.
4.Determinaţi numerele întregi x ştiind că $(x^2)*x=144$.
5.Arătaţi că $x*(x+24)=(x*x)*12$ pentru orice număr real x.
6.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\lg x*\lg x=14$.

Subiectul III

Se consideră matricea $A(a)=\begin{pmatrix}1 & 0\\ a & 1\end{pmatrix}$, unde a este număr real.
1.Calculaţi $\det(A(0))$.
2.Determinaţi numărul real a ştiind că $2A(a)+A(a-3)=3A(0)$.
3.Arătaţi că $A(1)+A(2)+\cdots+A(9)=9A(5)$.
4. Arătaţi că $\det(A(a)+A(b))=4\det(A(a)\cdot A(b))$ pentru orice numere reale a şi b.
5. Verificaţi dacă matricea $A(-a)$ este inversa matricei $A(a)$ pentru orice număr real a.
6.Determinaţi matricea $X=\begin{pmatrix}p & q\\ 2 & 1\end{pmatrix}\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ ştiind că $X\cdot A(a)=A(a)\cdot X$ pentru orice număr real a.

Testul 60(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Scrieţi în ordine crescătoare numerele $2019^0, \sqrt{16}$ şi 3.
2.Determinaţi coordonatele punctului de intersecţie dintre graficul funcţiei f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = 3x - 6$ şi axa Ox.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $3^{3x+2} = 3^{-1}$.
4.Determinaţi câte numere naturale de trei cifre distincte se pot forma cu cifrele 2,4,5,7 şi 9.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3,3)$,$B(6,3)$ şi $C(3,6)$.Arătaţi că triunghiul ABC este isoscel.
6.Calculaţi aria triunghiului ABC dreptunghic în A ştiind că AB=12 şi BC=13.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=xy-2x-2y+9$.
1.Calculaţi $0*2$.
2.Arătaţi că legea de compoziţie „$*$” este comutativă.
3.Arătaţi că $x*y=(x-2)(y-2)+5$, pentru orice numere reale x şi y.
4.Verificaţi dacă $x*2=5$ pentru orice număr real x.
5.Determinaţi numerele reale x ştiind că $x*x=14$.
6.Determinaţi numărul perechilor de numere întregi (m, n) ştiind că $m*n=6$.

Subiectul III

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 1 & 0\end{pmatrix}$,$B=\begin{pmatrix}4 & 2\\ 1 & 3\end{pmatrix}$ şi $I_2 = \begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.
1.Calculaţi detA.
2.Arătaţi că $A\cdot A+I_2 = B$.
3.Verificaţi dacă $A\cdot B=B\cdot A$.
4.Arătaţi că matricea $C=\begin{pmatrix}0 & 1\\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2}\end{pmatrix}$ este inversa matricei A.
5.Determinaţi numerele reale a ştiind că $\det(A + aI_2) = 10$.
6.Rezolvaţi în $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ ecuaţia $A\cdot X=B$.

Testul 61(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că numărul $\sqrt{18}+3\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)-\sqrt{27}$ este natural.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x-5$.Determinaţi coordonatele punctului de intersecţie dintre graficul funcţiei f şi axa absciselor.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $5^{x^2+1}=25$.
4.După o scumpire cu 10%, urmată de o ieftinire cu 10% din noul preţ, un produs costă 2970 de lei. Calculaţi preţul produsului înainte de scumpire.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $P(2,3)$, $Q(3,1)$ şi $R(6,1)$.Determinaţi coordonatele punctului S, ştiind că PQRS este paralelogram.
6.Calculaţi cosinusul unghiului A al triunghiului ABC în care AB=6,AC=8 şi BC=9.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=x+y-2$.
1.Calculaţi $3*4$.
2.Verificaţi dacă legea de compoziţie „$*$” este comutativă.
3.Arătaţi că legea de compoziţie „$*$” este asociativă.
4.Determinaţi numerele reale x pentru care $(x^2)*x=10$.
5.Arătaţi că $x*(x+2018)=(x+1014)*(x+2014)$,pentru orice număr real x.
6.Determinaţi numărul real nenul x pentru care $x*\frac{1}{x}=0$.

Subiectul III

Pentru fiecare număr real m se consideră matricea $A(m)=\begin{pmatrix} m & 1 & m \\ m & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.
1.Calculaţi $\det(A(0))$.
2.Calculaţi $A(0)\cdot A(1)$.
3.Determinaţi numărul real m pentru care $\det(A(m))=m$.
4.Arătaţi că $A(2)+A(4)=2A(3)$.
5.Verificaţi dacă matricea $B=\begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ este inversa matricei $A(0)$.
6.Determinaţi numărul real m pentru care sistemul $\begin{cases} mx+y+mz=0 \\ mx+z=m \\ x+y=1 \end{cases}$ are soluţia $(0,1,0)$.

Testul 62(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Verificaţi dacă $(3^3-1)(3^3+1)=728$.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=4x+3$.Determinaţi coordonatele punctului A care aparţine graficului funcţiei f şi care are abscisa egală cu ordonata.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_2 x^3=16-\log_2 x$.
4.O imprimantă are preţul de vânzare 248 de lei.Calculaţi preţul imprimantei înainte de aplicarea TVA-ului, ştiind că TVA-ul este de 24%.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $M(4,3)$, $N(1,2)$ şi $P(a,b)$.Determinaţi numerele reale a şi b ştiind că punctul N este mijlocul segmentului MP.
6. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3,2)$, $B(3,5)$ şi $C(7,5)$.Calculaţi cosA.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x\circ y=(x-4)(y-4)+4$.
1.Calculaţi $2019\circ 4$.
2.Verificaţi dacă legea de compoziţie „$\circ$” este asociativă.
3.Determinaţi elementul neutru al legii de compoziţie „$\circ$”.
4.Arătaţi că $x\circ 4=4\circ x=4$, pentru orice număr real x.
5.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $x\circ(x+2)=4$.
6.Determinaţi numerele întregi a şi b pentru care $a\circ b=5$.

Subiectul III

Se consideră mulţimea $M=\left\{A(x,y)=\begin{pmatrix} x & -y \\ y & x \end{pmatrix} | x,y\in\mathbb{R}, x^2+y^2=1\right\}$.
1.Arătaţi că $\det(A(x,y))=1$.
2.Daţi un exemplu de matrice care aparţine mulţimii M.
3.Calculaţi $A\left(\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2}\right)+A\left(\frac{1}{2},-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.
4.Arătaţi că $A(x,y)\cdot A(x,-y)=A(1,0)$, pentru orice matrice $A(x,y), A(x,-y)\in M$.
5.Determinaţi numărul matricelor din mulţimea M care au toate elementele numere întregi.
6.Se consideră numerele reale p şi q cu proprietatea că $p^2+q^2=1$.Demonstraţi că matricea $\begin{pmatrix} p-2 & -(q+2) \\ q+2 & p-2 \end{pmatrix}$ **nu** este element al mulţimii M.

Testul 63(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Determinaţi raţia progresiei aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$, ştiind că $a_1 = 4$ şi $a_9 = 44$.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = 2x - 4$.Determinaţi numerele naturale x pentru care $f(x) < f(3)$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{4x+1} = x - 5$.
4.Dintre elevii unei clase, 18 sunt membri ai clubului de ecologie şi 16 sunt membri ai clubului de ştiinţe.Ştiind că toţi elevii clasei sunt membri ai cel puţin unuia dintre cluburi şi că 4 elevi ai clasei sunt membri ai ambelor cluburi, determinaţi numărul elevilor acestei clase.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3,2)$, $B(5,4)$ şi $C(1,-2)$.Determinaţi lungimea medianei din A în triunghiul ABC.
6.Se consideră dreptunghiul ABCD cu laturile AB=6,BC=8. Calculaţi $\cos(\sphericalangle ADB)$.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=2xy+12x+12y+66$.
1.Calculaţi $2*(-6)$.
2.Arătaţi că $x*y=2(x+6)(y+6)-6$, pentru orice numere reale x şi y.
3.Arătaţi că legea de compoziţie „$*$” este asociativă.
4.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $x*x=66$.
5.Calculaţi $(-2019)*(-2018)*\ldots*2018*2019$.
6.Daţi un exemplu de numere iraţionale a şi b astfel încât $a*b=6$.

Subiectul III

Se consideră $\mathbb{Z}_8 = \{\hat{0},\hat{1},\hat{2},\hat{3},\hat{4},\hat{5},\hat{6},\hat{7}\}$, mulţimea claselor de resturi modulo 8.
1.Calculaţi $\hat{1}+\hat{2}+\hat{3}+\hat{4}+\hat{5}+\hat{6}+\hat{7}$ în $\mathbb{Z}_8$.
2.Calculaţi $\hat{7}\cdot\hat{7}$ în $\mathbb{Z}_8$.
3. Determinaţi simetricul elementului $\hat{6}$ în raport cu operaţia de adunare în $\mathbb{Z}_8$.
4. Rezolvaţi în $\mathbb{Z}_8$ ecuaţia $\hat{5}\cdot x+\hat{2}=\hat{0}$.
5.Determinaţi toate elementele simetrizabile în raport cu înmulţirea în $\mathbb{Z}_8$.
6.Calculaţi în $\mathbb{Z}_8$ suma elementelor mulţimii $H=\{x^2|x\in\mathbb{Z}_8\}$.

Testul 64(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $2\left(1+\sqrt{3}\right)-\sqrt{12}=2$.
2.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x-4$. Arătaţi că $f(4)+f(-4)=-8$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_5(x^2+1)=\log_5 10$.
4.După o scumpire cu 10% preţul unui produs creşte cu 80 de lei.Calculaţi preţul produsului după scumpire.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $P(3,6)$ şi $R(3,8)$.Determinaţi coordonatele mijlocului segmentului PR.
6.Determinaţi lungimea laturii BC a triunghiului ABC dreptunghic în A, ştiind că AC=60 şi $\sin B=\frac{3}{5}$.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă dată de $x*y=xy+2x+2y+2$.
1.Calculaţi $(-2)*4$.
2.Arătaţi că $x*y=(x+2)(y+2)-2$, pentru orice numere x şi y.
3.Verificaţi dacă $e=-1$ este elementul neutru al legii „$*$”.
4.Determinaţi numerele reale x pentru care $x*x=x$.
5.Arătaţi că $(-2)*x=-2$, pentru orice număr real x.
6.Calculaţi $(-2)*(-1)*0*1*\ldots*2019*2020$.

Subiectul III

Pentru fiecare număr real m se consideră matricea $A(m)=\begin{pmatrix}1 & 1 & 1\\ 1 & m & 1\\ 1 & 1 & m\end{pmatrix}$.
1.Arătaţi că $\det(A(1))=0$.
2.Calculaţi $A(1)\cdot A(0)$.
3.Arătaţi că $\det(A(m))=m^2-2m+1$, pentru orice număr real m.
4.Verificaţi dacă matricea $B=\begin{pmatrix}-1 & 1 & 1\\ 1 & -1 & 0\\ 1 & 0 & -1\end{pmatrix}$ este inversa matricei $A(0)$.
5.Determinaţi numărul real m pentru care suma elementelor matricei $A(m)$ este egală cu 2013.
6.Pentru m=0, rezolvaţi sistemul $\begin{cases}x+y+z=3\\ x+my+z=1.\\ x+y+mz=1\end{cases}$

Testul 65(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $3\left(1+\sqrt{5}\right)-\sqrt{45}=3$.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+4$.Arătaţi că $f(-4)+f(4)=8$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $(x+4)^2-x^2-28=0$.
4.După o scumpire cu 10% preţul unui produs este 330 de lei.Calculaţi preţul produsului înainte de scumpire.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $P(3,2)$ şi $R(3,4)$. Determinaţi coordonatele mijlocului segmentului PR.
6.Determinaţi lungimea laturii AB a triunghiului ABC dreptunghic în A, ştiind că BC=30 şi cosB=$\frac{3}{5}$.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă x∘y=xy+3x+3y+6.
1.Calculaţi $4\circ(-3)$.
2.Verificaţi dacă legea de compoziţie „∘” este comutativă.
3.Arătaţi că $x\circ y=(x+3)(y+3)-3$, pentru orice numere reale x şi y.
4.Determinaţi numerele reale x pentru care x∘x=x.
5.Verificaţi dacă $x\circ(-3)=-3$, pentru orice număr real x.
6.Calculaţi $(-2020)\circ(-2019)\circ\ldots\circ(-3)$.

Subiectul III

Pentru fiecare număr real m se consideră matricea $A(m)=\begin{pmatrix}1 & -1 & 2\\ 2 & 3 & 1\\ 1 & 1 & m\end{pmatrix}$.
1.Calculaţi $\det(A(0))$.
2.Arătaţi că $\det(A(m))=5m-4$, pentru orice număr real m.
3.Determinaţi numerele reale m pentru care $\det(A(m))=m^2$.
4.Arătaţi că $A(m)+A(-m)=2A(0)$ pentru orice număr real m.
5.Verificaţi dacă $A(0)\cdot\begin{pmatrix}-1 & 2 & -7\\ 1 & -2 & 3\\ -1 & -2 & 5\end{pmatrix}=-4I_3$, unde $I_3=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$.
6.Pentru m=0, rezolvaţi sistemul $\begin{cases}x-y+2z=-1\\ 2x+3y+z=3\\ x+y+mz=1\end{cases}$.

Testul 66(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Determinaţi valoarea de adevăr a propoziţiei „$\frac{1}{4}-\frac{1}{16}+\frac{1}{12}=\frac{13}{48}$“.
2.Rezolvaţi sistemul de ecuaţii $\begin{cases}3x+2y=-1\\2x+3y=1\end{cases}$, x,y$\in\mathbb{R}$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale inecuaţia $x^2+3x-4<0$.
4.Determinaţi domeniul maxim de definiţie D al funcţiei f:D→$\mathbb{R}$, $f(x)=\log_3(4-x)$.
5.Se consideră pătratul ABCD de centru O. Arătaţi că $\overrightarrow{CO}=-\overrightarrow{AD}+\frac{1}{2}\overrightarrow{BD}$.
6.Arătaţi că triunghiul care are laturile de $4\sqrt{2}$, 4 şi 4 este dreptunghic isoscel.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x\circ y=\log_4(4^x+4^y+2)$.
1.Arătaţi că $0\circ 0=1$.
2.Demonstraţi că legea de compoziţie „$\circ$” este comutativă pe $\mathbb{R}$.
3.Determinaţi numărul real x pentru care $x\circ 0=x+1$.
4.Arătaţi că $x\circ y>0$, pentru orice x,y$\in\mathbb{R}$.
5.Verificaţi dacă legea de compoziţie „$\circ$” admite element neutru.
6.Arătaţi că $(x\circ x)\circ x=\log_4(4+3\cdot 4^x)$, pentru orice x$\in\mathbb{R}$.

Subiectul III

Se consideră matricea $A=\begin{pmatrix}m & 1 & 2\\1 & 1 & 1\\2 & -1 & m\end{pmatrix}$ şi sistemul $(S)\begin{cases}mx+y+2z=1\\x+y+z=-1\\2x-y+mz=2\end{cases}$, unde m$\in\mathbb{R}$.
1.Pentru m=1, arătaţi că detA=−3.
2.Calculaţi determinantul matricei A.
3.Determinaţi numărul real pozitiv m pentru care $\det(2A)=16$.
4.Pentru m=3, verificaţi dacă tripletul $\left(\frac{7}{5},-\frac{8}{5},-\frac{4}{5}\right)$ este soluţie a sistemului (S).
5.Pentru m=1, rezolvaţi sistemul (S).
6.Pentru m=2, arătaţi că sistemul (S) nu are soluţii.

Testul 67 (Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\left(2+\left(\frac{1}{2}\right)^3-\frac{1}{4}\right):\frac{15}{8}=1$.
2.Determinaţi numărul real a pentru care $f(1)+f(-1)=2$, unde $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3x+a$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_7(x^2+5)=\log_7(6x)$.
4.Preţul unui obiect este 1000 de lei.Determinaţi preţul obiectului după ce se ieftineşte de două ori, succesiv, cu câte 20%.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $O(0,0)$,$A(3,5)$ şi $B(3,-5)$.Determinaţi distanţa de la punctul O la punctul M, unde M este mijlocul segmentului AB.
6.Calculaţi aria triunghiului ABC, ştiind că $m(\sphericalangle C)=45^\circ$ şi AB=BC=$6\sqrt{3}$.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x*y=x+y-9$.
1.Arătaţi că $9*0=0$.
2.Arătaţi că legea de compoziţie „$*$”este comutativă.
3.Verificaţi dacă $e=9$ este elementul neutru al legii de compoziţie „$*$”.
4.Determinaţi numerele reale x pentru care $x*x*x=x$.
5.Arătaţi că $1*2*3*4*5*6*7*8*9=-27$.
6.Determinaţi numerele naturale pare nenule n pentru care $\underbrace{n*n*\ldots*n}_{\text{de 9 ori n}}<9$.

Subiectul III

Se consideră matricea $A(a)=\begin{pmatrix}3 & 2\\ 4 & a\end{pmatrix}$, unde a este număr real.
1.Arătaţi că $\det(A(1))=-5$.
2.Demonstraţi că $A(-a)+A(a)=2A(0)$,pentru orice număr real a.
3.Arătaţi că inversa matricei $A(3)$ este matricea $\begin{pmatrix}3 & -2\\ -4 & 3\end{pmatrix}$.
4.Determinaţi valorile reale ale lui a pentru care matricea $A(a)$ este inversabilă.
5.Determinaţi numerele reale a pentru care $A(a^2)-4A(a)+3A(1)=O_2$, unde $O_2=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$.
6.Determinaţi numerele reale a pentru care $\det(A(a)+A(2))=a^2-15$.

Testul 68(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\sqrt{\frac{16}{25}}-\frac{44}{55}=0$.
2.Rezolvaţi în mulţimea numerelor naturale nenule inecuaţia $3(x-3)<9$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_2(x^2+8x+21)=\log_2 5$.
4.Determinaţi câte numere naturale impare de două cifre se pot forma cu cifrele 1,2,3,4,5 şi 6.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $M(2,2)$,$N(4,2)$ şi $P(4,4)$.Arătaţi că triunghiul MNP este isoscel.
6.Se consideră triunghiul ABC dreptunghic în A, cu AB=5 şi BC=10.Arătaţi că $m(\sphericalangle C)=30°$.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=xy+8(x+y)+56$.
1.Arătaţi că $\sqrt{2}*(-\sqrt{2})=54$.
2.Arătaţi că $x*y=(x+8)(y+8)-8$, pentru orice numere reale x şi y.
3.Verificaţi dacă $e=-7$ este elementul neutru al legii de compoziţie „$*$”.
4.Determinaţi numărul real a pentru care $2*a=52$.
5.Determinaţi numerele reale x, x>0 pentru care $(\log_4 x)*(\log_4 x)=8$.
6.Determinaţi numerele întregi m pentru care $m*(2-m)\geq 73$.

Subiectul III

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}5 & -4\\ -1 & 1\end{pmatrix}$ şi $B=\begin{pmatrix}1 & 4\\ 1 & 5\end{pmatrix}$.
1.Arătaţi că detA=1.
2.Arătaţi că $A\cdot B-B\cdot A=O_2$, unde $O_2=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$.
3.Determinaţi numerele reale x pentru care $\det(A+xB)=1-6x$.
4.Determinaţi numerele reale x şi y pentru care $A\cdot\begin{pmatrix}x\\ y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-2\\ 1\end{pmatrix}$.
5.Arătaţi că $\det(A+B)+\det(A-B)=2(\det A+\det B)$.
6.Determinaţi matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, astfel încât $A\cdot X-B=I_2$, unde $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

Testul 69(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\sqrt{18}-\sqrt{8}=\sqrt{2}$.
2.Determinaţi coordonatele punctului de intersecţie a graficelor funcţiilor f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3x-1$ şi g:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=3-x$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $5^{8-3x}=25$.
4.Determinaţi câte numere naturale pare de două cifre se pot forma cu cifrele 4,5,6 ,7 şi 8.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,4)$,$B(5,4)$ şi $C(5,6)$.Arătaţi că AB=BC.
6.Arătaţi că $\sin45^\circ\cdot\cos45^\circ+\sin30^\circ=1$.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x\circ y=xy-x-y+1$.
1.Arătaţi că $9\circ2019=0$.
2.Arătaţi că legea de compoziţie „$\circ$” este comutativă.
3.Demonstraţi că $x\circ y=(x-9)(y-9)$, pentru orice numere reale x şi y.
4.Determinaţi numerele reale x, pentru care $(x-9)\circ x=0$.
5.Arătaţi că $x^2\circ x^2=(x-3)^2(x+3)^2$, pentru orice număr real x.
6.Determinaţi numerele naturale a şi b, ştiind că $a\circ b=11$.

Subiectul III

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}3 & -9\\ 1 & -3\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ şi $M(a)=A+aI_2$, unde a este număr real.
1.Arătaţi că detA=0.
2.Determinaţi numerele reale a, pentru care $\det\big(M(a)\big)=36$.
3.Arătaţi că $M(-2)+M(0)+M(2)=3A$.
4.Demonstraţi că $M(a)\cdot M(b)=(a+b)A+abI_2$, pentru orice numere reale a şi b.
5.Determinaţi valorile reale ale lui a, pentru care matricea $M(a)$ este inversabilă.
6.Rezolvaţi în $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ ecuaţia $M(1)\cdot X=A$.

Testul 70(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $5\left(1+\frac{1}{5}\right)\left(1+\frac{1}{6}\right)\left(1+\frac{1}{7}\right)=8$.
2.Determinaţi valorile reale ale lui x, pentru care $f(x)\geq g(x)$, unde $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=6x-3$ şi $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=x+7$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $2^{x^2+8}=2^{9x}$.
4.O firmă foloseşte 9000 de lei pentru publicitate, sumă care reprezintă 10% din profitul anual al firmei.Calculaţi profitul anual al firmei.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(4,0)$, $B(8,3)$ şi $C(0,3)$.Calculaţi perimetrul triunghiului ABC.
6.Arătaţi că $\sin^2 45^\circ+\cos^2 60^\circ=\frac{3}{4}$.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x\circ y=x+y+7$.
1.Arătaţi că $(-3)\circ 3=7$.
2.Arătaţi că legea de compoziţie „$\circ$” este asociativă.
3.Verificaţi dacă $e=-7$ este elementul neutru al legii de compoziţie „$\circ$”.
4.Determinaţi numerele reale x, pentru care $x^2\circ x=9$.
5.Demonstraţi că $(x^2-y-7)\circ(x-y^2)=(x-y)(x+y+1)$, pentru orice numere reale x şi y.
6.Determinaţi numerele naturale m şi n, ştiind că $m\circ n=8$.

Subiectul III

Se consideră matricele $O_2=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$ şi $A(a)=\begin{pmatrix}3 & a\\ a & 3\end{pmatrix}$, unde a este număr real.
1.Arătaţi că $\det\big(A(0)\big)=9$.
2.Determinaţi numerele reale a, pentru care $\det\big(A(a)\big)=0$.
3.Arătaţi că $A(3)\cdot A(3)-6A(3)=O_2$.
4.Determinaţi numărul real a, pentru care $A(3)\cdot A(a)=6A(3)$.
5.Demonstraţi că $\det\big(A(a)-A(0)\big)\leq 0$, pentru orice număr real a.
6.Determinaţi numerele reale a şi b, ştiind că $A(a)\cdot A(b)=O_2$.

Testul 71 (Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\sqrt{36}+\sqrt{64}-\sqrt{196}=0$.
2.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale inecuaţia $5(x+4)\leq 25$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_7(6x-24)=\log_7 12$.
4.Preţul unui obiect este 3000 de lei.Determinaţi preţul obiectului după ce se ieftineşte de două ori, succesiv, cu câte 10%.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0,5)$, $B(6,8)$ şi $C(6,3)$.Arătaţi că patrulaterul AOCB este paralelogram.
6.Calculaţi aria triunghiului ABC, ştiind că $m(\sphericalangle C)=60^\circ$ şi BC=AC=10.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=x+y-9$.
1.Arătaţi că $(-3)*12=0$.
2.Arătaţi că legea de compoziţie „$*$” este asociativă.
3.Arătaţi că $(1*4)*(6*9)=(1*9)*(4*6)$.
4.Determinaţi numărul real x, pentru care $(x*x)*x=x$.
5.Determinaţi numărul real x, pentru care $25^x*5^x=21$.
6.Demonstraţi că $x^2*\frac{1}{x^2}\geq -7$, pentru orice număr real nenul x.

Subiectul III

Se consideră matricele $A(a)=\begin{pmatrix} a & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ şi $B=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, unde a este număr real.
1.Arătaţi că detB=1.
2.Determinaţi numerele reale a, ştiind că $\det(aA(a))=0$.
3.Determinaţi valorile reale ale lui a, pentru care matricea $A(a)$ este inversabilă.
4.Demonstraţi că $A(a-1)+A(a+1)=2A(a)$, pentru orice număr real a.
5.Determinaţi numărul real a, ştiind că $\det(A(a)+B)=a+4$.
6.Rezolvaţi în mulţimea $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ ecuaţia $X\cdot A(1)=B$.

Testul 72 (Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\sqrt{48}-\sqrt{27}-\sqrt{3}=0$
2.Determinaţi coordonatele punctului de intersecţie a graficelor funcţiilor f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+2$ şi g:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=7-4x$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $2^{5-3x}=4$.
4.Determinaţi câte numere naturale impare de două cifre se pot forma cu cifrele 1,2,3,4 şi 5.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(5,3)$, $B(2,3)$ şi $C(5,6)$.Arătaţi că AB=AC.
6.Arătaţi că $\sin30^\circ+\sin60^\circ\cdot\cos30^\circ=\frac{5}{4}$.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x\circ y=xy+5x+5y+20$.
1.Arătaţi că $2025\circ(-5)=-5$.
2.Demonstraţi că legea de compoziţie „$\circ$” este asociativă.
3.Verificaţi dacă $e=-4$ este elementul neutru al legii de compoziţie „$\circ$”.
4.Arătaţi că $x\circ x=(x+5)^2-5$, pentru orice număr real x.
5.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $x\circ x\circ x\circ x=-4$.
6.Arătaţi că $x\circ(x+1)\geq x$, pentru orice număr real x.

Subiectul III

Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ şi $A(a)=\begin{pmatrix}a & 4\\ 1 & a+3\end{pmatrix}$, unde a este un număr real.
1.Arătaţi că $\det\big(A(0)\big)=-4$.
2.Determinaţi numerele reale a pentru care $\det\big(A(a)\big)=0$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale inecuaţia $\det(A(a)-I_2)<0$.
4.Arătaţi că $(2a+3)A(a)-A(a)\cdot A(a)=(a^2+3a-4)I_2$, pentru orice număr real a.
5.Determinaţi inversa matricei $A(4)$.
6.Determinaţi numerele reale m pentru care $\det\big(A(m)\big)\leq 1$.

Testul 73 (Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\left(6+\left(\frac{1}{2}\right)^4\right):\frac{97}{16}=1$.
2.Determinaţi numărul real a pentru care $f(6)+f(-6)=12$, unde $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+a$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $7^{x^2+6}=7^{7x}$.
4.Preţul unui obiect este 700 de lei.Determinaţi preţul obiectului după ce se scumpeşte de două ori, succesiv, câte 10%.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $O(0,0)$, $A(-4,7)$ şi $B(4,7)$.Determinaţi distanţa de la punctul O la punctul M, ştiind că M este mijlocul segmentului AB.
6.Calculaţi aria triunghiului ABC, ştiind că $m(\sphericalangle C)=45^\circ$ şi $AB=AC=3\sqrt{2}$.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=x+y-2019$.
1.Arătaţi că $1009*1010=0$.
2.Arătaţi că legea de compoziţie „$*$” este asociativă.
3.Verificaţi dacă $e=2019$ este elementul neutru al legii de compoziţie „$*$”.
4.Determinaţi numărul real x, ştiind că $x*x=2015$.
5.Arătaţi că $x*(x+2019)=(x+1009)*(x+1010)$, pentru orice număr real x.
6.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $5^x*25^x=-1989$.

Subiectul III

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1&4\\-1&0\end{pmatrix}$ şi $B=\begin{pmatrix}a&4\\b&5\end{pmatrix}$, unde a şi b sunt numere reale.
1.Arătaţi că $\det A=4$.
2.Determinaţi numerele reale a şi b astfel încât $B-A=5I_2$, unde $I_2=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$.
3.Pentru $a=0$, determinaţi numărul real b pentru care $\det B=16$.
4.Determinaţi numerele reale a şi b, ştiind că $AB=BA$.
5.Arătaţi că inversa matricei A este matricea $\begin{pmatrix}0&-1\\\frac{1}{4}&\frac{1}{4}\end{pmatrix}$.
6.Pentru $a=b=1$, rezolvaţi în $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ ecuaţia $B\cdot X=A$.

Testul 74(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\left(\left(\frac{1}{4}\right)^2+3\right):\frac{49}{16}=1$.
2.Se consideră funcţiile f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2016-x$ şi g:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=x-2016$.Determinaţi coordonatele punctului de intersecţie a graficelor celor două funcţii.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $4^{x^2+3x}=4^{x-1}$.
4.Preţul unui aparat de fotografiat este de 320 de lei.Determinaţi preţul aparatului de fotografiat după o reducere cu 25%.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,-3)$ şi $B(2,3)$.Determinaţi coordonatele mijlocului segmentului AB.
6.Determinaţi lungimea laturii BC a triunghiului ABC dreptunghic în A ştiind că AC=9 şi sinB= $\frac{3}{5}$.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=x+y+13$.
1.Calculaţi $10*(-3)$.
2.Arătaţi că legea de compoziţie „$*$” este asociativă.
3.Verificaţi dacă $e=-13$ este element neutru al legii de compoziţie „$*$”.
4.Determinaţi numerele întregi x ştiind că $(x^2)*x=169$.
5.Arătaţi că $x*(x+26)=(x*x)*13$ pentru orice număr real x.
6.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\lg x*\lg x=15$.

Subiectul III

Se consideră matricea $A(a)=\begin{pmatrix}1 & 2a\\ 0 & 1\end{pmatrix}$, unde a este număr real.
1.Calculaţi $\det(A(0))$.
2.Determinaţi numărul real a ştiind că $2A(a)+A(a-6)=3A(0)$.
3.Arătaţi că $A(1)+A(2)+\cdots+A(9)=9A(5)$.
4. Arătaţi că $\det(A(a)+A(b))=4\det(A(a)\cdot A(b))$ pentru orice numere reale a şi b.
5. Verificaţi dacă matricea $A(-a)$ este inversa matricei $A(a)$ pentru orice număr real a.
6.Determinaţi matricea $X=\begin{pmatrix}p & 2\\ q & 1\end{pmatrix}\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ ştiind că $X\cdot A(a)=A(a)\cdot X$ pentru orice număr real a.

Testul 75(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Scrieţi în ordine crescătoare numerele $2015^0, \sqrt{25}$ şi 7.
2.Determinaţi coordonatele punctului de inresecţie dintre graficul funcţiei f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x-6$ şi axa Ox.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $7^{6x+5}=7^{-1}$.
4.Determinaţi câte numere naturale de patru cifre distincte se pot forma cu cifrele 1,3,5,6 şi 8.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3,3)$,$B(5,3)$ şi $C(3,5)$.Arătaţi că triunghiul ABC este isoscel.
6.Calculaţi aria triunghiului ABC dreptunghic în A ştiind că AB=12 şi BC=20.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=xy-x-y+6$.
1.Calculaţi $0*1$.
2.Arătaţi că legea de compoziţie „$*$” este comutativă.
3.Arătaţi că $x*y=(x-1)(y-1)+5$, pentru orice numere reale x şi y.
4.Verificaţi dacă $x*1=5$ pentru orice număr real x.
5.Determinaţi numerele reale x ştiind că $x*x=9$.
6.Determinaţi numărul perechilor de numere întregi (m,n) ştiind că $m*n=6$.

Subiectul III

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 3 & 0\end{pmatrix}$,$B=\begin{pmatrix}5 & 1\\ 3 & 4\end{pmatrix}$ şi $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.
1.Calculaţi detA.
2.Arătaţi că $A\cdot A+I_2=B$.
3.Verificaţi dacă $A\cdot B=B\cdot A$.
4.Arătaţi că matricea $C=\begin{pmatrix}0 & \frac{1}{3}\\ 1 & -\frac{1}{3}\end{pmatrix}$ este inversa matricei A.
5.Determinaţi numerele reale a ştiind că $\det(A+aI_2)=17$.
6.Rezolvaţi în $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ ecuaţia $A\cdot X=B$.

Testul 76(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $3\left(1-\sqrt{2}\right)+\sqrt{18}=3$.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+3$. Arătaţi că $f(3)+f(-3)=6$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_2(x^2+1)=\log_2 5$.
4.După o scumpire cu 10% preţul unui produs creşte cu 60 de lei.Calculaţi preţul produsului după scumpire.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $P(7,2)$ şi $R(9,2)$.Determinaţi coordonatele mijlocului segmentului PR.
6.Determinaţi lungimea laturii BC a triunghiului ABC dreptunghic în A, ştiind că AB=40 şi $\sin C=\frac{2}{5}$.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă dată de $x*y=xy+3x+3y+6$.
1.Calculaţi $(-3)*5$.
2.Arătaţi că $x*y=(x+3)(y+3)-3$, pentru orice numere x şi y.
3.Verificaţi dacă $e=-2$ este elementul neutru al legii „$*$”.
4.Determinaţi numerele reale x pentru care $x*x=x$.
5.Arătaţi că $(-3)*x=-3$, pentru orice număr real x.
6.Calculaţi $(-3)*(-2)*(-1)*\ldots*2018*2019$.

Subiectul III

Pentru fiecare număr real m se consideră matricea $A(m)=\begin{pmatrix} m & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & m \end{pmatrix}$.
1.Arătaţi că $\det(A(1))=0$.
2.Calculaţi $A(1)\cdot A(0)$.
3.Arătaţi că $\det(A(m))=m^2-2m+1$, pentru orice număr real m.
4.Verificaţi dacă matricea $B=\begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ este inversa matricei $A(0)$.
5.Determinaţi numărul real m pentru care suma elementelor matricei $A(m)$ este egală cu 2013.
6.Pentru m=0, rezolvaţi sistemul $\begin{cases} mx+y+z=1 \\ x+y+z=3 \\ x+y+mz=1 \end{cases}$.

Testul 77 (Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $5\left(1-\sqrt{2}\right)+\sqrt{50}=5$.
2.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+5$.Arătaţi că $f(-5)+f(5)=10$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $(x+5)^2-x^2-30=0$.
4.După o scumpire cu 10% preţul unui produs este 440 de lei.Calculaţi preţul produsului înainte de scumpire.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $P(4,3)$ şi $R(4,5)$. Determinaţi coordonatele mijlocului segmentului PR.
6.Determinaţi lungimea laturii AC a triunghiului ABC dreptunghic în A, ştiind că BC=20 şi $\cos C=\frac{2}{5}$.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x\circ y=xy+4x+4y+12$.
1.Calculaţi $5\circ(-4)$.
2.Verificaţi dacă legea de compoziţie „$\circ$” este comutativă.
3.Arătaţi că $x\circ y=(x+4)(y+4)-4$, pentru orice numere reale x şi y.
4.Determinaţi numerele reale x pentru care $x\circ x=x$.
5.Verificaţi dacă $x\circ(-4)=-4$, pentru orice număr real x.
6.Calculaţi $(-2018)\circ(-2017)\circ\ldots\circ(-4)$.

Subiectul III

Pentru fiecare număr real m se consideră matricea $A(m)=\begin{pmatrix}-1 & 3 & 1\\ 1 & 2 & 1\\ 2 & 1 & m\end{pmatrix}$.
1.Calculaţi $\det(A(0))$.
2.Arătaţi că $\det(A(m))=4-5m$, pentru orice număr real m.
3.Determinaţi numerele reale m pentru care $\det(A(m))=-m^2$.
4.Arătaţi că $A(m)+A(-m)=2A(0)$ pentru orice număr real m.
5.Verificaţi dacă $A(0)\cdot\begin{pmatrix}-1 & 1 & 1\\ 2 & -2 & -2\\ -3 & 7 & -5\end{pmatrix}=4I_3$, unde $I_3=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$.
6.Pentru m=0, rezolvaţi sistemul $\begin{cases}-x+3y+z=3\\ x+2y+z=2\\ 2x+y+mz=1\end{cases}$.

Testul 78(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $4 \cdot \left(0,1(6) + \frac{1}{3}\right) = 2$.
2.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = 2x - 4$.Determinaţi numărul real a pentru care $f(a) = a$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $3^{x^2+6} = 3^{5x}$.
4.Preţul unui obiect este 700 de lei.Determinaţi preţul obiectului după ce se ieftineşte de două ori, succesiv, cu câte 10%.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-2,1)$, $B(-1,-2)$ şi $C(1,2)$.Demostraţi că triunghiul ABC este dreptunghic isoscel.
6.Arătaţi că $\cos^2 30° + \cos^2 45° + \cos^2 60° = \frac{3}{2}$.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=4(x + y) + xy + 12$.
1.Arătaţi că $0*(-4)=-4$.
2.Demonstraţi că $x*y=(x + 4)(y + 4) - 4$, pentru orice numere reale x şi y.
3.Verificaţi dacă $e=-3$ este elementul neutru al legii de compoziţie „$*$”.
4.Determinaţi numerele reale x pentru care $(x + 3)*(x + 3)=12$.
5.Determinaţi numerele $x\in(0,+\infty)$ pentru care $\lg x*\lg(4x) = -4$.
6.Daţi exemplu de numere raţionale a şi b, care nu sunt întregi, pentru care numărul $a*b$ este întreg.

Subiectul III

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 0 & 3\end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ şi $M(a) = aA + I_2$,unde a este număr real.
1.Arătaţi că $\det A = 3$.
2.Demonstraţi că $\det\big(M(a)\big) = (a + 1)(3a + 1)$,pentru orice număr real a.
3.Determinaţi inversa matricei $M(-3)$.
4.Arătaţi că $M(1) \cdot M(2) = 4(A \cdot A + I_2)$.
5.Demonstraţi că $\det(M(a) - 3aA) \neq 1$,pentru orice număr întreg nenul a.
6.Determinaţi matricea $X\in\mathcal{M}_{2,1}(\mathbb{R})$ pentru care $A\cdot X=\begin{pmatrix}0\\ -6\end{pmatrix}$.

Testul 79(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $(\sqrt{5}+1)(\sqrt{5}-1)-(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)=3$.
2. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3x+2$.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale inecuaţia $f(x)<8$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_2(x^2+4)=\log_2 36$.
4.Determinaţi câte numere naturale de trei cifre distincte se pot forma cu cifrele 1,2,3,4,5 şi 6.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $M(2,4)$ şi $N(-1,6)$ .Determinaţi coordonatele punctului P, simetricul punctului N faţă de punctul M.
6.Calculaţi lungimea laturii BC a triunghiului ABC dreptunghic în A,ştiind că AC=8 şi $m(\sphericalangle B)=30°$.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=xy-4(x+y)+20$.
1.Arătaţi că $1*4=4$.
2.Demonstraţi că $x*y=(x-4)(y-4)+4$, pentru orice numere reale x şi y.
3.Verificaţi dacă e=5 este elementul neutru al legii de compoziţie „$*$”.
4.Determinaţi numerele naturale n pentru care $n*n\leq n$.
5.Determinaţi numărul real x pentru care $(2^x*2^x)*2^x=68$.
6.Determinaţi numerele raţionale p şi q, ştiind că $\frac{2}{\sqrt{3}-1}*\frac{2}{\sqrt{3}-1}=p+q\sqrt{3}$.

Subiectul III

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}-3 & 9\\ -1 & 3\end{pmatrix}$ şi $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ şi $M(a)=I_2+aA$, unde a este număr real.
1.Arătaţi că detA=0.
2.Arătaţi că $A\cdot A=O_2$, unde $O_2=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$.
3.Demonstraţi că $M(a)\cdot M(b)=M(a+b)$,pentru orice numere reale a şi b.
4.Determinaţi numerele reale t, ştiind că $M(t)\cdot M(t^2)=M(30)$.
5.Arătaţi că inversa matricei I_2+A este matricea I_2-A.
6.Rezolvaţi în $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ ecuaţia $(I_2-A)\cdot X=A+I_2$.

Testul 80(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $2\left(3-\sqrt{3}\right)+\sqrt{12}=6$.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=4x^2+a-4$.Determinaţi numărul real a, pentru care $f(0)=0$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt[3]{5-x}=1$.
4.După două ieftiniri succesive cu câte 50%, un tricou costă 20 lei.Calculaţi preţul iniţial al tricoului.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $M(2,3)$ şi $N(2,0)$.Calculaţi lungimea segmentului MN.
6.Calculaţi lungimea laturii AC triunghiului ABC dreptunghic în A, ştiind că BC=15 şi sinB= $\frac{3}{5}$.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=x+y-5$.
1.Arătaţi că $5*(-4)=-4$.
2.Arătaţi că legea de compoziţie „$*$” este asociativă.
3.Verificaţi dacă e=5 este elementul neutru al legii de compoziţie „$*$”.
4.Demostraţi că $(a+1011)*(1011-a)=1011*1011$, pentru orice număr real a.
5.Determinaţi numărul real x pentru care $4^x=2^x*7$.
6.Determinaţi numerele naturale n pentru care $n*(n+1)\leq 4$.

Subiectul III

Se consideră matricele M=$\begin{pmatrix}4 & 3\\ 2 & 1\end{pmatrix}$ şi $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ şi $A(a)=aI_2+M$, unde a este număr real.
1.Arătaţi că detM=-2.
2.Calculaţi suma elementelor matricei $A(2019)$.
3.Arătaţi că $M\cdot M=5M+2I_2$.
4.Arătaţi că inversa matricei $A(1)$ este matricea $\begin{pmatrix}\frac{1}{2} & -\frac{3}{4}\\ -\frac{1}{2} & \frac{5}{4}\end{pmatrix}$.
5.Determinaţi numerele reale a pentru care $A(a)\cdot A(a)=A(a^2)+M\cdot M$.
6.Determinaţi numărul natural m pentru care $\det\left(A(m)\right)<4$.

Testul 81(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că numărul $\left(\sqrt{2}-1\right)\left(1+3\sqrt{2}\right)+\left(1+\sqrt{2}\right)^2$ este întreg.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=(3m-1)x-5$, unde m este număr real.Determinaţi numerele reale m, ştiind că $|f(1)|=6$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{4x+5}=5x+4$.
4.Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulţimea numerelor naturale de două cifre, acesta să aibă cifra zecilor mai mică sau egală faţă de cifra unităţilor.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3,1)$,$B(2,3)$ şi $C(0,a)$ unde a este număr real.Determinaţi numărul real a astfel încât $AC\perp OB$.
6.Determinaţi măsura unghiului B al triunghiului ABC, ştiind că BC=12 , AC=$6\sqrt{2}$ şi $m(\sphericalangle A)=45°$.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x*y=(x-6)(y-6)+6$.
1.Calculaţi $\sqrt{6}*\sqrt{36}$.
2.Demostraţi că legea că legea de compoziţie „$*$” este comutativă.
3.Verificaţi dacă e=7 este elementul neutru al legii de compoziţie „$*$” .
4.Determinaţi numerele reale x, pentru care $6^x*36^x=6$.
5.Determinaţi valorile reale x pentru care $x*(x-1)\leq 18$.
6.Calculaţi $1*\sqrt{2}*\sqrt{3}*\ldots*\sqrt{40}$.

Subiectul III

Se consideră matricele M=$\begin{pmatrix}2 & 1\\ -1 & 3\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ şi $A(a)=M-2aI_2$,unde a este număr real.
1.Calculaţi detM.
2.Determinaţi numerele reale a, ştiind că $\det\big(A(a)\big)=7$.
3.Arătaţi că $M\cdot A(a)=A(a)\cdot M$, pentru orice număr real a.
4.Determinaţi inversa matricei $A(-1)$.
5.Determinaţi numărul real a, a>0, pentru care suma elementelor matricei $A(\log_2 a)$ este egală cu -27.
6.Demonstraţi că, pentru orice număr întreg m, numărul $\det\big(A(m)\big)$ este natural impar.

Testul 82(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $2\sqrt{3}-\sqrt{20}+\sqrt{45}+\sqrt{4}-\sqrt{12}-\sqrt{5}=2$.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x-4$.Calculaţi f(a), unde a=$f(3)-f(1)$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{2x^2-4x+1}=x+1$.
4.După două ieftiniri succesive cu câte 50%, un obiect costă 200 lei.Calculaţi preţul iniţial al obiectului.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $M(-2,2)$, $N(-2,4)$ şi $P(2,-4)$. Determinaţi lungimea medianei din vârful P al triunghiului MNP.
6.Se consideră triunghiul ABC dreptunghic în A, cu BC=10 şi $m(\sphericalangle B)=30°$.Calculaţi lungimea laturii AC.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x*y=2xy-4x-4y+10$.
1.Arătaţi că $3*3=5$.
2.Demonstraţi că $x*y=2(x-2)(y-2)+2$, pentru orice numere reale x şi y.
3.Arătaţi că $e=\frac{5}{2}$ este elementul neutru al legii de compoziţie „$*$”.
4.Verificaţi dacă $\frac{9}{4}$ este simetricul lui 3 în raport cu legea de compoziţie „$*$”.
5.Determinaţi numerele reale x pentru care $(x+2)*(x-2)=2$.
6.Determinaţi numerele naturale nenule n pentru care $n*(n+2)\leq 8$.

Subiectul III

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}-2 & 4\\ -3 & 1\end{pmatrix}$ $B=\begin{pmatrix}1 & -1\\ -2 & 5\end{pmatrix}$ şi $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.
1.Arătaţi că detA=10.
2.Arătaţi că $B\cdot B=6B-3I_2$.
3.Determinaţi numerele reale x şi y pentru care $xA+yB=\begin{pmatrix}-3 & 7\\ -8 & 7\end{pmatrix}$.
4.Determinaţi inversa matricei B .
5.Arătaţi că matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, care verifică egalitatea A+X=B, este inversabilă.
6.Demonstraţi că $\det(A+aI_2)>0$, pentru orice număr real a.

Testul 83(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Calculaţi suma primilor trei termeni ai progresiei geometrice cu termeni pozitivi $(b_n)_{n\geq 1}$, ştiind că $b_1 = 2$ şi $b_3 = 50$.
2.Determinaţi numărul real m, ştiind că punctul $A(m, 2m)$ aparţine graficului funcţiei $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = 5x + 6$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{x^2 - 12x + 36} = 6$.
4.După o ieftinire cu 80%, urmată de o scumpire cu 40 lei, preţul unui obiect este 200 de lei. Determinaţi preţul iniţial al obiectului.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(6,0)$ şi $B(4,4)$ .Determinaţi, în triunghiul AOB, Ecuaţia medianei din vârful B.
6.Arătaţi că $2\cos 60^\circ - \cos 0^\circ = 0$.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x\circ y=2(xy + x + y) + 1$.
1.Arătaţi că $(-5)\circ 5=-5$.
2.Arătaţi că legea de compoziţie „$\circ$” este comutativă.
3.Demonstraţi că $x\circ y=2(x + 5)(y + 5) - 5$, pentru orice numere reale x şi y.
4.Demonstraţi că $e=-\frac{9}{2}$ este elementul neutru al legii de compoziţie „$\circ$”.
5.Determinaţi numerele x pentru care $(x - 5) \circ (x + 6) = -25$.
6.Determinaţi numerele naturale nenule n pentru care $n\circ(n - 5) \leq 43$.

Subiectul III

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 3 & 0\end{pmatrix}$ şi $B=\begin{pmatrix}4 & 1\\ 3 & 3\end{pmatrix}$.
1.Arătaţi că $\det A = -3$.
2.Calculaţi $\det(A - B)$.
3.Arătaţi că $A\cdot A=B$.
4.Determinaţi numerele reale a şi b pentru care $aA-bB=\begin{pmatrix}5 & 3\\ 6 & 2\end{pmatrix}$.
5.Arătaţi că, dacă $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ astfel încât $X-A=B$, atunci matricea X este inversabilă.
6.Determinaţi valorile reale ale lui a pentru care $\det(A + B + aI_2) > 0$, unde $I_2 = \begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

Testul 84(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\sqrt{75}-4\sqrt{5}-\sqrt{108}+\sqrt{3}-\sqrt{25}+\sqrt{80}=-5$.
2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+2a$, unde a este număr real.Determinaţi numărul real a, pentru care $f(1)=7$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{3x-2}=x$.
4.Determinaţi câte numere naturale de două cifre distincte se pot forma cu cifrele 0,1,2,3,4,5,6,7,8 şi 9.
5.În reperul cartezian xOy se consideră dreapta d de ecuaţie y=2x+6. Determinaţi coordonatele punctului de intersecţie a dreptei d cu axa Ox.
6.Se consideră triunghiul ABC cu AB=6, AC=7 şi BC=8.Calculaţi aria triunghiului ABC.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=xy+5x+5y+20$.
1.Arătaţi că $(-5)*7=-5$.
2.Demonstraţi că $x*y=(x+5)(y+5)-5$, pentru orice numere reale x şi y.
3.Verificaţi dacă $e=-4$ este elementul neutru al legii de compoziţie „$*$”.
4.Verificaţi dacă $-\frac{49}{10}$ este simetricul lui 5 în raport cu legea de compoziţie „$*$”.
5.Determinaţi numerele reale x, ştiind că $x*x*x=x$.
6.Determinaţi probabilitatea ca, alegând un număr n din mulţimea numerelor naturale de o cifră, acesta să verifice relaţia $n*n=59$.

Subiectul III

Se consideră matricea $A(a)=\begin{pmatrix}1-3a & 3a\\ -2a & 1+2a\end{pmatrix}$, unde a este număr real.
1.Arătaţi că $\det(A(0))=1$.
2.Arătaţi că $A(1)+A(5)=2A(3)$.
3.Arătaţi că $A(-1)\cdot A(2)=A(3)$.
4.Determinaţi valorile reale ale lui a pentru care matricea $A(a)$ este inversabilă.
5.Demonstraţi că $A(a)\cdot A(1)=A(1)\cdot A(a)=A(1)$, pentru orice număr real a.
6.Determinaţi numerele naturale nenule n pentru care $\det(A(n^5))>100$.

Testul 85(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Calculaţi suma primilor trei termini ai unei progresii aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$, ştiind că $a_1 = 3$ şi $a_3 = 9$.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = x - 5$.Determinaţi numărul real m pentru care $f(m) = f(1) + f(-1)$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_2(x^2 + 7) = 3$.
4.Un obiect costă 4000 de lei.Determinaţi preţul obiectului după ce acesta se scumpeşte de două ori, succesiv, cu câte 10%.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-1,-1)$, $B(-1,1)$,$C(1,1)$şi $D(1,-1)$.Calculaţi perimetrul patrulaterului ABCD.
6.Calculaţi aria triunghiului ABC dreptunghic în A, ştiind că $m(\sphericalangle C) = 45°$ şi BC=$4\sqrt{2}$.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x*y=2xy+6(x+y)+15$.
1.Arătaţi că $0*(-3)=-3$.
2.Demonstraţi că $x*y = 2(x+3)(y+3) - 3$, pentru orice numere reale x şi y.
3.Verificaţi dacă e $=-\frac{5}{2}$ este elementul neutru al legii de compoziţie „$*$”.
4.Determinaţi numerele reale x pentru care $(x-2)*(x+2) = 11$.
5.Determinaţi numerele reale x pentru care $2^{x^2} * 2^{x^2} * 2^{x^2} = 253$.
6.Daţi exemplu de numere raţionale p şi q, care nu sunt întregi, pentru care numărul $p*q$ este întreg.

Subiectul III

Se consideră matricele $A(a)=\begin{pmatrix} a & 3 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$ şi $B(b)=\begin{pmatrix} 3 & b \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$, unde a şi b sunt numere reale.
1.Arătaţi că $\det(A(4))=3$.
2.Arătaţi că $A(3)\cdot B(3) = 3(A(3) + B(3))$.
3.Determinaţi inversa matricei $A(1)$.
4.Demonstraţi că $\det(A(a) + B(b)) = \det(A(a)) + \det(B(b))$ dacă şi numai dacă a=b.
5.Determinaţi valorile reale ale lui a pentru care matricea $C(a)=B(a)\cdot A(a)$ este inversabilă.
6.Determinaţi numerele naturale nenule n pentru care $\det(A(n)) > n^2 - 5$.

Testul 86(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Se consideră progresia aritmetică $(a_n)_{n\geq 1}$cu $a_1 = 4$ şi $r = -4$.Calculaţi a_3.
2.Determinaţi numărul real a, ştiind că punctul $A(1,3)$ aparţine graficului funcţiei $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + ax + 2$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{x} = \sqrt{x^2 - 12}$.
4.Un pix costă de cinci ori mai mult decât un creion şi de opt ori mai puţin decât un stilou.Determinaţi cât costă un creion, dacă un stilou costă 80 de lei.
5.Se consideră un paralelogram ABCD şi O, punctul de intersecţie a dreptelor AC şi BD.Arătaţi că $\overrightarrow{OB}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DA}\right)$.
6.În triunghiul ABC dreptunghic în A, avem AB=2AC şi BC=5.Arătaţi că perimetrul triunghiului ABC este egal cu $3\sqrt{5}+5$.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x\circ y=3x^2 - xy + 3y^2$.
1.Arătaţi că $1\circ 2=13$.
2.Demonstraţi că legea de compoziţie „$\circ$” este comutativă.
3.Dacă $a=(1 \circ 3) \circ 2$ şi $b=1\circ(3 \circ 2)$, calculaţi $b-a$.
4.Determinaţi numerele x pentru care $x \circ x = 5$.
5.Demonstraţi că, dacă x şi y sunt numere reale pentru care $x\circ y=0$,atunci $x=y=0$.
6.Determinaţi numerele x pentru care $3\circ 2^x = 33$.

Subiectul III

Se consideră matricea $A(a) = \begin{pmatrix} 2 & a \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$, unde a este număr real.
1.Arătaţi că $\det\big(A(5)\big) = 4$.
2.Calculaţi $\det\big(A(1) + A(2)\big)$.
3.Demonstraţi că $A(a) \cdot A(b) = 2A(a + b)$, pentru orice numere reale a şi b.
4.Determinaţi numărul real a şi b pentru care $A(a) \cdot A(2a) = 2A(30)$.
5.Determinaţi numerele reale x pentru care $\det\big(I_2 + xA(x)\big) = 36$.
6.Determinaţi numerele naturale n pentru care $A(n) \cdot A(n) = 2A(2n^2)$.

Testul 87(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Determinaţi raţia progresiei geometrice $(b_n)_{n\geq 1}$, ştiind că $b_1 = 5$ şi $b_4 = -5$.
2.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 6x + 4$.Arătaţi că $f(0) = f(6)$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_5(x - 2) = 1$.
4.Calculaţi probabilitatea ca,alegând un număr din mulţimea A={1,2,6,7,8,9}, acesta să fie mai mic sau egal cu media aritmetică a elementelor mulţimii A.
5.În reperul cartezian xOy se consideră dreptele d_1 şi d_2 de ecuaţii y=4x−1, respectiv y=ax+2, unde a este număr real.Determinaţi numărul real a, ştiind că dreptele d_1 şi d_2 sunt perpendiculare.
6.Se consideră triunghiul ABC dreptunghic în A şi punctul D∈AC, piciorul bisectoarei unghiului B. Ştiind că BD=CD, arătaţi că $m(\sphericalangle ABC) = 60°$.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=x+ay+6$, unde a este număr real.
1.Arătaţi că pentru orice număr real a, $4*0=10$.
2.Demonstraţi că, pentru a=1. legea de compoziţie „$*$” este asociativă.
3.Determinaţi numărul real a pentru care legea de compoziţie „$*$” este comutativă.
4.Arătaţi că,dacă legea de compoziţie „$*$” are element neutru, atunci a=1.
5.Pentru a=1, determinaţi numerele reale x pentru care $(x * x^2) * (x * x^2) = 22$.
6.Pentru a=−6, determinaţi numerele reale x pentru care $25^x * 5^x = 1$.

Subiectul III

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}9 & 8\\ 8 & 9\end{pmatrix}$,$I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ şi $0_2=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$.
1.Arătaţi că $\det A = 17$.
2.Arătaţi că $(A - I_2)(A - 17I_2) = O_2$.
3.Se consideră matricea $B=A-9I_2$.Demonstraţi că suma elementelor matricei B·B este divizibilă cu 2^7.
4.Determinaţi numerele reale a pentru care $\det(aA + I_2) = 0$.
5.Determinaţi numerele reale x şi y pentru care A·M=M·A, unde $M=\begin{pmatrix}x & 1\\ y & 2\end{pmatrix}$.
6.Demonstraţi că $\det(A + xI_2) + \det(A - xI_2) \geq 34$, pentru orice număr real x.

Testul 88(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\sqrt{24}\cdot\left(\frac{\sqrt{6}}{2}-\frac{1}{\sqrt{6}}\right)=4$.
2. Se consideră funcţiile f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3x+6$ şi g:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$g(x)=x-7$. Determinaţi numărul natural n pentru care $f(n)\cdot g(n)=0$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $3^{2x+4}=3^{6x-4}$.
4.Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulţimea numerelor naturale de două cifre, acesta să aibă cifra zecilor egală cu 3 mai mare decât cifrei unităţilor.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele necoliniare $A(1,4)$,$B(3,6)$ şi $C(0,a)$, unde a este număr real.Determinaţi numărul real a, ştiind că triunghiul ABC este dreptunghic în A.
6.Arătaţi că $\sqrt{3}\cdot\sin60^\circ+\cos60^\circ-4\cos^2 30^\circ=1$.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x\circ y=-xy+7x+7y-42$.
1.Arătaţi că $5*6=5$.
2.Arătaţi că legea de compoziţie „$\circ$” este comutativă.
3.Demonstraţi că $x\circ y=-(x-7)(y-7)+7$, pentru orice numere reale x şi y.
4.Demonstraţi că $x\circ 7=7$, pentru orice număr real x.
5.Determinaţi numerele reale x pentru care $x\circ x=x$.
6.Se consideră progresia aritmetică $(a_n)_{n\geq 1}$cu $a_1=-5$ şi raţia r=4.Arătaţi că $a_1\circ a_2\circ a_3\circ a_4=7$.

Subiectul III

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}2&4\\-2&2\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$ şi $B(x)=\begin{pmatrix}1&x\\0&1\end{pmatrix}$, unde x este număr real.
1.Arătaţi că detA=12.
2.Arătaţi că $B(4)+B(6)=2B(5)$.
3.Arătaţi că $\det\big(B(x)\big)=1$, pentru orice număr real x.
4.Arătaţi că $B(x)\cdot B(y)=B(x+y)$, pentru orice numere reale x şi y.
5.Determinaţi numărul real x pentru care $B(x)\cdot A=A\cdot B(x)$.
6.Determinaţi perechile de numere naturale (m,n), pentru care $B(2^m)\cdot B(2^n)=B(2^{m+n}-6)$.

Testul 89(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\sqrt{10}\cdot\left(\frac{1}{\sqrt{10}-3}+\frac{1}{\sqrt{10}+3}\right)=20$.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=4-x$.Determinaţi numerele naturale n pentru care $f(n)>0$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_3(x^2-6)=1$.
4.După o scumpire cu 20%, preţul unui obiect este 924 de lei.Determinaţi preţul obiectului înainte de scumpire.
5.Determinaţi ecuaţia dreptei care trece prin punctul $M(3,0)$ şi este paralelă cu dreapta d de ecuaţie $y=4x$.
6.Calculaţi aria rombului ABCD, ştiind că $AC=4\sqrt{5}$ şi $BD=6$.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x*y=2xy-6(x+y)+6$.
1.Arătaţi că $(-2)*2=-2$.
2.Demonstraţi că legea de compoziţie „$*$” este comutativă.
3.Arătaţi că $x*y=2\left(x-\frac{3}{2}\right)\left(y-\frac{3}{2}\right)+\frac{3}{2}$, pentru orice numere reale x şi y.
4.Determinaţi numerele reale x pentru care $x*x=x$.
5.Arătaţi că $x*\frac{1}{x}\leq -4$, pentru orice număr real x, x>0.
6.Determinaţi numărul real x pentru care $2^x*2^x=-10$.

Subiectul III

Se consideră matricele $A(a)=\begin{pmatrix}-3 & a\\ a & -3\end{pmatrix}$, unde a este număr real.
1.Arătaţi că $\det(A(1))=8$.
2.Arătaţi că $A(0)\cdot A(2020)=3A(2020)$.
3.Determinaţi numerele reale a pentru care $\det(A(a))=-16$. .
4.Arătaţi că $A(1)+A(2)+\cdots+A(10)=10A\left(\frac{11}{2}\right)$.
5.Determinaţi numărul natural m pentru care matricea $B=A(m)+A(m^2)$ **nu** este inversabilă.
6.Determinaţi perechile de numere întregi (a,b) pentru care suma elementelor matricei $A(a)\cdot A(b)$ este egală cu 2.

Testul 90(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\sqrt{2}\cdot\left(\sqrt{2}-3\right)+\sqrt{18}=2$.
2.Se consideră funcţiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+3$ şi $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=3x+7$.Determinaţi numărul real a pentru care $f(a)=g(a)$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{8+2x}=6$.
4.Determinaţi probabilitatea ca, alegând un număr n din mulţimea numerelor naturale nenule de o cifră, numărul n să fie divizor al numărului 12..
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-3,2)$ şi $B(1,a)$, unde a este număr real. Determinaţi numărul real a, ştiind că punctul A aparţine dreptei OB.
6.Se consideră triunghiul ABC dreptunghic în A, cu BC=8 şi măsura unghiului C de două ori mai mare decât măsura unghiului B. Determinaţi lungimea laturii AC a triunghiului ABC.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=7x+7y-7xy-6$.
1.Arătaţi că $1*7=1$.
2.Arătaţi că $x*y=1-7(x-1)(y-1)$, pentru orice numere reale x şi y.
3.Arătaţi că $e=\frac{6}{7}$ este elementul neutru al legii de compoziţie „$*$”.
4.Determinaţi numărul real x pentru care $(7-x)*7=7+x$.
5.Determinaţi perechile (m,n) de numere naturale pentru care $m*n=22$.
6.Determinaţi numerele reale a pentru care $(a*1)+(a*2)+(a*3)=3a^2$.

Subiectul III

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}-1 & 1\\ 2 & -4\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ şi $B(x)=\begin{pmatrix}2-x & x\\ 2x & 2-4x\end{pmatrix}$, unde x este număr real.
1.Arătaţi că $\det A=2$.
2.Arătaţi că $xA+2I_2=B(x)$, pentru orice număr real x.
3.Arătaţi că $A\cdot A=-B(5)$.
4.Determinaţi numerele reale x pentru care $\det\left(B(x)\right)=-8$.
5.Arătaţi că $B(xy)-xB(y)=2(1-x)I_2$, pentru orice numere reale x şi y.
6.Determinaţi numărul real x pentru care $B(6^x)-2^xB(3^x)=-6I_2$.

Testul 91(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Se consideră progresia aritmetică $(a_n)_{n\geq 1}$, cu $a_1 = 2$ și $a_3 = 10$.Calculați termenul a_2.
2. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - x$. Determinaţi abscisele punctelor de intersecţie a graficului funcţiei f cu axa Ox.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $7^{6-4x} = 49^x$.
4.Determinaţi probabilitatea ca, alegând un număr n din mulţimea A=$\{1,2,3,\dots,9\}$, numărul $n-1$ să fie impar.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0,-4)$,$B(3,1)$ şi $C(a,0)$, unde a este număr real.Determinaţi numerele reale a pentru care AB=AC.
6.Arătaţi că $(1+\sin 60^\circ)\cdot \sin^2 45^\circ + \cos^2 60^\circ = 1$.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=4x+4y-5$.
1.Arătaţi că $0*3=7$.
2.Arătaţi că legea de compoziţie „$*$” este comutativă.
3.Determinaţi numărul real x pentru care $(-3)*x=3$.
4.Determinaţi numerele reale x pentru care $(-x)*(2x)=-x^2$.
5.Determinaţi numărul real x pentru care $2^x * 2^x = 11$.
6.Determinaţi numărul real x, ştiind că scăzând x din numărul $x*\left(\frac{x}{2}*\frac{x}{4}\right)$, se obţine numărul cu 5 mai mic decât x.

Subiectul III

Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$, A=$\begin{pmatrix}3 & 8\\ -4 & -9\end{pmatrix}$ și $B(x)=\begin{pmatrix}3 & x+3\\ x-3 & -3\end{pmatrix}$, unde x este număr real.
1.Arătaţi că detA=5.
2.Arătaţi că $2B(1)-A=3I_2$.
3.Arătaţi că $B(1)\cdot B(4)-4I_2=3B(0)$.
4.Arătaţi că $B(x)\cdot B(x)=x^2 I_2$, pentru orice număr real x.
5.Determinaţi numărul real x pentru care $\det(B(x))=\det(B(x+1))$.
6.Determinaţi numărul natural n pentru care $B(3)\cdot B(3)+B(4)\cdot B(4)=B(n)\cdot B(n)$.

Testul 92(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\sqrt{18}-\sqrt{8}=\sqrt{2}$.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3x+2$.Determinaţi numărul real a pentru care $f(a)-f(2)=12$.
3.După o reducere cu 20% preţul unui obiect scade cu 26 de lei.Determinaţi preţul iniţial al obiectului.
4.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $3^{2x-1}=27$.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctul $A(2,3)$ şi dreapta d de ecuaţie y=2x−1.Determinaţi ecuaţia dreptei ce trece prin punctul A şi este perpendiculară pe dreapta d.
6.Se consideră triunghiul ABC dreptunghic în A cu măsura unghiului B de 30° şi BC=20. Calculaţi aria triunghiului ABC.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x*y=xy-\sqrt{5}(x+y)+\sqrt{5}+5$.
1.Arătaţi că $1*0=5$.
2.Demonstraţi că $x*y=(x-\sqrt{5})(y-\sqrt{5})+5$, pentru orice numere reale x şi y.
3.Determinaţi numărul real x pentru care $x*x=\sqrt{5}$.
4.Arătaţi că $e=\sqrt{5}+1$ este elementul neutru al legii de compoziţie „$*$” .
5.Arătaţi că $\sqrt{5}*x=\sqrt{5}$, pentru orice număr real x.
6.Determinaţi numărul natural n pentru care $\sqrt{3}*\sqrt{4}*\sqrt{5}*\ldots*\sqrt{2024}=\sqrt{n}$.

Subiectul III

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 2 & 1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1 & 0\\ -2 & 1\end{pmatrix}$ şi $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.
1.Arătaţi că $\det(A)=1$.
2.Arătaţi că $A\cdot A-2A=-I_2$.
3.Arătaţi că $A\cdot B=B\cdot A=I_2$
4.Determinaţi numerul real a pentru care $\det(A-aI_2)=0$.
5.Determinaţi numerele reale m pentru care $\det(m(A+B))=m\cdot\det(A+B)$.
6.Determinaţi numerele reale x şi y, ştiind că $xA+yB=3I_2$.

Testul 93(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\left(\sqrt{3}+1\right)^2+\left(\sqrt{3}-1\right)^2=8$.
2.Determinaţi coordonatele punctului de intersecţie a graficelor funcţiilor f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x-1$ şi g:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=-2x-5$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $5^{x-2}=\left(\frac{1}{5}\right)^{-2x}$.
4.Determinaţi câte numere naturale impare de două cifre se pot forma cu cifrele 0,1,2,3,4,5,6,7 şi 8.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0,2)$, $B(4,2)$ şi $C(6,6)$.Determinaţi distanţa de la punctul A la mijlocul segmentului BC
6.Se consideră triunghiul ABC cu AB=9,AC=12 şi BC=15. Arătaţi că sinB−sinC=$\frac{1}{5}$.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=-\frac{1}{6}xy+\frac{1}{6}(x+y)+\frac{5}{6}$.
1.Arătaţi că $7*2=0$.
2.Demonstraţi că $x*y=-\frac{1}{6}(x-1)(y-1)+1$, pentru orice numere reale x şi y.
3.Determinaţi numărul real x pentru care $7*x=x$.
4.Arătaţi că $e=-5$ este elementul neutru al legii de compoziţie „$*$” .
5.Determinaţi numerele reale x pentru care $x*x=-5$.
6.Arătaţi că $\frac{1}{x}*\frac{1}{x}\leq 1$, pentru orice număr real nenul x.

Subiectul III

Se consideră matricele $A(x,y)=\begin{pmatrix}x & y\\ 1 & 4\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1 & 4\\ -1 & 0\end{pmatrix}$ şi $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ şi unde x şi y sunt numere reale.
1.Arătaţi că $\det B=4$.
2.Arătaţi că $\det\left(A(2n,2n+1)\right)$ este număr natural impar, pentru orice număr natural nenul n.
3.Arătaţi că $A(2x,0)+A(0,2x)=2A(x,x)$, pentru orice număr real x.
4.Determinaţi numerele reale x şi y, astfel încât $A(x,y)\cdot B=B\cdot A(x,y)$.
5.Determinaţi numărul real strict pozitiv x, ştiind că suma elementelor matricei $A(\log_3 x,1)$ este egală cu 7.
6.Determinaţi numerele reale x şi y, ştiind că $A(x,y)\cdot A(x,y)=2I_2$.

Testul 94(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\log_2 64 - \log_2 8 + \log_2 1 = 3$.
2. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = 3x + 6$. Determinaţi numărul real m pentru care punctul $A(m, 2025)$ aparţine graficului funcţiei f.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{5x + 2} = \sqrt{7}$.
4.După două scumpiri succesive cu 20% preţul unui obiect este 288 lei. Determinaţi preţul iniţial al obiectului.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(5,6)$ şi $B(1,4)$ .Determinaţi ecuaţia dreptei AB.
6.Arătaţi că $(\sin 60° - \sin 30°)(\sin 60° + \sin 30°) = \frac{1}{4}$.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x\circ y=xy+7(x + y) + 11$.
1.Arătaţi că $(-2) \circ 2 = 7$.
2.Arătaţi că legea de compoziţie „$\circ$” este comutativă.
3.Demonstraţi că $x\circ y=(x + 7)(y + 7) - 38$, pentru orice numere reale x şi y.
4.Determinaţi numerele reale x pentru care $x \circ x = 11$.
5.Demonstraţi că $\big((-x) \circ (-y)\big) + \big((-x) \circ y\big) + \big(x \circ (-y)\big) + (x \circ y) = 44$, pentru orice numere reale x şi y.
6.Determinaţi perechile (a, b) de numere întregi pentru care $a\circ b=-39$.

Subiectul III

Se consideră matricele $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $A=\begin{pmatrix} 6 & 6 \\ -5 & -5 \end{pmatrix}$ şi $X(a) = I_2 + aA$, unde a este număr real.
1.Arătaţi că $\det A=0$.
2.Arătaţi că $A\cdot A=A$.
3.Arătaţi că $X(-1) + X(1) = 2I_2$.
4.Demonstraţi că $X(a) \cdot X(-1) = X(-1)$, pentru orice număr real a.
5.Determinaţi valorile reale ale lui a pentru care matricea $X(a)$ **nu** este inversabilă.
6.Determinaţi valorile reale ale lui a pentru care $\det\big(X(a^2)\big) \leq 17$.

Testul 95(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\sqrt{25}+\sqrt{49}-\sqrt{144}=0$.
2.Se consideră funcţiile f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3x+4$ şi g :$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$g(x)=x^2+4$. Determinaţi numerele naturale n pentru care $f(n)\geq g(n)$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $2+\log_3(3x-1)=\log_3 45$.
4.Preţul unui obiect este de 150 de lei.Determinaţi preţul obiectului după ce se ieftineşte de două ori, succesiv, cu câte 20%.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0,6)$ şi $M(2,4)$.Determinaţi coordonatele punctului B, ştiind că punctul M este mijlocul segmentului AB.
6.Arătaţi că $\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\cos30^\circ-\frac{1}{\sqrt{3}}\cdot\sin30^\circ\cdot\sin60^\circ=\frac{1}{2}$.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=x+y-6$.
1.Arătaţi că $3*(-3)=-6$.
2.Arătaţi că legea de compoziţie „$*$” este asociativă.
3.Arătaţi că $3*4*5*6*7*8>0$.
4.Determinaţi numărul real x pentru care $x*x*x=(x+3)*x$.
5.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $9^x*3^x=6$.
6.Arătaţi că $x^2*\frac{1}{x^2}\geq -4$, pentru orice număr real nenul x.

Subiectul III

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 3 & -1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1 & 4\\ 0 & -1\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ şi $O_2=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$.
1.Arătaţi că $\det A=-1$.
2.Arătaţi că $A\cdot A-B\cdot B=O_2$.
3.Determinaţi numerul real x pentru care $\det(A\cdot A-xI_2)=0$.
4.Determinaţi numărul real x pentru care $A-B-xI_2=\begin{pmatrix}-4 & -4\\ 3 & -4\end{pmatrix}$.
5.Determinaţi numerele reale a pentru care $\det\big(a(A+B)\big)=-64$.
6.Rezolvaţi în $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ ecuaţia $A\cdot X=B$.

Testul 96(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\sqrt{72}-6\left(\sqrt{2}-1\right)=6$.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-2x+a$, unde a este număr real, Arătaţi că $f(-2)=f(4)$, pentru orice număr real a.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_3(x+4)=\log_3(2-x)$.
4.Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulţimea numerelor naturale de două cifre , acesta să aibă produsul cifrelor egal cu 9.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3,a)$,$B(5,0)$ şi $C(1,4)$, unde a este număr real. Determinaţi numărul real a , ştiind că punctul A este mijlocul segmentului BC.
6.Arătaţi că $\sin30^\circ-\sqrt{2}\cos45^\circ+\cos60^\circ=0$.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x*y=2(3-x-y)+xy$.
1.Arătaţi că $2*0=2$.
2.Demonstraţi că $x*y=(x-2)(y-2)+2$, pentru orice numere reale x şi y.
3.Arătaţi că $e=3$ este elementul neutru al legii de compoziţie „$*$”.
4.Arătaţi că 0 este simetricul lui $\frac{3}{2}$ în raport cu legea de compoziţie „$*$”.
5.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $4^x*2^x=2$.
6.Calculaţi $2*3*4*\ldots*2025$.

Subiectul III

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 4\\ 4 & -1\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ şi $B(a)=\begin{pmatrix}a+1 & 1\\ 1 & a+3\end{pmatrix}$, unde a este număr real.
1.Arătaţi că $\det\left(B(-1)\right)=-1$.
2.Arătaţi că $A\cdot A=17I_2$.
3.Determinaţi numerele real a pentru care $\det(B(a)+A)=0$.
4.Determinaţi numărul real a pentru care $B(a)\cdot B(-3)=B(-1)-I_2$.
5.Demostraţi că matricea $B(a-2)$ este inversabilă, pentru orice număr raţional a.
6.Determinaţi matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, ştiind că $X\cdot B(-1)=A$.

Testul 97(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Se consideră progresia geometrică $(b_n)_{n\geq 1}$ cu $b_1 = 2$ și $b_2 = 8$.Calculați b_3.
2.Se consideră funcția f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = 7x + 3$. Determinați numărul real a pentru care $f(a) = 10$.
3.Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_2(5x + 3) = \log_2(6x + 1)$.
4.După o scumpire cu 25%, prețul unui obiect a crescut cu 70 de lei.Determinați prețul obiectului înainte de scumpire.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0,5)$, $B(10,5)$ și $C(5,0)$.Demonstrați că BM=CM, unde punctul M este mijlocul segmentului AB.
6.Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu AB=12 și BC=15. Arătați că perimetrul triunghiului ABC este egal cu 36.

Subiectul II

Pe mulțimea $M=(0,+\infty)$ se definește legea de compoziție $x\circ y=\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+5$.
1.Arătați că $1\circ 1=7$.
2.Determinați $x\in M$ pentru care $x\circ x=6$.
3.Arătați că legea de compoziție „$\circ$” este comutativă.
4.Determinați $x\in M$ pentru care $x\circ \frac{1}{x} = 7$.
5.Determinați numerele naturale n pentru care $(n + 1) \circ (n + 1)$ este număr natural.
6.Determinați $x\in(1,+\infty)$ pentru care $(\log_2 x) \circ (\log_x 2) = \frac{15}{2}$.

Subiectul III

Se consideră matricele $I_2 = \begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $A(a) = \begin{pmatrix}a+3 & 2\\ 2 & a-7\end{pmatrix}$, unde a este număr real.
1.Arătați că $\det(A(7)) = -4$.
2.Arătați că $A(3)\cdot A(1) = 28I_2$.
3.Demonstrați că $A(a) + A(-a) = 2A(0)$, pentru orice număr real a.
4.Determinați numărul real a pentru care $\det(A(a)) = -28$.
5.Determinați numerele reale a pentru care $A(a^2) - A(a) = 2I_2$.
6.Determinați numerele reale x și y pentru care $A(-1)\cdot\begin{pmatrix}x\\ y\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}6\\ -4\end{pmatrix}$.

Testul 98(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\sqrt{5}\cdot(2-\sqrt{5})-2\sqrt{5}+4=-1$.
2.Se consideră funcţiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=5x+4$ .Determinaţi numărul real a pentru care $f(a)=a$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{x^2-4x+5}=1$.
4.Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr n din mulţimea A={0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10}, numărul n^2 să aparţină mulţimii A.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3,4)$ şi $B(7,-4)$. Arătaţi că OA=OM, unde punctul M este mijlocul segmentului AB.
6.Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu AB=10,AC=12 şi punctul M mijlocul segmentului AB. Arătaţi că perimetrul triunghiului AMC este egal cu 30.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x\circ y=2xy-(x+y)+1$.
1.Arătaţi că $2\circ 2=5$.
2. Arătaţi că e= 1 este elementul neutru al legii de compoziţie „$\circ$”.
3.Determinaţi mulţimea numerelor reale x pentru care $x\circ 2\leq 2$.
4.Arătaţi că $x\circ y=2\left(x-\frac{1}{2}\right)\left(y-\frac{1}{2}\right)+\frac{1}{2}$, pentru orice numere reale x şi y.
5.Determinaţi numerele reale x pentru care $x\circ x=x$.
6.Determinaţi numărul natural nenul n pentru care $n\circ\frac{1}{n}$ este număr natural.

Subiectul III

Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$ şi $A(a)=\begin{pmatrix}1&2a-1\\0&2a\end{pmatrix}$, unde a este număr real.
1.Arătaţi că $\det(A(2))=4$.
2.Arătaţi că $3A(3)-A(8)=I_2$.
3.Determinaţi numerele reale a pentru care $\det(A(a+1))=2a^2$.
4.Arătaţi că $A(a)\cdot A(b)=A(2ab)$, pentru orice numere reale a şi b.
5.Determinaţi inversa matricei $B=A(2)\cdot A(3)$.
6.Determinaţi perechile (a,b) de numere naturale pentru care $\det(bA(a))=8$.

Testul 99(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\sqrt{2}(\sqrt{2}+5)-5\sqrt{2}+2=4$.
2.Se consideră funcţiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3x-2$ şi $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=2x-3$.Determinaţi numărul real m pentru care $f(m)=g(m)$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $3^{4x-3}=3^{2-x}$.
4.Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr n din mulţimea A={1,2,3,4,5,6,7,8,9}, numărul 3n+1 să aparţină mulţimii A.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(5,0)$ şi $B(0,6)$. Calculaţi aria triunghiului AOB.
6.Arătaţi că $(\sin 60^\circ+\sin 30^\circ)(\sin 60^\circ-\sin 30^\circ)=\sin 45^\circ\cdot\cos 45^\circ$.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x\circ y=7xy-6(x+y-1)$.
1.Arătaţi că $1\circ 2=2$.
2. Arătaţi că e=1 este elementul neutru al legii de compoziţie „$\circ$”.
3.Determinaţi numărul real x pentru care $(x\circ 2)+(x\circ 3)=5$.
4.Determinaţi numerele naturale n pentru care $(3n+1)\circ 1<7$.
5. Demonstraţi că $x\circ y=7\left(x-\frac{6}{7}\right)\left(y-\frac{6}{7}\right)+\frac{6}{7}$, pentru orice numere reale x şi y.
6.Arătaţi că $\frac{1}{2}\circ\frac{2}{3}\circ\frac{3}{4}\circ\frac{4}{5}\circ\frac{5}{6}\circ\frac{6}{7}\circ\frac{7}{8}\circ\frac{8}{9}\circ\frac{9}{10}$.

Subiectul III

Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$ şi $A(a)=\begin{pmatrix}a+2&-2\\2&a-2\end{pmatrix}$, unde a este număr real.
1.Arătaţi că $\det(A(1))=1$.
2.Demonstraţi că $I_2+A(a-1)=A(a)$, pentru orice număr real a.
3.Determinaţi numerele real a pentru care $\det(A(a))=a$.
4.Determinaţi numărul real a pentru care $A(a)\cdot A(a)=\begin{pmatrix}32&-16\\16&0\end{pmatrix}$.
5.Determinaţi matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $X\cdot A(1)=A(2)$.
6.Demonstraţi că $\det(A(a)+I_2)\geq 0$, pentru orice număr real a.

Testul 100(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $3\cdot(1,7-0,5)+0,8:2=4$.
2.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x+5$. Determinaţi numărul real a pentru care $f(a)=f(3)-a$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_3(6x-15)=\log_3(3x)$.
4.După o scumpire cu 35%, preţul unui obiect a crescut cu 162 de lei.Determinaţi preţul obiectului înainte de scumpire.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(4,5)$, $B(2,1)$, $C(6,0)$ şi M, mijlocul segmentului AB. Arătaţi că OM=CM.
6.Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu AB=16 şi 4BC=5AB. Arătaţi că AC=12.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=xy-10(x+y)+22$.
1.Arătaţi că $0*2=2$.
2.Arătaţi că legea de compoziţie „$*$” este comutativă.
3.Determinaţi numărul real x pentru care $x*8=8$.
4.Determinaţi perechile (m,n) de numere naturale, cu $m<n$, pentru care $(-m)*(-n)=(m*n)+60$.
5.Determinaţi numărul real x pentru care $(1+3^x)*(1-3^x)=0$.
6.Arătaţi că $x*\frac{1}{x}\leq 3$, pentru orice $x\in(0,+\infty)$.

Subiectul III

Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$ şi $M(x)=\begin{pmatrix}2&3x\\x&2\end{pmatrix}$, unde x este număr real.
1.Arătaţi că $\det\big(M(1)\big)=1$.
2.Arătaţi că $M(1)+2M(4)=3M(3)$.
3.Determinaţi numărul real a pentru care $M(2)\cdot M(-2)=aI_2$.
4.Determinaţi numerele reale x pentru care $\det\big(M(x)+M(-2x)\big)=4$.
5.Determinaţi numerele reale x şi y pentru care $M(x)\cdot M(-1)+M(y)=8M(-1)$.
6.Demonstraţi că numărul natural $N=\det(2M(1)+nI_2)$ este multiplu de 4, pentru orice număr natural par n.

Testul 101(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\sqrt{6}\cdot(\sqrt{6}-2)-\sqrt{16}+2\sqrt{6}=2$.
2.Se consideră funcţiile f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x-1$.Determinaţi numărul real a pentru care $f(a)=3f(1)$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $3^{5+x}=3^{3-x}$.
4.Se consideră mulţimea A={1,2,3, … ,24}. Determinaţi probabilitatea ca, alegând un mumăr din mulţimea A, acesta să fie divizor al lui 24.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(6,8)$,$B(6,0)$ şi C, mijlocul segmentului OA. Determinaţi distanţa dintre punctele B şi C.
6.Arătaţi că $(\cos45°)^2+\cos60°-2\cos30°=0$

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=xy+x+y+6$.
1.Arătaţi că $2*3=17$.
2.Arătaţi că $x*y=(x+1)(y+1)+5$, pentru orice numere reale x şi y.
3.Determinaţi numărul real x pentru care $(-6)*x=6+x$.
4.Determinaţi numerele reale x pentru care $x*(-x)=2$.
5.Determinaţi $x\in[0,+\infty)$ pentru care $(x-5)*\left(5-\sqrt{x}\right)=5$.
6.Arătaţi că, pentru orice număr natural n, divizibil cu 3, numărul natural $(n+1)*(n+2)+1$ este divizibil cu 3.

Subiectul III

Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$, $A=\begin{pmatrix}1&-1\\3&1\end{pmatrix}$ şi $B(a,b)=\begin{pmatrix}b&b\\a&b\end{pmatrix}$ unde a şi b sunt numere reale.
1.Arătaţi că $\det\big(B(1,-1)\big)=2$.
2.Arătaţi că $A\cdot B(-3,1)=4I_2$.
3.Determinaţi numerele reale a şi b pentru care $A-2I_2=B(a,b)$.
4.Determinaţi matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $X\cdot B(-1,1)=A$.
5.Ştiind că a şi b sunt numere reale, $b\neq0$, astfel încât $\det\big(bA-B(a,b)\big)=0$, arătaţi că $3b=a$.
6.Determinaţi perechile (a,b) de numere reale, cu $a<b$, pentru care $(a+b)B(b,a)+bB(-b,a+b)=B(6,25)$.

Testul 102(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $2\cdot\left(\frac{2}{3}-\frac{1}{6}\right)+2:\frac{1}{2}=5$.
2.Se consideră funcţiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=4x-2$ şi $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=3x+7$.Determinaţi numărul real m pentru care $f(1)+g(1)=2m$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $2^{-x}=2^{3x-8}$.
4.Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr n din mulţimea A={0,1,2,3, … ,19}, numărul 2n+3 să aparţină mulţimii A.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(5,1)$,$B(0,6)$, $C(1,3)$ şi D, mijlocul segmentului AC. Determinaţi distanţa dintre punctele B şi D.
6.Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu AB=3 şi AC=6. Arătaţi că sinC= $\frac{\sqrt{5}}{5}$.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x*y=xy+650-25x-25y$.
1.Arătaţi că $0*25=25$.
2. Arătaţi că $x*y=(x-25)(y-25)+25$, pentru orice numere reale x şi y.
3.Arătaţi că e=26 este elementul neutru al legii de compoziţie „$*$”.
4.Determinaţi simetricul numărului $\frac{49}{2}$ în raport cu legea de compoziţie „$*$”.
5.Calculaţi $5^0*5^1*5^2*5^3*5^4$.
6.Determinaţi numerele naturale de forma $\overline{ab}$ pentru care $a*b=28$.

Subiectul III

Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ şi $M(a)=\begin{pmatrix}-a & 1\\ -3 & 2+a\end{pmatrix}$, unde a este număr real.
1.Arătaţi că $\det\big(M(-1)\big)=4$.
2.Arătaţi că $3M(-4)-M(-2)=2M(-5)$.
3.Determinaţi numerele real a pentru care $\det\big(M(a)\big)=0$.
4.Determinaţi numărul real x pentru care $M(-3)\cdot M(-3)=xM(-3)$.
5.Determinaţi matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $M(-1)\cdot X=2M(1)$.
6.Determinaţi numerele întregi m pentru care $\det(M(m)+mI_2)\leq\det\big(M(-2m)\big)$.

Testul 103(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\frac{14}{5}\cdot\left(1-\frac{1}{6}\right)+\frac{2}{3}=3$.
2.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=6x-1$ şi numărul $a=f(1)$.Calculaţi $f(a)$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $10^2\cdot 10^x=100$.
4.După două ieftiniri succesive, cu câte 50%, un obiect costă 100 de lei.Determinaţi preţul obiectului înainte de cele două ieftiniri.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(4,3)$, $B(6,2)$ şi C, mijlocul segmentului OB. Arătaţi că $AC=\sqrt{5}$.
6.Arătaţi că $2\cos 45^\circ\cdot\cos 60^\circ-\sqrt{2}\sin 30^\circ=0$.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=xy-x-4y+8$.
1.Arătaţi că $5*5=8$.
2.Determinaţi numărul real x pentru care $x*(-4)=x$.
3.Determinaţi numerele reale x pentru care $(-x)*x=4x$.
4.Arătaţi că $x*y=(x-4)(y-1)+8$, pentru orice numere reale x şi y.
5.Determinaţi numerele reale nenule a pentru care $3*(3*a)=\frac{1}{a}$.
6.Determinaţi perechile (n,p) de numere naturale pentru care $n*p=p$.

Subiectul III

Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$ şi $A(x)=\begin{pmatrix}1-x&-2x\\x&5-x\end{pmatrix}$, unde x este număr real.
1.Arătaţi că $\det(A(2))=3$.
2.Determinaţi numărul real a pentru care $2A(2)-A(3)=A(a)$.
3.Determinaţi numerele reale x pentru care $\det(A(x))=x+1$.
4.Arătaţi că matricea $B=\frac{1}{3}(A(2)-2I_2)$ este inversa matricei $A(2)$.
5.Determinaţi numerele reale x şi y pentru care $A(x)\cdot A(x)=yI_2$.
6.Demonstraţi matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $X-A(2)\cdot X=A(4)$.

Testul 104(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\sqrt{6}\cdot\left(2+3\sqrt{6}\right)+\sqrt{36}-\sqrt{24}=24$.
2.Se consideră funcţiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=4x+16$.Determinaţi abscisa punctului de intersecţie a graficului funcţiei f cu axa Ox.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{x^2+2x-10}=x$.
4. Determinaţi probabilitatea ca, alegând un mumăr n din mulţimea $A=\{0,1,2,\ldots,9\}$, n^3 să fie număr natural de două cifre.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(6,4)$ şi $B(5,2)$. Determinaţi distanţa dintre punctele B şi M, unde M este mijlocul segmentului OA.
6.Arătaţi că $\sin 60^\circ+2\cos 60^\circ-\sqrt{3}\sin 30^\circ=1$.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=\frac{xy}{4}+12-x-y$.
1.Arătaţi că $1*6=6$.
2.Determinaţi numărul real x pentru care $x*7=8$.
3.Arătaţi că $x*y=\frac{1}{6}(x-6)(y-6)+6$, pentru orice numere reale x şi y.
4.Arătaţi că,dacă x şi y sunt numere reale pentru care $x*(y+1)=(x-1)*y$, atunci $x+y=12$.
5.Arătaţi că, dacă $x\in[6,+\infty)$ şi $y\in[6,+\infty)$, atunci $x*y\in[6,+\infty)$.
6.Determinaţi perechile (m,n) de numere naturale pentru care $36^m*(n+1)=(6^{2m}-1)*n$.

Subiectul III

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}7 & 3\\ 4 & -2\end{pmatrix}$ şi $B(x)=\begin{pmatrix}x+3 & 3\\ 2 & x-3\end{pmatrix}$ unde x este număr real.
1.Arătaţi că $\det\left(B(4)\right)=1$.
2.Arătaţi că $4B(1)+B(6)=5B(2)$.
3.Determinaţi numărul real a pentru care $B(-3)\cdot B(3)=aB(0)$.
4.Determinaţi numărul întreg m pentru care $\det(2B(m)-A)<0$.
5.Determinaţi perechile (n,p) de numere naturale pentru care $B(n)\cdot B(-n)=pI_2$, unde $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.
6.Determinaţi matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $B(4)\cdot X=A$.

Testul 105(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Determinaţi termenul a_3 al progresiei aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$, în care $a_1 = 3$ şi $a_2 = 13$.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x) = x - 3$.Determinaţi numărul real m pentru care $f(2) + f(4) = f(m)$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{10x} = \sqrt{121 - x}$.
4. Se consideră mulţimea A={20,21,22, … ,55}.Determinaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulţimea A, acesta să fie multiplu de 5.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $M(2,4)$ şi $N(-2,1)$. Arătaţi că triunghiul OMN este dreptunghic.
6.Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu BC=10 şi măsura unghiului B egală cu 45°. Arătaţi că perimetrul triunghiului ABC este egal cu $10\left(1 + \sqrt{2}\right)$.

Subiectul II

Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x\circ y=\frac{1}{2}(x - 1)(y - 1) + 1$.
1.Arătaţi că 3∘5=5.
2.Determinaţi numărul real x pentru care $0 \circ x = x$.
3.Arătaţi că e=3 este elementul neutru al legii de compoziţie „∘”.
4.Determinaţi numerele naturale n pentru care numărul $N=n\circ(2 - n)$ este natural.
5.Determinaţi numărul real x, ştiind că 2 este simetricul lui x în raport cu legea de compoziţie „∘”.
6.Determinaţi numerele naturale m şi p pentru care $2^m \circ 5^p = 3$.

Subiectul III

Se consideră matricele $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ şi $A(x) = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ x & x - 1 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
1.Arătaţi că $\det\left(A(3)\right) = 8$.
2.Determinaţi numărul real x pentru care $3A(3) - A(1) = 2A(x)$.
3.Determinaţi numărul real m pentru care $A(2) \cdot A(2) + 4I_2 = mA(2)$.
4.Determinaţi numerele reale x pentru care $\det\left(A(x) + A(x^2)\right) = 0$.
5.Determinaţi numerele reale a şi b pentru care suma elementelor matricei $A(x) \cdot A(a)$ este egală cu b, pentru orice număr real x.
6.Se consideră matricea $B=\begin{pmatrix} 8 \\ 0 \end{pmatrix}$. Determinaţi matricea $C\in\mathcal{M}_{2,1}(\mathbb{R})$ pentru care $A(3) \cdot C = B$.

Bibliografie

[1] .....subiecte.edu.ro