Cuprins

Cuprins....1
Cuvânt înainte....3
Mulţimi de numere.... 4
Formule de calcul prescurtat.... 4
Progresii aritmetice.... 4
Progresii geometrice.... 5
Funcţii....5
Funcţia de gradul întâi....6
Funcţia de gradul doi....6
Vectori în plan....7
Relaţii metrice în triunghiul dreptunghic....8
Relaţii trigonometrice în triunghiul dreptunghic....8
Elemente de trigonometrie....9
Arii,teorema sinusului,teorema cosinusului....10
Puteri,radicali,ecuaţii exponenţiale,ecuaţii iraţionale....10
Logaritmi,ecuaţii logaritmice....11
Metode de numărare....12
Matematici financiare....12
Elemente de geometrie analitică....13
Subiectul I....14
Matrice ,determinanţi,sisteme de ecuaţii liniare....44
Subiectul II1....46
Legi de compoziţie,grupuri....63
Inelul $(\mathbb{Z}_n, +, \cdot)$....63
Polinoame,rădăcini ale polinoamelor....63
Divizibilitatea polinoamelor,teorema restului,teorema lui Bezout....64
Relaţiile lui Viete....64
Subiectul II2....65
Tabel de derivate....80
Reguli de derivare....80
Derivate....80
Limitele unor funcţii....84
Continuitate....84
Asimptote....85
Derivata unei funcţii într-un punct,ecuaţia tangentei,derivata de ordin doi....85
Regula lui l'Hospital....85
Rolul derivatei de ordin 1 şi 2 în studiul funcţiilor....85
Subiectul III1....86
Tabel de integrale nedefinite....104
Integrala nedefinită,primitive....104
Proprietăţi pentru integrala nedefinită....104
Primitive....104
Integrala definită,proprietăţi pentru integrala definită....106
Integrale definite....106
Inegalităţi integrale....107

Metoda integrării prin părţi.....107
Metoda schimbării de variabilă.....107
Arii,volume.....107
Subiectul III2.....107
Teste oficiale.....127
Teste propuse.....215
Bibliografie 372

Cuvânt înainte

Culegerea se adresează elevilor din clasele 9,10,11,12 tehnologic,care vor să se pregătească pentru susţinerea examenului de Bacalaureat.
Culegerea conţine elemente de teorie,exerciţii recapitulative precum şi teste.
La Subiectul I avem 906 exerciţii din clasele a 9-a şi a 10-a,la Subiectul II 1 avem 148 exerciţii de algebră clasa a 11-a, la Subiectul II 2 avem 148 exerciţii de algebră clasa a 12-a, la Subiectul III 1 avem 148 exerciţii de analiză matematică clasa a 11-a iar la Subiectul III 2 avem 148 exerciţii de analiză matematică clasa a 12-a.
Culegerea conţine 89 de teste oficiale şi 157 de teste propuse.
Testele propuse,precum şi exerciţiile recapitulative sunt asemănătoare celor întâlnite în subiectele oficiale,modelele oficiale şi în simulările oficiale din anii anteriori.
Culegerea conţine capitole dedicate noţiunilor de derivată,integrala nedefinită şi definită.
Culegerea nu conţine răspunsuri.
Recomand începerea pregătirii pentru Bacalaureat cu parcurgerea culegerii în ordinea crescătoare a paginilor până la testele oficiale.Testele oficiale au fiecare corespondent la testele propuse,de exemplu Testul K oficial este asemănător cu Testul K propus , $K\epsilon\{1,2,\dots,89\}$,din această cauză ,dacă culegerea e utilizată la clasă se recomandă ca unul dintre teste să se rezolve în clasă iar corespondentul său se dă temă.
Vă doresc spor la treabă,dacă utilizaţi culegerea şi mult succes la examenul de Bacalaureat.
Dacă observaţi erori le puteţi anunţa la 0744491758.
Autorul

Mulţimi de numere

$\mathbb{N}=\{0,1,2,3,\dots\}$ este mulţimea numerelor naturale

$\mathbb{Z}=\{\dots,-3,-2,-1,0,1,2,3,\dots\}$este mulţimea numerelor întregi

$\mathbb{Q}=\left\{\frac{m}{n}|m,n\epsilon\mathbb{Z},n\neq 0\right\}$este mulţimea numerelor raţionale

$\mathbb{R}\setminus\mathbb{Q}=\{x|x$ este fracţie zecimală infinită neperiodică$\}$este mulţimea numerelor iraţionale

$\mathbb{R}=\mathbb{Q}\cup(\mathbb{R}\setminus\mathbb{Q})$ este mulţimea numerelor reale

Pentru $x\epsilon\mathbb{R}$ şi $n\epsilon\mathbb{Z}$ definim $[x]=n\Leftrightarrow n\leq x<n+1\Leftrightarrow x\epsilon[n,n+1)$ şi $\{x\}=x-[x]$.

$[x]=$partea întreagă a lui x,$\{x\}=$partea fracţionară a lui x .

$x=[x]+\{x\}$.

Ex.$[6,73]=6$ $[-6,73]=-7$

$|x|=\begin{cases}x,\text{dacă } x\geq 0\\-x,\text{dacă } x<0\end{cases}$ $|x|=$modulul lui x,valoarea absolută a lui x

Ex.$|-9|=9$ $|9|=9$

$\mathbb{C}=\{z=a+bi|a,b\epsilon\mathbb{R},i^2=-1\}$ este mulţimea numerelor complexe

Fie $a,b\epsilon\mathbb{R}$ şi $z=a+bi$, definim $|z|=\sqrt{a^2+b^2}$, numit modulul numărului complex z,

iar $\bar{z}=a-bi$ se numeşte conjugatul numărului complex $z=a+bi$

Ex.Pentru $z=6+4i$ atunci $|z|=\sqrt{6^2+4^2}=\sqrt{36+16}=\sqrt{52}$

Pentru $z=6+4i\Longrightarrow\bar{z}=6-4i$,pentru $z=5-3i\Longrightarrow\bar{z}=5+3i$

Fie $z_1=a+bi$ şi $z_2=c+di$ atunci

$z_1+z_2=(a+bi)+(c+di)=(a+c)+(b+d)i$

$z_1-z_2=(a+bi)-(c+di)=(a-c)+(b-d)i$

$z_1\cdot z_2=(a+bi)\cdot(c+di)=(ac-bd)+(ad+bc)i$

$z_1:z_2=\frac{z_1}{z_2}=\frac{a+bi}{c+di}=\frac{(a+bi)\cdot(c-di)}{c^2+d^2}$

$z_1=z_2\Leftrightarrow a+bi=c+di\Leftrightarrow\begin{cases}a=c\\b=d\end{cases}$

$i^2=-1,i^3=-i,i^4=1,i^5=i,i^{4n}=1,i^{4n+1}=i,i^{4n+2}=-1,i^{4n+3}=-i$

$i^n+i^{n+1}+i^{n+2}+i^{n+3}=i^n(1+i+i^2+i^3)=i^n(1+i-1-i)=0$

Formule de calcul prescurtat

$(a+b)^2=a^2+b^2+2ab$ $(a-b)^2=a^2+b^2-2ab$

$(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca)$

$(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$

$(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$

$(a+b)^n=C_n^0a^n+C_n^1a^{n-1}b+C_n^2a^{n-2}b^2+\cdots+C_n^nb^n$

$(a-b)^n=C_n^0a^n-C_n^1a^{n-1}b+C_n^2a^{n-2}b^2+\cdots+(-1)^nC_n^nb^n$

$a^2-b^2=(a-b)(a+b)$

$a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$

$a^n-b^n=(a-b)(a^{n-1}+a^{n-2}b+a^{n-3}b^2+\cdots+b^{n-1})$

$a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$

$a^{2n+1}+b^{2n+1}=(a+b)(a^{2n}-a^{2n-1}b+a^{2n-2}b^2-a^{2n-3}b^3+\cdots+b^{2n})$

Progresii aritmetice

Şirul $(a_n)_{n\geq 1}$se numeşte progresie aritmetică $\Leftrightarrow a_n=a_{n-1}+r,\forall n\geq 2$,unde $r\epsilon\mathbb{R}$ se numeşte raţia progresiei.

$a_2=a_1+r,a_3=a_2+r=a_1+2r,a_4=a_3+r=a_1+3r$

Ex. a_n:2;6;10;14;18;22;...este o progresie aritmetică cu $a_1=2$ şi $r=a_2-a_1=6-2=4$.

$(a_n)_{n\geq 1}$este progresie aritmetică $\Leftrightarrow a_n=a_1+(n-1)r,\forall n\epsilon\mathbb{N}^*$.

$(a_n)_{n\geq 1}$este progresie aritmetică $\Leftrightarrow a_n - a_{n-1} = r, \forall n \geq 2$.

$(a_n)_{n\geq 1}$este progresie aritmetică $\Rightarrow S_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = \frac{(a_1+a_n)n}{2} = \frac{[2a_1+(n-1)r]n}{2}$.

$(a_n)_{n\geq 1}$este progresie aritmetică $\Leftrightarrow a_n = \frac{a_{n-1}+a_{n+1}}{2}, \forall n \geq 2$.

x,y,z sunt în progresie aritmetică $\Leftrightarrow y=\frac{x+z}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x + r \\ z = y + r \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x + r \\ z = x + 2r \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y - r \\ z = y + r. \end{cases}$

Progresii geometrice

Şirul $(b_n)_{n\geq 1}$ se numeşte progresie geometrică $\Leftrightarrow b_n = b_{n-1} \cdot q, n \geq 2$,unde $q \neq 0$ se numeşte raţia progresiei,$b_1 \neq 0$.

$b_2 = b_1 \cdot q, b_3 = b_2 \cdot q = b_1 \cdot q^2, b_4 = b_3 \cdot q = b_1 \cdot q^3$.

Ex.b_n:3;6;12;24;...este o progresie geometrică cu $b_1 = 3$ şi $q=\frac{b_2}{b_1}=\frac{6}{3}=2$.

$(b_n)_{n\geq 1}$ este progresie geometrică $\Leftrightarrow b_n = b_1 \cdot q^{n-1}, \forall n \geq 2, q \neq 0, b_1 \neq 0$.

$(b_n)_{n\geq 1}$ este progresie geometrică $\Leftrightarrow b_n^2 = b_{n-1} \cdot b_{n+1}, \forall n \geq 2, q \neq 0, b_1 \neq 0$.

$(b_n)_{n\geq 1}$ este progresie geometrică $\Rightarrow S_n = b_1 + b_2 + b_3 + \ldots + b_n = \frac{b_n \cdot q - b_1}{q-1} = \frac{b_1 \cdot q^n - b_1}{q-1} =$

$= \frac{b_1(q^n-1)}{q-1}$,pentru $q \neq 1$ şi $S_n = b_1 + b_2 + b_3 + \ldots + b_n = nb_1$,pentru $b_1 = 1$.

x,y,z sunt în progresie geometrică $\Leftrightarrow y^2 = xz \Leftrightarrow \begin{cases} y = xq \\ z = yq \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = xq \\ z = xq^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{y}{q} \\ z = yq. \end{cases}$

Funcţii

Graficul ,ecuaţia graficului,imaginea unei funcţii

Fie funcţia f:D→C

$G_f = \{(x, f(x)) | x \in D\}$ este graficul funcţiei f

$\mathcal{G}_f = \{M(x, f(x)) | x \in D\}$ este imaginea geometrică a graficului funcţiei f

$\mathcal{G}_f$: $y = f(x)$ este ecuaţia graficului funcţiei f , $M(\alpha, \beta) \in \mathcal{G}_f \Leftrightarrow f(\alpha) = \beta$ şi $\alpha \in D$

Imf ={f(x)|x∈D}={y∈C|∃x∈D pentru care $f(x) = y$} este imaginea funcţiei f,mulţimea valorilor funcţiei f

Intersecţia cu axele

$\mathcal{G}_f \cap Ox \quad \begin{cases} \mathcal{G}_f: y = f(x) \\ Ox: y = 0 \end{cases} \Rightarrow f(x) = 0$, $\mathcal{G}_f \cap Oy \quad \begin{cases} \mathcal{G}_f: y = f(x) \\ Oy: x = 0 \end{cases} \Rightarrow y=f(0)$

Monotonia funcţiilor

Pentru $x_1, x_2 \in D, x_1 \neq x_2$,definim $R(x_1, x_2) = \frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}$, numit raport de variaţie al funcţiei f

f este strict crescătoare $\Leftrightarrow (\forall x_1, x_2 \in D, \text{cu } x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2))$

f este strict crescătoare $\Leftrightarrow R(x_1, x_2) > 0, \forall x_1, x_2 \in D, x_1 \neq x_2$

f este strict descrescătoare $\Leftrightarrow (\forall x_1, x_2 \in D, \text{cu } x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2))$

f este strict descrescătoare $\Leftrightarrow R(x_1, x_2) < 0, \forall x_1, x_2 \in D, x_1 \neq x_2$

f este crescătoare $\Leftrightarrow (\forall x_1, x_2 \in D, \text{cu } x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) \leq f(x_2))$

f este crescătoare $\Leftrightarrow R(x_1, x_2) \geq 0, \forall x_1, x_2 \in D, x_1 \neq x_2$

f este descrescătoare $\Leftrightarrow (\forall x_1, x_2 \in D, \text{cu } x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) \geq f(x_2))$

f este descrescătoare $\Leftrightarrow R(x_1, x_2) \leq 0, \forall x_1, x_2 \in D, x_1 \neq x_2$

Compunerea funcţiilor

Dacă f:D→C şi g:E→D definim f∘g:E→C şi $(f \circ g)(x) = f(g(x))$

Ex.Pentru f,g:ℝ→ℝ,$f(x) = 3x + 2$ şi $g(x) = 4x - 5$ avem

$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = 3g(x) + 2 = 3(4x - 5) + 2 = 12x - 15 + 2 = 12x - 13$

$(g\circ f)(x)=g\big(f(x)\big)=4f(x)-5=4(3x+2)-5=12x+8-5=12x+3$

$(f\circ f)(x)=f\big(f(x)\big)=3f(x)+2=3(3x+2)+2=9x+6+2=9x+8$

$(f\circ g)(0)=f\big(g(0)\big)=f(-5)=-15+2=-13$

$(f\circ f)(0)=f\big(f(0)\big)=f(2)=6+2=8$

Funcţia de gradul întâi

Funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},f(x)=ax+b$,unde $a,b\in\mathbb{R},a\neq 0$ se numeşte funcţie de gradul întâi.

$\mathcal{G}_f\cap Ox=\left\{A\left(-\frac{b}{a},0\right)\right\}$ $\mathcal{G}_f\cap Oy=\{B(0,b)\}$

$a>0\Leftrightarrow$f este strict crescătoare $\Longrightarrow$f este crescătoare

$a<0\Leftrightarrow$f este strict descrescătoare $\Longrightarrow$f este descrescătoare

x	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$
$f(x)=ax+b$	$-$semn a	0	semn a

Ex.Pentru $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},f(x)=3x-6$ avem

$\left.\begin{matrix}\mathcal{G}_f:y=f(x)\\ Ox:y=0\end{matrix}\right\}\Longrightarrow f(x)=0\Leftrightarrow 3x-6=0\Leftrightarrow x=2\Longrightarrow\mathcal{G}_f\cap Ox=\{A(2,0)\}$

$\left.\begin{matrix}\mathcal{G}_f:y=f(x)\\ Oy:x=0\end{matrix}\right\}\Longrightarrow y=f(0)=-6\Longrightarrow\mathcal{G}_f\cap Oy=\{B(0,-6)\}$

Dacă, în plus $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R},g(x)=5x+8$ avem

$\left.\begin{matrix}\mathcal{G}_f:y=f(x)\\ \mathcal{G}_g:y=g(x)\end{matrix}\right\}\Longrightarrow f(x)=g(x)\Leftrightarrow 3x-6=5x+8\Leftrightarrow 3x-5x=8+6\Leftrightarrow -2x=14\Leftrightarrow x=-7\Longrightarrow$

$f(-7)=-27\Longrightarrow\mathcal{G}_f\cap\mathcal{G}_g=\{C(-7,-27)\}$

Funcţia de gradul doi

Funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},f(x)=ax^2+bx+c$,unde $a,b,c\in\mathbb{R},a\neq 0$ se numeşte funcţie de gradul doi.

$\Delta=b^2-4ac$ este discriminantul ecuaţiei $ax^2+bx+c=0$

$f(x)=a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2+\frac{-\Delta}{4a}$ este forma canonică a funcţiei de gradul doi

Graficul funcţiei de gradul doi este o parabolă de vârf $V\left(-\frac{b}{2a},-\frac{\Delta}{4a}\right)$, $x_V=-\frac{b}{2a},y_V=-\frac{\Delta}{4a}$ şi care are axa de simetrie $d:x=-\frac{b}{2a}$.

Pentru $a>0$

f este strict descrescătoare pe intervalul $\left(-\infty,-\frac{b}{2a}\right]$ şi strict crescătoare pe intervalul $\left[-\frac{b}{2a},+\infty\right)$

x	$-\infty$		$-\frac{b}{2a}$		$+\infty$
$f(x)=ax^2+bx+c$	$+\infty$	$\searrow$	$-\frac{\Delta}{4a}$	$\nearrow$	$+\infty$

$x_V=-\frac{b}{2a}$ este punctul de minim a lui f , $y_V=-\frac{\Delta}{4a}$ este minimul,valoarea minimă a lui f

Imf=$\left[-\frac{\Delta}{4a},+\infty\right)$ este imaginea funcţiei f , $\mathcal{G}_f\cap Oy=\{C(0,c)\}$

Pentru $a<0$

f este strict crescătoare pe intervalul $\left(-\infty,-\frac{b}{2a}\right]$ şi strict descrescătoare pe intervalul $\left[-\frac{b}{2a},+\infty\right)$

x	$-\infty$		$-\frac{b}{2a}$		$+\infty$
$f(x)=ax^2+bx+c$	$-\infty$	$\nearrow$	$-\frac{\Delta}{4a}$	$\searrow$	$-\infty$

$x_V = -\frac{b}{2a}$ este punctul de maxim a lui f , $y_V = -\frac{\Delta}{4a}$ este maximul,valoarea maximă a lui f

Imf=$(-\infty, -\frac{\Delta}{4a}]$ este imaginea funcţiei f , $\mathcal{G}_f \cap Oy = \{C(0,c)\}$

Cazul 1 $\Delta<0$

$f(x) = 0 \Leftrightarrow x_{1,2} = \frac{-b \pm i\sqrt{-\Delta}}{2a} \notin \mathbb{R}, x_1 \neq x_2 \Leftrightarrow \mathcal{G}_f \cap Ox = \emptyset$

x	$-\infty$	$+\infty$
$f(x) = ax^2 + bx + c$	semn a	

Cazul 2 $\Delta=0$

$f(x) = 0 \Leftrightarrow x_{1,2} = \frac{-b}{2a} \in \mathbb{R}, x_1 = x_2 \Leftrightarrow \mathcal{G}_f \cap Ox = \{D(x_1, 0)\}$

x	$-\infty$	x_1	$+\infty$
$f(x) = ax^2 + bx + c$	semn a	0	semn a

Cazul 3 $\Delta>0$

$f(x) = 0 \Leftrightarrow x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \in \mathbb{R}, x_1 \neq x_2 \Leftrightarrow \mathcal{G}_f \cap Ox = \{A(x_1, 0), B(x_2, 0)\}$

x	$-\infty$	x_1		x_2	$+\infty$
$f(x) = ax^2 + bx + c$	semn a	0	$-$semn a	0	semna

Vectori în plan

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$

Dacă ABCD este paralelogram,atunci $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$

Pentru $\vec{v} = a\vec{i} + b\vec{j}$=$(a,b)$,$\vec{u} = c\vec{i} + d\vec{j}$ =(c,d) şi $\alpha \in \mathbb{R}$ avem

$\vec{v} = \vec{u} \Leftrightarrow (a,b) = (c,d) \Leftrightarrow \begin{cases} a = c \\ b = d \end{cases}$

$\vec{v} + \vec{u} = (a+c)\vec{i} + (b+d)\vec{j}$=$(a+c, b+d)$

$\vec{v} - \vec{u} = (a-c)\vec{i} + (b-d)\vec{j}$=$(a-c, b-d)$

$\alpha\vec{v} = (\alpha a)\vec{i} + (\alpha b)\vec{j}$=$(\alpha a, \alpha b)$

$\vec{v}, \vec{u}$ coliniari $\Leftrightarrow \frac{a}{c} = \frac{b}{d}$

$\vec{v}, \vec{u}$ coliniari $\Leftrightarrow \exists \alpha \in \mathbb{R}$ astfel ca $\vec{v} = \alpha\vec{u}$

$|\vec{v}| = \sqrt{a^2 + b^2}$

$\vec{v} \cdot \vec{u} = |\vec{v}| \cdot |\vec{u}| \cos\varphi$ este produsul scalar al vectorilor $\vec{v}, \vec{u}$,unde $\varphi \in [0°, 180°]$ este măsura unghiului dintre vectorii $\vec{v}, \vec{u}$

$\vec{v} \cdot \vec{u}$ =ac+bd este expresia analitică a produsului scalar

$\cos\varphi = \frac{\vec{v} \cdot \vec{u}}{|\vec{v}| \cdot |\vec{u}|} = \frac{ac+bd}{\sqrt{a^2+b^2} \cdot \sqrt{c^2+d^2}}$

$\overrightarrow{OA} = \vec{r}_A$ se numeşte vectorul de poziţie al punctului A

$\overrightarrow{AB}$ =$\vec{r}_B - \vec{r}_A$

Pentru $A(x_A, y_A)$,$B(x_B, y_B)$, $C(x_C, y_C)$, $M(x_M, y_M)$, $G(x_G, y_G)$ şi O(0,0)avem

$\overrightarrow{AB}$ =$(x_B - x_A)\vec{i} + (y_B - y_A)\vec{j} = (x_B - x_A, y_B - y_A)$

$|\overrightarrow{AB}|$ =AB=$d(A,B) = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$

$\vec{r}_A$=$\overrightarrow{OA} = (x_A - x_O, y_A - y_O)$=$(x_A, y_A)$

M este mijlocul lui [AB]$\Leftrightarrow \begin{cases} x_M = \frac{x_A + x_B}{2} \\ y_M = \frac{y_A + y_B}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \vec{r}_M = \frac{\vec{r}_A + \vec{r}_B}{2}$

G este centrul de greutate al triunghiului ABC $\Leftrightarrow\begin{cases}x_G=\frac{x_A+x_B+x_C}{3}\\ y_G=\frac{y_A+y_B+y_C}{3}\end{cases}\Leftrightarrow \vec{r}_G=\frac{\vec{r}_A+\vec{r}_B+\vec{r}_C}{3}$

A,B,C coliniare $\Leftrightarrow\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}$ colniari

AB∥CD$\Leftrightarrow\overrightarrow{AB},\overrightarrow{CD}$ coliniari

ABCD paralelogram $\Leftrightarrow\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{BA}\Leftrightarrow(x_D-x_C,y_D-y_C)=(x_A-x_B,y_A-y_B)$

ABCD paralelogram $\Leftrightarrow$[AC], [BD] au acelaşi mijloc $\Leftrightarrow\begin{cases}\frac{x_A+x_C}{2}=\frac{x_B+x_D}{2}\\ \frac{y_A+y_C}{2}=\frac{y_B+y_D}{2}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x_A+x_C=x_B+x_D\\ y_A+y_C=y_B+y_D\end{cases}$

Vectorii $\overrightarrow{AB},\overrightarrow{BA}$ sunt vectori opuşi, $\overrightarrow{BA}=-\overrightarrow{AB}$ şi $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BA}=\vec{0}$,unde $\vec{0}$ este vectorul nul

Relaţii metrice în triunghiul dreptunghic

Fie ΔABC ,m(∢BAC) = 90°,AD⊥BC,D∈BC

T Pitagora$\Longrightarrow BC^2=AB^2+AC^2$

T catetei$\Longrightarrow\begin{cases}AB^2=BD\cdot BC\\ AC^2=CD\cdot BC\end{cases}$

T înălţimii$\Longrightarrow AD^2=BD\cdot CD$

$\mathcal{A}_{\Delta ABC}=\frac{BC\cdot AD}{2}$, $\mathcal{A}_{\Delta ABC}=\frac{AB\cdot AC}{2}\Longrightarrow AD=\frac{AB\cdot AC}{BC}$

Dacă M este mijlocul lui [BC]$\Longrightarrow AM=\frac{BC}{2}=BM=MC$=R,unde R este raza cercului circumscris triunghiului ABC

$\left.\begin{matrix}m(\sphericalangle A)=90°\\ m(\sphericalangle B)=60°\\ m(\sphericalangle C)=30°\end{matrix}\right\}\Longrightarrow AB=\frac{BC}{2}$

Reciproca T Pitagora în ΔABC,dacă $BC^2=AB^2+AC^2\Rightarrow$ΔABC e dreptunghic în A, m(∢BAC) = 90°

Relaţii trigonometrice în triunghiul dreptunghic

Fie ΔABC ,m(∢A) = 90°,m(∢B) = x°,m(∢C) = 90° − x°,BC=a,AB=c,AC=b

sin x° =sinB=$\frac{AC}{BC}=\frac{b}{a}$=cosC=cos(90° − x°)⇒ sinx°=cos(90° − x°)

cos x° =cosB=$\frac{AB}{BC}=\frac{c}{a}$ =sinC=sin(90° − x°)⇒ cosx°=sin(90° − x°)

tg x°=tgB=$\frac{AC}{AB}=\frac{b}{c}$=ctgC=ctg(90° − x°)⇒ tgx°=ctg(90° − x°)

ctg x° =ctgB=$\frac{AB}{AC}=\frac{c}{b}$=tgC=tg(90° − x°)⇒ ctgx°=tg(90° − x°)

$\sin^2x°+\cos^2x°=\left(\frac{b}{a}\right)^2+\left(\frac{c}{a}\right)^2=\frac{b^2+c^2}{a^2}=\frac{a^2}{a^2}=1\Longrightarrow\sin^2x°+\cos^2x°=1$

tg x°=$\frac{\sin x°}{\cos x°}$ ctg x°=$\frac{\cos x°}{\sin x°}$ tg x° = $\frac{1}{\text{ctg } x°}$ ctg x° = $\frac{1}{\text{tg } x°}$

x	0°=0	30°=$\frac{\pi}{6}$	45°=$\frac{\pi}{4}$	60°=$\frac{\pi}{3}$	90°=$\frac{\pi}{2}$
sinx	$\frac{\sqrt{0}}{2}=0$	$\frac{\sqrt{1}}{2}=\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{4}}{2}=1$
cosx	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
tgx	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	
ctgx		$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0

Elemente de trigonometrie

Fie sistemul cartezian xOy,cercul $\mathcal{C}(O, r = 1)$,pe care considerăm un sens pozitiv de parcurgere,sens invers acelor de ceasornic,numit sens trigonometric

Fie $M(x_M, y_M) \in \mathcal{C}(O, r = 1)$,$\varphi \in \mathbb{R}$,astfel ca $m(\sphericalangle xOM)=\varphi$,atunci prin definiţie avem

$\begin{cases} \cos\varphi = x_M \\ \sin\varphi = y_M \end{cases}$

$\operatorname{tg}\varphi=\frac{\sin\varphi}{\cos\varphi}$,pentru $\cos\varphi\neq 0 \Leftrightarrow \varphi \in \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$

$\operatorname{ctg}\varphi=\frac{\cos\varphi}{\sin\varphi}$,pentru $\sin\varphi\neq 0 \Leftrightarrow \varphi \in \mathbb{R} \setminus \{k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$

Paritate,imparitate

$\sin(-x)=-\sin x, \cos(-x) =\cos x, \operatorname{tg}(-x) = -\operatorname{tg}x, \operatorname{ctg}(-x) = -\operatorname{ctg}x$

Periodicitate $\pi=180°, \frac{\pi}{2} = 90°$

$\sin(x + 2\pi)=\sin x,\ \cos(x + 2\pi) = \cos x,\ \operatorname{tg}(x + \pi)=\operatorname{tg}x,\ \operatorname{ctg}(x + \pi)=\operatorname{ctg}x$

$\sin(x + 2k\pi)=\sin x,\ \cos(x + 2k\pi) = \cos x,\ \operatorname{tg}(x + k\pi)=\operatorname{tg}x,\ \operatorname{ctg}(x + k\pi)=\operatorname{ctg}x, \forall k \in \mathbb{Z}$

$\sin(x° + 360°) = \sin x°, \cos(x° + 360°) = \cos x°,$

$\operatorname{tg}(x° + 180°) = \operatorname{tg}x°, \operatorname{ctg}(x° + 180°) = \operatorname{ctg}x°$

$\sin(x° + 360°k) = \sin x°, \cos(x° + 360°k) = \cos x°,$

$\operatorname{tg}(x° + 180°k) = \operatorname{tg}x°, \operatorname{ctg}(x° + 180°k) = \operatorname{ctg}x°, \forall k \in \mathbb{Z}$

Formule

$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$, $\sin^2 x° + \cos^2 x° = 1$

$\sin x° = \cos(90° - x°),\ \cos x° = \sin(90° - x°), \operatorname{tg}x° = \operatorname{ctg}(90° - x°), \operatorname{ctg}x° = \operatorname{ctg}(90° - x°)$

$\operatorname{tg} x° = \frac{1}{\operatorname{ctg} x°}$ $\operatorname{ctg} x° = \frac{1}{\operatorname{tg} x°}$

Reducerea la primul cadran

$\sin(180° - x°) = \sin x°$, $\sin x° = \sin(180° - x°)$

$\cos(180° - x°) = -\cos x°$, $\cos x° = -\cos(180° - x°)$

$\sin(\pi - x)=\sin x, \sin x=\sin(\pi - x)$

$\cos(\pi - x)=-\cos x, \cos x=-\cos(\pi - x)$

$\sin(x° - 180°) = -\sin x°$, $\sin(x - \pi) = -\sin x$

$\cos(x° - 180°) = -\cos x°$, $\cos(x - \pi) = -\cos x$

$\sin(360° - x°) = -\sin x°$, $\sin(2\pi - x) = -\sin x$

$\cos(360° - x°) = \cos x°$, $\cos(2\pi - x) = \cos x$

Alte formule

$\sin(a + b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$, $\sin(a - b) = \sin a \cos b - \sin b \cos a$

$\cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$, $\cos(a - b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$

$\sin 2a=2\sin a \cos a$

$\cos 2a=\cos^2 a - \sin^2 a$, $\cos 2a=2\cos^2 a - 1$, $\cos 2a=1-2\sin^2 a$

$\operatorname{tg}(a + b) = \frac{\operatorname{tg}a+\operatorname{tg}b}{1-\operatorname{tg}a\operatorname{tg}b}$, $\operatorname{tg}(a - b) = \frac{\operatorname{tg}a-\operatorname{tg}b}{1+\operatorname{tg}a\operatorname{tg}b}$, $\operatorname{tg}2a=\frac{2\operatorname{tg}a}{1-\operatorname{tg}^2 a}$

$\sin a+\sin b=2\sin\frac{a+b}{2}\cos\frac{a-b}{2}$, $\sin a-\sin b=2\sin\frac{a-b}{2}\cos\frac{a+b}{2}$,

$\cos a+\cos b=2\cos\frac{a+b}{2}\cos\frac{a-b}{2}$, $\cos a-\cos b=-2\sin\frac{a-b}{2}\sin\frac{a+b}{2}$

Arii,teorema sinusului,teorema cosinusului

Fie ΔABC, $BC=a, AB=c, AC=b, AM\perp MC, BN\perp AC, CP\perp AB, M\in BC, N\in AC, P\in AB, AM=h_a, BN=h_b, CP=h_c$

$\mathcal{A}_{\Delta ABC}=\frac{a\cdot h_a}{2}=\frac{b\cdot h_b}{2}=\frac{c\cdot h_c}{2}$

$\mathcal{A}_{\Delta ABC}=\frac{absinC}{2}=\frac{bcsinA}{2}=\frac{acsinB}{2}$

$\mathcal{A}_{\Delta ABC}=\frac{abc}{4R}$, unde R este raza cercului circumscris triunghiului ABC

Fie $p=\frac{a+b+c}{2}$

$\mathcal{A}_{\Delta ABC}=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$

$\mathcal{A}_{\Delta ABC}=rp$, unde r este raza cercului înscris în triunghiul ABC

T cosinusului$\Rightarrow\begin{cases}a^2=b^2+c^2-2bccosA\\b^2=a^2+c^2-2accosB\\c^2=a^2+b^2-2abcosC\end{cases}$

T sinusului$\Rightarrow\frac{a}{sinA}=\frac{b}{sinB}=\frac{c}{sinC}=2R$

Dacă ΔABC este echilateral cu latura $AB=a$, atunci $\mathcal{A}_{\Delta ABC}=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ şi $h=\frac{a\sqrt{3}}{2}$ este înălţimea sa.

Puteri,radicali,ecuaţii exponenţiale,ecuaţii iraţionale

Puteri

$a^0=1$ pentru $a\neq 0$, $a^1=a$, $a^2=a\cdot a$, $a^3=a\cdot a\cdot a$, $a^n=\underbrace{a\cdot a\cdot a\cdot\ldots\cdot a}_{\text{n factori}}$

$a^{-1}=\frac{1}{a}$, $a^{-n}=\frac{1}{a^n}$, $\left(\frac{a}{b}\right)^{-1}=\frac{b}{a}$, $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n}=\left(\frac{b}{a}\right)^n$

$a^x\cdot a^y=a^{x+y}$, $a^x:a^y=a^{x-y}$, $(a^x)^y=a^{x\cdot y}$, $a^x\cdot b^x=(a\cdot b)^x$, $\frac{a^x}{b^x}=\left(\frac{a}{b}\right)^x$

$(-a)^2=a^2$, $(-a)^3=-a^3$, $(-a)^{2n}=a^{2n}$, $(-a)^{2n+1}=-a^{2n+1}$

Ecuaţii exponenţiale

Pentru $a>0, a\neq 1$, avem

$a^{f(x)}=a^b\Leftrightarrow f(x)=b$ etc.

$a^{f(x)}=a^{g(x)}\Leftrightarrow f(x)=g(x)$ etc.

$a^{f(x)}=b\Leftrightarrow f(x)=\log_a b$ etc. Pentru $b>0$

Ex. $5^{3x+4}=25\Leftrightarrow 5^{3x+4}=5^2\Leftrightarrow 3x+4=2\Leftrightarrow x=-\frac{2}{3}$

$4^x=\frac{1}{8}\Leftrightarrow(2^2)^x=\frac{1}{2^3}\Leftrightarrow 2^{2x}=2^{-3}\Leftrightarrow 2x=-3\Leftrightarrow x=-\frac{3}{2}$

Radicali de ordin 2

Pentru $a\geq 0$ definim $\sqrt{a}=b$, unde $b\geq 0$ şi $b^2=a$.

Proprietăţi

$\sqrt{a}\geq 0$, $\sqrt{a}=0\Leftrightarrow a=0$, $\sqrt{a}>0\Leftrightarrow a>0$, $\left(\sqrt{a}\right)^2=a$, $\sqrt{a^2}=|a|=\begin{cases}a, a\geq 0\\-a, a<0\end{cases}$

$\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}=\sqrt{ab}$, $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\frac{a}{b}}$, $\left(\sqrt{a}\right)^n=\sqrt{a^n}$, $\sqrt{a^2b}=|a|\sqrt{b}$

Pentru $a\geq 0$, avem $a\sqrt{b}=\sqrt{a^2b}$

Pentru $a<0$, avem $a\sqrt{b}=-\sqrt{a^2b}$

Fie $a,b\geq 0$, atunci $a<b\Leftrightarrow\sqrt{a}<\sqrt{b}$

Pentru $\sqrt{f(x)}$ avem c.e. $f(x)\geq 0$.

Ecuaţii iraţionale

$\sqrt{f(x)} = b$ c.e. $f(x) \geq 0$

Pentru $b \geq 0$ avem $\sqrt{f(x)} = b \Leftrightarrow f(x) = b^2$ etc.

Pentru $b<0$ avem $\sqrt{f(x)} = b \Leftrightarrow x \in \emptyset$

$\sqrt{f(x)} = g(x)$ c.e. $\begin{cases} f(x) \geq 0 \\ g(x) \geq 0 \end{cases}$

$\sqrt{f(x)} = g(x) \Leftrightarrow f(x) = \big(g(x)\big)^2$ etc.

$\sqrt{f(x)} = \sqrt{g(x)}$ c.e. $\begin{cases} f(x) \geq 0 \\ g(x) \geq 0 \end{cases}$

$\sqrt{f(x)} = \sqrt{g(x)} \Leftrightarrow f(x) = g(x)$ etc.

Radicali de ordin 3

Pentru $a \in \mathbb{R}$ definim $\sqrt[3]{a} = b$,unde $b \in \mathbb{R}$ şi $b^3 = a$.

$\sqrt[3]{a} \in \mathbb{R}$, $\sqrt[3]{a} < 0 \Leftrightarrow a < 0$, $\sqrt[3]{a} = 0 \Leftrightarrow a = 0$, $\sqrt[3]{a} > 0 \Leftrightarrow a > 0$, $\big(\sqrt[3]{a}\big)^3 = a$, $\sqrt[3]{a^3} = a$,

$\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[3]{b} = \sqrt[3]{ab}$, $\frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{b}} = \sqrt[3]{\frac{a}{b}}$, $\big(\sqrt[3]{a}\big)^n = \sqrt[3]{a^n}$, $\sqrt[3]{a^3 b} = a\sqrt[3]{b}$

$a<b \Leftrightarrow \sqrt[3]{a} < \sqrt[3]{b}$

Pentru $\sqrt[3]{f(x)}$ avem c.e. $f(x) \in \mathbb{R}$

Ecuaţii iraţionale

$\sqrt[3]{f(x)} = b \Leftrightarrow f(x) = b^3$ etc

$\sqrt[3]{f(x)} = g(x) \Leftrightarrow f(x) = \big(g(x)\big)^3$

$\sqrt[3]{f(x)} = \sqrt[3]{g(x)} \Leftrightarrow f(x) = g(x)$

Logaritmi,ecuaţii logaritmice

Logaritmi

Fie $a>0, a \neq 1, b>0$, avem $a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a b$

Ex. $4^2 = 16 \Rightarrow \log_4 16 = 2$, $3^4 = 81 \Rightarrow \log_3 81 = 4$, $5^{-2} = \frac{1}{25} \Rightarrow \log_5 \frac{1}{25} = -2$

$a^{\log_a x} = x$, $\log_a a^x = x$, $\log_a 1 = \log_a a^0 = 0$, $\log_a a = 1$, $\log_a a^2 = 2$, $\log_a a^3 = 3$, $\log_a a^n = n$, $y = \log_a a^y$

$\log_a A + \log_a B = \log_a (A \cdot B)$, $\log_a A - \log_a B = \log_a \frac{A}{B}$, $n \cdot \log_a A = \log_a A^n$,

$\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$, $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$, $\log_a \sqrt{x} = \frac{\log_a x}{2}$, $\log_a \sqrt[3]{x} = \frac{\log_a x}{3}$

Pentru $\log_a f(x)$ avem c.e. $\begin{cases} f(x) > 0 \\ a > 0 \\ a \neq 1 \end{cases}$

Ecuaţii logaritmice

$\log_a f(x) = b$ c.e. $\begin{cases} f(x) > 0 \\ a > 0 \\ a \neq 1 \end{cases}$

$\log_a f(x) = b \Leftrightarrow \log_a f(x) = \log_a a^b \Leftrightarrow f(x) = a^b$ etc.

$\log_a f(x) = \log_a g(x)$ c.e. $\begin{cases} f(x) > 0 \\ g(x) > 0 \\ a > 0, a \neq 1 \end{cases}$

$\log_a f(x) = \log_a g(x) \Leftrightarrow f(x) = g(x)$ etc.

$\log_a f(x) = g(x)$ c.e. $\begin{cases} f(x) > 0 \\ a > 0 \\ a \neq 1 \end{cases}$

$\log_a f(x) = g(x) \Leftrightarrow \log_a f(x) = \log_a a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) = a^{g(x)}$ etc.

Metode de numărare,probabilităţi

Fie $A=\{a_1, a_2, a_3, \dots, a_n\}$,cardA=n şi $\mathcal{P}(A)=\{\emptyset, \{a_1\}, \{a_2\}, \dots, \{a_n\}, \{a_1, a_2\}, \{a_1, a_3\}, \dots, \{a_1, a_2, \dots, a_n\}\}$, numită mulţimea părţilor
lui A,mulţimea submulţimilor mulţimii A
cardA=n⇔card $\mathcal{P}(A)=2^n$
Numărul de submulţimi ordonate de n elemente ale lui A (ale unei mulţimi cu n elemente) este egal cu $P_n = n!$.
0!=1, 1!=1 , 2!=1·2=2 , 3!=1·2·3=6,4!=24,5!=120,6!=720
Pentru n≥1 avem n!=1·2·3·...·n
$(n + 1)! = 1\cdot2\cdot3\cdot\ldots\cdot n\cdot(n + 1)=n!\cdot(n + 1)$
$(n + 2)! = 1\cdot2\cdot3\cdot\ldots\cdot n\cdot(n + 1) \cdot (n + 2)=n!\cdot(n + 1) \cdot (n + 2)=(n + 1)! \cdot (n + 2)$
Numărul de submulţimi ordonate de k elemente ale lui A (ale unei mulţimi cu n elemente) este egal cu $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}=(n - k + 1) \cdot (n - k + 2) \cdot \ldots \cdot (n - 1) \cdot n.$
Numărul de submulţimi de k elemente ale lui A (ale unei mulţimi cu n elemente) este egal cu
$C_n^k= \frac{n!}{k!(n-k)!} = \frac{A_n^k}{P_k}$.
$C_n^k=C_n^{n-k}$, $C_n^0 = C_n^n =1$, $C_n^1 = C_n^{n-1} = n$, $C_n^2 = C_n^{n-2} = \frac{n(n-1)}{2}$, $C_{n+1}^{k+1} = C_n^{k+1} + C_n^k$
$C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \cdots + C_n^n =2^n$,$C_n^0 + C_n^2 + C_n^4 + \cdots = C_n^1 + C_n^3 + C_n^5 + \cdots = 2^{n-1}$
$(a + b)^n = C_n^0a^n + C_n^1a^{n-1}b + C_n^2a^{n-2}b^2 + \cdots + C_n^nb^n =\sum_{k=0}^n C_n^ka^{n-k}b^k=\sum_{k=0}^n T_{k+1}$,
unde$T_{k+1}=C_n^ka^{n-k}b^k$,k∈{0,1,2,3, … , n}
$(a - b)^n = C_n^0a^n - C_n^1a^{n-1}b + C_n^2a^{n-2}b^2 + \cdots + (-1)^nC_n^nb^n = \sum_{k=0}^n(-1)^kC_n^ka^{n-k}b^k =$
$=\sum_{k=0}^n T_{k+1}$,unde$T_{k+1}=(-1)^kC_n^ka^{n-k}b^k$,k∈{0,1,2,3, … , n}
Numărul de funcţii f:A→B este egal cu $(cardB)^{cardA}$.

Matematici financiare

Procente

$\frac{a}{b}$ din $c= \frac{a}{b} \cdot c = \frac{a\cdot c}{b}$, $\frac{a}{b}$ din $\frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a\cdot c}{b\cdot d}$
$p\%=\frac{p}{100}$, p%din $c=\frac{p}{100}$ din $c = \frac{p}{100} \cdot c = \frac{p\cdot c}{100}$
p%din $x=r \Leftrightarrow \frac{p}{100} \cdot x = r \Leftrightarrow x=r \cdot \frac{100}{p} \Leftrightarrow x = \frac{100r}{p}$

Taxa pe valoare adăugată

$P_v =P_p + TVA$, $TVA=p\%\text{din}P_p$, $TVA=P_v - P_p$

Probabilităţi

$P=\frac{\text{numărul cazurilor favorabile}}{\text{numărul cazurilor posibile}}$

Ex.Determinaţi probabilitatea ca alegând,la întâmplare un număr din mulţimea numerelor de două cifre ,acesta să fie pătrat perfect.
$A=\{10,11,12, \dots ,99\}=\{\overline{ab} | a\in\{1,2,3, \dots ,9\}, b\in\{0,1,2, \dots ,9\}\}\Rightarrow cardA=99-9=9\cdot10=90=$numărul cazurilor posibile

B={x∈A|x este pătrat perfect}={16,25,36,49,64,81}={$4^2, 5^2, 6^2, 7^2, 8^2, 9^2$}⇒cardB=9−3=
=6=numărul cazurilor favorabile
P=$\frac{\text{numărul cazurilor favorabile}}{\text{numărul cazurilor posibile}}=\frac{6}{90}=\frac{1}{15}$.

Elemente de geometrie analitică

Se consideră sistemul cartezian xOy

Panta unei drepte

Fie dreapta d,m($\sphericalangle$d, Ox) = α∈$[0,\pi) \setminus \left\{\frac{\pi}{2}\right\}$, m_d = tgα=panta dreptei d

Dacă d:y=mx+n⇒m_d = m

Dacă d:ax+by+c=0⇔by=−ax−c⇔y=$-\frac{a}{b}x-\frac{c}{a}$⇒$m_d=-\frac{a}{b}$

Dacă $A(x_A, y_A)$,$B(x_B, y_B)$⇒$m_{AB}=\frac{y_B-y_A}{x_B-x_A}$=panta dreptei AB

Ecuaţia unei drepte care trece prin două puncte

AB:$\frac{y-y_B}{y_A-y_B}=\frac{x-x_B}{x_A-x_B}$, AB:$y-y_B=\frac{y_A-y_B}{x_A-x_B}\cdot(x-x_B)$, AB:$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ x_A & y_A & 1 \\ x_B & y_B & 1 \end{vmatrix}=0$

Ecuaţia unei drepte care trece printr-un punct şi are o pantă dată

Dacă se ştie panta dreptei d, m_d şi $A(x_A, y_A)$∈d⇒d:$y-y_A=m_d(x-x_A)$

Fie $A(x_A, y_A)$,$B(x_B, y_B)$,$C(x_C, y_C)$

Coliniaritate

A,B,C sunt coliniare ⇔$\begin{vmatrix} x_A & y_A & 1 \\ x_B & y_B & 1 \\ x_C & y_C & 1 \end{vmatrix}=0$

Aria triunghiului ABC

$\mathcal{A}_{\Delta ABC}=\frac{|\Delta|}{2}$, unde Δ=$\begin{vmatrix} x_A & y_A & 1 \\ x_B & y_B & 1 \\ x_C & y_C & 1 \end{vmatrix}$

Distanţa de la un punct la o dreaptă

Fie punctul $A(x_A, y_A)$ şi d:ax+by+c=0⇒$d(A,d)=\frac{|ax_A+by_A+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$

Condiţia ca un punct să aparţină unei drepte

$A(x_A, y_A)$∈d:ax+by+c=0⇔$ax_A+by_A+c=0$

Condiţii de paralelism,perpendicularitate

Fie d_1:$y=m_1x+n_1$ şi d_2:$y=m_2x+n_2$, atunci

$d_1 \parallel d_2 \Leftrightarrow m_{d_1}=m_{d_2} \Leftrightarrow m_1=m_2$

$d_1 \perp d_2 \Leftrightarrow m_{d_1}\cdot m_{d_2}=-1 \Leftrightarrow m_1\cdot m_2=-1$

Subiectul I (prelucrări bacalaureat)

1.Arătaţi că $6\sqrt{2}-2\left(\sqrt{18}-1\right)=2$.

2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-9$.Calculaţi $f(0)\cdot f(-1)\cdot f(-2)\cdot f(-3)$.

3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_3(10x-5)=\log_3 5$.

4.După o scumpire cu 10%, un obiect costă 660 de lei.Determinaţi preţul iniţial al obiectului.

5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(4,4),B(2,0) şi C(0,2).Calculaţi distanţa de la punctul A la mijlocul segmentului BC.

6.Arătaţi că $\frac{\sin 60^\circ}{1+\cos 60^\circ}=\text{tg}30^\circ$.

7.Arătaţi că $6\sqrt{2}+2\left(1-\sqrt{18}\right)=2$.

8.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-9$.Calculaţi $f(0)\cdot f(1)\cdot f(2)\cdot f(3)$.

9.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_3(10x-6)=\log_3 4$.

10.După o scumpire cu 10%, un obiect costă 330 de lei.Determinaţi preţul iniţial al obiectului.

11.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(3,5),B(0,5) şi C(6,1).Calculaţi distanţa de la punctul A la mijlocul segmentului BC.

12.Arătaţi că $\frac{\cos 30^\circ}{1+\sin 30^\circ}=\text{ctg}60^\circ$.

13.Arătaţi că $\left(\frac{4}{3}+\frac{3}{4}\right):\left(\frac{4}{3}-\frac{3}{4}\right)\cdot\frac{7}{25}=1$.

14.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x+6$.Determinaţi numărul real m, ştiind că $f(m-1)=m$.

15.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_5(2x-5)=\log_5 9$.

16.Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulţimea A={10,20,30,40,50,60,70,80,90}, acesta să fie multiplu de 5.

17.În reperul cartezian xOy se consideră punctele M(2,6),N(6,2) şi P(6,5).Calculaţi aria triunghiului MNP.

18.Arătaţi că $\frac{1}{\sqrt{3}}\cdot\sin 60^\circ+\cos^2 45^\circ=1$.

19.Arătaţi că $\left(\frac{4}{3}-\frac{3}{4}\right):\left(\frac{4}{3}+\frac{3}{4}\right)\cdot\frac{25}{7}=1$.

20.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x+4$.Determinaţi numărul real m, ştiind că $f(m-1)=m$.

21.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_3(2x-3)=\log_3 7$.

22.Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulţimea A={10,20,30,40,50,60,70,80,90}, acesta să fie multiplu de 2.

23.În reperul cartezian xOy se consideră punctele M(5,2),N(2,6) şi P(5,6).Calculaţi aria triunghiului MNP.

24.Arătaţi că $\frac{1}{\sqrt{3}}\cdot\sin 60^\circ+\cos^2 45^\circ=1$.

25.Arătaţi că $\sqrt{5}\left(\sqrt{5}+1\right)-\sqrt{5}=5$.

26.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=x^2+5x+4$.Determinaţi coordonatele punctului de intersecţie a graficului funcţiei f cu axa Oy.

27.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_{13}(x^2+25)=2$.

28.După o ieftinire cu 30%, preţul unui obiect este 350 de lei. Calculaţi preţul obiectului înainte de ieftinire.

29.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A$(-3,2)$, B(3,2) şi C$(-3,6)$.Determinaţi, în triunghiul ABC, lungimea medianei din vârful A.

30.Arătaţi că $\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\sin 60^\circ-\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\cos 45^\circ=\frac{1}{4}$.

31.Arătaţi că $\sqrt{6}\left(\sqrt{6}+1\right)-\sqrt{6}=6$.

32.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=x^2-5x+4$.Determinaţi coordonatele punctului de intersecţie a graficului funcţiei f cu axa Oy.
33.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_{13}(x^2+144)=2$.
34.După o ieftinire cu 20%, preţul unui obiect este 320 de lei. Calculaţi preţul obiectului înainte de ieftinire.
35.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3,2)$, $B(-3,2)$ şi $C(-3,6)$.Determinaţi, în triunghiul ABC, lungimea medianei din vârful B.
36.Arătaţi că $\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\sin60^\circ-\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\cos45^\circ=\frac{1}{4}$.
37.Arătaţi că $\left(1+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}\right):\left(1+\frac{1}{20}\right)=1$.
38.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=x^2+25$. Arătaţi că $f(-5)+f(5)=4f(0)$.
39.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_2(x^2-64)=\log_2(x-4)^2$.
40.Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr n din mulţimea M={10,11,12,13,14,15,16,17,18,19}, acesta să fie număr par.
41.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(4,5)$ şi $B(6,3)$. Determinaţi coordonatele punctului C, ştiind că punctul B este mijlocul segmentului AC.
42. Arătaţi că $\sin^230^\circ+\cos^260^\circ-2\cos60^\circ\cdot\sin30^\circ=0$.
43.Arătaţi că $\left(1-\frac{1}{4}+\frac{1}{5}\right):\left(1-\frac{1}{20}\right)=1$.
44.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=x^2+36$. Arătaţi că $f(-6)+f(6)=4f(0)$.
45.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_6(x^2-125)=\log_6(x-5)^2$.
46.Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr n din mulţimea M={10,11,12,13,14,15,16,17,18,99}, acesta să fie număr par.
47.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3,1)$ şi $B(5,3)$. Determinaţi coordonatele punctului C, ştiind că punctul B este mijlocul segmentului AC.
48. Arătaţi că $\cos^230^\circ+\sin^260^\circ-2\sin60^\circ\cdot\cos30^\circ=0$.
49. Arătaţi că numărul $N=(5-4i)^2+(4+5i)^2$ este natural, unde $i^2=-1$.
50. Determinaţi numerele reale a , ştiind că punctul $A(a,a)$ aparţine graficului funcţiei f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=12-x^2$.
51.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $4^x+4^{x+1}=20$.
52.Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulţimea $M=\{\sqrt{1},\sqrt{2},\sqrt{3},\dots,\sqrt{81}\}$, acesta să fie număr natural.
53.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(6,3)$, $B(4,5)$ şi $C(2,3)$.Determinaţi lungimea medianei din C a triunghiului ABC.
54.Demonstraţi că $(\cos x-\sin x)^2+(\cos x+\sin x)^2=2$, pentru orice număr real x.
55. Arătaţi că numărul $N=(3+2i)^2+(2-3i)^2$ este natural, unde $i^2=-1$.
56. Determinaţi numerele reale a , ştiind că punctul $A(a,a)$ aparţine graficului funcţiei f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=20-x^2$.
57.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $6^x+6^{x+1}=42$.
58.Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulţimea $M=\{\sqrt{1},\sqrt{2},\sqrt{3},\dots,\sqrt{100}\}$, acesta să fie număr natural.
59.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,5)$, $B(3,5)$ şi $C(5,1)$.Determinaţi lungimea medianei din A a triunghiului ABC.
60.Demonstraţi că $(\cos x+\sin x)^2+(\cos x-\sin x)^2=2$, pentru orice număr real x.

61.Arătaţi că $\left(1-\sqrt{7}\right)^2+\sqrt{28}=8$.
62.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-3x-4$. Calculaţi distanţa dintre punctele de intersecţie a graficului funcţiei f cu axa Ox.
63.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $9^x\cdot 27^{2x+1}=81^{3x}$.
64.Determinaţi numerele naturale de trei cifre care au produsul cifrelor egal cu 14.
65.În reperul cartezian xOy se consideră punctul $A(a,a-2)$, unde a este număr real. Determinaţi numărul real a, ştiind că punctul A se află pe dreapta de ecuaţie y=3x+1.
66.Demonstraţi că $(3\sin x-2\cos x)^2+(2\sin x+3\cos x)^2=13$, pentru orice număr real x.
67.Arătaţi că $\left(1+\sqrt{7}\right)^2-\sqrt{28}=8$.
68.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+3x-4$. Calculaţi distanţa dintre punctele de intersecţie a graficului funcţiei f cu axa Ox.
69.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $4^x\cdot 8^{2x+1}=16^{3x}$.
70.Determinaţi numerele naturale de trei cifre care au produsul cifrelor egal cu 10.
71.În reperul cartezian xOy se consideră punctul $A(a,a+2)$, unde a este număr real. Determinaţi numărul real a, ştiind că punctul A se află pe dreapta de ecuaţie y=3x−1.
72.Demonstraţi că $(3\sin x+2\cos x)^2+(2\sin x-3\cos x)^2=13$, pentru orice număr real x.
73.Arătaţi că $\left(2-\frac{1}{2}\right)\cdot\left(3-\frac{1}{3}\right)\cdot\left(4-\frac{1}{4}\right)\cdot\frac{1}{3}=5$.
74.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-2$.Determinaţi numerele reale a pentru care $f(a)+f(a+1)=1$.
75.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $5^{2x-6}=25$.
76.Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr n din mulţimea M={10,15,20,25,30,35,40,45,50,55,60}, acesta să fie un număr divizibil cu 10.
77.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(4,1),B(2,3).Calculaţi lungimea segmentului OM, unde M este mijlocul segmentului AB.
78.Arătaţi că $2\sin 45^\circ\cdot\cos 45^\circ+\sin^2 60^\circ=\frac{7}{4}$.
79.Arătaţi că $\left(2-\frac{1}{2}\right)\cdot\left(3-\frac{1}{3}\right)\cdot\left(4-\frac{1}{4}\right)\cdot\left(5-\frac{1}{5}\right)\cdot\frac{1}{6}=12$.
80.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+2$.Determinaţi numerele reale a pentru care $f(a)+f(a-1)=5$.
81.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $7^{2x-4}=49$.
82.Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr n din mulţimea M={10,15,20,25,30,35,40,45,50,55,60,65,70,75,80}, acesta să fie un număr divizibil cu 10.
83.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(5,2),B(3,6).Calculaţi lungimea segmentului OM, unde M este mijlocul segmentului AB.
84.Arătaţi că $2\sin 45^\circ\cdot\cos 45^\circ-\sin^2 30^\circ=\frac{3}{4}$.
85.Arătaţi că $\left(2+\frac{1}{2}\right)(2-0{,}5)=\frac{15}{4}$.
86. Determinaţi abscisa punctului de intersecţie a graficelor funcţiilor f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=4x-3$ şi g:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=5-4x$.
87.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_5(x+2)=\log_5 7$.
88.După o ieftinire cu 40%, preţul unui obiect este 600 de lei.Determinaţi preţul obiectului înainte de ieftinire.

89.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0,12)$ şi $B(8,0)$.Determinaţi lungimea medianei din vârful O în triunghiul AOB.

90.Arătaţi că $(\cos 60^\circ + \sin 30^\circ) - \sqrt{2} \cdot \sin 45^\circ = 0$.

91.Arătaţi că $\left(2 - \frac{1}{2}\right)(2 + 0{,}5) = \frac{15}{4}$.

92. Determinaţi abscisa punctului de intersecţie a graficelor funcţiilor $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x) = 4x - 5$ şi $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, g(x) = 3 - 4x$.

93.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_3(x + 6) = \log_3 9$.

94.După o ieftinire cu 10%, preţul unui obiect este 900 de lei.Determinaţi preţul obiectului înainte de ieftinire.

95.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0,8)$ şi $B(12,0)$.Determinaţi lungimea medianei din vârful O în triunghiul AOB.

96.Arătaţi că $(\sin 30^\circ + \cos 60^\circ) - \sqrt{2} \cdot \sin 45^\circ = 0$.

97.Arătaţi că $90 \cdot \left(\frac{1}{3} - 0{,}3\right) = 3$.

98.Se consideră x_1 şi x_2 soluţiile ecuaţiei $x^2 - 3x + a = 0$, unde a este număr real.Determinaţi valorile reale ale lui a pentru care $x_1x_2 - 3 < 0$.

99.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $2^{x+2} = 8^x$.

100.Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulţimea numerelor naturale de două cifre, acesta să aibă cifra unităţilor egală cu 5.

101.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-3,-3)$ şi $B(4,4)$.Demonstraţi că punctele A, O şi B sunt coliniare.

102.Demonstraţi că $(\cos x + \sin x)^2 - \sin 2x = 1$, pentru orice număr real x.

103.Arătaţi că $10 \cdot \left(\frac{1}{2} - 0{,}2\right) = 3$.

104.Se consideră x_1 şi x_2 soluţiile ecuaţiei $x^2 - 4x + a = 0$, unde a este număr real.Determinaţi valorile reale ale lui a pentru care $x_1x_2 - 4 < 0$.

105.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $3^{x+2} = 27^x$.

106.Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulţimea numerelor naturale de două cifre, acesta să aibă cifra unităţilor egală cu 6.

107.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-1,-1)$ şi $B(5,5)$.Demonstraţi că punctele A, O şi B sunt coliniare.

108.Demonstraţi că $(\cos x - \sin x)^2 + \sin 2x = 1$, pentru orice număr real x.

109.Arătaţi că $\sqrt{2}\left(\sqrt{3} - 3\right) + \sqrt{3}\left(\sqrt{6} - \sqrt{2}\right) = 0$.

110.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x) = x^2 - 3$.Determinaţi numerele reale a, ştiind că $f(a) = -2a$.

111.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $3^{6x-4} = 9^x$.

112.Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr n din mulţimea $A=\{1,2,3,4,5\}$, acesta să verifice relaţia $2^n \geq 8$.

113.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $M(2,1)$, $N(4,3)$ şi $P(1,6)$. Determinaţi lungimea segmentului PQ, unde Q este mijlocul segmentului MN.

114. Arătaţi că $\sin 60^\circ + \cos 45^\circ - \cos 30^\circ - \sin 45^\circ = 0$.

115.Arătaţi că $\sqrt{3}\left(\sqrt{2} - 2\right) + \sqrt{2}\left(\sqrt{6} - \sqrt{3}\right) = 0$.

116.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x) = x^2 - 3$.Determinaţi numerele reale a, ştiind că $f(a) = 2a$.

117.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $3^{7x-5} = 9^x$.

118.Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr n din mulţimea $A=\{1,2,3,4,5\}$, acesta să verifice relaţia $2^n \leq 4$.

119.În reperul cartezian xOy se consideră punctele M(2,3), N(4,3) şi P(6,1). Determinaţi lungimea segmentului NQ, unde Q este mijlocul segmentului MP.
120. Arătaţi că $\sin 30^\circ + \cos 45^\circ - \cos 60^\circ - \sin 45^\circ = 0$.
121. Arătaţi că numărul n= $\sqrt{8}\left(\sqrt{2}-2\right)+4\sqrt{2}$ este pătratul unui număr natural.
122. Se consideră funcţiile f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=x^2+x+5$şi g:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$g(x)=-3x+1$.Determinaţi numărul real a pentru care $f(a)=g(a)$.
123.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{2x^2+8x+10}=x+1$.
124.Determinaţi câte numere naturale de trei cifre distincte au cifrele elemente ale mulţimii {3,4,5,6,7}.
125.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(4,2) şi B(0,3).Determinaţi ecuaţia dreptei d care trece prin mijlocul segmentului AO şi este paralelă cu dreapta AB.
126.Arătaţi că $(\sin x-6\cos x)^2+(6\sin x+\cos x)^2=37$, pentru orice număr real x.
127. Arătaţi că numărul n=$\sqrt{8}\left(\sqrt{2}+2\right)-4\sqrt{2}$ este pătratul unui număr natural.
128. Se consideră funcţiile f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=x^2-3x+2$ şi g:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$g(x)=x-2$.Determinaţi numărul real a pentru care $f(a)=g(a)$.
129.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{2x^2-8x+10}=x-1$.
130.Determinaţi câte numere naturale de trei cifre distincte au cifrele elemente ale mulţimii {4,5,6,7,8}.
131.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(2,4) şi B(3,0).Determinaţi ecuaţia dreptei d care trece prin mijlocul segmentului AO şi este paralelă cu dreapta AB.
132.Arătaţi că $(\sin x+6\cos x)^2+(6\sin x-\cos x)^2=37$, pentru orice număr real x.
133.Calculaţi raţia progresiei geometrice $(b_n)_{n\geq 1}$, ştiind că $b_1=4$ şi $b_4=32$.
134.Determinaţi numărul real a pentru care punctul A(a, 3) aparţine graficului funcţiei f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+4x+7$.
135.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_3(x-2)+\log_3(x+2)=\log_3 12$.
136.Determinaţi numerele naturale de trei cifre care au produsul cifrelor egal cu 3.
137.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(3,2),B(6,6) şi C(11,8).Arătaţi că AC=2AB.
138.Calculaţi aria triunghiului MNP, ştiind că MN=8 şi $m(\sphericalangle N)=m(\sphericalangle P)=75^\circ$.
139.Calculaţi raţia progresiei geometrice $(b_n)_{n\geq 1}$, ştiind că $b_1=3$ şi $b_4=24$.
140.Determinaţi numărul real a pentru care punctul A(a, 3) aparţine graficului funcţiei f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-4x+7$.
141.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_3(x+2)+\log_3(x-2)=\log_3 12$.
142.Determinaţi numerele naturale de trei cifre care au produsul cifrelor egal cu 2.
143.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(2,3),B(6,6) şi C(8,11).Arătaţi că AC=2AB.
144.Calculaţi aria triunghiului MNP, ştiind că MN=10 şi $m(\sphericalangle N)=m(\sphericalangle P)=75^\circ$.
145.Arătaţi că $\left(5-\frac{1}{5}\right)\cdot\frac{5}{12}=2$.
146.Determinaţi numărul real m, ştiind că punctul A(2,6) aparţine graficului funcţiei f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+m$.
147.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{x^2+x+4}=2$.
148.Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr n din mulţimea A={1,2,3,4,5,6,7,8,9}, acesta să verifice egalitatea $(n-3)(n-5)=0$.
149.În reperul cartezian xOy se consideră punctele M(0,4),N(3,4) şi P(3,0).Calculaţi perimetrul triunghiului MNP.
150.Arătaţi că $\cos^2 120^\circ-\sin^2 30^\circ=0$.

151.Arătaţi că $\left(4+\frac{1}{4}\right)\cdot\frac{12}{17}=3$.
152.Determinaţi numărul real m, ştiind că punctul A(1,8) aparţine graficului funcţiei f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+m$.
153.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{x^2-x+1}=1$.
154.Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr n din mulţimea A={0,1,2,3,4,5,6,7,8,9}, acesta să verifice egalitatea $(n-2)(n-6)=0$.
155.În reperul cartezian xOy se consideră punctele M(1,3),N(1,0) şi P(5,0).Calculaţi perimetrul triunghiului MNP.
156.Arătaţi că $\sin^2 150^\circ-\cos^2 60^\circ=0$.
157.Arătaţi că $\left(3-\frac{1}{3}\right):\frac{1}{3}=8$.
158. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=x^2+3$.Calculaţi $f(-3)\cdot f(3)$.
159.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $5^{2x+2}=25$.
160.Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulţimea A={11,22,33,44,55,66,77,88,99}, acesta să fie multiplu de 2.
161.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(3,2) şi B(3,−2).Arătaţi că AO=OB.
162.Arătaţi că $\sin^2 45^\circ+\cos^2 60^\circ=\frac{3}{4}$.
163.Arătaţi că $\left(5-\frac{1}{5}\right):\frac{1}{5}=24$.
164. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=x^2+4$.Calculaţi $f(0)\cdot f(1)$.
165.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $3^{3x+3}=27$.
166.Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulţimea A={11,22,33,44,55,66,77,88,99}, acesta să fie multiplu de 2.
167.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(4,1) şi B(4,−1).Arătaţi că AO=OB.
168.Arătaţi că $\sin^2 60^\circ-\cos^2 45^\circ=\frac{1}{4}$.
169.Arătaţi că $\left(4+\frac{1}{4}\right):\frac{17}{8}=2$.
170.Arătaţi că $\frac{x_1+x_2-1}{x_1x_2}=1$, unde x_1 şi x_2 sunt soluţiile ecuaţiei $x^2-6x+5=0$.
171.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $2^{x+2}=16$.
172.Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulţimea A={1,2,3,4,5,6,7,8,9,10}, acesta să fie multiplu de 4.
173.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(3,0) şi B(0,4).Calculaţi perimetrul triunghiului OAB.
174.Arătaţi că $\sin^2 120^\circ+\sin^2 30^\circ=1$.
175.Arătaţi că $\left(5-\frac{1}{5}\right):\frac{24}{25}=5$.
176.Arătaţi că $\frac{x_1+x_2+1}{x_1x_2}=-1$, unde x_1 şi x_2 sunt soluţiile ecuaţiei $x^2+4x+3=0$.
177.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $5^{x-1}=125$.
178.Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulţimea A={1,2,3,4,5,6,7,8,9}, acesta să fie multiplu de 2.
179.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(0,9) şi B(12,0).Calculaţi perimetrul triunghiului OAB.
180.Arătaţi că $\sin^2 135^\circ+\sin^2 45^\circ=1$.
181.Arătaţi că $\left(3+\frac{1}{4}\right):\frac{13}{8}=2$.

182.Arătaţi că $(x_1 + x_2)^2 - 6x_1x_2 = 1$, unde x_1 şi x_2 sunt soluţiile ecuaţiei $x^2 + 5x + 4 = 0$.
183.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{3x + 7} = 4$.
184.După o ieftinire cu 20%, preţul unui televizor este 600 de lei.Determinaţi preţul televizorului înainte de ieftinire.
185.În reperul cartezian xOy se consideră punctele O(0,0) şi M(6,8).Calculaţi distanţa dintre punctele O şi M.
186.Arătaţi că $\sin^2 30° + \sin^2 120° = 1$.
187.Arătaţi că $\left(4 + \frac{1}{2}\right) : \frac{9}{6} = 3$.
188.Arătaţi că $(x_1 + x_2)^2 + 6x_1x_2 = 1$, unde x_1 şi x_2 sunt soluţiile ecuaţiei $x^2 + 5x - 4 = 0$.
189.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{5x - 9} = 4$.
190.După o ieftinire cu 25%, preţul unui televizor este 1200 de lei.Determinaţi preţul televizorului înainte de ieftinire.
191.În reperul cartezian xOy se consideră punctele O(0,0) şi M(12,9).Calculaţi distanţa dintre punctele O şi M.
192.Arătaţi că $\cos^2 45° + \cos^2 135° = 1$.
193.Arătaţi că $\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right) : \frac{9}{20} = 1$.
194.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,f(x) = 3x + 2.Determinaţi coordonatele punctului de intersecţie a graficului funcţiei f cu axa Oy.
195.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\lg(x^2 + 4) = \lg 8$.
196.După o ieftinire cu 10%, preţul unui obiect este 450 de lei.Calculaţi preţul obiectului înainte de ieftinire.
197.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(3,4) şi B(3,2).Calculaţi distanţa de la punctul O(0,0) la mijlocul segmentului AB.
198.Dacă $x\in\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ şi $\cos x = \frac{1}{2}$, arătaţi că $\operatorname{tg} x = \sqrt{3}$.
199.Arătaţi că $\left(\frac{1}{5} + \frac{1}{6}\right) : \frac{11}{30} = 1$.
200.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,f(x) = 4x + 3.Determinaţi coordonatele punctului de intersecţie a graficului funcţiei f cu axa Oy.
201.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\lg(x^2 + 5) = \lg 21$.
202.După o ieftinire cu 20%, preţul unui obiect este 320 de lei.Calculaţi preţul obiectului înainte de ieftinire.
203.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(1,3) şi B(5,3).Calculaţi distanţa de la punctul O(0,0) la mijlocul segmentului AB.
204.Dacă $x\in\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ şi $\sin x = \frac{1}{2}$, arătaţi că $\operatorname{tg} x = \frac{\sqrt{3}}{3}$.
205.Arătaţi că $\left(2 + \sqrt{5}\right)^2 + \left(1 - 2\sqrt{5}\right)^2 = 30$.
206.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,f(x) = $x^2 - 2x$.Calculaţi $f(1) \cdot f(2) \cdot f(3) \cdot f(4)$.
207.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $8^x = 4^{2x+3}$.
208.După o scumpire cu 20%, preţul unui obiect este 240 de lei.Calculaţi preţul obiectului înainte de scumpire.
209.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(1,1),B(5,5) şi C(1,5).Arătaţi că triunghiul ABC este isoscel.
210.Arătaţi că $\sin 60° - \operatorname{tg} 45° = \cos 30° - \operatorname{ctg} 45°$.
211.Arătaţi că $\left(1 + 2\sqrt{3}\right)^2 + \left(2 - \sqrt{3}\right)^2 = 20$.

212.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=x^2-x$.Calculaţi $f(1)\cdot f(2)\cdot f(3)\cdot f(4)$.
213.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $27^x=9^{2x-1}$.
214.După o scumpire cu 25%, preţul unui obiect este 500 de lei.Calculaţi preţul obiectului înainte de scumpire.
215.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(2,3),B(3,3) şi C(2,2).Arătaţi că triunghiul ABC este isoscel.
216.Arătaţi că $\sin 60^\circ+\operatorname{ctg}45^\circ=\cos 30^\circ+\operatorname{tg}45^\circ$.
217.Arătaţi că $\left(1-\frac{2}{3}\right):\frac{1}{3}=1$.
218.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=x^2-9$.Calculaţi $f(-3)+f(3)$.
219.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{5x+6}=6$.
220.Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulţimea A={1,2,3,4,5,6,7,8,9,10}, acesta să fie multiplu de 5.
221.În reperul cartezian xOy se consideră O(0,0),A(0,6) şi B(6,0).Arătaţi că triunghiul AOB este isoscel.
222.Calculaţi aria triunghiului ABC, dreptunghic în A cu AB=4 şi AC=3.
223.Arătaţi că $\left(1-\frac{5}{6}\right):\frac{1}{6}=1$.
224.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=x^2-16$.Calculaţi $f(-4)+f(4)$.
225.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{6x+7}=7$.
226.Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulţimea A={1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12}, acesta să fie multiplu de 3.
227.În reperul cartezian xOy se consideră O(0,0),A(0,3) şi B(3,0).Arătaţi că triunghiul AOB este isoscel.
228.Calculaţi aria triunghiului ABC, dreptunghic în B cu AB=4 şi BC=3.
229.Arătaţi că $\frac{1}{2}:0{,}5-1=0$.
230.Arătaţi că $2(x_1+x_2)-x_1x_2=0$, unde x_1 şi x_2 sunt soluţiile ecuaţiei $x^2-9x+18=0$.
231.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{4x+4}=6$.
232.Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulţimea A={1,2,3,4,5,6,7,8,9,10},acesta să fie divizibil cu 2.
233.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(3,0) şi B(0,4).Calculaţi lungimea segmentului AB.
234.Calculaţi lungimea laturii AB a triunghiului ABC, dreptunghic în A, ştiind că BC=$6\sqrt{2}$ şi $m(\sphericalangle B)=45^\circ$.
235.Arătaţi că $1-0{,}5:\frac{1}{2}=0$.
236.Arătaţi că $3(x_1+x_2)-x_1x_2=6$, unde x_1 şi x_2 sunt soluţiile ecuaţiei $x^2-10x+24=0$.
237.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{6x+1}=5$.
238.Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulţimea A={1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12}, acesta să fie divizibil cu 3.
239.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(12,0) şi B(0,16).Calculaţi lungimea segmentului AB.
240.Calculaţi lungimea laturii AC a triunghiului ABC, dreptunghic în A, ştiind că BC=$4\sqrt{2}$ şi $m(\sphericalangle C)=45^\circ$.
241.Arătaţi că $\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{6}\right):\frac{1}{30}=1$.

242.Arătaţi că $4(x_1 + x_2) + 3x_1x_2 = -2$, unde x_1 şi x_2 sunt soluţiile ecuaţiei $x^2 + 5x + 6 = 0$.
243.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{x+1} = 2$.
244.După o ieftinire cu 10%, preţul unui obiect este 90 de lei.Determinaţi preţul obiectului înaite de ieftinire.
245.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(7,1) şi B(4,1).Calculaţi lungimea segmentului AB.
246.Dacă $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ şi $\cos x = \frac{5}{13}$, arătaţi că $\sin x = \frac{12}{13}$.
247.Arătaţi că $\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5}\right) : \frac{1}{15} = 2$.
248.Arătaţi că $4(x_1 + x_2) - 3x_1x_2 = 3$, unde x_1 şi x_2 sunt soluţiile ecuaţiei $x^2 - 6x + 7 = 0$.
249.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{x-1} = 3$.
250.După o ieftinire cu 20%, preţul unui obiect este 90 de lei.Determinaţi preţul obiectului înaite de ieftinire.
251.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(3,7) şi B(3,1).Calculaţi lungimea segmentului AB.
252.Dacă $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ şi $\cos x = \frac{12}{13}$, arătaţi că $\sin x = \frac{5}{13}$.
253.Arătaţi că $\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{7}\right) \cdot \frac{21}{4} = 1$.
254.Determinaţi numărul real a, ştiind că punctul A(4,0) aparţine graficului funcţiei $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = x - 2a$.
255.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{x+1} = 6$.
256.Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulţimea M={10,20,30,40,50,60,70,80,90,100,110,120}, acesta să fie multiplu de 30.
257.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(1,6) şi B(7,6).Determinaţi coordonatele mijlocului segmentului AB.
258.Dacă $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ şi $\sin x = \frac{12}{13}$, arătaţi că $\operatorname{tg} x = \frac{12}{5}$.
259.Arătaţi că $\left(\frac{1}{5} - \frac{1}{7}\right) \cdot \frac{35}{2} = 1$.
260.Determinaţi numărul real a, ştiind că punctul A(1,0) aparţine graficului funcţiei $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = 2x - a$.
261.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{x+2} = 5$.
262.Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulţimea M={10,20,30,40,50,60,70,80,90}, acesta să fie multiplu de 40.
263.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(4,1) şi B(4,7).Determinaţi coordonatele mijlocului segmentului AB.
264.Dacă $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ şi $\cos x = \frac{3}{5}$, arătaţi că $\operatorname{tg} x = \frac{4}{3}$.
265.Arătaţi că $1 - \frac{1}{4} : 0{,}25 = 0$.
266.Calculaţi $f(-2) \cdot f(2)$, unde $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = x - 2$.
267.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{4x+1} = 5$.
268.Un obiect costă 300 de lei.Determinaţi preţul obiectului după o ieftinire cu 20%.
269.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(5,4) şi B(7,2).Calculaţi distanţa de la punctul A la punctul B.
270.Calculaţi lungimea laturii AB a triunghiului ABC, dreptunghic în A, ştiind că AC=6 şi $B = \frac{\pi}{4}$.

271.Arătaţi că $0{,}25 : \frac{1}{4} - 1 = 0$.
272.Calculaţi $f(-1) \cdot f(1)$, unde $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = x + 1$.
273.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{2x-1} = 3$.
274.Un obiect costă 200 de lei.Determinaţi preţul obiectului după o ieftinire cu 30%.
275.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(3,4) şi B(5,6).Calculaţi distanţa de la punctul A la punctul B.
276.Calculaţi lungimea laturii AC a triunghiului ABC, dreptunghic în A, ştiind că AB=10 şi C= $\frac{\pi}{4}$.
277.Arătaţi că $\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1-\frac{1}{4}\right)\left(1-\frac{1}{5}\right) = \frac{2}{5}$.
278.Determinaţi abscisele punctelor de intersecţie a graficului funcţiei $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + 3x + 2$ cu axa Ox.
279.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_5(2x+1) = 2$.
280.Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulţimea A={10,20,30,40,50,60,70,80,90,100}, acesta să fie divizor al lui 3000.
281.În reperul cartezian xOy se consideră punctele O(0,0),A(0,6) şi B(8,0).Calculaţi perimetrul triunghiului AOB.
282.Arătaţi că sinx= $\frac{15}{25}$, ştiind că $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ şi cosx= $\frac{20}{25}$.
283.Arătaţi că $\left(1+\frac{1}{2}\right)\left(1+\frac{1}{3}\right)\left(1+\frac{1}{4}\right) = \frac{5}{2}$.
284.Determinaţi abscisele punctelor de intersecţie a graficului funcţiei $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 5x + 4$ cu axa Ox.
285.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_9(2x-1) = 2$.
286.Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulţimea A={10,20,30,40,50,60,70,80,90}, acesta să fie divizor al lui 2000.
287.În reperul cartezian xOy se consideră punctele O(0,0),A(9,0) şi B(0,12).Calculaţi perimetrul triunghiului AOB.
288.Arătaţi că sinx= $\frac{9}{15}$, ştiind că $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ şi cosx= $\frac{12}{15}$.
289.Determinaţi numerele reale a şi b, pentru care $\frac{10}{3-i} = a + ib$, unde $i^2 = -1$.
290.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x) = x^2 - 1$.Calculaţi $\left(f(-1) + f(0)\right)^{2018}$.
291.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $6^{x^2-3x+5} = 216$.
292.Calculaţi în câte moduri poate fi aleasă o echipă formată din 5 elevi din totalul de 6 elevi pe care îi are la dispoziţie un antrenor.
293.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(3,0) şi B(2m + 1,0), unde m este număr real.Determinaţi numărul real m, ştiind că punctul C(6,0) este mijlocul segmentului AB.
294.Se consideră triunghiul ABC în care AB=5,AC=12 şi BC=13.Calculaţi cosC.
295.Determinaţi numerele reale a şi b, pentru care $\frac{26}{5+i} = a + ib$, unde $i^2 = -1$.
296.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x) = x^2 - 9$.Calculaţi $\left(f(3) + f\left(\sqrt{8}\right)\right)^{2016}$.
297.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $3^{x^2-4x+7} = 81$.
298.Calculaţi în câte moduri poate fi aleasă o echipă formată din 6 elevi din totalul de 7 elevi pe care îi are la dispoziţie un antrenor.
299.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(4,0) şi B(2m + 4,0), unde m este număr real.Determinaţi numărul real m, ştiind că punctul C(12,0) este mijlocul segmentului AB.

300.Se consideră triunghiul ABC în care AB=12,AC=5 şi BC=13.Calculaţi cosC.
301.Arătaţi că media geometrică a numerelor a=16 şi b=25 este egală cu 20.
302.Determinaţi numărul real m pentru care $f(4) = 0$, unde f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = x + m$.
303.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $5^{2x+1} = 5^7$.
304.Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulţimea A={1,2,3,4,5,6,7,8,9,10}, acesta să fie multiplu de 2.
305.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-2,5)$ şi $B(6,5)$.Determinaţi coordonatele mijlocului segmentului AB:
306.Arătaţi că sinx= $\frac{\sqrt{2}}{2}$, ştiind că $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ şi cosx= $\frac{\sqrt{2}}{2}$.
307.Arătaţi că media geometrică a numerelor a=9 şi b=16 este egală cu 12.
308.Determinaţi numărul real m pentru care $f(5) = 0$, unde f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = x - m$.
309.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $3^{2x-1} = 3^5$.
310.Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulţimea A={1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12}, acesta să fie multiplu de 4.
311.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-3,3)$ şi $B(9,3)$.Determinaţi coordonatele mijlocului segmentului AB:
312.Arătaţi că sinx= $\frac{1}{3}$, ştiind că $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ şi cosx= $\frac{2\sqrt{2}}{3}$.
313.Arătaţi că $0{,}5 : \frac{1}{4} - 2 = 0$.
314.Calculaţi $f(-1) + f(0) + f(1)$, unde f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - x$.
315.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{3x+1} = 7$.
316.Un obiect costă 450 lei.Calculaţi preţul obiectului după o scumpire cu 30%.
317.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(5,1) şi B(5,3).Determinaţi distanţa de la punctul A la punctul B.
318.Calculaţi lungimea laturii AB a triunghiului ABC dreptunghic în A, ştiind că AC=8 şi $m(\sphericalangle B) = 45°$.
319.Arătaţi că $0{,}5 : \frac{1}{2} - 1 = 0$.
320.Calculaţi $f(-3) + f(0) + f(3)$, unde f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + 3x$.
321.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{5x+1} = 6$.
322.Un obiect costă 250 lei.Calculaţi preţul obiectului după o scumpire cu 20%.
323.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(3,5) şi B(3,2).Determinaţi distanţa de la punctul A la punctul B.
324.Calculaţi lungimea laturii AC a triunghiului ABC dreptunghic în A, ştiind că AB=4 şi $m(\sphericalangle C) = 45°$.
325.Arătaţi că $\frac{6}{\sqrt{7}-1} - \sqrt{7} = 1$.
326.Determinaţi coordonatele punctului de intersecţie a graficului funcţiei f cu axa Oy, unde f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = 5x^2 + x + 2018$.
327.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{x+4} = 4$.
328.După o reducere cu 10% un obiect costă 9990 de lei.Calculaţi preţul obiectului înainte de reducere.
329.În reperul cartezian xOy se consideră punctele M(3,1) şi N(7,1).Determinaţi lungimea segmentului MN.
330.Arătaţi că sinx = $\frac{2}{5}$, ştiind că $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ şi cosx = $\frac{\sqrt{21}}{5}$.

331.Arătaţi că $\frac{2}{\sqrt{3}+1}-\sqrt{3}=-1$.
332.Determinaţi coordonatele punctului de intersecţie a graficului funcţiei f cu axa Oy, unde f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x^2-x+2019$.
333.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{x+6}=6$.
334.După o reducere cu 30% un obiect costă 98 de lei.Calculaţi preţul obiectului înainte de reducere.
335.În reperul cartezian xOy se consideră punctele M(2,3) şi N(8,3).Determinaţi lungimea segmentului MN.
336.Arătaţi că sinx $=\frac{12}{13}$, ştiind că x$\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ şi cosx $=\frac{5}{13}$.
337.Arătaţi că $\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{7}\right)\cdot\frac{14}{3}=3$.
338.Determinaţi numărul real a, ştiind că punctul A(a, 0) aparţine graficului funcţiei f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x-4$.
339.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{x+5}=6$.
340.Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulţimea M={10,20,30,40,50,60,70,80,90}, acesta să fie multiplu de 12.
341.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(3,2) şi B(3,6).Determinaţi coordonatele mijlocului segmentului AB.
342.Arătaţi că sinx $=\frac{24}{25}$, ştiind că x$\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ şi cosx $=\frac{7}{25}$.
343.Arătaţi că $\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\right)\cdot\frac{24}{7}=2$.
344.Determinaţi numărul real a, ştiind că punctul A(a, 2) aparţine graficului funcţiei f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+4$.
345.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{x+5}=4$.
346.Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulţimea M={10,20,30,40,50,60,70,80,90,100}, acesta să fie multiplu de 15.
347.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(4,1) şi B(4,7).Determinaţi coordonatele mijlocului segmentului AB.
348.Arătaţi că sinx $=\frac{8}{17}$, ştiind că x$\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ şi cosx $=\frac{15}{17}$.
349.Arătaţi că $\left(5-\frac{1}{5}\right):\frac{6}{5}=4$.
350.Calculaţi $f(-4)+f(4)$, unde f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=x^2-16$.
351.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{2x-1}=5$.
352.Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulţimea A={1,2,3,4,5,6,7,8,9,10}, acesta să fie multiplu de 5.
353.În reperul cartezian xOy se consideră punctele O(0,0),M(0,3) şi N(3,0).Arătaţi că triunghiul MON este isoscel.
354.Calculaţi aria triunghiului ABC dreptunghic în A, ştiind că AB=12 şi AC=10.
355.Arătaţi că $\left(2-\frac{1}{2}\right):\frac{3}{12}=6$.
356.Calculaţi $f(-6)+f(6)$, unde f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=x^2-36$.
357.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{4x+1}=7$.
358.Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulţimea A={1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12}, acesta să fie multiplu de 6.
359.În reperul cartezian xOy se consideră punctele O(0,0),M(0,7) şi N(7,0).Arătaţi că triunghiul

MON este isoscel.

360.Calculaţi aria triunghiului ABC dreptunghic în A, ştiind că AB=10 şi AC=16.

361.Calculaţi media aritmetică a numerelor a=$3(4-\sqrt{5})$ şi b=$3\sqrt{5}$.

362.Determinaţi abscisele punctelor de intersecţie a graficului funcţiei f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-6x+5$ cu axa Ox.

363.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_5(2x+1)-\log_5 3=0$.

364.Calculaţi probabilitatea ca alegând un număr din mulţimea numerelor naturale de o cifră, acesta să fie multiplu de 6.

365.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(1,6) şi B(5,6).Determinaţi coordonatele mijlocului segmentului AB.

366.Arătaţi că $\sin(a+b)=\frac{84}{85}$, ştiind că a,b$\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$,sina $=\frac{4}{5}$ şi sinb $=\frac{8}{17}$.

367.Calculaţi media aritmetică a numerelor a=$2(6-\sqrt{6})$ şi b=$2\sqrt{6}$.

368.Determinaţi abscisele punctelor de intersecţie a graficului funcţiei f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+4x+3$ cu axa Ox.

369.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_2(4x-1)-\log_2 3=0$.

370.Calculaţi probabilitatea ca alegând un număr din mulţimea numerelor naturale de o cifră, acesta să fie multiplu de 2.

371.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(2,4) şi B(6,2).Determinaţi coordonatele mijlocului segmentului AB.

372.Arătaţi că $\sin(a+b)=\frac{63}{65}$, ştiind că a,b$\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$,cosa $=\frac{3}{5}$ şi cosb $=\frac{12}{13}$.

373.Calculaţi suma primilor trei termeni ai unei progresii aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$, ştiind că $a_1=1$ şi $a_3=3$.

374.Determinaţi abscisele punctelor de intersecţie a graficelor funcţiilor f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-x$ şi g:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$g(x)=4x-4$.

375.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $3^{3-x}=\frac{1}{27}$.

376.După o ieftinire cu 15%, preţul unui obiect este 68 de lei.Calculaţi preţul obiectului înainte de ieftinire.

377.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(1,4), B(3,2) şi C(−5,2).Calculaţi lungimea medianei din vârful A al triunghiului ABC.

378.Arătaţi că tg45°ctg60° + tg60°ctg45° $=\frac{4\sqrt{3}}{3}$.

379.Calculaţi suma primilor trei termeni ai unei progresii aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$, ştiind că $a_1=2$ şi $a_3=6$.

380.Determinaţi abscisele punctelor de intersecţie a graficelor funcţiilor f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+x$ şi g:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$g(x)=4x-2$.

381.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $2^{2-x}=\frac{1}{16}$.

382.După o ieftinire cu 25%, preţul unui obiect este 36 de lei.Calculaţi preţul obiectului înainte de ieftinire.

383.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(1,4), B(−3,2) şi C(5,2).Calculaţi lungimea medianei din vârful B al triunghiului ABC.

384.Arătaţi că tg30°ctg45° + tg45°ctg30° $=\frac{4\sqrt{3}}{3}$.

385.Arătaţi că $6\cdot\left(\frac{5}{6}-\frac{1}{6}\right)=4$.

386.Determinaţi numărul real m ştiind că $f(m) = 1$, unde $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x) = x - 6$.
387.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{2x^2 + 4} = 6$.
388.În anul 2015, profitul anual al unei firme a fost de 200000 de lei, ceea ce reprezintă 8% din valoarea veniturilor anuale ale firmei.Determinaţi valoarea veniturilor anuale ale firmei în anul 2015.
389.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(5,2), B(5,6) şi C(2,6).Arătaţi că triunghiul ABC este dreptunghic.
390.Arătaţi că $\text{tg}^2 60^\circ + \text{ctg}^2 45^\circ = 4$.
391.Arătaţi că $7\cdot\left(\frac{2}{7} - \frac{1}{7}\right) = 1$.
392.Determinaţi numărul real m ştiind că $f(m) = 3$, unde $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x) = x - 2$.
393.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{3x^2 + 4} = 4$.
394.În anul 2016, profitul anual al unei firme a fost de 100000 de lei, ceea ce reprezintă 5% din valoarea veniturilor anuale ale firmei.Determinaţi valoarea veniturilor anuale ale firmei în anul 2016.
395.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(5,7), B(2,7) şi C(5,3).Arătaţi că triunghiul ABC este dreptunghic.
396.Arătaţi că $\text{ctg}^2 30^\circ + \text{tg}^2 45^\circ = 4$.
397.Arătaţi că $\left(1 + \sqrt{3}\right)^2 - 2\sqrt{3} = 4$.
398.Determinaţi coordonatele punctului de intersecţie a graficului funcţiei $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = x - 2$ cu axa Ox.
399.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $5^{x+1} = 5^2$.
400.Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulţimea numerelor naturale de o cifră, acesta să fie divizor al lui 9.
401.În reperul cartezian xOy se consideră A(1,2), B(3,2) şi C(3,4).Arătaţi că triunghiul ABC este isoscel.
402.Determinaţi lungimea laturii AB a triunghiului ABC dreptunghic în A, ştiind că BC=12 şi $m(\sphericalangle C) = 30^\circ$.
403.Arătaţi că $\left(1 - \sqrt{3}\right)^2 - 2\sqrt{3} = 4$.
404.Determinaţi coordonatele punctului de intersecţie a graficului funcţiei $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = x + 1$ cu axa Ox.
405.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $3^{x+2} = 3^4$.
406.Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulţimea numerelor naturale de o cifră, acesta să fie divizor al lui 7.
407.În reperul cartezian xOy se consideră A(2,2), B(4,2) şi C(4,4).Arătaţi că triunghiul ABC este isoscel.
408.Determinaţi lungimea laturii AC a triunghiului ABC dreptunghic în A, ştiind că BC=14 şi $m(\sphericalangle B) = 30^\circ$.
409.Pentru a=5 arătaţi că $\frac{a}{2} - \frac{2}{a} = \frac{21}{10}$.
410.Determinaţi abscisa punctului de intersecţie a graficelor funcţiilor $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = 2x - 3$ şi $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x) = x + 5$.
411.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{x^2 + 9} = 5$.
412.Preţul unei imprimante este 120 de lei.Determinaţi preţul imprimantei după o scumpire cu 20%.

413.În sistemul cartezian xOy se consideră punctele A(4,4), B(4,7) şi C(7,6).Determinaţi perimetrul triunghiului ABC.

414.Calculaţi cosA ştiind că sinA=$\frac{1}{2}$ şi unghiul A este ascuţit.

415.Pentru a=6 arătaţi că $\frac{a}{5}-\frac{5}{a}=\frac{11}{12}$.

416.Determinaţi abscisa punctului de intersecţie a graficelor funcţiilor f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3x-2$ şi g:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=2x+1$.

417.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{x^2+11}=6$.

418.Preţul unei imprimante este 240 de lei.Determinaţi preţul imprimantei după o scumpire cu 10%.

419.În sistemul cartezian xOy se consideră punctele A(2,1), B(2,4) şi C(6,4).Determinaţi perimetrul triunghiului ABC.

420.Calculaţi cosA ştiind că sinA=$\frac{\sqrt{3}}{3}$ şi unghiul A este ascuţit.

421.Arătaţi că $\left(1-\frac{1}{4}\right)^2+\frac{7}{16}=1$.

422.Determinaţi coordonatele punctului de intersecţie a graficului funcţiei f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+6$ cu axa Oy.

423.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $2^{3x-2}=16$.

424.Calculaţi probabilitatea ca alegând un număr din mulţimea numerelor naturale de o cifră, acesta să fie mai mic sau egal cu 6.

425.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(2,2),B(5,2) şi C(5,5).Arătaţi că AB=BC.

426.Determinaţi aria triunghiului ABC dreptunghic în A ştiind că AB=5 şi BC=13.

427.Arătaţi că $\left(2-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{4}=3$.

428.Determinaţi coordonatele punctului de intersecţie a graficului funcţiei f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x-3$ cu axa Oy.

429.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $3^{4x-1}=27$.

430.Calculaţi probabilitatea ca alegând un număr din mulţimea numerelor naturale de o cifră, acesta să fie mai mic sau egal cu 7.

431.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(3,3),B(5,3) şi C(5,5).Arătaţi că AB=BC.

432.Determinaţi aria triunghiului ABC dreptunghic în A ştiind că AB=4 şi BC=5.

433.Arătaţi că $4\left(2+\sqrt{3}\right)-4\sqrt{3}=8$.

434.Determinaţi numărul real a ştiind că $f(3)=a$, unde f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=x+1$.

435.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_3(4x+2)=\log_3 10$.

436.Calculaţi probabilitatea ca alegând un număr din mulţimea numerelor naturale de două cifre, acesta să fie divizibil cu 15.

437.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(2,5) şi B(3,5).Calculaţi distanţa de la punctul A la punctul B.

438.Arătaţi că $\sin^2 60^\circ+\cos^2 45^\circ=\frac{5}{4}$.

439.Arătaţi că $6\left(2-\sqrt{5}\right)+6\sqrt{5}=12$.

440.Determinaţi numărul real a ştiind că $f(2)=a$, unde f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=x+4$.

441.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_2(3x+2)=\log_2 5$.

442.Calculaţi probabilitatea ca alegând un număr din mulţimea numerelor naturale de două cifre, acesta să fie divizibil cu 30.

443.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(5,2) şi B(5,3).Calculaţi distanţa de la punctul

A la punctul B.

444.Arătaţi că $\sin^2 30^\circ - \cos^2 45^\circ = -\frac{1}{4}$.

445.Arătaţi că $6\cdot\left(\frac{5}{6}-\frac{1}{6}\right) = 4$.

446.Determinaţi numărul real m ştiind că $f(m) = 1$, unde $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x) = x - 6$.

447.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{2x^2+4} = 6$.

448.În anul 2015, profitul anual al unei firme a fost de 200000 de lei, ceea ce reprezintă 8% din valoarea veniturilor anuale ale firmei.Determinaţi valoarea veniturilor anuale ale firmei în anul 2015.

449.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(5,2), B(5,6) şi C(2,6).Arătaţi că triunghiul ABC este dreptunghic.

450.Arătaţi că $\text{tg}^2 60^\circ + \text{ctg}^2 45^\circ = 4$.

451.Arătaţi că $7\cdot\left(\frac{2}{7}-\frac{1}{7}\right) = 1$.

452.Determinaţi numărul real m ştiind că $f(m) = 3$, unde $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x) = x - 2$.

453.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{3x^2+4} = 4$.

454.În anul 2016, profitul anual al unei firme a fost de 100000 de lei, ceea ce reprezintă 5% din valoarea veniturilor anuale ale firmei.Determinaţi valoarea veniturilor anuale ale firmei în anul 2016.

455.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(5,7), B(2,7) şi C(5,3).Arătaţi că triunghiul ABC este dreptunghic.

456.Arătaţi că $\text{ctg}^2 30^\circ + \text{tg}^2 45^\circ = 4$.

457.Să se arate că numărul $2\left(4+\sqrt{2}\right)-\sqrt{8}$ este natural.

458.Calculaţi $f(1) + f(2) + \cdots + f(20)$ pentru funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x) = 2x + 3$.

459.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_3(x^2+15) = \log_3(8x)$.

460.După o scumpire cu 20% preţul unui obiect este 360 de lei.Determinaţi preţul obiectului înainte de scumpire.

461.În reperul cartezian xOy se consideră punctele P(3,1) şi R(3,3).Determinaţi coordonatele punctului Q , ştiind că R este mijlocul segmentului PQ.

462.Arătaţi că $\sin 170^\circ + \sin 30^\circ - \sin 10^\circ = \frac{1}{2}$.

463.Să se arate că numărul $3\left(4-\sqrt{3}\right)+\sqrt{27}$ este natural.

464.Calculaţi $f(1) + f(2) + \cdots + f(10)$ pentru funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x) = 4x + 2$.

465.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_2(x^2+8) = \log_2(6x)$.

466.După o scumpire cu 30% preţul unui obiect este 520 de lei.Determinaţi preţul obiectului înainte de scumpire.

467.În reperul cartezian xOy se consideră punctele P(4,1) şi R(4,4).Determinaţi coordonatele punctului Q , ştiind că R este mijlocul segmentului PQ.

468.Arătaţi că $\sin 40^\circ + \sin 30^\circ - \sin 140^\circ = \frac{1}{2}$.

469.Calculaţi suma primilor trei termeni ai unei progresii aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$, ştiind că $a_2 = 3$.

470.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x) = 2018x - 2019$.Calculaţi $\left(f(1)\right)^{2020}$.

471.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $3^{6-5x} = 3^{x-6}$.

472.Calculaţi probabilitatea ca alegând un număr din mulţimea numerelor naturale de o cifră, acesta să fie divizor al lui 14.

473.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,-3)$ şi $B(1,-1)$.Determinaţi ecuaţia dreptei AB.

474.Arătaţi că $\sqrt{3}\sin 60^\circ + \sqrt{2}\sin 45^\circ = \frac{5}{2}$.

475.Calculaţi suma primilor trei termeni ai unei progresii aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$, ştiind că $a_2 = 6$.

476.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x) = 2019x - 2020$.Calculaţi $\big(f(1)\big)^{2021}$.

477.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $2^{2-4x} = 2^{x+7}$.

478.Calculaţi probabilitatea ca alegând un număr din mulţimea numerelor naturale de o cifră, acesta să fie divizor al lui 11.

479.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,4)$ şi $B(-2,1)$.Determinaţi ecuaţia dreptei AB.

480.Arătaţi că $\sqrt{3}\cos 30^\circ + \sqrt{2}\cos 45^\circ = \frac{5}{2}$.

481.Arătaţi că $3\left(3+\sqrt{2}\right) - 3\sqrt{2} = 9$.

482.Calculaţi $f(6) + f(-6)$ pentru funţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x) = x + 6$.

483.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $5^{3x} = 125$.

484.Preţul unui obiect este 1000 de lei.Determinaţi preţul obiectului după o scumpire cu 20%.

485.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3,4)$ şi $B(1,4)$.Calculaţi distanţa de la punctul A la punctul B.

486.Calculaţi $\sin 60^\circ - \sin 120^\circ$.

487.Arătaţi că $2\left(2-\sqrt{3}\right) + 2\sqrt{3} = 4$.

488.Calculaţi $f(4) + f(-4)$ pentru funţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x) = x - 4$.

489.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $3^{4x} = 81$.

490.Preţul unui obiect este 3000 de lei.Determinaţi preţul obiectului după o scumpire cu 10%.

491.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(6,4)$ şi $B(6,1)$.Calculaţi distanţa de la punctul A la punctul B.

492.Calculaţi $\sin 30^\circ - \sin 150^\circ$.

493.Arătaţi $4\left(4-\sqrt{2}\right) + 4\sqrt{2} = 16$.

494.Calculaţi $f(-3) + f(3)$ pentru funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x) = x^2 - 9$.

495.Rezolvaţi, în mulţimea numerelor reale, ecuaţia $(x-5)^2 - x^2 + 30 = 0$.

496.Preţul unui obiect este 300 de lei.Determinaţi preţul obiectului după o ieftinire cu 30%.

497.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,4)$ şi $B(5,4)$.Calculaţi distanţa de la punctul A la punctul B.

498.Calculaţi cosA, ştiind că $\sin A = \frac{1}{3}$ şi unghiul A este ascuţit.

499.Arătaţi $3\left(6-\sqrt{3}\right) + 3\sqrt{3} = 18$.

500.Calculaţi $f(-7) + f(7)$ pentru funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x) = x^2 - 49$.

501.Rezolvaţi, în mulţimea numerelor reale, ecuaţia $(x+2)^2 - x^2 - 8 = 0$.

502.Preţul unui obiect este 100 de lei.Determinaţi preţul obiectului după o ieftinire cu 20%.

503.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(5,4)$ şi $B(5,3)$.Calculaţi distanţa de la punctul A la punctul B.

504.Calculaţi cosA, ştiind că $\sin A = \frac{2}{5}$ şi unghiul A este ascuţit.

505.Arătaţi că $2\left(6-\sqrt{3}\right) + 2\sqrt{3} = 12$.

506.Calculaţi $f(-5) + f(5)$ pentru funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x) = x^2 - 25$.

507.Rezolvaţi, în mulţimea numerelor reale, ecuaţia $9^{2x} = 81$.
508.Preţul unui obiect este 200 de lei.Determinaţi preţul obiectului după o scumpire cu 20%.
509.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(3,1) şi B(3,4).Calculaţi distanţa de la punctul A la punctul B.
510.Calculaţi $\cos 20° + \cos 160°$.
511.Arătaţi că $3\left(5 + \sqrt{2}\right) - 3\sqrt{2} = 15$.
512.Calculaţi $f(-8) + f(8)$ pentru funcţia $f:\mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 64$.
513.Rezolvaţi, în mulţimea numerelor reale, ecuaţia $3^{4x} = 81$.
514.Preţul unui obiect este 300 de lei.Determinaţi preţul obiectului după o scumpire cu 10%.
515.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(2,2) şi B(4,2).Calculaţi distanţa de la punctul A la punctul B.
516.Calculaţi $\cos 40° + \cos 140°$.
517.Arătaţi că $4\left(3 + \sqrt{5}\right) - 4\sqrt{5} = 12$.
518.Calculaţi $f(0) \cdot f(-5)$ pentru funcţia $f:\mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = x - 5$.
519.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $5^{x-4} = 625$.
520.Preţul unui obiect este 300 de lei.Determinaţi preţul obiectului după o scumpire cu 20%.
521.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(3,2) şi B(3,6).Calculaţi distanţa de la punctul A la punctul B.
522.Calculaţi $\cos 5° + \cos 175°$.
523.Arătaţi că $5\left(3 - \sqrt{5}\right) + 5\sqrt{5} = 15$.
524.Calculaţi $f(0) \cdot f(-4)$ pentru funcţia $f:\mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = x - 4$.
525.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $3^{x-3} = 27$.
526.Preţul unui obiect este 400 de lei.Determinaţi preţul obiectului după o scumpire cu 30%.
527.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(2,6) şi B(5,6).Calculaţi distanţa de la punctul A la punctul B.
528.Calculaţi $\cos 65° + \cos 115°$.
529.Arătaţi că $2\left(4 + \sqrt{3}\right) - 2\sqrt{3} = 8$.
530.Calculaţi $f(-4) \cdot f(0)$ pentru funcţia $f:\mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = x + 3$.
531.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_2(x^2 + 3) = \log_2 3$.
532.Preţul unui obiect este 1000 de lei.Determinaţi preţul obiectului după o ieftinire cu 20%.
533.În reperul cartezian xOy se consideră punctele P(3,1) şi R(3,5).Determinaţi coordonatele mijlocului segmentului PR.
534.Calculaţi cosB ştiind că $\sin B = \frac{4}{5}$ şi unghiul B este ascuţit.
535.Arătaţi că $4\left(2 - \sqrt{2}\right) + 4\sqrt{2} = 8$.
536.Calculaţi $f(-5) \cdot f(0)$ pentru funcţia $f:\mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = x + 4$.
537.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_5(x^2 + 1) = \log_5 1$.
538.Preţul unui obiect este 2000 de lei.Determinaţi preţul obiectului după o ieftinire cu 10%.
539.În reperul cartezian xOy se consideră punctele P(4,3) şi R(2,3).Determinaţi coordonatele mijlocului segmentului PR.
540.Calculaţi cosB ştiind că $\sin B = \frac{3}{5}$ şi unghiul B este ascuţit.
541.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $(3x - 5)^2 = 25$.
542.Determinaţi numărul real m pentru care vârful parabolei asociate funcţiei $f:\mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = -x^2 + 3mx + 2$ are abscisa egală cu $-\frac{3}{2}$.

543.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $5^{3x} = 125$.
544.Calculaţi $6C_7^2 - A_5^2$.
545.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-4,3)$ şi $B(2,7)$.Determinaţi coordonatele mijlocului segmentului (AB).
546.Calculaţi lungimea diagonalei BD a rombului ABCD în care CD=8 şi $m(\sphericalangle ABC) = 120°$.
547.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $(4x + 3)^2 = 9$.
548.Determinaţi numărul real m pentru care vârful parabolei asociate funcţiei $f:\mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = -x^2 + 2mx + 1$ are abscisa egală cu4.
549.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $3^{4x} = 81$.
550.Calculaţi $4C_3^2 - A_4^2$.
551.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(6,3)$ şi $B(-2,-5)$.Determinaţi coordonatele mijlocului segmentului (AB).
552.Calculaţi lungimea diagonalei BD a rombului ABCD în care BC=4 şi $m(\sphericalangle ABC) = 120°$.
553. Arătaţi că $(12 + 2 \cdot 3)(12 - 2 \cdot 3) = 108$.
554. Se consideră x_1 şi x_2 soluţiile ecuaţiei $x^2 + 7x + 12 = 0$. Arătaţi că $2(x_1 + x_2) + x_1x_2 = -2$.
555.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_2(x - 2023) = 2\log_2 3$.
556.Un obiect costă 500 de lei.Determinaţi preţul obectului după o scumpire cu 10%.
557.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(4,2)$, $B(2,2)$.Calculaţi distanţa de la punctul $O(0,0)$ la mijlocul segmentului AB.
558.Arătaţi că $\sin 50° + \cos 140° = 0$.
559. Arătaţi că $(12 - 2 \cdot 3)(12 + 2 \cdot 3) = 108$.
560. Se consideră x_1 şi x_2 soluţiile ecuaţiei $x^2 - 7x + 12 = 0$. Arătaţi că $2(x_1 + x_2) - x_1x_2 = 2$.
561.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_2(x - 2022) = 2\log_2 3$.
562.Un obiect costă 600 de lei.Determinaţi preţul obectului după o scumpire cu 10%.
563.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,4)$, $B(2,2)$.Calculaţi distanţa de la punctul $O(0,0)$ la mijlocul segmentului AB.
564.Arătaţi că $\sin 70° + \cos 160° = 0$.
565.Arătaţi că $\sqrt{3}\left(1 + 2\sqrt{3}\right) - \sqrt{3} = 6$.
566.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x) = x^2 - 5x + 3$. Arătaţi că $f(2) = f(3)$.
567.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_2(x^2 - 30) = \log_2 6$.
568.După o scumpire cu 10%, un obiect costă 550 de lei.Determinaţi preţul iniţial al obiectului.
569.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(6,4)$ şi $B(4,0)$. Ştiind că punctul M este mijlocul segmentului AB, determinaţi coordonatele punctului M.
570.În triunghiul ABC, $m(\sphericalangle A) = m(\sphericalangle B) = 60°$.Calculaţi sinusul unghiului C.
571.Arătaţi că $\sqrt{11}\left(1 + 2\sqrt{11}\right) - \sqrt{11} = 22$.
572.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x) = x^2 - 3x + 6$. Arătaţi că $f(1) = f(2)$.
573.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_7(x^2 - 40) = \log_7 9$.
574.După o scumpire cu 10%, un obiect costă 660 de lei.Determinaţi preţul iniţial al obiectului.
575.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(4,6)$ şi $B(0,4)$. Ştiind că punctul M este mijlocul segmentului AB, determinaţi coordonatele punctului M.
576.În triunghiul ABC, $m(\sphericalangle A) = m(\sphericalangle C) = 60°$.Calculaţi cosinusul unghiului B.
577.Arătaţi că $\sqrt{5}\left(3\sqrt{5} + 2\right) - 2\sqrt{5} = 15$.
578.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x) = x^2 - 5x + 3$.Determinaţi numerele reale a pentru care $f(a) = 3$.
579.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{x - 3} = 2$.

580.După o ieftinire cu 10%, un obiect costă 360 de lei.Determinaţi preţul iniţial al obiectului.
581.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,6)$, $B(1,-6)$ şi $C(6,0)$.Determinaţi lungimea înălţimii din vârful C în triunghiul ABC.
582.Arătaţi că $\sqrt{3}\cdot \sin 60^\circ + \sqrt{2}\cdot \sin 45^\circ = \frac{5}{2}$.
583.Arătaţi că $\sqrt{3}\left(2\sqrt{3}+3\right) - 3\sqrt{3} = 6$.
584.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x) = x^2 - 3x + 2$.Determinaţi numerele reale a pentru care $f(a) = 2$.
585.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{x-4} = 3$.
586.După o ieftinire cu 10%, un obiect costă 450 de lei.Determinaţi preţul iniţial al obiectului.
587.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3,1)$, $B(-3,1)$ şi $C(0,3)$.Determinaţi lungimea înălţimii din vârful C în triunghiul ABC.
588.Arătaţi că $\sqrt{3}\cdot \cos 30^\circ - \sqrt{2}\cdot \cos 45^\circ = \frac{1}{2}$.
589.Arătaţi că $\left(10-\frac{1}{3}\right)\left(10+\frac{1}{3}\right) = \frac{899}{9}$.
590.Determinaţi abscisa punctului de intersecţie a graficelor funcţiilor $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = 2x + 3$ şi $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x) = 15 - x$.
591.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_5(x^2+9) = 2$.
592.După o ieftinire cu 30%, preţul unei tablete este 1400 de lei.Determinaţi preţul tabletei înainte de ieftinire.
593.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3,2)$ şi $B(7,2)$ .Punctul M este mijlocul segmentului AB.Calculaţi lungimea segmentului AM.
594.Arătaţi că $2\cos^2 60^\circ - \cos^2 45^\circ = 0$.
595.Arătaţi că $\left(10+\frac{1}{3}\right)\left(10-\frac{1}{3}\right) = \frac{899}{9}$.
596.Determinaţi abscisa punctului de intersecţie a graficelor funcţiilor $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = 4x + 1$ şi $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x) = 10 - x$.
597.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_5(x^2+16) = 2$.
598.După o ieftinire cu 20%, preţul unei tablete este 1600 de lei.Determinaţi preţul tabletei înainte de ieftinire.
599.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,1)$ şi $B(4,7)$ .Punctul M este mijlocul segmentului AB.Calculaţi lungimea segmentului AM.
600.Arătaţi că $2\cos^2 60^\circ - \sin^2 45^\circ = 0$.
601.Arătaţi că $\left(0{,}25\cdot 10-\frac{3}{2}\right)\left(0{,}25\cdot 10+\frac{3}{2}\right) = 4$.
602. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x) = x^2 - ax + 2$, unde a este număr real. Determinaţi numărul real a, ştiind că punctul $A(2,4)$ aparţine graficului funcţie f.
603.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $5^{x+2} + 5^x = 130$.
604.Un obiect costă 400 de lei.Determinaţi preţul obectului după o scumpire cu 20%.
605.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0,4)$ şi $B(6,4)$.Punctul M este mijlocul segmentului AB.Calculaţi distanţa de la punctul M la punctul $O(0,0)$.
606.Se consideră triunghiul ABC dreptunghic în A, cu AB=3 şi AC=6.Calculaţi aria triunghiului ABC.
607.Arătaţi că $\left(0{,}25\cdot 10+\frac{3}{2}\right)\left(0{,}25\cdot 10-\frac{3}{2}\right) = 4$.
608. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x) = x^2 + ax + 2$, unde a este număr real. Determinaţi numărul real a, ştiind că punctul $A(2,4)$ aparţine graficului funcţie f.
609.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $3^{x+2} - 3^x = 216$.

610.Un obiect costă 300 de lei.Determinaţi preţul obectului după o scumpire cu 40%.
611.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(4,0) şi B(4,6).Punctul M este mijlocul segmentului AB.Calculaţi distanţa de la punctul M la punctul O(0,0).
612.Se consideră triunghiul ABC dreptunghic în A, cu AB=6 şi AC=3.Calculaţi aria triunghiului ABC.
613.Arătaţi că $2\cdot\left(4-\frac{7}{4}:\frac{1}{2}\right)=1$.
614.Se consideră funcţiile f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=x+1$ şi g:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$g(x)=x-5$.Arătaţi că $f(2)+g(2)=0$.
615.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $2^{5-x}=16$.
616.Un produs costă 80 de lei.Determinaţi preţul produsului după o scumpire cu 20%.
617.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(5,-4)$, $B(0,-4)$ şi C(5,0).Calculaţi perimetrul triunghiul ABC.
618.Se consideră triunghiul ABC, în care AC=2,BC=5 şi unghiul A are măsura egală cu 30°. Arătaţi că sinB=$\frac{1}{5}$.
619.Arătaţi că $2\cdot\left(5-\frac{9}{4}:\frac{1}{2}\right)=1$.
620.Se consideră funcţiile f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=x+4$ şi g:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$g(x)=x-6$.Arătaţi că $f(1)+g(1)=0$.
621.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $2^{4-x}=32$.
622.Un produs costă 70 de lei.Determinaţi preţul produsului după o scumpire cu 20%.
623.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-4,5)$, $B(-4,0)$ şi C(0,5).Calculaţi perimetrul triunghiul ABC.
624.Se consideră triunghiul ABC, în care AC=2,BC=6 şi unghiul A are măsura egală cu 30°. Arătaţi că sinB=$\frac{1}{6}$.
625.Arătaţi că $\frac{1}{2}\cdot\left(1-\frac{3}{5}\right)+\frac{4}{5}=1$.
626.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=3x-2$.Arătaţi că $f(1)\cdot f(4)=10$.
627.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{5x-4}=4$.
628.Determinaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulţimea numerelor naturale de două cifre, acesta să fie multiplu de 22.
629.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(0,5) , B(3,0) şi $C(-3,0)$.Determinaţi distanţa de la punctul A la mijlocul segmentului BC.
630.Se consideră x$\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ astfel încât sinx=$\frac{3}{5}$.Arătaţi că cosx=$\frac{4}{5}$.
631.Arătaţi că $\frac{1}{5}\cdot\left(1-\frac{2}{7}\right)+\frac{6}{7}=1$.
632.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=3x-2$.Arătaţi că $f(1)\cdot f(3)=7$.
633.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{5x-4}=6$.
634.Determinaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulţimea numerelor naturale de două cifre, acesta să fie multiplu de 24.
635.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(5,0) , B(0,3) şi $C(0,-3)$.Determinaţi distanţa de la punctul A la mijlocul segmentului BC.
636.Se consideră x$\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ astfel încât cosx=$\frac{3}{5}$.Arătaţi că sinx=$\frac{4}{5}$.
637.Determinaţi termenul a_3 al progresiei aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$, ştiind că $a_1=3$ şi raţia este r=4.
638.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=x^2+2x-1$.Arătaţi că $f(0)=f(-2)$.
639.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_4(3x+7)=\log_4 21$.
640.După o scumpire cu 25%, un produs costă 625 de lei.Determinaţi preţul produsului înainte de scumpire.

641.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,-6)$ şi $B(b,a)$, unde a şi b sunt numere reale.Determinaţinumerele reale a şi b, ştiind că punctul O este mijlocul segmentului AB.
642.Se consideră triunghiul isoscel ABC, dreptunghic în A.Ştiind că aria triunghiului ABC este egală cu 4, determinaţi lungimea laturii AB.
643.Determinaţi termenul a_3 al progresiei aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$, ştiind că $a_1 = 4$ şi raţia este r=3.
644.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x) = x^2 - 2x - 1$.Arătaţi că $f(0) = f(2)$.
645.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_4(3x + 8) = \log_4 26$.
646.După o scumpire cu 25%, un produs costă 500 de lei.Determinaţi preţul produsului înainte de scumpire.
647.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-6,2)$ şi $B(a,b)$, unde a şi b sunt numere reale.Determinaţinumerele reale a şi b, ştiind că punctul O este mijlocul segmentului AB.
648.Se consideră triunghiul isoscel ABC, dreptunghic în A.Ştiind că aria triunghiului ABC este egală cu 10, determinaţi lungimea laturii AB.
649.Arătaţi că $7-5\cdot\left(1+\frac{1}{5}\right) = 1$.
650.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x) = x - 4$.Determinaţi numărul real a pentru care $f(a) = 4$.
651.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{9 + 4x} = 3$.
652.Un produs costă 70 de lei.Determinaţi preţul produsului după o scumpire cu 10%.
653.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(6,1)$, $B(0,3)$ şi $M(a,b)$, unde a şi b sunt numere reale.Determinaţi numerele reale a şi b, ştiind că punctul M este mijlocul segmentului AB.
654.Se consideră triunghiul ABC dreptunghic în A, în care măsura unghiului B este egală cu $30°$ şi AC=4. Arătaţi că BC=8 .
655.Arătaţi că $6-4\cdot\left(1+\frac{1}{5}\right) = 1$.
656.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x) = x - 5$.Determinaţi numărul real a pentru care $f(a) = 5$.
657.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{4 + 3x} = 2$.
658.Un produs costă 60 de lei.Determinaţi preţul produsului după o scumpire cu 10%.
659.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3,6)$, $B(5,0)$ şi $M(a,b)$, unde a şi b sunt numere reale.Determinaţi numerele reale a şi b, ştiind că punctul M este mijlocul segmentului AB.
660.Se consideră triunghiul ABC dreptunghic în A, în care măsura unghiului C este egală cu $30°$ şi AB=4. Arătaţi că BC=8 .
661.Arătaţi că $(2,5 - 0,5)\cdot 2 - 2\cdot 0,5 = 3$.
662.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x) = 2x - 5$. Determinaţi numărul real a pentru care $f(a) = 3$.
663.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_5(4x - 1) = \log_5 7$.
664.Determinaţi probabilitatea ca, alegând un număr n din mulţimea A={0,1,2,3,4,5,6,7,8,9}, acesta să verifice inegalitatea $6n\geq 25$.
665.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3,-4)$ şi $B(1,6)$. Determinaţi coordonatele mijlocului segmentului AB.
666.Se consideră triunghiul ABC,dreptunghic în A, cu AB=8 şi BC=10.Arătaţi că aria triunghiului ABC este egală cu 24.
667.Arătaţi că $(2,5 - 0,5)\cdot 3 - 2\cdot 0,5 = 5$.
668.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x) = 2x - 3$. Determinaţi numărul real a pentru care $f(a) = 5$.
669.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_4(5x - 1) = \log_4 9$.
670.Determinaţi probabilitatea ca, alegând un număr n din mulţimea A={0,1,2,3,4,5,6,7,8,9}, acesta să verifice inegalitatea $5n\geq 22$.

671.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-6,3)$ şi $B(6,3)$. Determinaţi coordonatele mijlocului segmentului AB.
672.Se consideră triunghiul ABC,dreptunghic în A, cu AC=6 şi BC=10.Arătaţi că aria triunghiului ABC este egală cu 24.
673.Arătaţi că $1+12\cdot\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{3}\right)=8$.
674.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x+3$.Arătaţi că $f(4)-f(3)=1$.
675.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{5x+1}=4$.
676. Determinaţi probabilitatea ca, alegând un număr n din mulţimea A={1,2,3,4,5,6,7,8,9},numărul $11-n$ să fie impar.
677.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0,a)$ şi $B(8,a)$, unde a este număr real. Arătaţi că AB=8, pentru orice număr real a.
678.Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu AC=6 şi AB=2AC. Arătaţi că aria triunghiului ABC este egală cu 36.
679.Arătaţi că $1+12\cdot\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\right)=8$.
680.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x-3$.Arătaţi că $f(4)-f(3)=1$.
681.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{6x+1}=5$.
682. Determinaţi probabilitatea ca, alegând un număr n din mulţimea A={1,2,3,4,5,6,7,8,9},numărul $11-n$ să fie par.
683.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(a,0)$ şi $B(a,8)$, unde a este număr real. Arătaţi că AB=8, pentru orice număr real a.
684.Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu AB=6 şi AC=2AB. Arătaţi că aria triunghiului ABC este egală cu 36.
685.Calculaţi termenul a_3 al progresiei aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$, ştiind că $a_1=8$ şi $a_2=16$.
686.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=3x+6$.Arătaţi că $f(1)+f(0)=15$.
687.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_2(x-5)=\log_2 5$.
688.Un produs costă 60 de lei.Determinaţi preţul produsului după o ieftinire cu 30%.
689.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $M(3,0)$ şi $N(6,4)$. Arătaţi că distanţa dintre punctele M şi N este egală cu 5.
690.Se consideră triunghiul ABC,dreptunghic în A, cu AC=6 şi măsura unghiului B egală cu 45°. Arătaţi că aria triunghiului ABC este egală cu 18.
691.Calculaţi termenul a_3 al progresiei aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$, ştiind că $a_1=7$ şi $a_2=14$.
692.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=3x+6$.Arătaţi că $f(0)+f(1)=15$.
693.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_3(x-2)=\log_3 2$.
694.Un produs costă 90 de lei.Determinaţi preţul produsului după o ieftinire cu 30%.
695.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $M(0,3)$ şi $N(4,6)$. Arătaţi că distanţa dintre punctele M şi N este egală cu 5.
696.Se consideră triunghiul ABC,dreptunghic în A, cu AB=6 şi măsura unghiului C egală cu 45°. Arătaţi că aria triunghiului ABC este egală cu 18.
697.Arătaţi că $3\cdot\left(2-\frac{1}{2}\right)+\frac{1}{2}=5$.
698.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x+5$.Determinaţi numărul real a pentru care $f(a)=2$.
699.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_7(2x-3)=\log_7 9$.
700.Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr n din mulţimea $A=\{1,2,3,\dots,25\}$, acesta să verifice inegalitatea $n\geq 9$.

701.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,-3)$ şi $B(4,3)$.Determinaţi coordonatele mijlocului segmentului AB.
702.Se consideră triunghiul ABC dreptunghic în A, cu AB=$2\sqrt{2}$ şi BC=4. Arătaţi că triunghiul ABC este isoscel.
703.Arătaţi că $3\cdot\left(2+\frac{1}{2}\right)-\frac{1}{2}=7$.
704.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=x+2$.Determinaţi numărul real a pentru care $f(a)=5$.
705.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_7(2x+3)=\log_7 9$.
706.Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr n din mulţimea A={1,2,3, … ,23}, acesta să verifice inegalitatea $n\geq 9$.
707.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-3,2)$ şi $B(3,4)$.Determinaţi coordonatele mijlocului segmentului AB.
708.Se consideră triunghiul ABC dreptunghic în A, cu AC=$2\sqrt{2}$ şi BC=4. Arătaţi că triunghiul ABC este isoscel.
709.Arătaţi că $3\cdot(2-0{,}5)+1{,}5=6$.
710.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=3-x$.Arătaţi că $f(0)-f(1)=1$.
711.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{2x-3}=1$.
712. Determinaţi probabilitatea ca, alegând un număr n din mulţimea A={0,2,4,6,8},acesta să verifice inegalitatea $2n\geq 9$.
713.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(1,2), B(3,2) şi C(2,5). Arătaţi că triunghiul ABC este isoscel.
714.Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu aria egală cu 60 şi AB=6.. Arătaţi că lungimea laturii AC este egală cu 20.
715.Arătaţi că $1{,}5+3\cdot(2-0{,}5)=6$.
716.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=6-x$.Arătaţi că $f(0)-f(1)=1$.
717.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{8x-15}=1$.
718. Determinaţi probabilitatea ca, alegând un număr n din mulţimea A={0,2,4,6,8},acesta să verifice inegalitatea $2n\leq 9$.
719.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(2,1), B(2,3) şi C(5,2). Arătaţi că triunghiul ABC este isoscel.
720.Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu aria egală cu 60 şi AC=6.. Arătaţi că lungimea laturii AB este egală cu 20.
721.Arătaţi că $\frac{1}{5}+4\cdot\left(2-\frac{4}{5}\right)=5$.
722.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=5x+2$.Arătaţi că $f(0)\cdot f(1)=14$.
723.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $5^{2x-4}=5^x$.
724. Determinaţi probabilitatea ca, alegând un număr n din mulţimea A={0,1,2,3,4,5,6,7,8,9}, acesta să verifice inegalitatea $n^2\geq 21$.
725.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(6,0) şi B(0,8). Arătaţi că perimetrul triunghiului OAB este egal cu 24.
726.Arătaţi că $(1+2\sin 30^\circ)\cdot\sin 30^\circ=1$.
727.Arătaţi că $4\cdot\left(2-\frac{4}{5}\right)+\frac{1}{5}=5$.
728.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=6x+2$.Arătaţi că $f(0)\cdot f(1)=16$.
729.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $5^{2x-3}=5^x$.

730. Determinaţi probabilitatea ca, alegând un număr n din mulţimea A={0,1,2,3,4,5,6,7,8,9}, acesta să verifice inegalitatea $n^2 \geq 23$.
731.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(0,6) şi B(8,0). Arătaţi că perimetrul triunghiului OAB este egal cu 24.
732.Arătaţi că $(1 + 2\cos 60°) \cdot \cos 60° = 1$.
733.Arătaţi că $\sqrt{3} \cdot \left(5 + 2\sqrt{3}\right) - 5\sqrt{3} + 3 = 9$.
734.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,f(x) = 4x − 4.Determinaţi numărul real m pentru care f(m) = 4.
735.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $5^{4x-1} = 5^3$.
736.Preţul unui obiect este 400 de lei.Determinaţi preţul produsului după o ieftinire cu 20%.
737.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(2,2) , B(m, 4) şi M(4,3). Determinaţi numărul real m, ştiind că punctul M este mijlocul segmentului AB.
738.Arătaţi că $2(\cos 45° - \cos 60°)(\cos 45° + \cos 60°) = \sin 30°$.
739.Arătaţi că $\sqrt{3} \cdot \left(3 + 2\sqrt{3}\right) - 3\sqrt{3} + 3 = 9$.
740.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,f(x) = 4x − 6.Determinaţi numărul real m pentru care f(m) = 2.
741.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $5^{5x-2} = 5^3$.
742.Preţul unui obiect este 300 de lei.Determinaţi preţul produsului după o ieftinire cu 20%.
743.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(2,2) , B(4, m) şi M(3,4). Determinaţi numărul real m, ştiind că punctul M este mijlocul segmentului AB.
744.Arătaţi că $2(\cos 45° + \cos 60°)(\cos 45° - \cos 60°) = \sin 30°$.
745.Arătaţi că $\frac{18}{5} \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) = 3$.
746.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,f(x) = 6x + 1.Determinaţi numărul real a pentru care f(a) = 7.
747.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{6x + 1} = 5$.
748.Determinaţi probabilitatea ca, alegând un număr n din mulţimea A={10,20,30,40,50,60,70,80,90}, acesta să fie divizibil cu 50.
749.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(3,0) , B(9,8) şi C(12,4). Arătaţi că AB=2BC.
750.Arătaţi că $1+\sin 30° = 2\cos 30° \cdot \sin 60°$.
751.Arătaţi că $\frac{18}{5} \cdot \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2}\right) = 2$.
752.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,f(x) = 3x + 1.Determinaţi numărul real a pentru care f(a) = 4.
753.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{7x + 1} = 6$.
754.Determinaţi probabilitatea ca, alegând un număr n din mulţimea A={10,20,30,40,50,60,70,80,90}, acesta să fie divizibil cu 40.
755.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(0,3) , B(8,9) şi C(4,12). Arătaţi că AB=2BC.
756.Arătaţi că $1+\cos 60° = 2\cos 30° \cdot \sin 60°$.
757.Arătaţi că $(0{,}5 + 0{,}3) \cdot 10 + 2 \cdot 0{,}5 = 9$.
758.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,f(x) = 4x − 3.Arătaţi că f(1) + f(2) = 6.
759.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_3(2x + 3) = \log_3 3$.
760.Determinaţi probabilitatea ca,alegând un număr n din mulţimea A={13,23,33,43,53,63,73,83,93}, acesta să fie divizibil cu 3.
761.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(1,4), B(2, m) şi C(3,6), unde m este număr real. Determinaţi numărul real m, ştiind că punctul B este mijlocul segmentului AC.
762.Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu BC=20 şi AB=12. Arătaţi că perimetrul triunghiului ABC este egal cu 48.
763.Arătaţi că $(0{,}3 + 0{,}5) \cdot 10 + 2 \cdot 0{,}5 = 9$.
764.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,f(x) = 5x − 4.Arătaţi că f(1) + f(2) = 7.

765.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_3(2x+1)=\log_3 3$.
766. Determinaţi probabilitatea ca,alegând un număr n din mulţimea A={14,24,34,44,54,64,74,84,94}, acesta să fie divizibil cu 3.
767.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(1,1), B(m, 2) şi C(7,3), unde m este număr real. Determinaţi numărul real m, ştiind că punctul B este mijlocul segmentului AC.
768.Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu BC=20 şi AC=12. Arătaţi că perimetrul triunghiului ABC este egal cu 48.
769.Arătaţi că $\left(\frac{1}{6}+\frac{1}{2}\right)\cdot\frac{3}{2}=1$.
770.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=2x-4$.Determinaţi numărul real a pentru care $f(a)=0$.
771.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{5x-4}=1$.
772.Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr n din mulţimea A={11,12,13,14,15,16,17,18,19,20}, acesta să aibă suma cifrelor egală cu 4.
773.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(4,3) şi B(8,6). Arătaţi că OA=AB.
774.Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu AB=8, AC=12 şi punctul M mijlocul laturii AC. Arătaţi că BM=10.
775.Arătaţi că $\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{6}\right)\cdot\frac{3}{2}=1$.
776.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=2x-10$.Determinaţi numărul real a pentru care $f(a)=0$.
777.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{6x-5}=1$.
778.Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr n din mulţimea A={11,12,13,14,15,16,17,18,19,20}, acesta să aibă suma cifrelor egală cu 5.
779.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(3,4) şi B(6,8). Arătaţi că OA=AB.
780.Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu AB=12, AC=8 şi punctul M mijlocul laturii AB. Arătaţi că CM=10.
781.Determinaţi termenul a_3 al progresiei aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$, în care $a_1=2$ şi $a_2=11$.
782.Se consideră funcţiile f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3x+2$ şi g:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=x-2$.Determinaţi numărul real a pentru care $f(a)=a+g(2)$.
783.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_2(10x-2)=3$.
784.După o ieftinire cu 35%, un produs costă 195 lei.Determinaţi preţul produsului înaite de ieftinire.
785.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(4,0) , B(3,8) , C(−1,0).Arătaţi că AC=AM, unde punctul M este mijlocul segmentului BC.
786.Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu AB=8 şi AC=6. Arătaţi că sinC=$\frac{4}{5}$.
787.Determinaţi termenul a_3 al progresiei aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$, în care $a_1=2$ şi $a_2=10$.
788.Se consideră funcţiile f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3x+4$ şi g:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=x-2$.Determinaţi numărul real a pentru care $f(a)=a+g(2)$.
789.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_3(11x-2)=2$.
790.După o ieftinire cu 35%, un produs costă 130 lei.Determinaţi preţul produsului înaite de ieftinire.
791.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(0,4) , B(8,3) , C(0, −1).Arătaţi că AC=AM, unde punctul M este mijlocul segmentului BC.
792.Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu AB=6 şi AC=8. Arătaţi că sinB=$\frac{4}{5}$.
793.Arătaţi că $\left(2+2\sqrt{3}\right)\cdot\sqrt{3}-2\sqrt{3}+6=12$.
794. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=2x+4$. Arătaţi că $f(0)+f(3)=f(5)$.

795.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{3x+1}-5=0$.
796.Preţul unui obiect este 300 de lei. Determinaţi preţul obiectului după o ieftinire cu 25%.
797.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(6,5), B(3,2) şi C(2,6). Arătaţi că triunghiul ABC este isoscel.
798.Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu AB=5 şi măsura unghiului B este egală cu $60°$. Arătaţi că BC=10.
799.Arătaţi că $\left(3+3\sqrt{2}\right)\cdot\sqrt{2}-3\sqrt{2}+6=12$.
800. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=3x+6$. Arătaţi că $f(0)+f(3)=f(5)$.
801.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{5x-1}-3=0$.
802.Preţul unui obiect este 500 de lei. Determinaţi preţul obiectului după o ieftinire cu 25%.
803.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(5,6), B(2,3) şi C(6,2). Arătaţi că triunghiul ABC este isoscel.
804.Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu AC=5 şi măsura unghiului C este egală cu $60°$. Arătaţi că BC=10.
805.Determinaţi termenul a_3 al progresiei aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$, în care $a_1=4$ şi $a_2=8$.
806.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=3x-9$.Arătaţi că $f(5)+f(4)+f(0)=0$.
807.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{11x-7}=2$.
808.După o ieftinire cu 40%, un obiect costă 24 de lei.Determinaţi preţul obiectului înainte de ieftinire.
809.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(1,0) , B(2,7) şi C(6,5). Arătaţi că AB=AC.
810.Arătaţi că $(\cos 60°+3\sin 30°)(\cos 45°)^2=1$.
811.Determinaţi termenul a_3 al progresiei aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$, în care $a_1=3$ şi $a_2=8$.
812.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=3x-11$.Arătaţi că $f(6)+f(5)+f(0)=0$.
813.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{8x-4}=2$.
814.După o ieftinire cu 40%, un obiect costă 36 de lei.Determinaţi preţul obiectului înainte de ieftinire.
815.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(0,1) , B(7,2) şi C(5,6). Arătaţi că AB=AC.
816.Arătaţi că $(\sin 30°+3\cos 60°)(\cos 45°)^2=1$.
817.Arătaţi că $\frac{1}{12}+11\cdot\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)=1$.
818.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=4x-2$.Determinaţi numărul real a pentru care $f(2)=a+f(0)$.
819.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $5^{3x}=5^{8-x}$.
820.Determinaţi probabilitatea ca, alegând un număr n din mulţimea A={0,1,2,3,4,5,6,7,8,9}, acesta să verifice inegalitatea $7n>32$.
821.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(4,6) , B(1,2) şi C(0,2). Determinaţi numărul real a pentru care AB=a·BC.
822.Se consideră triunghiul MNP, dreptunghic în M, cu MP=4·MN şi MP=12.Arătaţi că aria triunghiului MNP este egală cu 18.
823.Arătaţi că $\frac{1}{20}+19\cdot\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{5}\right)=1$.
824.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=6x-3$.Determinaţi numărul real a pentru care $f(2)=a+f(0)$.
825.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $5^{3x}=5^{4-x}$.
826.Determinaţi probabilitatea ca, alegând un număr n din mulţimea A={0,1,2,3,4,5,6,7,8,9}, acesta să verifice inegalitatea $4n>18$.

827.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(6,4) , B(2,1) şi C(2,0). Determinaţi numărul real a pentru care AB=a·BC.
828.Se consideră triunghiul MNP, dreptunghic în M, cu MN=4·MP şi MN=12.Arătaţi că aria triunghiului MNP este egală cu 18.
829.Arătaţi că $5\cdot(0,9-0,4)+0,5=3$.
830.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=6x-4$.Determinaţi numărul real m pentru care $f(m)=8$.
831.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{21-4x}=1$.
832.După o scumpire cu 70%, un obiect costă 510 de lei.Determinaţi preţul obiectului înainte de scumpire.
833.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(2,5), B(2,3) şi C(a, b), unde a şi b sunt numere reale. Determinaţi numerele reale a şi b, ştiind că punctul B este mijlocul segmentului AC.
834.Arătaţi că $5\cos60^\circ-\sin30^\circ+4(\cos30^\circ)^2=5$.
835.Arătaţi că $5\cdot(0,6-0,1)+0,5=3$.
836.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=6x-5$.Determinaţi numărul real m pentru care $f(m)=13$.
837.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{21-5x}=1$.
838.După o scumpire cu 60%, un obiect costă 480 de lei.Determinaţi preţul obiectului înainte de scumpire.
839.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(5,2), B(3,2) şi C(a, b), unde a şi b sunt numere reale. Determinaţi numerele reale a şi b, ştiind că punctul B este mijlocul segmentului AC.
840.Arătaţi că $5\sin30^\circ-\cos60^\circ+4(\sin60^\circ)^2=5$.
841.Arătaţi că $\frac{17}{6}-2\cdot\left(1-\frac{1}{12}\right)=1$.
842.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=7x+3$. Determinaţi numărul real m pentru care $f(m)=24$.
843.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $3^{2x-3}=3^{3-x}$.
844.După o ieftinire cu 85%, un obiect costă 30 de lei.Determinaţi preţul obiectului înainte de ieftinire.
845.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(6,8) , B(3,1) şi C, mijlocul lui OA. Determinaţi distanţa dintre punctele A şi C.
846.Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu AB=6·AC şi aria egală cu 27. Arătaţi că AC=3.
847.Arătaţi că $\frac{20}{7}-2\cdot\left(1-\frac{1}{14}\right)=1$.
848.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=7x+6$. Determinaţi numărul real m pentru care $f(m)=27$.
849.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $3^{2x-4}=3^{2-x}$.
850.După o ieftinire cu 75%, un obiect costă 50 de lei.Determinaţi preţul obiectului înainte de ieftinire.
851.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(8,6) , B(1,3) şi C, mijlocul lui OA. Determinaţi distanţa dintre punctele A şi C.
852.Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu AC=6·AB şi aria egală cu 27. Arătaţi că AB=3.
853.Determinaţi termenul a_3 al progresiei aritmetice $(a_n)_{n\geq1}$ în care $a_1=10$ şi $a_2=16$.
854.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=2x-2$.Arătaţi că $f(2)+f(3)-f(4)=0$.
855.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $7^{4-x}=7^{4x-1}$.
856.Determinaţi probabilitatea ca, alegând un număr n din mulţimea numerelor naturale de o cifră, acesta să verifice inegalitatea $20-2n<17$.
857.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(1,1) , M(4,2) şi B(a, b), unde a şi b sunt numere reale. Determinaţi numerele reale a şi b, ştiind că punctul M este mijlocul segmentului AB.

858.Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A,cu AC=15 şi măsura unghiului C egală cu 30°. Arătaţi că BC=$10\sqrt{3}$.
859.Determinaţi termenul a_3 al progresiei aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$ în care $a_1 = 10$ şi $a_2 = 17$.
860.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x) = 3x - 3$.Arătaţi că $f(4) - f(3) - f(2) = 0$.
861.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $7^{2-x} = 7^{4x-3}$.
862.Determinaţi probabilitatea ca, alegând un număr n din mulţimea numerelor naturale de o cifră, acesta să verifice inegalitatea $20-2n<13$.
863.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(2,2) , M(3,4) şi B(a, b), unde a şi b sunt numere reale. Determinaţi numerele reale a şi b, ştiind că punctul M este mijlocul segmentului AB.
864.Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A,cu AB=18 şi măsura unghiului B egală cu 30°. Arătaţi că BC=$12\sqrt{3}$.
865.Determinaţi termenul a_3 al progresiei aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$ în care $a_1 = 10$ şi $a_2 = 19$.
866.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x) = 3x - 3$.Arătaţi că $f(2) + f(3) - f(4) = 0$.
867.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $7^{1-x} = 7^{4x-4}$.
868.Determinaţi probabilitatea ca, alegând un număr n din mulţimea numerelor naturale de o cifră, acesta să verifice inegalitatea $20-2n<19$.
869.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(2,2) , M(4,3) şi B(a, b), unde a şi b sunt numere reale. Determinaţi numerele reale a şi b, ştiind că punctul M este mijlocul segmentului AB.
870.Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A,cu AC=18 şi măsura unghiului C egală cu 30°. Arătaţi că BC=$12\sqrt{3}$.
871.Arătaţi că $3\cdot(2,7 - 1,5) + 0,4 = 4$.
872.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x) = 2x - 4$.Determinaţi numărul real m pentru care $f(0) + f(m) = 0$.
873.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{2x + 5} = 5$.
874.Preţul unui obiect este 400 de lei.Determinaţi preţul obiectului după o scumpire cu 20%.
875.În reperul cartezian xOy se consideră punctele M(6,0) , N(9,3) şi P(0,6). Determinaţi distanţa dintre mijlocul segmentului MP şi punctul N.
876.Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu BC=8 şi 3BC=4AC.Arătaţi că AB=$2\sqrt{7}$.
877.Arătaţi că $3\cdot(2,6 - 1,4) + 0,4 = 4$.
878.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x) = 2x - 2$.Determinaţi numărul real m pentru care $f(0) + f(m) = 0$.
879.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{4x + 5} = 5$.
880.Preţul unui obiect este 500 de lei.Determinaţi preţul obiectului după o scumpire cu 20%.
881.În reperul cartezian xOy se consideră punctele M(0,6) , N(3,9) şi P(6,0). Determinaţi distanţa dintre mijlocul segmentului MP şi punctul N.
882.Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu BC=10 şi 3BC=4AB.Arătaţi că AC=$2\sqrt{7}$.
883.Arătaţi că $\frac{1}{5}\cdot\left(3+\frac{1}{3}\right)+\frac{10}{3} = 4$.
884.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x) = 2x - 6$.Determinaţi numărul real a pentru care $f(a) - f(6) = 6$.
885.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $3^{2-x} = 3^{6+x}$.
886.După o scumpire cu 20%, un obiect costă 84 de lei.Determinaţi preţul obiectului înainte de scumpire.
887.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(8,6) şi B(5,2). Arătaţi că OA=2AB.

888.Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu AC=6 și BC=8. Arătați că aria triunghiului ABC este egală cu $2\sqrt{7}$.
889.Arătați că $\frac{1}{5}\cdot\left(3+\frac{1}{3}\right)+\frac{13}{3}=5$.
890.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,f(x) $=2x-5$.Determinați numărul real a pentru care f(a) $-$ f(4) $=4$.
891.Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $3^{2-x}=3^{4+x}$.
892.După o scumpire cu 20%, un obiect costă 96 de lei.Determinați prețul obiectului înainte de scumpire.
893.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(6,8) și B(2,5). Arătați că OA=2AB.
894.Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu AB=6 și BC=8. Arătați că aria triunghiului ABC este egală cu $2\sqrt{7}$.
895.Arătați că $\left(1+\frac{1}{9}\right):2+\frac{4}{9}=1$.
896.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,f(x) $=8-4x$.Determinați numărul real a pentru care f(a) $=4\cdot$ f(1).
897.Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{5x+5}=5$.
898.Se consideră mulțimea A={41,42,43,44,45,46,47,48,49,50}. Determinați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea A, acesta să fie multiplu de 4.
899.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(0,10), B(8,2) și C, mijlocul segmentului AB. Arătați că OC=$4\sqrt{2}$.
900.Arătați că $2(\cos 30°)^2+\cos 45°\cdot\cos 45°=2$.
901.Arătați că $\left(1+\frac{1}{11}\right):2+\frac{5}{11}=1$.
902.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,f(x) $=10-5x$.Determinați numărul real a pentru care f(a) $=5\cdot$ f(1).
903.Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{4x+5}=5$.
904.Se consideră mulțimea A={31,32,33,34,35,36,37,38,39,40}. Determinați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea A, acesta să fie multiplu de 4.
905.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(10,0), B(2,8) și C, mijlocul segmentului AB. Arătați că OC=$3\sqrt{2}$.
906.Arătați că $2(\sin 60°)^2+\cos 45°\cdot\sin 45°=2$.

Matrice ,determinanţi,sisteme de ecuaţii liniare

Matrice patratice de ordin doi

Fie $A=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} x & y \\ z & t \end{pmatrix}$ şi $\alpha \in \mathbb{R}$

$\det A=\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}=ad-bc$, $\det(A \cdot B)=\det A \cdot \det B$

$A+B=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} x & y \\ z & t \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} a+x & b+y \\ c+z & d+t \end{pmatrix}$, $A-B=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}-\begin{pmatrix} x & y \\ z & t \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} a-x & b-y \\ c-z & d-t \end{pmatrix}$

$\alpha A=\alpha\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} \alpha a & \alpha b \\ \alpha c & \alpha d \end{pmatrix}$, $A \cdot B=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x & y \\ z & t \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} ax+bz & ay+bt \\ cx+dz & cy+dt \end{pmatrix}$

Sisteme liniare de două ecuaţii cu două necunoscute,regula lui Cramer

$\begin{cases} a_{11}x+a_{12}y=b_1 \\ a_{21}x+a_{22}y=b_2 \end{cases}$, $A=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$

Pentru $d=\det A=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}=a_{11}a_{22}-a_{12}a_{21} \neq 0$

$d_x=\begin{vmatrix} b_1 & a_{12} \\ b_2 & a_{22} \end{vmatrix}=b_1a_{22}-b_2a_{12}$, $d_y=\begin{vmatrix} a_{11} & b_1 \\ a_{21} & b_2 \end{vmatrix}=a_{11}b_2-a_{21}b_1$, $\begin{cases} x=\frac{d_x}{d} \\ y=\frac{d_y}{d} \end{cases}$

Matrice inversabile

Fie $A=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$

A este inversabilă $\Leftrightarrow \det A \neq 0$

$A_{11}=(-1)^{1+1} \cdot d=d$, $A_{12}=(-1)^{1+2} \cdot c=-c$, $A_{21}=(-1)^{2+1} \cdot b=-b$, $A_{22}=(-1)^{2+2} \cdot a=a$

$A^*=\begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} \\ A_{12} & A_{22} \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$, $A^{-1}=\frac{1}{\det A} \cdot A^*=\frac{1}{ad-bc} \cdot \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$

$A^{-1} \cdot A=A \cdot A^{-1}=I_2$, unde $I_2=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

Dacă A este inversabilă ,atunci

$A \cdot X=B \Leftrightarrow X=A^{-1} \cdot B$, $X \cdot A=B \Leftrightarrow X=B \cdot A^{-1}$

Matrice patratice de ordin trei

Fie $A=\begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix}$,$B=\begin{pmatrix} x & y & z \\ u & v & t \\ p & r & s \end{pmatrix}$ şi $\alpha \in \mathbb{R}$

$\det A=\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix}=aei+dhc+bfg-(gec+afh+bdi)$, $\det(A \cdot B)=\det A \cdot \det B$

$A+B=\begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} x & y & z \\ u & v & t \\ p & r & s \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} a+x & b+y & c+z \\ d+u & e+v & f+t \\ g+p & h+r & i+s \end{pmatrix}$

$A-B=\begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix}-\begin{pmatrix} x & y & z \\ u & v & t \\ p & r & s \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} a-x & b-y & c-z \\ d-u & e-v & f-t \\ g-p & h-r & i-s \end{pmatrix}$

$\alpha A=\alpha\begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} \alpha a & \alpha b & \alpha c \\ \alpha d & \alpha e & \alpha f \\ \alpha g & \alpha h & \alpha i \end{pmatrix}$

$$A\cdot B=\begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} x & y & z \\ u & v & t \\ p & r & s \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} ax+bu+cp & ay+bv+cr & az+bt+cs \\ dx+eu+fp & dy+ev+fr & dz+et+fs \\ gx+hu+ip & gy+hv+ir & gz+ht+is \end{pmatrix}$$

Sisteme liniare de trei ecuaţii cu trei necunoscute,regula lui Cramer

$$\begin{cases} a_{11}x+a_{12}y+a_{13}z=b_1 \\ a_{21}x+a_{22}y+a_{23}z=b_2 \\ a_{31}x+a_{32}y+a_{33}z=b_3 \end{cases}, A=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$$

Pentru $d=\det A=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}=$

$=a_{11}a_{22}a_{33}+a_{21}a_{32}a_{13}+a_{12}a_{23}a_{31}-(a_{13}a_{22}a_{31}+a_{21}a_{12}a_{33}+a_{11}a_{32}a_{23})\neq 0$

$$d_x=\begin{vmatrix} b_1 & a_{12} & a_{13} \\ b_2 & a_{22} & a_{23} \\ b_3 & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}=b_1a_{22}a_{33}+b_2a_{32}a_{13}+b_3a_{12}a_{23}-(b_3a_{22}a_{13}+b_1a_{32}a_{23}+b_2a_{12}a_{33})$$

$$d_y=\begin{vmatrix} a_{11} & b_1 & a_{13} \\ a_{21} & b_2 & a_{23} \\ a_{31} & b_3 & a_{33} \end{vmatrix}=a_{11}b_2a_{33}+a_{21}b_3a_{13}+a_{31}b_1a_{23}-(a_{31}b_2a_{13}+a_{21}b_1a_{33}+a_{11}b_3a_{23})$$

$$d_z=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & b_2 \\ a_{31} & a_{32} & b_3 \end{vmatrix}=a_{11}a_{22}b_3+a_{21}a_{32}b_1+a_{12}a_{31}b_2-(a_{31}a_{22}b_1+a_{11}a_{32}b_2+a_{21}a_{12}b_3)$$

$$\begin{cases} x=\frac{d_x}{d} \\ y=\frac{d_y}{d} \\ z=\frac{d_z}{d} \end{cases}$$

Matrice inversabile

Fie $A=\begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix}$

A este inversabilă $\Leftrightarrow \det A\neq 0$

$$A_{11}=(-1)^{1+1}\cdot\begin{vmatrix} e & f \\ h & i \end{vmatrix}, A_{12}=(-1)^{1+2}\cdot\begin{vmatrix} d & f \\ g & i \end{vmatrix}, A_{13}=(-1)^{1+3}\cdot\begin{vmatrix} d & e \\ g & h \end{vmatrix}$$

$$A_{21}=(-1)^{2+1}\cdot\begin{vmatrix} b & c \\ h & i \end{vmatrix}, A_{22}=(-1)^{2+2}\cdot\begin{vmatrix} a & c \\ g & i \end{vmatrix}, A_{23}=(-1)^{2+3}\cdot\begin{vmatrix} a & b \\ g & h \end{vmatrix}$$

$$A_{31}=(-1)^{3+1}\cdot\begin{vmatrix} b & c \\ e & f \end{vmatrix}, A_{32}=(-1)^{3+2}\cdot\begin{vmatrix} a & c \\ d & f \end{vmatrix}, A_{33}=(-1)^{3+3}\cdot\begin{vmatrix} a & b \\ d & e \end{vmatrix}$$

$$A^*=\begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} & A_{31} \\ A_{12} & A_{22} & A_{32} \\ A_{13} & A_{23} & A_{33} \end{pmatrix}, A^{-1}=\frac{1}{\det A}\cdot A^*$$

$A^{-1}\cdot A=A\cdot A^{-1}=I_3$, unde $I_3=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Dacă A este inversabilă ,atunci

$A\cdot X=B\Leftrightarrow X=A^{-1}\cdot B$, $X\cdot A=B\Leftrightarrow X=B\cdot A^{-1}$

Subiectul II1 (prelucrări bacalaureat)

1.Se consideră matricele $M=\begin{pmatrix}4 & -3\\ 7 & 6\end{pmatrix}$ şi $A(a)=\begin{pmatrix}a+2 & a-1\\ a+1 & a+2\end{pmatrix}$, unde a este număr real.

a)Arătaţi că $detM=45$.

b)Demonstraţi că $A(-a)+A(a)=2A(0)$, pentru orice număr real a.

c)Determinaţi numerele reale a şi b pentru care $A(a)\cdot A(b)=M$.

2.Se consideră matricele $M=\begin{pmatrix}-1 & 2\\ -6 & 3\end{pmatrix}$ şi $A(a)=\begin{pmatrix}a+2 & a+1\\ a-1 & a+2\end{pmatrix}$, unde a este număr real.

a)Arătaţi că $detM=9$.

b)Demonstraţi că $A(-a)+A(a)=2A(0)$, pentru orice număr real a.

c)Determinaţi numerele reale a şi b pentru care $A(a)\cdot A(b)=M$.

3.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}4 & 3\\ 2 & 1\end{pmatrix}$ şi $M(a)=\begin{pmatrix}1-a & -a\\ a & 1+a\end{pmatrix}$, unde a este număr real.

a)Arătaţi că $detA=-2$.

b)Demonstraţi că $M(a)\cdot M(b)=M(a+b)$, pentru orice numere reale a şi b.

c)Determinaţi matricea $X\epsilon\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $M(2)\cdot X\cdot M(1)=A$.

4.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}4 & 2\\ 3 & 1\end{pmatrix}$ şi $M(a)=\begin{pmatrix}1-a & a\\ -a & 1+a\end{pmatrix}$, unde a este număr real.

a)Arătaţi că $detA=-2$.

b)Demonstraţi că $M(a)\cdot M(b)=M(a+b)$, pentru orice numere reale a şi b.

c)Determinaţi matricea $X\epsilon\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $M(2)\cdot X\cdot M(1)=A$.

5.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}4 & 2\\ -10 & -5\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ şi $M(a)=I_2+aA$, unde a este număr real.

a)Arătaţi că $detA=0$.

b)Demonstraţi că $M(a)\cdot M(b)=M(a+b-ab)$, pentru orice numere reale a şi b.

c)Determinaţi numărul real a pentru care $M(1)+M(2)+\cdots+M(2020)=2020M(a)$.

6.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}4 & -10\\ 2 & -5\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ şi $M(a)=I_2+aA$, unde a este număr real.

a)Arătaţi că $detA=0$.

b)Demonstraţi că $M(a)\cdot M(b)=M(a+b+ab)$, pentru orice numere reale a şi b.

c)Determinaţi numărul real a pentru care $M(1)+M(2)+\cdots+M(2021)=2021M(a)$.

7.Se consideră matricele $M=\begin{pmatrix}3 & 1\\ 1 & 3\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ şi $A(a)=\begin{pmatrix}a & 4\\ 1 & 3\end{pmatrix}$, unde a este număr real.

a)Arătaţi că $detM=8$.

b)Determinaţi numărul real a pentru care $A(a)\cdot A(a)=4A(a)+I_2$.

c)Determinaţi numărul real a pentru care $det(aA(a)+M)=0$.

8.Se consideră matricele $M=\begin{pmatrix}3 & 1\\ 1 & 3\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ şi $A(a)=\begin{pmatrix}a & 1\\ 4 & 3\end{pmatrix}$, unde a este număr real.

a)Arătaţi că $detM=8$.

b)Determinaţi numărul real a pentru care $A(a)\cdot A(a)=4A(a)+I_2$.

c)Determinaţi numărul real a pentru care $det(aA(a)+M)=0$.

9.Se consideră matricea $A(x,y)=\begin{pmatrix}x & y\\ -y & x\end{pmatrix}$,unde x şi y sunt numere reale.

a)Arătaţi că $det\big(A(2,1)\big)=5$.

b)Determinaţi numărul natural n pentru care $A(n-2,0)+A(n+2,0)=A(2020,0)$.

c)Determinaţi numărul real a , ştiind că există un număr real x pentru care $A(x,2)\cdot A(x,2)=A(a,8)$.

10.Se consideră matricea $A(x,y)=\begin{pmatrix} x & -y \\ y & x \end{pmatrix}$,unde x şi y sunt numere reale.

a)Arătaţi că $\det\big(A(1,-1)\big)=2$.

b)Determinaţi numărul natural n pentru care $A(n+3,0)+A(n-3,0)=A(2022,0)$.

c)Determinaţi numărul real a , ştiind că există un număr real x pentru care $A(x,2)\cdot A(x,2)=A(a,-8)$.

11.Se consideră matricea $A(x)=\begin{pmatrix} x+2 & x+1 \\ x+1 & x+2 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.

a)Arătaţi că $\det\big(A(0)\big)=3$.

b)Demonstraţi că $A(x)\cdot A(y)=A(2xy+3x+3y+3)$, pentru orice numere reale x şi y.

c)Determinaţi numărul real a, ştiind că $A(a)=A(x)\cdot A\left(-\frac{3}{2}\right)\cdot A(y)$, pentru orice numere reale x şi y.

12.Se consideră matricea $A(x)=\begin{pmatrix} x+3 & x+2 \\ x+2 & x+3 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.

a)Arătaţi că $\det\big(A(0)\big)=5$.

b)Demonstraţi că $A(x)\cdot A(y)=A(2xy+5x+5y+10)$, pentru orice numere reale x şi y.

c)Determinaţi numărul real a, ştiind că $A(a)=A(x)\cdot A\left(-\frac{5}{2}\right)\cdot A(y)$, pentru orice numere reale x şi y.

13.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix} 8 & 1 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$ şi $M(a)=\begin{pmatrix} a+1 & 1 \\ 4 & a-2 \end{pmatrix}$, unde a este număr real.

a)Arătaţi că $\det A=36$.

b)Determinaţi valorile reale ale lui a pentru care matricea $M(a)$ este inversabilă.

c)Determinaţi numerele reale x şi y pentru care $M(x)\cdot M(y)=A$.

14.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 1 & 8 \end{pmatrix}$ şi $M(a)=\begin{pmatrix} a-1 & 4 \\ 1 & a+2 \end{pmatrix}$, unde a este număr real.

a)Arătaţi că $\det A=36$.

b)Determinaţi valorile reale ale lui a pentru care matricea $M(a)$ este inversabilă.

c)Determinaţi numerele reale x şi y pentru care $M(x)\cdot M(y)=A$.

15.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ şi $B(x)=\begin{pmatrix} 1 & x \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.

a)Arătaţi că $\det A=5$.

b)Arătaţi că, dacă $A+B(x)=3I_2$, atunci $A\cdot B(x)=5I_2$.

c)Determinaţi numerele reale x pentru care $\det(B(x)\cdot B(x)-I_2)=0$.

16.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ şi $B(x)=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ x & 2 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.

a)Arătaţi că $\det A=5$.

b)Arătaţi că, dacă $A+B(x)=3I_2$, atunci $A\cdot B(x)=5I_2$.

c)Determinaţi numerele reale x pentru care $\det(B(x)\cdot B(x)-I_2)=0$.

17.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix} 6 & 2 \\ -5 & 1 \end{pmatrix}$ şi $B=\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$ şi $I_2=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

a)Arătaţi că $\det A=16$.

b)Determinaţi numărul real a pentru care $A\cdot B=aI_2$.

c)Demonstraţi că $\det\left(xA+\frac{1}{x}B\right)\geq 49$, pentru orice număr real nenul x.

18.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix} 6 & -5 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ şi $B=\begin{pmatrix} 1 & 5 \\ -2 & 6 \end{pmatrix}$ şi $I_2=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

a)Arătaţi că $\det A=16$.

b)Determinaţi numărul real a pentru care $A\cdot B=aI_2$.

c)Demonstraţi că $\det\left(xA+\frac{1}{x}B\right)\geq 49$, pentru orice număr real nenul x.

19.Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $A(x)=\begin{pmatrix}2 & -1\\ 1 & x\end{pmatrix}$, unde x este număr real.

a)Arătaţi că $\det(A(2))=5$.

b)Determinaţi numerele reale x şi y pentru care $A(x)\cdot A(y)=3I_2$.

c)Determinaţi numărul întreg p pentru care $\det(A(p)\cdot A(p)+I_2)=5$.

20.Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $A(x)=\begin{pmatrix}2 & 1\\ -1 & x\end{pmatrix}$, unde x este număr real.

a)Arătaţi că $\det(A(2))=5$.

b)Determinaţi numerele reale x şi y pentru care $A(x)\cdot A(y)=3I_2$.

c)Determinaţi numărul întreg p pentru care $\det(A(p)\cdot A(p)+I_2)=5$.

21.Se consideră matricea $A(m)=\begin{pmatrix}m+1 & m\\ 2 & 1\end{pmatrix}$,unde m este număr real.

a)Arătaţi că $\det(A(0))=1$.

b)Demonstraţi că $A(m)+A(-m)=2A(0)$, pentru orice număr real m.

c)Determinaţi matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $A(2)\cdot X=A(5)$.

22.Se consideră matricea $A(m)=\begin{pmatrix}m+1 & 2\\ m & 1\end{pmatrix}$,unde m este număr real.

a)Arătaţi că $\det(A(0))=1$.

b)Demonstraţi că $A(m)+A(-m)=2A(0)$, pentru orice număr real m.

c)Determinaţi matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $A(2)\cdot X=A(5)$.

23.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}5 & 2\\ 7 & 3\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}3 & -2\\ -7 & 5\end{pmatrix}$ și $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

a)Arătaţi că $5A-3B=8\begin{pmatrix}2 & 2\\ 7 & 0\end{pmatrix}$.

b)Demonstraţi că matricea B este inversa matricei A.

c)Determinaţi numerele reale x şi y, ştiind că $8A-xA\cdot A=xI_2$.

24.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}3 & 7\\ 2 & 5\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}5 & -7\\ -2 & 3\end{pmatrix}$ și $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

a)Arătaţi că $5A-3B=8\begin{pmatrix}0 & 7\\ 2 & 2\end{pmatrix}$.

b)Demonstraţi că matricea B este inversa matricei A.

c)Determinaţi numerele reale x şi y, ştiind că$8A-xA\cdot A=xI_2$.

25.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 4\\ 4 & -5\end{pmatrix}$ și $B=\begin{pmatrix}3 & 3\\ 3 & 3\end{pmatrix}$.

a)Arătaţi că $\det A=-21$.

b)Arătaţi că $A\cdot B-B\cdot A=\begin{pmatrix}0 & 18\\ -18 & 0\end{pmatrix}$.

c)Determinaţi numerele reale x pentru care $\det(B\cdot B-xI_2)=0$,unde $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

26.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 6\\ 6 & -7\end{pmatrix}$ și $B=\begin{pmatrix}2 & 2\\ 2 & 2\end{pmatrix}$.

a)Arătaţi că $\det A=-43$.

b)Arătaţi că $A\cdot B-B\cdot A=\begin{pmatrix}0 & 16\\ -16 & 0\end{pmatrix}$.

c)Determinaţi numerele reale x pentru care $\det(B\cdot B+xI_2)=0$,unde $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

27.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 3\\ 3 & 1\end{pmatrix}$ și $B=\begin{pmatrix}0 & 3\\ 3 & x\end{pmatrix}$, unde x este număr real.

a)Arătaţi că $\det A=-8$.

b)Arătaţi că $A\cdot A-2A=8I_2$,unde $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

c)Demonstraţi că $\det(A\cdot B-B\cdot A)\geq 0$, pentru orice număr real x.

28.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 2 & 1\end{pmatrix}$ şi $B=\begin{pmatrix}x & 4\\ 4 & 0\end{pmatrix}$, unde x este număr real.

a)Arătaţi că $\det A=-3$.

b)Arătaţi că $A\cdot A-2A=3I_2$,unde $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

c)Demonstraţi că $\det(A\cdot B-B\cdot A)\geq 0$, pentru orice număr real x.

29.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}3 & 2\\ 2 & 3\end{pmatrix}$ şi $B=\begin{pmatrix}a & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}$,unde a este număr real.

a)Arătaţi că $\det A=5$.

b)Determinaţi numărul real a pentru care $B\cdot B=2B$.

c)Arătaţi că $\det(A\cdot B-B\cdot A)\geq 0$, pentru orice număr real a.

30.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}4 & 3\\ 3 & 4\end{pmatrix}$ şi $B=\begin{pmatrix}2 & 2\\ 2 & a\end{pmatrix}$,unde a este număr real.

a)Arătaţi că $\det A=7$.

b)Determinaţi numărul real a pentru care $B\cdot B=4B$.

c)Arătaţi că $\det(A\cdot B-B\cdot A)\geq 0$, pentru orice număr real a.

31.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 3\\ 0 & 3\end{pmatrix}$ şi $B=\begin{pmatrix}-1 & -3\\ 3 & 0\end{pmatrix}$.

a)Arătaţi că $\det A=3$.

b)Arătaţi că $(A+B)(B-A)=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 3 & -27\end{pmatrix}$.

c)Determinaţi matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, ştiind că $A\cdot X=B$.

32.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}2 & 3\\ 0 & 3\end{pmatrix}$ şi $B=\begin{pmatrix}-2 & -3\\ 3 & 0\end{pmatrix}$.

a)Arătaţi că $\det A=6$.

b)Arătaţi că $(A-B)(B+A)=\begin{pmatrix}27 & 27\\ 9 & 9\end{pmatrix}$.

c)Determinaţi matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, ştiind că $A\cdot X=B$.

33.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}8 & 2\\ 4 & 1\end{pmatrix}$,$B=\begin{pmatrix}1 & 4\\ 2 & 8\end{pmatrix}$ şi $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

a)Calculaţi $\det A$.

b)Arătaţi că $9(A+B)-(A\cdot B+B\cdot A)=45I_2$.

c)Determinaţi numerele reale x, pentru care $\det(A+xI_2)=0$.

34.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 3\\ 6 & 9\end{pmatrix}$,$B=\begin{pmatrix}9 & 6\\ 3 & 1\end{pmatrix}$ şi $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

a)Calculaţi $\det A$.

b)Arătaţi că $10(A+B)-(A\cdot B+B\cdot A)=37I_2$.

c)Determinaţi numerele reale x, pentru care $\det(A-xI_2)=0$.

35.Se consideră matricea $A(x)=\begin{pmatrix}x & 3\\ x & x\end{pmatrix}$, unde x este număr real.

a)Arătaţi că $\det\big(A(4)\big)=4$.

b)Arătaţi că $A(2017+x)+A(2017-x)=2A(2017)$, pentru orice număr real x.

c)Determinaţi numerele reale m pentru care $\det\big(A(3)+mA(1)\big)=0$.

36.Se consideră matricea $A(x)=\begin{pmatrix}x & x\\ 4 & x\end{pmatrix}$, unde x este număr real.

a)Arătaţi că $\det\big(A(5)\big)=5$.

b)Arătaţi că $A(2019+x)+A(2019-x)=2A(2019)$, pentru orice număr real x.
c)Determinaţi numerele reale m pentru care $\det(A(4)+mA(1))=0$.

37.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 3\\ 1 & 1\end{pmatrix}$ şi $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.
a)Arătaţi că $\det A=-2$.
b)Arătaţi că $A\cdot A-2A=2I_2$.
c)Determinaţi numărul real x,pentru care $A\cdot B=2I_2$, unde $B=\begin{pmatrix}-1 & x\\ x-2 & -1\end{pmatrix}$.

38.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 4 & 1\end{pmatrix}$ şi $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.
a)Arătaţi că $\det A=-3$.
b)Arătaţi că $A\cdot A-2A=3I_2$.
c)Determinaţi numărul real x,pentru care $A\cdot B=3I_2$, unde $B=\begin{pmatrix}-1 & x-3\\ x & -1\end{pmatrix}$.

39.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 0\\ -3 & 1\end{pmatrix}$ şi $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.
a)Arătaţi că $\det A=1$.
b)Arătaţi că $A\cdot A+I_2=2A$.
c)Determinaţi numerele reale a,b şi c, pentru care $A\cdot\begin{pmatrix}a-1 & b\\ c+2 & 1\end{pmatrix}=I_2$.

40.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & -3\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ şi $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.
a)Arătaţi că $\det A=1$.
b)Arătaţi că $A\cdot A+I_2=2A$.
c)Determinaţi numerele reale a,b şi c, pentru care $A\cdot\begin{pmatrix}a-3 & b+1\\ c & 1\end{pmatrix}=I_2$.

41.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}3 & 4\\ 4 & 3\end{pmatrix}$ şi $B=\begin{pmatrix}x & 2\\ 2 & x\end{pmatrix}$, unde x este număr real.
a)Arătaţi că $\det A=-7$.
b)Arătaţi că $A\cdot B=B\cdot A$, pentru orice număr real x.
c)Determinaţi numărul real x, pentru care $A\cdot A-4(A+B)=I_2$, unde $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

42.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}2 & 5\\ 5 & 2\end{pmatrix}$ şi $B=\begin{pmatrix}x & 5\\ 5 & x\end{pmatrix}$, unde x este număr real.
a)Arătaţi că $\det A=-21$.
b)Arătaţi că $A\cdot B=B\cdot A$, pentru orice număr real x.
c)Determinaţi numărul real x, pentru care $A\cdot A-2(A+B)=I_2$, unde $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

43.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}2 & 2\\ -2 & 0\end{pmatrix}$ şi $B=\begin{pmatrix}0 & -2\\ 2 & 2\end{pmatrix}$.
a)Arătaţi că $\det A=4$.
b)Arătaţi că $B\cdot B+2A=O_2$, unde $O_2=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$.
c)Determinaţi numerele reale x şi y, pentru care $A+B=\begin{pmatrix}2^x & 0\\ 0 & 4^y\end{pmatrix}$.

44.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & -1\\ 1 & 0\end{pmatrix}$ şi $B=\begin{pmatrix}0 & 1\\ -1 & 1\end{pmatrix}$.
a)Arătaţi că $\det A=1$.
b)Arătaţi că $B\cdot B+A=O_2$, unde $O_2=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$.

c)Determinaţi numerele reale x şi y, pentru care $A+B=\begin{pmatrix} 3^x & 0 \\ 0 & 9^y \end{pmatrix}$.

45.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$ şi $B=\begin{pmatrix} 1 & x \\ -1 & y \end{pmatrix}$, unde x şi y sunt numere reale.

a)Arătaţi că $detA=6$.
b)Arătaţi că $\det(3B-A)=0$, pentru orice numere reale x şi y.
c)Determinaţi numerele reale x şi y, pentru care $A\cdot B=B\cdot A$.

46.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix} 4 & -4 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ şi $B=\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ x & y \end{pmatrix}$, unde x şi y sunt numere reale.

a)Arătaţi că $detA=8$.
b)Arătaţi că $\det(4B-A)=0$, pentru orice numere reale x şi y.
c)Determinaţi numerele reale x şi y, pentru care $A\cdot B=B\cdot A$.

47.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix} -2 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ şi $I_2=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

a)Arătaţi că $detA=0$.
b)Verificaţi dacă $A\cdot(A+2I_2)=O_2$, unde $O_2=\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.
c)Determinaţi numerele reale m pentru care $detB=0$, unde $B=A\cdot A+mI_2$.

48.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$ şi $I_2=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

a)Arătaţi că $detA=0$.
b)Verificaţi dacă $A\cdot(A+3I_2)=O_2$, unde $O_2=\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.
c)Determinaţi numerele reale m pentru care $detB=0$, unde $B=A\cdot A-mI_2$.

49.Se consideră matricea $A=\begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

a)Calculaţi detA.
b)Arătaţi că $(A-I_3)(A-I_3)(A-I_3)=O_3$, unde $I_3=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ şi $O_3=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.
c)Rezolvaţi ecuaţia matriceală $AX=\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$, unde $X=\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}\in\mathcal{M}_{3,1}(\mathbb{R})$.

50.Se consideră matricea $A=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 0 \\ 4 & 2 & 1 \end{pmatrix}$.

a)Calculaţi detA.
b)Arătaţi că $(A-I_3)(A-I_3)(A-I_3)=O_3$, unde $I_3=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ şi $O_3=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.
c)Rezolvaţi ecuaţia matriceală $AX=\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, unde $X=\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}\in\mathcal{M}_{3,1}(\mathbb{R})$.

51.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$,$B=\begin{pmatrix} -4 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$ şi $C(x)=\begin{pmatrix} x & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.

a)Arătaţi că $detA=-5$.
b)Arătaţi că $\det\big(A+C(-1)\big)=detB$.
c)Determinaţi numărul real x pentru care $C(x)\cdot A-A\cdot C(x)=-B$.

52.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 4\\ 3 & 1\end{pmatrix}$,$B=\begin{pmatrix}-6 & 0\\ 0 & 6\end{pmatrix}$ și $C(x)=\begin{pmatrix}x & 2\\ 3 & 4\end{pmatrix}$, unde x este număr real.

a)Arătaţi că $detA=-11$.

b)Arătaţi că $\det\big(A+C(-1)\big)=detB$.

c)Determinaţi numărul real x pentru care $C(x)\cdot A-A\cdot C(x)=B$.

53.Se consideră matricele $M=\begin{pmatrix}-4 & 4\\ -1 & -1\end{pmatrix}$ și $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

a)Arătaţi că $detM=8$.

b)Arătaţi că $M\cdot M+5M+8I_2=O_2$, unde $O_2=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$.

c)Determinaţi numerele reale a și b astfel încât $M\cdot M\cdot M=aM+bI_2$.

54.Se consideră matricele $M=\begin{pmatrix}-3 & -1\\ 3 & -1\end{pmatrix}$ și $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

a)Arătaţi că $detM=6$.

b)Arătaţi că $M\cdot M+4M+6I_2=O_2$, unde $O_2=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$.

c)Determinaţi numerele reale a şi b astfel încât $M\cdot M\cdot M=aM-bI_2$.

55.Se consideră matricea $A=\begin{pmatrix}2 & 2\\ 1 & 1\end{pmatrix}$.

a)Arătaţi că $detA=0$.

b)Determinaţi numărul real x pentru care $A\cdot A=xA$.

c)Arătaţi că $\det(A+I_2)+\det(A-I_2)=2$, unde $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

56.Se consideră matricea $A=\begin{pmatrix}5 & 1\\ 5 & 1\end{pmatrix}$.

a)Arătaţi că $detA=0$.

b)Determinaţi numărul real x pentru care $A\cdot A=xA$.

c)Arătaţi că $\det(A+I_2)+\det(A-I_2)=2$, unde $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

57.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}4 & 2\\ 3 & 1\end{pmatrix}$,$B=\begin{pmatrix}1 & 3\\ 2 & 4\end{pmatrix}$ și $C=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}$.

a)Arătaţi că $detA=-2$.

b)Arătaţi că $A+B=5C$.

c)Demonstraţi că $AB+BA+4I_2=25C$, unde $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

58.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}4 & 3\\ 2 & 1\end{pmatrix}$,$B=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{pmatrix}$ și $C=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}$.

a)Arătaţi că $detA=-2$.

b)Arătaţi că $A+B=5C$.

c)Demonstraţi că $AB+BA+4I_2=25C$, unde $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

59.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}-3 & -2\\ 5 & 3\end{pmatrix}$ și $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

a)Arătaţi că $detA=1$.

b)Arătaţi că $A\cdot A+I_2=O_2$, unde $O_2=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$.

c)Demonstraţi că $\det(A-aI_2)\geq 1$, pentru orice număr real a.

60.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}3 & 2\\ -5 & -3\end{pmatrix}$ și $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

a)Arătaţi că $detA=1$.

b)Arătaţi că $A\cdot A+I_2 = O_2$, unde $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

c)Demonstraţi că $\det(A - aI_2) \geq 1$, pentru orice număr real a.

61.Se consideră matricea $A=\begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

a)Calculaţi detA.

b)Determinaţi numerele reale p pentru care $A\cdot A=pA$.

c)Determinaţi matricele $B=\begin{pmatrix} 0 & b \\ b & 0 \end{pmatrix}$, ştiind că $\det(A + B) = 0$, unde b este un număr real.

62.Se consideră matricea $A=\begin{pmatrix} -2 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$.

a)Calculaţi detA.

b)Determinaţi numerele reale p pentru care $A\cdot A=pA$.

c)Determinaţi matricele $B=\begin{pmatrix} 0 & b \\ b & 0 \end{pmatrix}$, ştiind că $\det(A - B) = 0$, unde b este un număr real.

63.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix} 2 & 6 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ şi $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

a)Calculaţi detA.

b)Determinaţi numărul real x, ştiind că $A\cdot A=xA$.

c)Determinaţi numerele reale a pentru care $\det(A + aI_2) = 0$.

64.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix} 4 & 8 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ şi $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

a)Calculaţi detA.

b)Determinaţi numărul real x, ştiind că $A\cdot A=xA$.

c)Determinaţi numerele reale a pentru care $\det(A - aI_2) = 0$.

65.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix} a & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ şi $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$, unde a este număr întreg.

a)Arătaţi că $detB=-1$.

b)Arătaţi că $detA\neq 0$ pentru orice număr întreg a.

c)Determinaţi numărul întreg a ştiind că inversa matricei A are toate elementele numere întregi.

66.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 8 & a \end{pmatrix}$ şi $B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 8 & 1 \end{pmatrix}$, unde a este număr întreg.

a)Arătaţi că $detB=-5$.

b)Arătaţi că $detA\neq 0$ pentru orice număr întreg a.

c)Determinaţi numărul întreg a ştiind că inversa matricei A are toate elementele numere întregi.

67.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$,$B=\begin{pmatrix} b & b \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ şi $C=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, unde b este număr real.

a)Arătaţi că $detA=-4$.

b)Determinaţi numărul real b pentru care $A+B=AB+C$.

c)Arătaţi că $\det(B + 4C) = detB - detA$ pentru orice număr real b.

68.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$,$B=\begin{pmatrix} b & b \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ şi $C=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, unde b este număr real.

a)Arătaţi că $detA=-5$.

b)Determinaţi numărul real b pentru care $A+B=AB+C$.

c)Arătaţi că $\det(B + 5C) = detB - detA$ pentru orice număr real b.

69.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix} 9 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ şi $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

a)Arătaţi că $detA=0$.

b)Arătaţi că $A\cdot A=10A$.

c)Determinaţi numerele reale x şi y pentru care $A+\begin{pmatrix}-8 & y\\ y & x\end{pmatrix}=I_2$.

70.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 5\\ 5 & 25\end{pmatrix}$ şi $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

a)Arătaţi că detA=0.

b)Arătaţi că A·A=26A.

c)Determinaţi numerele reale x şi y pentru care $A+\begin{pmatrix}x & y\\ y & -24\end{pmatrix}=I_2$.

71.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}2 & 8\\ 1 & 4\end{pmatrix}$,$B=\begin{pmatrix}-2 & 2\\ -1 & 1\end{pmatrix}$ şi $C=\begin{pmatrix}4 & x\\ 2 & 3\end{pmatrix}$, unde x este număr real.

a)Arătaţi că detA=0.

b)Determinaţi numărul real x ştiind că B+C=A.

c)Arătaţi că B·B+B=O_2, unde $O_2=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$.

72.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}4 & 8\\ 1 & 2\end{pmatrix}$,$B=\begin{pmatrix}1 & 3\\ -1 & -3\end{pmatrix}$ şi $C=\begin{pmatrix}3 & x\\ 2 & 5\end{pmatrix}$, unde x este număr real.

a)Arătaţi că detA=0.

b)Determinaţi numărul real x ştiind că B+C=A.

c)Arătaţi că B·B+2B=O_2, unde $O_2=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$.

73.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}-2 & 1\\ -5 & 3\end{pmatrix}$,$B=\begin{pmatrix}-3 & 1\\ -5 & 2\end{pmatrix}$ şi $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

a)Arătaţi că detA=-1.

b)Arătaţi că 2A·B$-$B·A=I_2.

c)Determinaţi numărul real x ştiind că A·A$-$xA=I_2.

74.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}-3 & -1\\ 5 & 2\end{pmatrix}$,$B=\begin{pmatrix}-2 & -1\\ 5 & 3\end{pmatrix}$ şi $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

a)Arătaţi că detA=-1.

b)Arătaţi că 2A·B$-$B·A=I_2.

c)Determinaţi numărul real x ştiind că A·A+xA=I_2.

75.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}-2 & 1\\ 2 & -3\end{pmatrix}$ şi $B=\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix}$.

a)Calculaţi detA.

b)Arătaţi că B·A$-$A·B=$\begin{pmatrix}1 & -1\\ 1 & -1\end{pmatrix}$.

c)Determinaţi numerele reale x pentru care $\det(A+xB)=0$.

76.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}-2 & 2\\ 1 & -3\end{pmatrix}$ şi $B=\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix}$.

a)Calculaţi detA.

b)Arătaţi că A·B$-$B·A=$\begin{pmatrix}1 & 1\\ -1 & -1\end{pmatrix}$.

c)Determinaţi numerele reale x pentru care $\det(A-xB)=0$.

77.Se consideră matricea $A=\begin{pmatrix}1 & 1 & 1\\ 1 & 9 & 3\\ 1 & 4 & 2\end{pmatrix}$.

a)Calculaţi detA.

b)Determinaţi numărul real m pentru care matricele A+mI_3 şi $\begin{pmatrix}0 & 1 & 1\\ 1 & 8 & 3\\ 1 & 4 & 1\end{pmatrix}$ sunt egale,

unde $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

c)Rezolvaţi ecuaţia matriceală $AX=\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$, unde $X=\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_{3,1}(\mathbb{R})$.

78.Se consideră matricea $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 9 & 4 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$.

a)Calculaţi detA.

b)Determinaţi numărul real m pentru care matricele $A+mI_3$ şi $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 8 & 4 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$ sunt egale,

unde $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

c)Rezolvaţi ecuaţia matriceală $AX=\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$, unde $X=\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_{3,1}(\mathbb{R})$.

79.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix} -3 & 4 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$, $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ și $B=\begin{pmatrix} 3 & m \\ m & m+1 \end{pmatrix}$, unde m este număr real.

a)Calculaţi detA.

b)Pentru $m=-4$, arătaţi că $A+B=O_2$.

c)Determinaţi numărul real m pentru care $A\cdot B=\begin{pmatrix} -1 & 6 \\ 18 & 17 \end{pmatrix}$.

80.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$, $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ și $B=\begin{pmatrix} 1 & m \\ m & m+2 \end{pmatrix}$, unde m este număr real.

a)Calculaţi detA.

b)Pentru $m=-3$, arătaţi că $A+B=O_2$.

c)Determinaţi numărul real m pentru care $A\cdot B=\begin{pmatrix} 8 & 12 \\ 6 & 14 \end{pmatrix}$.

81.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix} 3 & -3 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $B=\begin{pmatrix} b & 1 \\ 0 & b \end{pmatrix}$, unde b este număr real.

a)Calculaţi detA.

b)Determinaţi numărul real b pentru care $A\cdot B=3I_2$.

c)Determinaţi numărul real b pentru care $\det(A+B)=0$.

82.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $B=\begin{pmatrix} b & 0 \\ 1 & b \end{pmatrix}$, unde b este număr real.

a)Calculaţi detA.

b)Determinaţi numărul real b pentru care $A\cdot B=4I_2$.

c)Determinaţi numărul real b pentru care $\det(A+B)=0$.

83.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $B=\begin{pmatrix} x & -1 \\ 0 & x \end{pmatrix}$, unde x este număr real.

a)Calculaţi detA.

b)Pentru $x=0$ arătaţi că $A-B=2I_2$.

c)Determinaţi numărul real x pentru care $\det(A+B)=0$.

84.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $B=\begin{pmatrix} x & 0 \\ -2 & x \end{pmatrix}$, unde x este număr real.

a)Calculaţi detA.

b)Pentru $x=1$ arătaţi că $A-B=I_2$.

c)Determinaţi numărul real x pentru care $\det(A+B)=0$.

85.Pentru fiecare număr real a se consideră matricea $M(a)=\begin{pmatrix}0 & 2a\\ 2a & 0\end{pmatrix}$.

a)Arătaţi că $M\left(\frac{1}{2}\right)+M\left(-\frac{1}{2}\right)=M(0)$.

b)Determinaţi numărul real a pentru care $\det M(a)=0$.

c)Determinaţi matricea $M(-2)+M(-1)+M(0)+M(1)+M(2)$.

86.Pentru fiecare număr real a se consideră matricea $M(a)=\begin{pmatrix}4a & 0\\ 0 & 4a\end{pmatrix}$.

a)Arătaţi că $M\left(\frac{1}{4}\right)+M\left(-\frac{1}{4}\right)=M(0)$.

b)Determinaţi numărul real a pentru care $\det M(a)=0$.

c)Determinaţi matricea $M(-2)+M(-1)+M(0)+M(1)+M(2)$.

87.Se consideră matricea $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 2 & 0\end{pmatrix}$.

a)Calculaţi detA.

b)Determinaţi numărul real x pentru care $A\cdot A-xI_2=A$, unde $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

c)Determinaţi matricele $M=\begin{pmatrix}m+1 & m\\ m & 1\end{pmatrix}$, ştiind că $\det(M+A)=0$, unde m este număr real.

88.Se consideră matricea $A=\begin{pmatrix}0 & 3\\ 3 & 1\end{pmatrix}$.

a)Calculaţi detA.

b)Determinaţi numărul real x pentru care $A\cdot A-xI_2=A$, unde $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

c)Determinaţi matricele $M=\begin{pmatrix}1 & m\\ m & m+4\end{pmatrix}$, ştiind că $\det(M+A)=0$, unde m este număr real.

89.Pentru fiecare număr real x se consideră matricea $A(x)=\begin{pmatrix}-1 & 3 & x\\ 3 & -1 & x\\ x & x & 3\end{pmatrix}$ şi se notează determinantul ei cu $\Delta(x)$.

a)Calculaţi $\Delta(2)$.

b)Arătaţi că $\Delta(x)=8(x^2-3)$, pentru orice număr real x.

c)Determinaţi inversa matricei $A(0)$.

90.Pentru fiecare număr real x se consideră matricea $A(x)=\begin{pmatrix}3 & x & x\\ x & -1 & 3\\ x & 3 & -1\end{pmatrix}$ şi se notează determinantul ei cu $\Delta(x)$.

a)Calculaţi $\Delta(3)$.

b)Arătaţi că $\Delta(x)=8(x^2-3)$, pentru orice număr real x.

c)Determinaţi inversa matricei $A(2)$.

91.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}-2 & 0\\ 24 & -2\end{pmatrix}$ şi $B(x)=\begin{pmatrix}x & 0\\ -4x & x\end{pmatrix}$, unde x este număr real.

a)Arătaţi că $\det A=4$.

b)Determinaţi numărul real x pentru care $B(x)\cdot B(-x)+B(x)=A$.

c)Rezolvaţi în $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ ecuaţia $B(1)\cdot X=A$.

92.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}-2 & 30\\ 0 & -2\end{pmatrix}$ şi $B(x)=\begin{pmatrix}x & -5x\\ 0 & x\end{pmatrix}$, unde x este număr real.

a)Arătaţi că $\det A=4$.

b)Determinaţi numărul real x pentru care $B(x)\cdot B(-x)+B(x)=A$.

c)Rezolvaţi în $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ ecuaţia $B(1)\cdot X = A$.

93.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix} 1 & 8 \\ -1 & -5 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ şi $O_2=\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

a)Arătaţi că $detA=3$.

b)Arătaţi că $B\cdot A+B=O_2$.

c)Determinaţi numerele naturale n pentru care $det(B+nA) = detB + ndetA$.

94.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ şi $O_2=\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

a)Arătaţi că $detA=1$.

b)Arătaţi că $B\cdot A+B=O_2$.

c)Determinaţi numerele naturale n pentru care $det(B+nA) = detB + ndetA$.

95.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

a)Arătaţi că $detA=3$.

b)Arătaţi că $4A-A\cdot A=3I_2$.

c)Determinaţi numărul real x pentru care $(xA-I_2)(xA-I_2) = 6A-2I_2$.

96.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

a)Arătaţi că $detA=4$.

b)Arătaţi că $5A-A\cdot A=4I_2$.

c)Determinaţi numărul real x pentru care $(xA-I_2)(xA-I_2) = 7A-3I_2$.

97.Se consideră matricea $A(a)=\begin{pmatrix} a-2 & 1 \\ 1 & a+2 \end{pmatrix}$, unde a este număr real.

a)Arătaţi că $det\big(A(0)\big)=-5$.

b)Arătaţi că $A(a)\cdot A(-a) = (5-a^2)I_2$, pentru orice număr real a, unde $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

c)Determinaţi matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, ştiind că $A(1)\cdot X = A(3)$.

98.Se consideră matricea $A(a)=\begin{pmatrix} a+2 & 1 \\ 1 & a-2 \end{pmatrix}$, unde a este număr real.

a)Arătaţi că $det\big(A(0)\big)=-5$.

b)Arătaţi că $A(a)\cdot A(-a) = (5-a^2)I_2$, pentru orice număr real a, unde $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

c)Determinaţi matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, ştiind că $A(1)\cdot X = A(3)$.

99.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$ şi $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

a)Arătaţi că $detA = -1$.

b)Arătaţi că $A\cdot A-4A=I_2$.

c)Se consideră matricea $X=\begin{pmatrix} 1 & y \\ x & 1 \end{pmatrix}$, unde x şi y sunt numere reale.Determinaţi numerele reale x şi y pentru care $A\cdot X-X\cdot A=\begin{pmatrix} 6 & 4 \\ -4 & -6 \end{pmatrix}$.

100.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ şi $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

a)Arătaţi că $detA = -1$.

b)Arătaţi că $A\cdot A-4A=I_2$.

c)Se consideră matricea $X=\begin{pmatrix} 1 & x \\ y & 1 \end{pmatrix}$, unde x şi y sunt numere reale.Determinaţi numerele reale x şi y pentru care $A\cdot X-X\cdot A=\begin{pmatrix} -6 & 4 \\ -4 & 6 \end{pmatrix}$.

101.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ -2 & 3\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1 & 3\\ -3 & 4\end{pmatrix}$ și $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

a)Arătaţi că $\det A=7$.

b)Arătaţi că $2B+I_2=3A$.

c)Determinaţi matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $A\cdot X-B\cdot X=I_2-X$.

102.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & -2\\ 2 & 3\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1 & -3\\ 3 & 4\end{pmatrix}$ și $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

a)Arătaţi că $\det A=7$.

b)Arătaţi că $2B+I_2=3A$.

c)Determinaţi matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $A\cdot X-B\cdot X=I_2-X$.

103.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ -3 & 4\end{pmatrix}$ și $B(x)=\begin{pmatrix}x & -1\\ 1 & x\end{pmatrix}$, unde x este un număr real.

a)Arătaţi că $\det A=10$.

b)Arătaţi că $2B(5)+B(-1)=3B(3)$.

c)Determinaţi numărul întreg x pentru care $\det\big(A\cdot B(x)-B(4x)\big)=0$.

104.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & -3\\ 2 & 4\end{pmatrix}$ și $B(x)=\begin{pmatrix}x & 1\\ -1 & x\end{pmatrix}$, unde x este un număr real.

a)Arătaţi că $\det A=10$.

b)Arătaţi că $2B(5)+B(-1)=3B(3)$.

c)Determinaţi numărul întreg x pentru care $\det\big(A\cdot B(x)-B(4x)\big)=0$.

105.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}13 & -4\\ -1 & 1\end{pmatrix}$ și $B(x)=\begin{pmatrix}x & -4x\\ 1 & -1\end{pmatrix}$, unde x este un număr real.

a)Arătaţi că $\det A=9$.

b)Arătaţi că $3B(2)+B(6)=4B(3)$.

c)Determinaţi numărul întreg x pentru care $\big(B(-x)-B(x)\big)\cdot\big(B(-x)+B(x)\big)=A+B(3)$.

106.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}17 & -5\\ -1 & 1\end{pmatrix}$ și $B(x)=\begin{pmatrix}x & -5x\\ 1 & -1\end{pmatrix}$, unde x este un număr real.

a)Arătaţi că $\det A=12$.

b)Arătaţi că $3B(2)+B(6)=4B(3)$.

c)Determinaţi numărul întreg x pentru care $\big(B(-x)-B(x)\big)\cdot\big(B(-x)+B(x)\big)=A+B(3)$.

107.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 3\\ 2 & 4\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}-2 & 3\\ 2 & 1\end{pmatrix}$ și $C=\begin{pmatrix}-1 & 3\\ 2 & 2\end{pmatrix}$.

a)Arătaţi că $\det A=-2$.

b)Arătaţi că $A+2B=3C$.

c)Determinaţi numerele reale x pentru care $\det\big(B\cdot C+x(A-C)\big)=0$.

108.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}4 & 3\\ 2 & 1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1 & 3\\ 2 & -2\end{pmatrix}$ și $C=\begin{pmatrix}2 & 3\\ 2 & -1\end{pmatrix}$.

a)Arătaţi că $\det A=-2$.

b)Arătaţi că $A+2B=3C$.

c)Determinaţi numerele reale x pentru care $\det\big(B\cdot C+x(A-C)\big)=0$.

109.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}3 & 1\\ 1 & 2\end{pmatrix}$ și $B(x)=\begin{pmatrix}2 & -x\\ -x & 2+x\end{pmatrix}$, unde x este număr real.

a)Arătaţi că $\det A=5$.

b)Arătaţi că $2A-B(-2)=2B(0)$.

c)Determinaţi numerele naturale x pentru care $\det(B(x)\cdot B(-1)-(1-x)A)=1$.

110.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}2 & 1\\ 1 & 3\end{pmatrix}$ și $B(x)=\begin{pmatrix}2+x & -x\\ -x & 2\end{pmatrix}$, unde x este număr real.

a)Arătaţi că $\det A=5$.

b)Arătaţi că $2A-B(-2)=2B(0)$.
c)Determinaţi numerele naturale x pentru care $\det(B(x)\cdot B(-1)-(1-x)A)=1$.

111.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 2 & 5\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}-1 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}$ și $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.
a)Arătaţi că $\det A=-1$.
b)Arătaţi că $A-3I_2=2B$.
c)Determinaţi matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $X+X\cdot B=A$.

112.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}5 & 2\\ 2 & 1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & -1\end{pmatrix}$ și $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.
a)Arătaţi că $\det A=-1$.
b)Arătaţi că $A-3I_2=2B$.
c)Determinaţi matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $X+X\cdot B=A$.

113.Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $A(a)=\begin{pmatrix}a & -1\\ a+4 & 3\end{pmatrix}$, unde a este număr real.
a)Arătaţi că $\det\big(A(2)\big)=12$.
b)Arătaţi că $A(a)+A(-a)=2A(0)$, pentru orice număr real a.
c)Determinaţi numerele reale a pentru care $\det(A(a)\cdot A(-1)-aI_2)=0$.

114.Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $A(a)=\begin{pmatrix}a & a+4\\ -1 & 3\end{pmatrix}$, unde a este număr real.
a)Arătaţi că $\det\big(A(2)\big)=12$.
b)Arătaţi că $A(a)+A(-a)=2A(0)$, pentru orice număr real a.
c)Determinaţi numerele reale a pentru care $\det(A(a)\cdot A(-1)-aI_2)=0$.

115.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 2 & 5\end{pmatrix}$,$B=\begin{pmatrix}3 & 6\\ 6 & 0\end{pmatrix}$ și $C=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 2 & -1\end{pmatrix}$.
a)Arătaţi că $\det A=1$.
b)Arătaţi că $2B-A=5C$.
c)Determinaţi matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $2X\cdot A=B+3C$.

116.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}5 & 2\\ 2 & 1\end{pmatrix}$,$B=\begin{pmatrix}0 & 6\\ 6 & 3\end{pmatrix}$ și $C=\begin{pmatrix}-1 & 2\\ 2 & 1\end{pmatrix}$.
a)Arătaţi că $\det A=1$.
b)Arătaţi că $2B-A=5C$.
c)Determinaţi matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $2X\cdot A=B+3C$.

117.Se consideră matricea $A(x)=\begin{pmatrix}2-x & -x\\ 1 & x\end{pmatrix}$,unde x este număr real.
a)Arătaţi că $\det A(1)=2$.
b)Arătaţi că $3A(2)+A(6)=4A(3)$.
c)Determinaţi numerele reale x pentru care $A(x)\cdot A(x)=2A(x)$.

118.Se consideră matricea $A(x)=\begin{pmatrix}2-x & 1\\ -x & x\end{pmatrix}$,unde x este număr real.
a)Arătaţi că $\det A(1)=2$.
b)Arătaţi că $3A(2)+A(6)=4A(3)$.
c)Determinaţi numerele reale x pentru care $A(x)\cdot A(x)=2A(x)$.

119.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}3 & 1\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $B(x)=\begin{pmatrix}x-2 & -1\\ 0 & x\end{pmatrix}$, unde x este număr real.
a)Arătaţi că $\det A=3$.
b)Arătaţi că $B(8)-3B(2)=2A$.
c)Determinaţi numărul real x pentru care $A\cdot B(x)=B(x)$.

120.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}3 & 0\\ 1 & 1\end{pmatrix}$ și $B(x)=\begin{pmatrix} x-2 & 0\\ -1 & x\end{pmatrix}$, unde x este număr real.

a)Arătaţi că $\det A=3$.

b)Arătaţi că $B(8)-3B(2)=2A$.

c)Determinaţi numărul real x pentru care $A\cdot B(x)=B(x)$.

121.Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $A(x)=\begin{pmatrix} 2 & x+2\\ x & 0\end{pmatrix}$, unde x este număr real.

a)Arătaţi că $\det\big(A(0)\big)=0$.

b)Arătaţi că $A(3)+A(5)=2A(4)$.

c)Determinaţi numerele naturale n pentru care $\det(A(n)+I_2)\geq 0$.

122.Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $A(x)=\begin{pmatrix} 2 & x\\ x+2 & 0\end{pmatrix}$, unde x este număr real.

a)Arătaţi că $\det\big(A(0)\big)=0$.

b)Arătaţi că $A(3)+A(5)=2A(4)$.

c)Determinaţi numerele naturale n pentru care $\det(A(n)+I_2)\geq 0$.

123.Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $A(x)=\begin{pmatrix} 2 & -2x\\ x-1 & x\end{pmatrix}$, unde x este număr real.

a)Arătaţi că $\det A(1)=2$.

b)Arătaţi că $A(2)+A(0)=2A(1)$.

c)Determinaţi numerele x pentru care $\det(A(x)+xI_2)=2$.

124.Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $A(x)=\begin{pmatrix} 2 & x-1\\ -2x & x\end{pmatrix}$, unde x este număr real.

a)Arătaţi că $\det A(1)=2$.

b)Arătaţi că $A(2)+A(0)=2A(1)$.

c)Determinaţi numerele x pentru care $\det(A(x)+xI_2)=2$.

125.Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $A(x)=\begin{pmatrix} x & 1\\ 1 & 3x+1\end{pmatrix}$,unde x este număr real.

a)Arătaţi că $\det\big(A(1)\big)=3$.

b)Arătaţi că $A(1)+A(5)=2A(3)$.

c)Determinaţi matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $X\cdot A(1)=A(3)$.

126.Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $A(x)=\begin{pmatrix} 3x+1 & 1\\ 1 & x\end{pmatrix}$,unde x este număr real.

a)Arătaţi că $\det\big(A(1)\big)=3$.

b)Arătaţi că $A(1)+A(5)=2A(3)$.

c)Determinaţi matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $X\cdot A(1)=A(3)$.

127.Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $A(x)=\begin{pmatrix} x-1 & 1\\ 12 & x\end{pmatrix}$, unde x este număr real.

a)Arătaţi că $\det\big(A(2)\big)=-10$.

b)Arătaţi că $A(3)+2I_2=A(5)$.

c)Determinaţi numerele reale x pentru care $\det(A(x)+xI_2)=0$.

128.Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $A(x)=\begin{pmatrix} x-1 & 12\\ 1 & x\end{pmatrix}$, unde x este număr real.

a)Arătaţi că $\det\big(A(2)\big)=-10$.

b)Arătaţi că $A(3)+2I_2=A(5)$.

c)Determinaţi numerele reale x pentru care $\det(A(x)+xI_2)=0$.

129.Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $A(a)=\begin{pmatrix} 2a+3 & a\\ 3a & a\end{pmatrix}$, unde a este număr real.

a)Arătaţi că $\det(A(2)) = 2$.
b)Determinaţi numărul real x pentru care $A(1) \cdot A(1) + 2I_2 = xA(1)$.
c)Determinaţi matricea $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $A(2) \cdot X \cdot A(2) = A(0)$.

130.Se consideră matricele $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ şi $A(a) = \begin{pmatrix} 2a+3 & 3a \\ a & a \end{pmatrix}$, unde a este număr real.
a)Arătaţi că $\det(A(2)) = 2$.
b)Determinaţi numărul real x pentru care $A(1) \cdot A(1) + 2I_2 = xA(1)$.
c)Determinaţi matricea $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $A(2) \cdot X \cdot A(2) = A(0)$.

131.Se consideră matricele $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ şi $A(x) = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & x \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
a)Arătaţi că $\det(A(4)) = 1$.
b)Arătaţi că $A(2) + A(6) = 2A(4)$.
c)Determinaţi numărul real x pentru care $A(x) \cdot A(x) = 4I_2$.

132.Se consideră matricele $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ şi $A(x) = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & x \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
a)Arătaţi că $\det(A(4)) = 1$.
b)Arătaţi că $A(2) + A(6) = 2A(4)$.
c)Determinaţi numărul real x pentru care $A(x) \cdot A(x) = 4I_2$.

133.Se consideră matricele $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ şi $B(x) = \begin{pmatrix} 2x & -1 \\ x & 2 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
a)Arătaţi că detA=5.
b)Arătaţi că $A+3I_2 = 2B(1)$.
c)Determinaţi numerele reale x pentru care $\det(B(2x) - B(x) \cdot A) = x^2$.

134.Se consideră matricele $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$ şi $B(x) = \begin{pmatrix} 2x & x \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
a)Arătaţi că detA=5.
b)Arătaţi că $A+3I_2 = 2B(1)$.
c)Determinaţi numerele reale x pentru care $\det(B(2x) - B(x) \cdot A) = x^2$.

135.Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 6 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ şi $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
a)Arătaţi că detA=2.
b)Determinaţi numărul real x pentru care $3A-6I_2 = xB$.
c)Determinaţi mulţimea numerelor reale x pentru care $\det(A \cdot (B - A) + xI_2) \leq 8$.

136.Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 6 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ şi $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
a)Arătaţi că detA=2.
b)Determinaţi numărul real x pentru care $3A-6I_2 = xB$.
c)Determinaţi mulţimea numerelor reale x pentru care $\det(A \cdot (B - A) + xI_2) \leq 8$.

137.Se consideră matricele $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ şi $A(x) = \begin{pmatrix} -2 & -x \\ x & 2 \end{pmatrix}$,unde x este număr real.
a)Arătaţi că $\det(A(5)) = 21$.
b)Arătaţi că $2A(-1)+A(5) = 3A(1)$.
c)Determinaţi mulţimea numerelor reale x pentru care $\det(A(x) \cdot A(-x) - x^2 I_2) \geq 0$.

138.Se consideră matricele $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ şi $A(x) = \begin{pmatrix} -2 & x \\ -x & 2 \end{pmatrix}$,unde x este număr real.
a)Arătaţi că $\det(A(5)) = 21$.
b)Arătaţi că $2A(-1)+A(5) = 3A(1)$.

c)Determinaţi mulţimea numerelor reale x pentru care $\det(A(x)\cdot A(-x)-x^2I_2)\geq 0$.

139.Se consideră matricea $A(x)=\begin{pmatrix} x & 3x \\ 2 & x+6 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.

a)Arătaţi că $\det(A(1))=1$.

b)Arătaţi că $2A(2)-A(1)=A(3)$.

c)Determinaţi numărul real x pentru care $A(0)\cdot A(x)\cdot A(0)=6xA(0)$.

140.Se consideră matricea $A(x)=\begin{pmatrix} x & x \\ 2x & x+6 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.

a)Arătaţi că $\det(A(1))=1$.

b)Arătaţi că $2A(2)-A(1)=A(3)$.

c)Determinaţi numărul real x pentru care $A(0)\cdot A(x)\cdot A(0)=6xA(0)$.

141.Se consideră matricele $A(x)=\begin{pmatrix} 2 & x-1 \\ 1 & x \end{pmatrix}$, unde x este număr real.

a)Arătaţi că $\det(A(4))=5$.

b)Arătaţi că $2A(1)+A(4)=3A(2)$.

c)Determinaţi numerele reale x și y pentru care $A(-x)\cdot A(x)=A(y)$.

142.Se consideră matricele $A(x)=\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ x-1 & x \end{pmatrix}$, unde x este număr real.

a)Arătaţi că $\det(A(4))=5$.

b)Arătaţi că $2A(1)+A(4)=3A(2)$.

c)Determinaţi numerele reale x și y pentru care $A(-x)\cdot A(x)=A(y)$.

143.Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $A(x)=\begin{pmatrix} x+1 & x+1 \\ x-1 & x \end{pmatrix}$, unde x este număr real.

a)Arătaţi că $\det(A(1))=2$.

b)Arătaţi că $2A(1)+A(7)=3A(3)$.

c)Determinaţi numerele reale x și y pentru care $(A(x)-(2x+1)I_2)\cdot A(2)=yI_2$.

144.Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $A(x)=\begin{pmatrix} x+1 & x-1 \\ x+1 & x \end{pmatrix}$, unde x este număr real.

a)Arătaţi că $\det(A(1))=2$.

b)Arătaţi că $2A(1)+A(7)=3A(3)$.

c)Determinaţi numerele reale x și y pentru care $(A(x)-(2x+1)I_2)\cdot A(2)=yI_2$.

145.Se consideră matricea $A(a)=\begin{pmatrix} 3a-2 & 3a-3 \\ a-1 & 1 \end{pmatrix}$, unde a este număr real.

a)Arătaţi că $\det(A(2))=1$.

b)Arătaţi că $2A(2)+A(5)=3A(3)$.

c)Determinaţi matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $2X\cdot A(2)-A(2)=A(6)$.

146.Se consideră matricea $A(a)=\begin{pmatrix} 3a-2 & a-1 \\ 3a-3 & 1 \end{pmatrix}$, unde a este număr real.

a)Arătaţi că $\det(A(2))=1$.

b)Arătaţi că $2A(2)+A(5)=3A(3)$.

c)Determinaţi matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $2X\cdot A(2)-A(2)=A(6)$.

147.Se consideră matricea $M(a)=\begin{pmatrix} a+3 & a+1 \\ a-1 & 2a \end{pmatrix}$, unde a este număr real.

a)Arătaţi că $\det(M(2))=17$.

b)Arătaţi că $4M(2)-M(5)=3M(1)$.

c)Demostraţi că numărul $N=\det(M(0)\cdot M(n)-M(1)\cdot M(0))$ este pătratul unui număr natural, pentru orice număr natural n.

148.Se consideră matricea $M(a)=\begin{pmatrix} a+3 & a-1 \\ a+1 & 2a \end{pmatrix}$, unde a este număr real.

a)Arătaţi că $\det(M(2))=17$.

b)Arătaţi că $4M(2)-M(5)=3M(1)$.

c)Demostraţi că numărul $N=\det(M(0)\cdot M(n)-M(1)\cdot M(0))$ este pătratul unui număr natural, pentru orice număr natural n.

Legi de compoziţie,grupuri

Fie M o mulţime nevidă.O funcţie $\varphi:M\times M\to M$, $(x,y)\to\varphi(x,y)$,se numeşte lege de compoziţie pe M.

Notăm $\varphi=\circ,*,\oplus,+,\cdot,\odot,\Delta,\perp,\top,\cup,\cap$, etc

Notăm $\varphi(x,y)=x\circ y, x*y, x\oplus y, x+y, x\cdot y, x\odot y, x\Delta y, x\perp y, x\top y, x\cup y, x\cap y$, etc

Fie M o mulţime nevidă şi $*:M\times M\to M,(x,y)\to x*y$

$*$ este asociativă $\Leftrightarrow (x*y)*z=x*(y*z),\forall x,y,z\in M$

$*$ este comutativă $\Leftrightarrow x*y=y*x,\forall x,y,\in M$

$*$ admite element neutru $\Leftrightarrow\exists e\in M$ astfel încât $x*e=e*x=x,\forall x\in M$

$x\in M$ este simetrizabil în raport cu $*\Leftrightarrow\exists x'\in M$ astfel încât $x*x'=x'*x=e$

$(x')'=x$, $(ab)'=ba$, $(abc)'=cba$

Cuplul $(M,*)$ se numeşte grup dacă au loc axiomele :

G_1) $(x*y)*z=x*(y*z),\forall x,y,z\in M$,axioma asociativităţii

G_2) $\exists e\in M$ astfel încât $x*e=e*x=x,\forall x\in M$,axioma elementului neutru

G_3) $\forall x\in M,\exists x'\in M$ astfel încât $x*x'=x'*x=e$,axioma elementelor simetrizabile

Grupul $(M,*)$ se numeşte grup abelian dacă are loc şi axioma

G_4) $x*y=y*x,\forall x,y,\in M$,axioma comutativităţii

Inelul $(\mathbb{Z}_n,+,\cdot)$

Fie $a\in\mathbb{Z}$ şi $n\in\mathbb{N},n\geq 1$,din teoreama împărţirii cu rest obţinem $a=nq+r,0\leq r<n$,unde $q,r\in\mathbb{Z}$ sunt unice

Notăm $r=a\,mod\,n$

$\widehat{a\oplus b}=(a+b)\,mod\,n$, $\widehat{a\odot b}=(a+b)\,mod\,n\ \forall a,b\in\mathbb{Z}$

$\mathbb{Z}_n=\{\hat{0},\hat{1},\hat{2},\dots,\widehat{n-1}\}$

$\hat{a}+\hat{b}=\widehat{a\oplus b}$, $\hat{a}\cdot\hat{b}=\widehat{a\odot b}\ \forall\hat{a},\hat{b}\in\mathbb{Z}_n$

$-\hat{a}=\widehat{n-a}$

$\hat{a}$ este inversabil $\Leftrightarrow(a,n)=1$, $U(\mathbb{Z}_n)=\{\hat{a}|(a,n)=1\}$

Dacă p e număr prim $\Rightarrow U(\mathbb{Z}_p)=\{\hat{1},\hat{2},\hat{3},\dots,\widehat{p-1}\}=\mathbb{Z}_n\setminus\{\hat{0}\}$

Polinoame,rădăcini ale polinoamelor

Fie $K\in\{\mathbb{Q},\mathbb{R},\mathbb{C},\mathbb{Z}_p\}$ cu p prim, $a_n,a_{n-1},\dots,a_1,a_0\in K$.

$f=a_nX^n+a_{n-1}X^{n-1}+\cdots+a_2X^2+a_1X+a_0$ este polinom cu coeficienţi în K, $f\in K[X]$.

$a_n,a_{n-1},\dots,a_1,a_0\in K$ se numesc coeficienţii polinomului f.

Dacă $a_n\neq 0$ atunci $gradf=n$.

$f(x)=a_nx^n+a_{n-1}x^{n-1}+\cdots+a_2x^2+a_1x+a_0$,$f:K\to K$ se numeşte funcţie polinomială.

Pentru $\alpha\in K$, $f(\alpha)=a_n\alpha^n+a_{n-1}\alpha^{n-1}+\cdots+a_2\alpha^2+a_1\alpha+a_0$ se numeşte valoarea polinomului f în punctul α.

α este rădăcină a lui $f\Leftrightarrow f(\alpha)=0\Leftrightarrow a_n\alpha^n+a_{n-1}\alpha^{n-1}+\cdots+a_2\alpha^2+a_1\alpha+a_0=0$.

Teorema împărţirii cu rest

Pentru polinoamele $f,g\in K[X],g\neq 0$,există şi sunt unice polinoamele $c,r\in K[X]$ astfel încât $f=g\cdot c+r$ şi $gradr<gradg$.

În acest caz avem c=câtul,r=restul.

Fie $f=a_nX^n+a_{n-1}X^{n-1}+\cdots+a_2X^2+a_1X+a_0\in\mathbb{Z}[X]$ şi $\alpha\in\mathbb{Z}$.Dacă α este rădăcină a lui f atunci $\alpha|a_0$.
Fie $f=a_nX^n+a_{n-1}X^{n-1}+\cdots+a_2X^2+a_1X+a_0\in\mathbb{Z}[X]$,$a_n\neq 0$şi $\alpha,\beta\in\mathbb{Z},\beta\neq0,(\alpha,\beta)=1$.Dacă $\frac{\alpha}{\beta}$ este rădăcină a lui f atunci $\alpha|a_0$ şi $\beta|a_n$.
Fie $f=a_nX^n+a_{n-1}X^{n-1}+\cdots+a_2X^2+a_1X+a_0\in\mathbb{Q}[X]$ şi $a,b,d\in\mathbb{Q}d>0,\sqrt{d}\notin\mathbb{Q}$. Atunci: $a+b\sqrt{d}$ este rădăcină a lui $f\Leftrightarrow a-b\sqrt{d}$ este rădăcină a lui f,şi cele două rădăcini au acelaşi ordin de multiplicitate.

Fie $f=a_nX^n+a_{n-1}X^{n-1}+\cdots+a_2X^2+a_1X+a_0\in\mathbb{R}[X]$ şi $a,b\in\mathbb{R},b\neq0$. Atunci:
$a+bi$este rădăcină a lui $f\Leftrightarrow a-bi$ este rădăcină a lui f, şi cele două rădăcini au acelaşi ordin de multiplicitate.

Divizibilitatea polinoamelor,teorema restului,teorema lui Bezout

Fie $f,g\in K[X]$ două polinoame,$K\in\{\mathbb{Q},\mathbb{R},\mathbb{C},\mathbb{Z}_p\}$ cu p prim.
$f:g\Leftrightarrow\exists h\in K[X]$ astfel încât $f=gh\Leftrightarrow$restul împărţirii lui f la g este polinomul nul$(g\neq 0)$
$f:g\Leftrightarrow$toate rădăcinile lui g sunt şi rădăcini ale lui f ,cu cel puţin acelaţi ordin de multiplicitate ca la g

Teorema restului

Restul împărţirii lui f la $X-\alpha$ este egal cu $r=f(\alpha)$
Restul împărţirii lui f la $X+\alpha$ este egal cu $r=f(-\alpha)$

Teorema lui Bezout

$f:X-\alpha\Leftrightarrow f(\alpha)=0$, $f:X+\alpha\Leftrightarrow f(-\alpha)=0$

Relaţiile lui Viete

Pentru ecuaţia $ax^2+bx+c=0$,cu soluţiile x_1,x_2 ,sau polinomul $f=aX^2+bX+c$,cu rădăcinile x_1,x_2,avem

$$\begin{cases}s_1=x_1+x_2=-\frac{b}{a}\\ s_2=x_1x_2=\frac{c}{a}\end{cases}$$

$S_2=x_1^2+x_2^2=(x_1+x_2)^2-2x_1x_2=s_1^2-2s_2$
$f=aX^2+bX+c=a(X-x_1)(X-x_2)$, $ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)$
polinomul $g=X^2-s_1X+s_2$ are rădăcinile x_1,x_2
ecuaţia $x^2-s_1x+s_2=0$ are soluţiile x_1,x_2
Pentru ecuaţia $ax^3+bx^2+cx+d=0$,cu soluţiile x_1,x_2,x_3 ,sau polinomul
$f=aX^3+bX^2+cX+d$,cu rădăcinile x_1,x_2,x_3, avem

$$\begin{cases}s_1=x_1+x_2+x_3=-\frac{b}{a}\\ s_2=x_1x_2+x_2x_3+x_3x_1=\frac{c}{a}\\ s_3=x_1x_2x_3=-\frac{d}{a}\end{cases}$$

$S_2=x_1^2+x_2^2+x_3^2=(x_1+x_2+x_3)^2-2(x_1x_2+x_2x_3+x_3x_1)=s_1^2-2s_2$
$f=aX^3+bX^2+cX+d=a(X-x_1)(X-x_2)(X-x_3)$,
$ax^3+bx^2+cx+d=a(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)$
polinomul $g=X^3-s_1X^2+s_2X-s_3$ are rădăcinile x_1,x_2,x_3
ecuaţia $x^3-s_1x^2+s_2x-s_3=0$ are soluţiile x_1,x_2,x_3
Pentru ecuaţia $ax^4+bx^3+cx^2+dx+e=0$,cu soluţiile x_1,x_2,x_3,x_4 ,sau polinomul
$f=aX^4+bX^3+cX^2+dX+e$,cu rădăcinile x_1,x_2,x_3,x_4, avem

$$\begin{cases} s_1 = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = -\frac{b}{a} \\ s_2 = x_1x_2 + x_1x_3 + x_1x_4 + x_2x_3 + x_2x_4 + x_3x_4 = \frac{c}{a} \\ s_3 = x_1x_2x_3 + x_1x_2x_4 + x_1x_3x_4 + x_2x_3x_4 = -\frac{d}{a} \\ s_4 = x_1x_2x_3x_4 = \frac{e}{a} \end{cases}$$

$S_2 = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 =$
$= (x_1 + x_2 + x_3 + x_4)^2 - 2(x_1x_2 + x_1x_3 + x_1x_4 + x_2x_3 + x_2x_4 + x_3x_4) = s_1^2 - 2s_2$
$f = aX^4 + bX^3 + cX^2 + dX + e = a(X - x_1)(X - x_2)(X - x_3)(X - x_4)$,
$ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e = a(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)(x - x_4)$
polinomul $g = X^4 - s_1X^3 + s_2x^2 - s_3X + s_4$ are rădăcinile x_1, x_2, x_3, x_4
ecuaţia $x^4 - s_1x^3 + s_2x^2 - s_3x + s_4 = 0$ are soluţiile x_1, x_2, x_3, x_4.

Subiectul II2 (prelucrări bacalaureat)

1.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x \circ y = -2(x + y) - \frac{xy}{3}$.
a)Arătaţi că $3 \circ (-3) = 3$.
b)Determinaţi numărul natural nenul n pentru care $n \circ \frac{1}{n} = -7$.
c)Determinaţi numărul real y astfel încât $x \circ y = 12$, pentru orice număr real x.
2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x \circ y = 2(x + y) - \frac{xy}{3}$.
a)Arătaţi că $3 \circ (-3) = 3$.
b)Determinaţi numărul natural nenul n pentru care $n \circ \frac{1}{n} = \frac{19}{3}$.
c)Determinaţi numărul real y astfel încât $x \circ y = 12$, pentru orice număr real x.
3.Se consideră polinomul $f = 2X^3 + 4X^2 + 4X - 5$.
a)Arătaţi că $f(0) = -5$.
b)Demonstraţi că numărul $a = \frac{5}{x_1} + \frac{5}{x_2} + \frac{5}{x_3}$ este natural,unde x_1, x_2 şi x_3 sunt rădăcinile polinomului f.
c)Demonstraţi că polinomul f **nu** are toate rădăcinile reale.
4.Se consideră polinomul $f = 2X^3 - 4X^2 + 4X - 5$.
a)Arătaţi că $f(0) = -5$.
b)Demonstraţi că numărul $a = \frac{5}{x_1} + \frac{5}{x_2} + \frac{5}{x_3}$ este natural,unde x_1, x_2 şi x_3 sunt rădăcinile polinomului f.
c)Demonstraţi că polinomul f **nu** are toate rădăcinile reale.
5.Se consideră polinomul $f = -mX^3 + 3X^2 + mX - 3$, unde m este număr real nenul.
a)Arătaţi că $f(1) = 0$, pentru orice număr real nenul m.
b)Pentru $m = -4$, determinaţi rădăcinile polinomului f.
c)Determinaţi numărul real nenul m pentru care $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} = -6$, unde x_1, x_2 şi x_3 sunt rădăcinile polinomului f.
6.Se consideră polinomul $f = mX^3 + 3X^2 - mX - 3$, unde m este număr real nenul.
a)Arătaţi că $f(1) = 0$, pentru orice număr real nenul m.
b)Pentru $m = 4$, determinaţi rădăcinile polinomului f.
c)Determinaţi numărul real nenul m pentru care $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} = -6$, unde x_1, x_2 şi x_3 sunt rădăcinile polinomului f.

7.Se consideră polinomul $f=X^3-4X^2-mX+3$, unde m este număr real.
a)Arătaţi că $f(3)=-3m-6$, pentru orice număr real m.
b)Demonstraţi că , pentru orice număr real m, numărul $E=x_1^2x_2x_3+x_1x_2^2x_3+x_1x_2x_3^2$ este întreg, unde x_1, x_2 şi x_3 sunt rădăcinile polinomului f.
c)Pentru $m=-2$, determinaţi rădăcinile polinomului f.
8.Se consideră polinomul $f=X^3-4X^2+mX+3$, unde m este număr real.
a)Arătaţi că $f(3)=3m-6$, pentru orice număr real m.
b)Demonstraţi că , pentru orice număr real m, numărul $E=x_1^2x_2x_3+x_1x_2^2x_3+x_1x_2x_3^2$ este întreg, unde x_1, x_2 şi x_3 sunt rădăcinile polinomului f.
c)Pentru $m=2$, determinaţi rădăcinile polinomului f.
9.Se consideră polinomul $f=X^3-13X^2-mX-27$, unde m este număr real.
a)Arătaţi că $f(-1)+f(1)=-80$.
b)Determinaţi câtul şi restul împărţirii polinomului f la X^2-4X+1 , ştiind că f se divide cu X+3.
c)Determinaţi numărul real m pentru care polinomul f are trei rădăcini reale pozitive, în progresie geometrică.
10.Se consideră polinomul $f=X^3-13X^2+mX-27$, unde m este număr real.
a)Arătaţi că $f(-1)+f(1)=-80$.
b)Determinaţi câtul şi restul împărţirii polinomului f la X^2+4X+1 , ştiind că f se divide cu X−3.
c)Determinaţi numărul real m pentru care polinomul f are trei rădăcini reale pozitive, în progresie geometrică.
11.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x*y=x+y-\frac{xy}{3}$.
a)Arătaţi că $6*2=4$.
b)Determinaţi numerele reale x, pentru care $x*(3x)=3$.
c)Calculaţi $1*2*3*...*2020$.
12.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x*y=x+y-\frac{xy}{6}$.
a)Arătaţi că $3*4=5$.
b)Determinaţi numerele reale x, pentru care $x*(6x)=6$.
c)Calculaţi $1*2*3*...*2022$.
13.Se consideră polinomul $f=X^3+mX-8$.
a)Arătaţi că $f(1)=m-7$, pentru orice număr real m.
b)Determinaţi numărul real m pentru care $x_1^2+x_2^2+x_3^2=8$, unde x_1, x_2 şi x_3 sunt rădăcinile polinomului f.
c)Pentru $m=-9$, determinaţi numerele reale p şi q, pentru care $f=(X+1)(X^2+pX+q)$.
14.Se consideră polinomul $f=X^3+mX-4$.
a)Arătaţi că $f(1)=m-3$, pentru orice număr real m.
b)Determinaţi numărul real m pentru care $x_1^2+x_2^2+x_3^2=10$, unde x_1, x_2 şi x_3 sunt rădăcinile polinomului f.
c)Pentru $m=-5$, determinaţi numerele reale p şi q, pentru care $f=(X+1)(X^2+pX+q)$.
15.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x\circ y=xy-7(x+y)+56$.
a)Arătaţi că $8\circ 6=6$.
b)Demonstraţi că $x\circ y=(x-7)(y-7)+7$, pentru orice numere reale x şi y.
c)Determinaţi numerele naturale n pentru care $n\circ n\leq 8$.
16.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x\circ y=xy-9(x+y)+90$.
a)Arătaţi că $7\circ 5=5$.
b)Demonstraţi că $x\circ y=(x-6)(y-6)+6$, pentru orice numere reale x şi y.

c)Determinaţi numerele naturale n pentru care $n \circ n \leq 7$.
17.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă
$x \circ y = 5xy + 25(x + y) + 120$.
a)Arătaţi că $(-4) \circ (-4) = 0$.
b)Demonstraţi că $x \circ y = 5(x + 5)(y + 5) - 5$, pentru orice numere reale x şi y.
c)Determinaţi numărul real x, pentru care $(x - 5) \circ (x - 5) \circ (x - 5) = 195$.
18.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă
$x \circ y = 5xy + 10(x + y) + 18$.
a)Arătaţi că $(-2) \circ (-2) = 3$.
b)Demonstraţi că $x \circ y = 5(x + 2)(y + 2) - 2$, pentru orice numere reale x şi y.
c)Determinaţi numărul real x, pentru care $(x - 2) \circ (x - 2) \circ (x - 2) = 198$.
19.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x * y = xy - 3(x + y) + 12$.
a)Arătaţi că $4 * 4 = 4$.
b)Demonstraţi că $x * y = (x - 3)(y - 3) + 3$, pentru orice numere reale x şi y.
c)Calculaţi $1 * 2 * 3 * \ldots * 2020$.
20.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x * y = xy - 4(x + y) + 20$.
a)Arătaţi că $5 * 5 = 5$.
b)Demonstraţi că $x * y = (x - 4)(y - 4) + 4$, pentru orice numere reale x şi y.
c)Calculaţi $1 * 2 * 3 * \ldots * 2021$.
21.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x \circ y = 5xy + 5x + 5y + 4$.
a)Arătaţi că $x \circ y = 5(x + 1)(y + 1) - 1$, pentru orice numere reale x şi y.
b)Arătaţi că $x \circ \left(-\frac{4}{5}\right) = x$, pentru orice număr real x.
c)Determinaţi numerele naturale n pentru care $n \circ (n - 1) < 29$.
22.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x \circ y = 6xy + 6x + 6y + 5$.
a)Arătaţi că $x \circ y = 6(x + 1)(y + 1) - 1$, pentru orice numere reale x şi y.
b)Arătaţi că $x \circ \left(-\frac{5}{6}\right) = x$, pentru orice număr real x.
c)Determinaţi numerele naturale n pentru care $n \circ (n - 1) < 35$.
23.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x * y = xy - 4(x + y) + 20$.
a)Demonstraţi că $x * y = (x - 4)(y - 4) + 4$, pentru orice numere reale x şi y.
b)Determinaţi numărul real x, pentru care $x * 5 = 2020$.
c)Calculaţi $\log_2 2 * \log_2 3 * \log_2 4 * \ldots * \log_2 2020$.
24.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x * y = xy - 5(x + y) + 25$.
a)Demonstraţi că $x * y = (x - 5)(y - 5) + 5$, pentru orice numere reale x şi y.
b)Determinaţi numărul real x, pentru care $x * 6 = 2021$.
c)Calculaţi $\log_2 2 * \log_2 3 * \log_2 4 * \ldots * \log_2 2021$.
25.Se consideră polinomul $f = X^3 + 2X^2 - X - 2$.
a)Arătaţi că $f(1) = 0$.
b)Determinaţi câtul şi restul împărţirii polinomului f la polinomul $X - 3$.
c)Demonstraţi că $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 6$, unde x_1, x_2 şi x_3 sunt rădăcinile polinomului f.
26.Se consideră polinomul $f = X^3 + 5X^2 - X - 5$.
a)Arătaţi că $f(1) = 0$.
b)Determinaţi câtul şi restul împărţirii polinomului f la polinomul $X - 2$.
c)Demonstraţi că $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 27$, unde x_1, x_2 şi x_3 sunt rădăcinile polinomului f.
27.Se consideră polinomul $f = 2X^3 + X^2 - 8X - 4$.

a)Arătaţi că $f(1) = -9$.
b)Determinaţi câtul şi restul împărţirii polinomului f la polinomul X+2.
c)Determinaţi rădăcinile polinomului f.
28.Se consideră polinomul $f=3X^3 - 4X^2 - 13X - 6$.
a)Arătaţi că $f(1) = -20$.
b)Determinaţi câtul şi restul împărţirii polinomului f la polinomul X+1.
c)Determinaţi rădăcinile polinomului f.
29.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x \circ y=xy-2x-2y+6$.
a)Arătaţi că $1 \circ 2=2$.
b)Demonstraţi că $x \circ y=(x-2)(y-2)+2$, pentru orice numere reale x şi y.
c)Determinaţi numărul real x, pentru care $(x \circ x) \circ x = 2$.
30.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x \circ y=xy+4x+4y+12$.
a)Arătaţi că $1 \circ (-4)=-4$.
b)Demonstraţi că $x \circ y=(x+4)(y+4)-4$, pentru orice numere reale x şi y.
c)Determinaţi numărul real x, pentru care $(x \circ x) \circ x = -4$.
31.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x*y=x+y-2$.
a)Arătaţi că $0*2=0$.
b)Determinaţi numerele reale x pentru care $(x^2) * x = 0$.
c)Determinaţi numerele naturale nenule n pentru care $n*n*n*n<6$.
32.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x*y=x+y-5$.
a)Arătaţi că $1*4=0$.
b)Determinaţi numerele reale x pentru care $(x^2) * x = 1$.
c)Determinaţi numerele naturale nenule n pentru care $n*n*n*n<9$.
33.Se consideră polinomul $f=X^3 - 2X^2 - 7X + 8$.
a)Arătaţi că $f(2) = -6$.
b)Determinaţi câtul şi restul împărţirii polinomului f la polinomul X−1.
c)Demonstraţi că $(x_1 + 1)^2 + (x_2 + 1)^2 + (x_3 + 1)^2 = 25$, unde x_1, x_2 şi x_3 sunt rădăcinile polinomului f.
34.Se consideră polinomul $f=X^3 - 5X^2 - 8X + 12$.
a)Arătaţi că $f(2) = -16$.
b)Determinaţi câtul şi restul împărţirii polinomului f la polinomul X−1.
c)Demonstraţi că $(x_1 + 1)^2 + (x_2 + 1)^2 + (x_3 + 1)^2 = 54$, unde x_1, x_2 şi x_3 sunt rădăcinile polinomului f.
35.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=2xy+8x+8y+28$.
a)Arătaţi că $x*y=2(x+4)(y+4)-4$, pentru orice numere reale x şi y.
b)Arătaţi că $6*97=2016$.
c)Determinaţi numerele reale x, pentru care $x*(x-2) = 2$.
36.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=3xy+6x+6y+10$.
a)Arătaţi că $x*y=3(x+2)(y+2)-2$, pentru orice numere reale x şi y.
b)Arătaţi că $0*335=2020$.
c)Determinaţi numerele reale x, pentru care $x*(x+2) = 7$.
37.Se consideră polinomul $f=X^3 + 6X^2 - 5$.
a)Arătaţi că $f(1) = 2$.
b)Determinaţi câtul şi restul împărţirii polinomului f la polinomul X+1.
c)Demonstraţi că $\frac{x_2+x_3}{x_1} + \frac{x_3+x_1}{x_2} + \frac{x_1+x_2}{x_3} = -3$, unde x_1, x_2 şi x_3 sunt rădăcinile polinomului f.

38.Se consideră polinomul f=X^3+7X^2-6.
a)Arătaţi că $f(1)=2$.
b)Determinaţi câtul şi restul împărţirii polinomului f la polinomul X+1.
c)Demonstraţi că $\frac{x_2+x_3}{x_1}+\frac{x_3+x_1}{x_2}+\frac{x_1+x_2}{x_3}=-3$, unde x_1, x_2 şi x_3 sunt rădăcinile polinomului f.
39.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie x∘y=xy−3x−3y+12.
a)Arătaţi că $1\circ 3=3$.
b)Demonstraţi că $x\circ y=(x-3)(y-3)+3$, pentru orice numere reale x şi y.
c)Determinaţi valorile reale ale lui x,pentru care x∘x≤x.
40.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie x∘y=xy+2x+2y+2.
a)Arătaţi că $1\circ(-2)=-2$.
b)Demonstraţi că $x\circ y=(x+2)(y+2)-2$, pentru orice numere reale x şi y.
c)Determinaţi valorile reale ale lui x,pentru care x∘x≥x.
41.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=\frac{1}{4}xy+x+y$.
a)Arătaţi că $1*(-4)=-4$.
b)Demonstraţi că $x*y=\frac{1}{4}(x+4)(y+4)-4$, pentru orice numere reale x şi y.
c)Determinaţi numerele reale nenule x, pentru care $x*\frac{1}{x}=-4$.
42.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=\frac{1}{6}xy+x+y$.
a)Arătaţi că $1*(-6)=-6$.
b)Demonstraţi că $x*y=\frac{1}{6}(x+6)(y+6)-6$, pentru orice numere reale x şi y.
c)Determinaţi numerele reale nenule x, pentru care $x*\frac{1}{x}=-6$.
43.Se consideră polinomul f=X^3-4X^2-4X+1.
a)Arătaţi că $f(1)=-6$.
b)Determinaţi câtul şi restul împărţirii polinomului f la polinomul X+1.
c)Demonstraţi că $(x_2+x_3)(x_3+x_1)(x_1+x_2)=-15$, unde x_1, x_2 şi x_3 sunt rădăcinile polinomului f.
44.Se consideră polinomul f=X^3-5X^2-5X+1.
a)Arătaţi că $f(1)=-8$.
b)Determinaţi câtul şi restul împărţirii polinomului f la polinomul X+1.
c)Demonstraţi că $(x_2+x_3)(x_3+x_1)(x_1+x_2)=-24$, unde x_1, x_2 şi x_3 sunt rădăcinile polinomului f.
45.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie x∘y=xy−4x−4y+20.
a)Arătaţi că $1\circ 4=4$.
b)Demonstraţi că $x\circ y=(x-4)(y-4)+4$, pentru orice numere reale x şi y.
c)Determinaţi numerele reale nenule x, pentru care $x\circ\frac{1}{x}=x$.
46.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie x∘y=xy−6x−6y+42.
a)Arătaţi că $1\circ 6=6$.
b)Demonstraţi că $x\circ y=(x-6)(y-6)+6$, pentru orice numere reale x şi y.
c)Determinaţi numerele reale nenule x, pentru care $x\circ\frac{1}{x}=x$.
47.Se consideră polinomul f=X^3+X^2-4X-4.
a)Arătaţi că $f(-1)=0$.
b)Determinaţi câtul şi restul împărţirii polinomului f la polinomul X^2+2X+1.
c)Demonstraţi că $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_3}+\frac{1}{x_1x_2}+\frac{1}{x_2x_3}+\frac{1}{x_3x_1}=-\frac{5}{4}$, unde x_1, x_2 şi x_3 sunt rădăcinile polinomului f.

48.Se consideră polinomul $f=X^3+X^2+6X+6$.
a)Arătaţi că $f(-1)=0$.
b)Determinaţi câtul şi restul împărţirii polinomului f la polinomul X^2+6X+5.
c)Demonstraţi că $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_3}+\frac{1}{x_1x_2}+\frac{1}{x_2x_3}+\frac{1}{x_3x_1}=-\frac{5}{6}$, unde x_1, x_2 şi x_3 sunt rădăcinile polinomului f.
49.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x*y=xy+x+y$.
a)Arătaţi că $x*y=(x+1)(y+1)-1$, pentru orice numere reale x şi y.
b)Calculaţi $0*(-1)*(-2)*(-3)$.
c)Determinaţi numerele reale a, ştiind că $a*a*2018=2018$.
50.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x*y=xy-3x-3y+12$.
a)Arătaţi că $x*y=(x-3)(y-3)+3$, pentru orice numere reale x şi y.
b)Calculaţi $0*1*2*3*4$.
c)Determinaţi numerele reale a, ştiind că $a*a*2020=2020$.
51.Se consideră polinomul $f=X^3+4X^2-10X+5$.
a)Arătaţi că $f(1)=0$.
b)Determinaţi câtul şi restul împărţirii polinomului f la polinomul X^2+5X-5.
c)Demonstraţi că $x_1+x_2+x_3+\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_3}=-2$, unde x_1, x_2 şi x_3 sunt rădăcinile polinomului f.
52.Se consideră polinomul $f=X^3+2X^2-7X+4$.
a)Arătaţi că $f(1)=0$.
b)Determinaţi câtul şi restul împărţirii polinomului f la polinomul X^2+3X-4.
c)Demonstraţi că $x_1+x_2+x_3+\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_3}=\frac{-1}{4}$, unde x_1, x_2 şi x_3 sunt rădăcinile polinomului f.
53.Se consideră polinomul $f=X^3-7X^2+7X-1$.
a)Arătaţi că $f(1)=0$.
b)Arătaţi că $f(a)+f(-a)+2\leq 0$, pentru orice număr real a.
c)Demonstraţi că $x_1^2+x_2^2+x_3^2=35x_1x_2x_3$, unde x_1, x_2 şi x_3 sunt rădăcinile polinomului f.
54.Se consideră polinomul $f=X^3-3X^2+3X-1$.
a)Arătaţi că $f(1)=0$.
b)Arătaţi că $f(a)+f(-a)+2\leq 0$, pentru orice număr real a.
c)Demonstraţi că $x_1^2+x_2^2+x_3^2=3x_1x_2x_3$, unde x_1, x_2 şi x_3 sunt rădăcinile polinomului f.
55.Se consideră polinomul $f=X^3-4X^2-4X+1$.
a)Arătaţi că $f(1)=-6$.
b)Arătaţi că polinomul f este divizibil cu polinomul X+1.
c)Determinaţi numărul real a pentru care $\frac{1}{x_1x_2}+\frac{1}{x_2x_3}+\frac{1}{x_3x_1}=a(x_1x_2+x_2x_3+x_3x_1)$, unde x_1, x_2 şi x_3 sunt rădăcinile polinomului f.
56.Se consideră polinomul $f=X^3-6X^2-6X+1$.
a)Arătaţi că $f(1)=-12$.
b)Arătaţi că polinomul f este divizibil cu polinomul X+1.
c)Determinaţi numărul real a pentru care $\frac{1}{x_1x_2}+\frac{1}{x_2x_3}+\frac{1}{x_3x_1}=a(x_1x_2+x_2x_3+x_3x_1)$, unde x_1, x_2 şi x_3 sunt rădăcinile polinomului f.
57.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x\circ y=xy+6x+6y+30$.
a)Arătaţi că $5\circ(-6)=-6$.
b)Arătaţi că $x\circ y=(x+6)(y+6)-6$, pentru orice numere reale x şi y.
c)Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $x\circ x=x$.

58.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x\circ y=xy+3x+3y+6$.
a)Arătaţi că $4\circ(-3)=-3$.
b)Arătaţi că $x\circ y=(x+3)(y+3)-3$, pentru orice numere reale x şi y.
c)Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $x\circ x=x$.
59.Se consideră polinomul $f=X^3+2X^2+X+2$.
a)Arătaţi că $f(-2)=0$.
b)Determinaţi câtul şi restul împărţirii polinomului f la polinomul X^2+3X+2.
c)Demonstraţi că $\frac{x_3}{x_1x_2}+\frac{x_2}{x_1x_3}+\frac{x_1}{x_2x_3}=-1$, unde x_1, x_2 şi x_3 sunt rădăcinile polinomului f.
60.Se consideră polinomul $f=X^3+7X^2+X+7$.
a)Arătaţi că $f(-7)=0$.
b)Determinaţi câtul şi restul împărţirii polinomului f la polinomul X^2+8X+7.
c)Demonstraţi că $\frac{x_3}{x_1x_2}+\frac{x_2}{x_1x_3}+\frac{x_1}{x_2x_3}=-\frac{47}{7}$, unde x_1, x_2 şi x_3 sunt rădăcinile polinomului f.
61.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie dată de $x\circ y=-xy+3x+3y-6$.
a)Calculaţi $3\circ 2019$.
b)Arătaţi că $x\circ y=-(x-3)(y-3)+3$, pentru orice numere reale x şi y.
c)Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $3^x\circ 9^x=3$.
62.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie dată de $x\circ y=-xy+4x+4y-12$.
a)Calculaţi $4\circ 2016$.
b)Arătaţi că $x\circ y=-(x-4)(y-4)+4$, pentru orice numere reale x şi y.
c)Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $2^x\circ 4^x=4$.
63.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x*y=xy+5x+5y+20$.
a)Arătaţi că $x*y=(x+5)(y+5)-5$, pentru orice numere reale x şi y.
b)Calculaţi $(-2020)*(-5)*0*5*2020$.
c)Determinaţi numerele naturale n, ştiind că numărul $n*(-n)$ este natural.
64.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x*y=xy-2x-2y+6$.
a)Arătaţi că $x*y=(x-2)(y-2)+2$, pentru orice numere reale x şi y.
b)Calculaţi $(-2017)*(-2)*0*2*2017$.
c)Determinaţi numerele naturale n, ştiind că numărul $n*(-n)$ este natural.
65.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=xy-6x-6y+42$.
a)Arătaţi că $1*6=6$.
b)Arătaţi că $x*y=(x-6)(y-6)+6$ pentru orice numere reale x şi y.
c)Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $x*x=x$.
66.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=xy-7x-7y+56$.
a)Arătaţi că $1*7=7$.
b)Arătaţi că $x*y=(x-7)(y-7)+7$ pentru orice numere reale x şi y.
c)Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $x*x=x$.
67.Se consideră polinomul $f=X^3-6X^2+X+4$.
a)Arătaţi că $f(1)=0$.
b)Determinaţi câtul şi restul împărţirii polinomului f prin $X-1$.
c)Arătaţi că $(x_1+x_2+x_3)\left(\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_3}\right)=-\frac{3}{2}$ ştiind că x_1, x_2 şi x_3 sunt rădăcinile polinomului f.
68.Se consideră polinomul $f=X^3-6X^2+2X+3$.
a)Arătaţi că $f(1)=0$.
b)Determinaţi câtul şi restul împărţirii polinomului f prin $X-1$.

c)Arătaţi că $(x_1+x_2+x_3)\left(\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_3}\right)=4$ ştiind că x_1, x_2 şi x_3 sunt rădăcinile polinomului f.

69.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x\circ y=3x+3y+xy+6$.
a)Arătaţi că $(-3)\circ 3=-3$.
b)Arătaţi că $x\circ y=(x+3)(y+3)-3$ pentru orice numere reale x şi y.
c)Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $(x+2)\circ(x-4)=4$.

70.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x\circ y=12+4x+4y+xy$.
a)Arătaţi că $(-4)\circ 4=-4$.
b)Arătaţi că $x\circ y=(x+4)(y+4)-4$ pentru orice numere reale x şi y.
c)Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $(x+1)\circ(x-5)=3$.

71.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x\circ y=xy+7x+7y+42$.
a)Arătaţi că $0\circ(-7)=-7$.
b)Arătaţi că $x\circ y=(x+7)(y+7)-7$ pentru orice numere reale x şi y.
c)Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $x\circ x=18$.

72.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x\circ y=xy-4x-4y+20$.
a)Arătaţi că $0\circ 4=4$.
b)Arătaţi că $x\circ y=(x-4)(y-4)+4$ pentru orice numere reale x şi y.
c)Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $x\circ x=20$.

73.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=4(x+y-3)-xy$.
a)Arătaţi că $1*4=4$.
b)Arătaţi că $x*4=4*x=4$ pentru orice număr real x.
c)Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $x*x=x$.

74.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=5(x+y-4)-xy$.
a)Arătaţi că $1*5=5$.
b)Arătaţi că $x*5=5*x=5$ pentru orice număr real x.
c)Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $x*x=x$.

75.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x\circ y=xy-5(x+y)+30$.
a)Arătaţi că $x\circ 5=5\circ x=5$, pentru orice număr real x.
b)Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $x\circ x=x$.
c)Calculaţi $1\circ 2\circ\ldots\circ 2019$.

76.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x\circ y=xy-6(x+y)+42$.
a)Arătaţi că $x\circ 3=3\circ x=3$, pentru orice număr real x.
b)Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $x\circ x=x$.
c)Calculaţi $1\circ 2\circ\ldots\circ 2020$.

77.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie comutativă $x*y=x+y-3$.
a)Arătaţi că $1*(-1)=2017*(-2017)$.
b)Verificaţii dacă legea „$*$” este asociativă.
c)Calculaţi $(-4)*(-3)*(-2)*(-1)*0*1*2*3*4$.

78.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie comutativă $x*y=x+y-7$.
a)Arătaţi că $4*(-4)=2020*(-2020)$.
b)Verificaţii dacă legea „$*$” este asociativă.
c)Calculaţi $(-4)*(-3)*(-2)*(-1)*0*1*2*3*4$.

79.Se consideră polinomul $f=X^3+5X^2+4X$.
a)Arătaţi că $f(-1)=0$.

b)Determinaţi câtul şi restul împărţirii polinomului f la polinomul g=X^2+4X.
c)Calculaţi $x_1^2+x_2^2+x_3^2$, ştiind că x_1, x_2, x_3 sunt rădăcinile polinomului f.
80.Se consideră polinomul f=X^3-2X^2+X.
a)Arătaţi că $f(1)=0$.
b)Determinaţi câtul şi restul împărţirii polinomului f la polinomul g=X^2-X.
c)Calculaţi $x_1^2+x_2^2+x_3^2$, ştiind că x_1, x_2, x_3 sunt rădăcinile polinomului f.
81.Se consideră polinomul f=X^3-6X^2+5X.
a)Calculaţi f(1).
b)Determinaţi câtul şi restul împărţirii polinomului f la X−5.
c)Calculaţi $x_1^2+x_2^2+x_3^2$, unde că x_1, x_2, x_3 sunt rădăcinile polinomului f.
82.Se consideră polinomul f=X^3-7X^2+6X.
a)Calculaţi f(1).
b)Determinaţi câtul şi restul împărţirii polinomului f la X−6.
c)Calculaţi $x_1^2+x_2^2+x_3^2$, unde că x_1, x_2, x_3 sunt rădăcinile polinomului f.
83.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă dată de x∘y=x+y+5.
a)Calculaţi $4\circ(-4)$.
b)Arătaţi că e=−5 este elementul neutru al legii de compoziţie „∘”.
c)Determinaţi numărul real x pentru care $2020\circ(-2020)=x\circ x$.
84.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă dată de x∘y=x+y−3.
a)Calculaţi $2\circ(-2)$.
b)Arătaţi că e=3 este elementul neutru al legii de compoziţie „∘”.
c)Determinaţi numărul real x pentru care $2019\circ(-2019)=x\circ x$.
85.Se consideră polinomul f=X^3-4X^2+3.
a)Arătaţi că $f(1)=0$.
b)Determinaţi câtul şi restul împărţirii polinomului f la polinomul g=X^2-4X+3.
c)Calculaţi $x_1^2+x_2^2+x_3^2$, unde x_1, x_2, x_3, sunt rădăcinile polinomului f.
86.Se consideră polinomul f=X^3-5X^2+4.
a)Arătaţi că $f(1)=0$.
b)Determinaţi câtul şi restul împărţirii polinomului f la polinomul g=X^2-5X+4.
c)Calculaţi $x_1^2+x_2^2+x_3^2$, unde x_1, x_2, x_3, sunt rădăcinile polinomului f.
87.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă dată de x∗y=x+y−4.
a)Calculaţi $6*(-6)$.
b)Arătaţi că legea de compoziţie „∗” este comutativă.
c)Calculaţi $(-3)*(-2)*(-1)*0*1*2*3$.
88.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă dată de x∗y=x+y−5.
a)Calculaţi $7*(-7)$.
b)Arătaţi că legea de compoziţie „∗” este comutativă.
c)Calculaţi $(-3)*(-2)*(-1)*0*1*2*3$.
89.În $\mathbb{R}[X]$ se consideră polinomul f=X^3-3X^2+aX+b.
a)Calculaţi a+b, ştiind că $f(1)=0$.
b)Pentru a=−1 şi b=3,determinaţi rădăcinile polinomului f.
c)Determinaţi numerele reale a şi b, ştiind că $x_1=1$ şi $x_2=3$ sunt rădăcini ale polinomului f.
90.În $\mathbb{R}[X]$ se consideră polinomul f=X^3-4X^2+aX+b.
a)Calculaţi a+b, ştiind că $f(1)=0$.
b)Pentru a=−1 şi b=4,determinaţi rădăcinile polinomului f.

c)Determinaţi numerele reale a şi b, ştiind că $x_1 = 1$ şi $x_2 = 4$ sunt rădăcini ale polinomului f.

91.Pe mulţimea M=$(0, +\infty)$ se defineşte legea de compoziţie $x \circ y = \frac{4x^2+4y^2}{xy}$.

a)Arătaţi că $3 \circ \frac{1}{3} = \frac{328}{9}$.

b)Demostraţi că $x \circ y \geq 1$, pentru orice $x,y \in M$.

c)Determinaţi $a \in M$, pentru care $a^2 \circ \frac{1}{a^2} = 8$.

92.Pe mulţimea M=$(0, +\infty)$ se defineşte legea de compoziţie $x \circ y = \frac{3x^2+3y^2}{xy}$.

a)Arătaţi că $3 \circ \frac{1}{3} = \frac{82}{3}$.

b)Demostraţi că $x \circ y \geq 6$, pentru orice $x,y \in M$.

c)Determinaţi $a \in M$, pentru care $a^2 \circ \frac{1}{a^2} = 6$.

93.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x \circ y = x - 3y + 2$.

a)Arătaţi că $1 \circ 1 = 0$.

b)Demonstraţi că $x \circ \frac{2}{3} = x$, pentru orice număr real real x.

c)Arătaţi că legea de compoziţie „$\circ$” **nu** admite element neutru.

94.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x \circ y = x + 2y - 1$.

a)Arătaţi că $(-1) \circ 1 = 0$.

b)Demonstraţi că $x \circ \frac{1}{2} = x$, pentru orice număr real real x.

c)Arătaţi că legea de compoziţie „$\circ$” **nu** admite element neutru.

95.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x \circ y = x^2 - (x + 2)(y + 2) + y^2$.

a)Arătaţi că $3 \circ (-2) = 13$.

b)Demonstraţi că legea de compoziţie „$\circ$” este comutativă.

c)Demonstraţi că $x \circ 2 \geq -8$, pentru orice număr real x.

96.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x \circ y = x^2 + (x + 3)(y + 3) + y^2$.

a)Arătaţi că $1 \circ (-3) = 10$.

b)Demonstraţi că legea de compoziţie „$\circ$” este comutativă.

c)Demonstraţi că $x \circ 1 \geq 9$, pentru orice număr real x.

97.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x * y = x^2 + xy - x - y + 3$.

a)Arătaţi că $2 * 3 = 8$.

b)Demonstraţi că $(-x) * x = 3$, pentru orice număr real x.

c)Determinaţi numărul real x pentru care $3^x * 9 = 3$.

98.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x * y = x^2 + xy - x - y + 4$.

a)Arătaţi că $3 * 2 = 14$.

b)Demonstraţi că $x * (-x) = 4$, pentru orice număr real x.

c)Determinaţi numărul real x pentru care $2^x * 8 = 4$.

99.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x \circ y = 5xy + x + y$.

a)Arătaţi că $3 \circ 2 = 35$.

b)Demostraţi că $x \circ y = \frac{(5x+1)(5y+1)-1}{5}$, pentru orice numere reale x şi y.

c)Determinaţi mulţimea valorilor reale ale lui x pentru care $x \circ x \leq 7$.

100.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x \circ y = 6xy + x + y$.

a)Arătaţi că $3 \circ 2 = 41$.

b)Demostraţi că $x \circ y = \frac{(6x+1)(6y+1)-1}{6}$, pentru orice numere reale x şi y.

c)Determinaţi mulţimea valorilor reale ale lui x pentru care $x \circ x \leq 4$.
101.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=5-(x-5)(y-5)$.
a)Arătaţi că $1*5=5$.
b)Arătaţi că e=4 este elementul neutru al legii de compoţitie „$*$”.
c)Determinaţi mulţimea valorilor reale ale lui x pentru care $x*(x+10) \geq 5$.
102.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=6-(x-6)(y-6)$.
a)Arătaţi că $1*6=6$.
b)Arătaţi că e=5 este elementul neutru al legii de compoţitie „$*$”.
c)Determinaţi mulţimea valorilor reale ale lui x pentru care $x*(x+12) \geq 6$.
103.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=x(y-4)+y(x-4)$.
a)Arătaţi că $4*6=8$.
b)Determinaţi numerele reale x pentru care x∗x=0.
c)Determinaţi numărul real x pentru care $(x*3)*(x+3)=6$.
104.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=x(y-5)+y(x-5)$.
a)Arătaţi că $5*7=10$.
b)Determinaţi numerele reale x pentru care x∗x=0.
c)Determinaţi numărul real x pentru care $(x*4)*(x+4)=22$.
105.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x \circ y=8x+6y-100$.
a)Arătaţi că $8 \circ 6=0$.
b)Determinaţi numărul real x pentru care $x*(2x)=10$.
c)Determinaţi numerele întregi m pentru care $m^2 \circ 1 \leq 1 \circ m^2$.
106.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x \circ y=6x+8y-100$.
a)Arătaţi că $6 \circ 8=0$.
b)Determinaţi numărul real x pentru care (2x)∗x=10.
c)Determinaţi numerele întregi m pentru care $m^2 \circ 1 \geq 1 \circ m^2$.
107.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=(3x+y)(3y+x)+3$.
a)Arătaţi că $1*1=19$.
b)Determinaţi numerele reale x pentru care x∗0=6.
c)Demonstraţi că $x*\frac{1}{x}>13$, pentru orice număr real nenul x.
108.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=(x+3y)(y+3x)+3$.
a)Arătaţi că $1*1=19$.
b)Determinaţi numerele reale x pentru care x∗0=6.
c)Demonstraţi că $x*\frac{1}{x}>13$, pentru orice număr real nenul x.
109.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x \circ y=x+y+8xy$.
a)Arătaţi că $1 \circ 1=10$.
b)Arătaţi că e=0 este elementul neutru al legii de compoziţie „$\circ$”.
c)Determinaţi numerele întregi m pentru care $m \circ (4-m)>4$.
110.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x \circ y=x+y-8xy$.
a)Arătaţi că $1 \circ 1=-6$.
b)Arătaţi că e=0 este elementul neutru al legii de compoziţie „$\circ$”.
c)Determinaţi numerele întregi m pentru care $m \circ (4-m)<4$.
111.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=xy(x+y-8)$.
a)Arătaţi că $3*4=-12$.
b)Determinaţi numerele reale x pentru care 1∗x=8.
c)Determinaţi numărul real x pentru care $2^x * 2^x = 2^{3x}$.

112.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=xy(x+y-16)$.
a)Arătaţi că $7*8=-56$.
b)Determinaţi numerele reale x pentru care $1*x=16$.
c)Determinaţi numărul real x pentru care $2^x * 2^x = 2^{3x}$.
113.Se consideră polinomul $f=X^3+3X^2+mX-3$, unde m este număr real.
a)Arătaţi că $f(0)=-3$, pentru orice număr real m.
b)Determinaţi numărul real m, ştiind că -1 este rădăcină a polinomului f.
c)Determinaţi numerele naturale m pentru care $x_1^2+x_2^2+x_3^2>3$, unde x_1, x_2 şi x_3 sunt rădăcinile polinomului f.
114.Se consideră polinomul $f=X^3+3X^2+mX-6$, unde m este număr real.
a)Arătaţi că $f(0)=-6$, pentru orice număr real m.
b)Determinaţi numărul real m, ştiind că -1 este rădăcină a polinomului f.
c)Determinaţi numerele naturale m pentru care $x_1^2+x_2^2+x_3^2>3$, unde x_1, x_2 şi x_3 sunt rădăcinile polinomului f.
115.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=(x-3)(y-3)+3$.
a)Arătaţi că $3*4=3$.
b)Determinaţi numărul real x pentru care $x*5=5x$.
c)Determinaţi numerele naturale nenule n pentru care $\frac{3}{n}*n>3$.
116.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=(x-6)(y-6)+6$.
a)Arătaţi că $6*5=6$.
b)Determinaţi numărul real x pentru care $x*8=8x$.
c)Determinaţi numerele naturale nenule n pentru care $\frac{6}{n}*n>6$.
117.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=xy-x+3y-2$.
a)Arătaţi că $1*1=1$.
b)Determinaţi numerele reale x pentru care $2*x=x$.
c)Arătaţi că $x*(2-x)\leq 5$, pentru orice număr real x.
118.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=xy+3x-y-2$.
a)Arătaţi că $1*1=1$.
b)Determinaţi numerele reale x pentru care $x*2=x$.
c)Arătaţi că $(2-x)*x\leq 5$, pentru orice număr real x.
119.Se consideră polinomul $f=X^3-3X^2-3X-m$, unde m este număr real.
a)Pentru $m=-5$, arătaţi că $f(1)=0$.
b)Determinaţi numărul real m pentru care $x_1x_2+x_2x_3+x_3x_1+x_1x_2x_3=1$, unde x_1, x_2 şi x_3 sunt rădăcinile polinomului f.
c)Determinaţi numărul real m pentru care polinomul f este divizibil cu polinomul X+3.
120.Se consideră polinomul $f=X^3-3X^2-3X+m$, unde m este număr real.
a)Pentru $m=5$, arătaţi că $f(1)=0$.
b)Determinaţi numărul real m pentru care $x_1x_2+x_2x_3+x_3x_1+x_1x_2x_3=1$, unde x_1, x_2 şi x_3 sunt rădăcinile polinomului f.
c)Determinaţi numărul real m pentru care polinomul f este divizibil cu polinomul X+3.
121.Se consideră polinomul $f=X^3-4X^2+mX-2$, unde m este număr real.
a)Arătaţi că $f(0)=-2$, pentru orice număr real m.
b)Arătaţi că $x_1+x_2+x_3=2x_1x_2x_3$, pentru orice număr real m, unde x_1, x_2 şi x_3 sunt rădăcinile polinomului f.
c)Determinaţi numărul real m pentru care polinomul f este divizibil cu polinomul X−1.

122.Se consideră polinomul $f=X^3-6X^2+mX-2$, unde m este număr real.
a)Arătaţi că $f(0)=-2$, pentru orice număr real m.
b)Arătaţi că $x_1+x_2+x_3=3x_1x_2x_3$, pentru orice număr real m, unde x_1, x_2 şi x_3 sunt rădăcinile polinomului f.
c)Determinaţi numărul real m pentru care polinomul f este divizibil cu polinomul $X-1$.
123.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x\circ y=4(x+y)-xy-8$.
a)Arătaţi că $1\circ 3=5$.
b)Arătaţi că legea de compoziţie „$\circ$” este comutativă.
c)Determinaţi numerele naturale n pentru care $n\circ n\geq n-2$.
124.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x\circ y=5(x+y)-xy-10$.
a)Arătaţi că $1\circ 3=7$.
b)Arătaţi că legea de compoziţie „$\circ$” este comutativă.
c)Determinaţi numerele naturale n pentru care $n\circ n\geq n-2$.
125.Se consideră polinomul $f=X^3+mX^2+4X-8$, unde m este număr real.
a)Arătaţi că $f(0)=-8$, pentru orice număr real m.
b)Determinaţi numărul real m, ştiind că 1 este rădăcină a polinomului f.
c)Determinaţi numărul natural m pentru care $x_1^2+x_2^2+x_3^2=8$,unde x_1, x_2şi $x_3$sunt rădăcinile polinomului f.
126.Se consideră polinomul $f=X^3+mX^2+3X-10$, unde m este număr real.
a)Arătaţi că $f(0)=-10$, pentru orice număr real m.
b)Determinaţi numărul real m, ştiind că 1 este rădăcină a polinomului f.
c)Determinaţi numărul natural m pentru care $x_1^2+x_2^2+x_3^2=10$,unde x_1, x_2şi $x_3$sunt rădăcinile polinomului f.
127.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x\circ y=4x+4y-1$.
a)Arătaţi $2\circ 1=11$.
b)Determinaţi numărul real x pentru care $x\circ(x+1)=11$.
c)Arătaţi că $x\circ x\leq 16x^2$, pentru orice număr real x.
128.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x\circ y=5x+5y-1$.
a)Arătaţi $2\circ 1=14$.
b)Determinaţi numărul real x pentru care $x\circ(x+1)=14$.
c)Arătaţi că $x\circ x\leq 25x^2$, pentru orice număr real x.
129.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x*y=xy-4x-4y+20$.
a)Arătaţi că $0*4=4$.
b)Determinaţi numerele reale x pentru care $x*(4x)=20$.
c)Ştiind că $e=5$ este elementul neutru al legii de compoziţie „$*$”, determinaţi numărul real x al cărui simetric în raport cu legea de compoziţie „$*$” este 6.
130.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x*y=xy-5x-5y+30$.
a)Arătaţi că $0*2=2$.
b)Determinaţi numerele reale x pentru care $x*(5x)=30$.
c)Ştiind că $e=6$ este elementul neutru al legii de compoziţie „$*$”, determinaţi numărul real x al cărui simetric în raport cu legea de compoziţie „$*$” este 7.
131.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x\circ y=x+y+4$.
a)Arătaţi că $1\circ(-3)=2$.
b)Determinaţi numărul real x pentru care $x\circ 2=3x$.
c)Arătaţi că $(x^2+4)\circ(1-6x)\geq 0$, pentru orice număr real x.

132.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x\circ y=x+y+7$.
a)Arătaţi că $1\circ(-3)=5$.
b)Determinaţi numărul real x pentru care $x\circ 3=3x$.
c)Arătaţi că $(x^2+1)\circ(1-6x)\geq 0$, pentru orice număr real x.
133.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=xy-4x-4y+4$.
a)Arătaţi că $0*1=0$.
b)Determinaţi numărul real x pentru care $x*2=2x$.
c)Determinaţi perechile (m, n) de numere naturale, cu $m<n$, pentru care $(4+m)*(4+n)=2$.
134.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=xy-10x-10y+10$.
a)Arătaţi că $0*1=0$.
b)Determinaţi numărul real x pentru care $x*2=2x$.
c)Determinaţi perechile (m, n) de numere naturale, cu $m<n$, pentru care $(10+m)*(10+n)=2$.
135.Se consideră polinomul $f=X^3-5X^2+X+m$, unde m este număr real.
a)Pentru $m=3$, arătaţi că $f(1)=0$.
b)Determinaţi numărul real m pentru care $2x_1+2x_2+2x_3=1+x_1x_2x_3$, unde x_1, x_2 şi x_3 sunt rădăcinile polinomului f.
c)Ştiind că restul împărţirii polinomului f la polinomul $X-2$ este -17, arătaţi că f este divizibil cu polinomul X^2+1.
136.Se consideră polinomul $f=X^3-6X^2+X+m$, unde m este număr real.
a)Pentru $m=4$, arătaţi că $f(1)=0$.
b)Determinaţi numărul real m pentru care $2x_1+2x_2+2x_3=1+x_1x_2x_3$, unde x_1, x_2 şi x_3 sunt rădăcinile polinomului f.
c)Ştiind că restul împărţirii polinomului f la polinomul $X-2$ este -20, arătaţi că f este divizibil cu polinomul X^2+1.
137.Se consideră polinomul $f=-X^3-mX^2+X+m$, unde m este număr real.
a)Arătaţi că $f(1)=0$, pentru orice număr real m.
b)Pentru $m=3$, arătaţi că -3 este rădăcină a polinomului f.
c)Determinaţi numărul natural m pentru care
$(x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3)^2+x_1x_2x_3(x_1+x_2+x_3)=1$,unde x_1, x_2şi $x_3$sunt rădăcinile polinomului f.
138.Se consideră polinomul $f=-X^3+mX^2+X-m$, unde m este număr real.
a)Arătaţi că $f(1)=0$, pentru orice număr real m.
b)Pentru $m=-3$, arătaţi că -3 este rădăcină a polinomului f.
c)Determinaţi numărul natural m pentru care
$(x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3)^2+x_1x_2x_3(x_1+x_2+x_3)=1$,unde x_1, x_2şi $x_3$sunt rădăcinile polinomului f.
139.Se consideră polinomul $f=X^3-7X^2+aX-5$, unde a este număr real.
a)Pentru $a=11$, arătaţi că $f(1)=0$.
b)Pentru $a=6$, arătaţi că $x_1x_2x_3+5x_1x_2+5x_1x_3+5x_2x_3=35$, unde x_1,x_2 şi x_3 sunt rădăcinile polinomului f.
c)Se consideră polinoamele $g=X-2$ şi $h=X+3$. Determinaţi numărul real a pentru care restul împărţirii polinomului f la g este egal cu restul împărţirii polinomului g la h.
140.Se consideră polinomul $f=X^3-8X^2+aX-6$, unde a este număr real.
a)Pentru $a=13$, arătaţi că $f(1)=0$.
b)Pentru $a=7$, arătaţi că $x_1x_2x_3+6x_1x_2+6x_1x_3+6x_2x_3=48$, unde x_1,x_2 şi x_3 sunt rădăcinile polinomului f.

c)Se consideră polinoamele g=X−2 şi h=X+4. Determinaţi numărul real a pentru care restul împărţirii polinomului f la g este egal cu restul împărţirii polinomului g la h.
141.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=(6-x)(6-y)+2$.
a)Arătaţi că $0*5=8$.
b)Determinaţi numărul real x pentru care $4*x=2$.
c)Determinaţi perechile (m, n) de numere întregi pentru care $(2m)*(2n+1)=8$.
142.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=(8-x)(8-y)+3$.
a)Arătaţi că $0*7=11$.
b)Determinaţi numărul real x pentru care $6*x=3$.
c)Determinaţi perechile (m, n) de numere întregi pentru care $(2m)*(2n+1)=9$.
143. Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=x+y-xy+2$.
a)Arătaţi că $2*4=0$.
b)Determinaţi numărul real x pentru care $x*3=-1$.
c)Determinaţi numerele naturale nenule n pentru care numărul $N=\frac{4}{n}*(4+n)$ este natural.
144. Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=x+y-xy+3$.
a)Arătaţi că $2*5=0$.
b)Determinaţi numărul real x pentru care $x*4=-5$.
c)Determinaţi numerele naturale nenule n pentru care numărul $N=\frac{5}{n}*(5+n)$ este natural.
145.Se consideră polinomul $f=X^3-2X^2-5X+m$, unde m este număr real.
a)Pentru $m=6$, arătaţi că $f(1)=0$.
b)Determinaţi numărul real m pentru care 3 este rădăcină a polinomului f.
c)Ştiind că restul împărţirii polinomului f la polinomul $g=X-2$ este egal cu 2, determinaţi rădăcinile polinomului f.
146.Se consideră polinomul $f=X^3-4X^2-3X+m$, unde m este număr real.
a)Pentru $m=12$, arătaţi că $f(1)=6$.
b)Determinaţi numărul real m pentru care 2 este rădăcină a polinomului f.
c)Ştiind că restul împărţirii polinomului f la polinomul $g=X-5$ este egal cu 18, determinaţi rădăcinile polinomului f.
147.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x\circ y=2x-4y+xy$.
a)Arătaţi că $4\circ 4=8$.
b)Determinaţi numărul real x pentru care $x\circ 4=2$.
c)Determinaţi numerele întregi m pentru care $m\circ(-m) > m\circ m$.
148.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x\circ y=4x-2y+xy$.
a)Arătaţi că $2\circ 2=8$.
b)Determinaţi numărul real x pentru care $4\circ x=2$.
c)Determinaţi numerele întregi m pentru care $(-m)\circ m > m\circ m$.

Tabel de derivate

$c' = 0$	$(x^{\alpha})' = \alpha x^{\alpha-1}$	$(a^x)' = a^x \ln a$	$(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$
$x' = 1$	$\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$	$(\ln x)' = \frac{1}{x}$	$(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$(x^2)' = 2x$	$\left(\sqrt{x}\right)' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$	$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$	$(\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$(x^3)' = 3x^2$	$\left(\sqrt[3]{x}\right)' = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$	$(\sin x)' = \cos x$	$(\operatorname{arctg} x)' = \frac{1}{x^2+1}$
$(x^4)' = 4x^3$	$(e^x)' = e^x$	$(\cos x)' = -\sin x$	$(\operatorname{arcctg} x)' = -\frac{1}{x^2+1}$
$(x^n)' = nx^{n-1}$	$(e^{-x})' = -e^{-x}$	$(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$	

Reguli de derivare

$(f+g)' = f' + g'$ $(f-g)' = f' - g'$ $(\alpha f)' = \alpha f'$ $(fg)' = f'g + fg'$

$(fgh)' = f'gh + fg'h + fgh'$ $\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f'g - fg'}{g^2}$ $\left(\frac{1}{g}\right)' = -\frac{g'}{g^2}$

Derivate

1.Calculaţi $f'(x)$ pentru următoarele funcţii:

$f(x) = 2016$, $f(x) = 6\sqrt{2}$, $f(x) = \operatorname{tg} 4$, $f(x) = x^4$, $f(x) = x^{100}$, $f(x) = x^{2015}$, $f(x) = x^9$,
$f(x) = x^{900}$, $f(x) = x^{2017}$, $f(x) = \frac{1}{x}$, $f(x) = \frac{1}{x^3}$, $f(x) = \frac{1}{x^8}$, $f(x) = \frac{1}{x^{2014}}$, $f(x) = \log_4 x$,
$f(x) = \log_5 x$, $f(x) = \log_{0,3} x$, $f(x) = 5^x$, $f(x) = 6^x$, $f(x) = 2014^x$, $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$, $f(x) = \left(\frac{5}{4}\right)^x$,
$f(x) = 2\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2}$, $f(x) = \log_3(5x) + \log_3\frac{1}{5}$, $f(x) = \log_6(4x^2) - \log_6(4x)$,
$f(x) = \log_2(3x^2) + \log_2\frac{1}{3x}$, $f(x) = 5^x$, $f(x) = 2016^x$, $f(x) = 5^{2x}$, $f(x) = e^{3x}$, $f(x) = x^3 + 3^x$,
$f(x) = x^3 + 4x + 1$, $f(x) = x^3 - 3x + 2$, $f(x) = x^3 + 2x^2 - 5$, $f(x) = 3x - x^5$,
$f(x) = 2 - 3x + x^2 - 5x^3$, $f(x) = 6x - x^4$, $f(x) = x + 3\sqrt{x}$, $f(x) = x^4 + \sin x + \cos x$,
$f(x) = \cos x - \sin x$, $f(x) = x - \cos x + \sin x$, $f(x) = x^2 + 5\sqrt{x}$, $f(x) = x - 3\sqrt{x}$,
$f(x) = 5x^3 + \ln x$, $f(x) = 5^x + 2^x - x$, $f(x) = 3^x + 4^x - x^2$, $f(x) = 4\cos x + 3\sin x - x$,
$f(x) = 5\sin x - 6\cos x + \sqrt{2}$, $f(x) = x^4 + \log_4 x + 2^x$, $f(x) = x^3 + \log_3 x - \sin x$,
$f(x) = x^4 + \log_4 x + \cos x$, $f(x) = \sqrt{x} - \sqrt{3} + \operatorname{tg} x$, $f(x) = \sqrt[3]{x} - 3^2 + \operatorname{ctg} x$,
$f(x) = (x-2)^2 + (x+2)^2$, $f(x) = 3\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{3} + \log_{0,6} x$, $f(x) = \log_4 x^4 + \log_3 x^6$,
$f(x) = 3\operatorname{tg} x - \operatorname{ctg} x$, $f(x) = 4\operatorname{tg} x - 2\operatorname{ctg} x$, $f(x) = x\sqrt{3} + \sqrt[3]{5}x$, $f(x) = 3^{x+1} + 2^{x-1}$,
$f(x) = 5\operatorname{ctg} x - 2\operatorname{tg} x + 3^x$, $f(x) = 1^x + 2^x + e^x + 3^x$, $f(x) = \log_5 x^5 - \log_{\frac{1}{2}} x^3$,
$f(x) = 5^{x+1} + 3^{x-1}$, $f(x) = x\sqrt{3} + 3\sqrt{x}$, $f(x) = 3^x + x^3 + \sqrt[3]{x} + \log_3 x$,
$f(x) = 3x^4 - 2x^3 + 5x + 10$, $f(x) = (1-3x)(1+6x)$, $f(x) = \sin 2x$, $f(x) = (1+x)\ln x$,
$f(x) = \left(\sqrt{x} + \sqrt[3]{x}\right)\ln x$, $f(x) = (2\sin x + 3)(1 - 5\cos x)$, $f(x) = (1-3x^2)(1-2\sin x)$,
$f(x) = \left(-\frac{3}{x} + 4\right)(2\ln x - 3)$, $f(x) = (1+x)(2+\ln x)(3\sin x - 5)$, $f(x) = 3x^2 \cdot \ln x \cdot \sin x$,
$f(x) = x\cos x - 5x\ln x + 3\sin x - x^2 + 2x$, $f(x) = \left(3\sqrt{x} - \sqrt[3]{x}\right)\sin x + 5\sin x \ln x - x^3 + 4x + 5$,
$f(x) = 3x^5 - 2x^3 + 4x + 6$, $f(x) = 1 + 2x + 3x^2 + \cdots + nx^{n-1}$, $f(x) = x\ln x$, $f(x) = x\sin x$,
$f(x) = x\cos x$, $f(x) = x^2\sin x$, $f(x) = \sqrt{x}\sin x + 5\cos x - \frac{3}{x} + 9$, $f(x) = \sqrt[3]{x} \cdot \frac{1}{x} \cdot \sin x$, $f(x) = \frac{1}{x+2}$,

$f(x)=\left(1+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}\right)(1+2x+3x^2)$, $f(x)=\frac{x+1}{x-1}$, $f(x)=\frac{1}{x+1}-\frac{1}{x+2}$, $f(x)=\frac{x+1}{x+2}$, $f(x)=\frac{x}{x^2+1}$,
$f(x)=\frac{x^2+x-1}{x^3+1}$, $f(x)=\frac{x^3-2x}{x^2+x+1}$, $f(x)=\frac{1-x^3}{1+x^3}$, $f(x)=\frac{\sqrt{x}}{x^2+1}$, $f(x)=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}$, $f(x)=\frac{x\sqrt{x}}{x^2\sqrt{x}+1}$, $f(x)=\frac{\ln x+x}{\ln x-x}$,
$f(x)=\frac{\ln x+x^2}{\ln x-x^2}$, $f(x)=\frac{3\sin x}{3\cos x-5}$, $f(x)=\frac{-\sin x+3\cos x}{\sin x+4}$, $f(x)=\frac{2\sin x-5\cos x}{3\sin x+4}$, $f(x)=\frac{5x+3}{3-5x}$, $f(x)=\frac{x^2+4}{x^2-4}$,
$f(x)=(5x+6)\ln x$, $f(x)=(5x-6)e^x$, $f(x)=xe^x\ln x$, $f(x)=x^2\cdot\sin x\cdot\ln x$,
$f(x)=x^2\cdot e^x\cdot\cos x$, $f(x)=\frac{\cos x+3}{\cos x-3}$, $f(x)=\frac{x+e^x}{x-e^x}$, $f(x)=2x^3+4x+6$, $f(x)=\frac{1}{x}-x$,
$f(x)=2x^3+3x^2+5$, $f(x)=x-\frac{1}{x}$, $f(x)=x^4-2x^2+1$, $f(x)=2x^3-6x+1$,
$f(x)=x^3-3x+1$, $f(x)=\frac{x-2}{x+2}$, $f(x)=x+\frac{4}{x-2}$, $f(x)=\frac{3x}{x^2+1}$, $f(x)=\ln x-\frac{1}{x}$, $f(x)=\frac{x-1}{x-2}$,
$f(x)=(x-1)e^x$, $f(x)=x^2-\ln x$, $f(x)=x^2-x$, $f(x)=x^3-3x+7$, $f(x)=e^x-x$,
$f(x)=\sqrt{x}-1$, $f(x)=\frac{x+1}{x}$, $f(x)=xe^x$, $f(x)=(x+2)^3$, $f(x)=x+10-\frac{11}{x}$, $f(x)=x\ln x$,
$f(x)=2x^3-4x+6$, $f(x)=\frac{1}{x}+x$, $f(x)=2x^3-3x^2+5$, $f(x)=x+\frac{1}{x}$, $f(x)=x^4+2x^2+1$,
$f(x)=2x^3+6x+1$, $f(x)=x^3+3x+1$, $f(x)=\frac{x+2}{x-2}$, $f(x)=x-\frac{4}{x-2}$, $f(x)=\frac{3x}{x^2-1}$,
$f(x)=\ln x+\frac{1}{x}$, $f(x)=\frac{x+1}{x+2}$,$f(x)=(x+1)e^x$, $f(x)=x^2+\ln x$, $f(x)=x^2+x$,
$f(x)=x^3+3x+7$, $f(x)=e^x+x$, $f(x)=\sqrt{x}+1$, $f(x)=\frac{x-1}{x}$, $f(x)=2xe^x$, $f(x)=(x+3)^3$,
$f(x)=x-10+\frac{11}{x}$, $f(x)=x^2\ln x$, $f(x)=x^3+x^2-x+1$, $f(x)=x^3-3x$,
$f(x)=-x^3+3x+2$, $f(x)=x^3-12x$, $f(x)=\frac{x+1}{x}$, $f(x)=\frac{1}{x}$, $f(x)=x^3-x^2+x+1$,
$f(x)=x^3+3x$,$f(x)=-x^3-3x+2$, $f(x)=-x^3+12x$, $f(x)=\frac{x-1}{x}$, $f(x)=-\frac{1}{x}$,
$f(x)=e^x-x-1$, $f(x)=3e^x+x^2$, $f(x)=e^x-\ln x+x$, $f(x)=x^4-8x^2+16$,
$f(x)=(x+1)e^x$, $f(x)=xe^x-e^x+1$, $f(x)=\frac{x^2}{x-1}$, $f(x)=\frac{x+\ln x}{x}$, $f(x)=x\ln x-x+1$,
$f(x)=\frac{x}{x^2+1}$, $f(x)=\frac{e^{-x}}{x-2}$, $f(x)=\frac{x^2-3}{x^2+3}$, $f(x)=\frac{1}{x}+\ln x$, $f(x)=\ln(x+1)-\ln x$,
$f(x)=e^x(x^2-6x+9)$, $f(x)=\frac{2}{x}+\ln x$, $f(x)=x\ln x$, $f(x)=x-\ln x$, $f(x)=\frac{x^2-2x+2}{x-1}$,
$f(x)=x+\ln x$, $f(x)=\sqrt{x}-\ln x$, $f(x)=\frac{2x^2-1}{x^2+2}$, $f(x)=\frac{x+1}{e^x}$, $f(x)=\frac{x^2-x-1}{x+1}$, $f(x)=-\frac{4}{x^2+1}$,
$f(x)=e^x-\frac{1}{x}$, $f(x)=\ln x+e^x$, $f(x)=x^3+x^2+x+3^x$, $f(x)=\frac{x+2}{(x-1)^2}$, $f(x)=e^x-x$,
$f(x)=x^2e^x$, $f(x)=x^2+\frac{2}{x}$, $f(x)=\frac{e^x}{1+x}$, $f(x)=\sqrt{x^2+3}$, $f(x)=x^3+\frac{3}{x}$, $f(x)=\sqrt{x^2+4}$,
$f(x)=e^x+x-1$, $f(x)=3e^x-x^2$, $f(x)=e^x+\ln x-x$, $f(x)=x^4+8x^2-16$,
$f(x)=(x-1)e^x$, $f(x)=xe^x+e^x+1$, $f(x)=\frac{x^2}{x+1}$, $f(x)=\frac{x-\ln x}{x}$, $f(x)=x\ln x+x-1$,
$f(x)=\frac{x}{x^2-1}$, $f(x)=\frac{e^{-x}}{x+2}$, $f(x)=\frac{x^2+3}{x^2-3}$, $f(x)=\frac{1}{x}-\ln x$, $f(x)=\ln(x+1)+\ln x$,
$f(x)=e^x(x^2+6x+9)$, $f(x)=\frac{2}{x}-\ln x$, $f(x)=x^2\ln x$, $f(x)=x+2\ln x$, $f(x)=\frac{x^2+2x-2}{x+1}$,
$f(x)=x-\ln x$, $f(x)=\sqrt{x}+\ln x$, $f(x)=\frac{2x^2+1}{x^2-2}$, $f(x)=\frac{x-1}{e^x}$, $f(x)=\frac{x^2+x-1}{x-1}$, $f(x)=-\frac{4}{x^2-1}$,
$f(x)=e^x+\frac{1}{x}$, $f(x)=\ln x-e^x$, $f(x)=x^3-x^2+x-3^x$, $f(x)=\frac{x-2}{(x+1)^2}$, $f(x)=e^x+x$,
$f(x)=x^3e^x$, $f(x)=x^2-\frac{2}{x}$, $f(x)=\frac{e^x}{1-x}$, $f(x)=\sqrt{x^2-3}$, $f(x)=x^3-\frac{3}{x}$, $f(x)=\sqrt{x^2-4}$,
$f(x)=x^4-5x^2+3$, $f(x)=4x^3-7x+2$, $f(x)=x^3+3x+2$, $f(x)=x^3-3x^2+1$,
$f(x)=\frac{x-3}{x+3}$, $f(x)=x+\frac{5}{x-3}$, $f(x)=\frac{6x}{x^2+1}$, $f(x)=\frac{1}{x}-\ln x$, $f(x)=\ln x-x+\frac{1}{x}$, $f(x)=\frac{x-2}{x-3}$,

$f(x)=\frac{x+1}{x+2}$, $f(x)=(x-2)e^x$, $f(x)=(x+1)e^x$, $f(x)=x^2+\ln x$, $f(x)=x^2-3x$,
$f(x)=x^2+x$, $f(x)=x^4-x^3$, $f(x)=x^3+3x-5$, $f(x)=e^x+x$, $f(x)=\sqrt{x}+1$, $f(x)=\frac{x+2}{x}$,
$f(x)=\frac{x-2}{x}$,$f(x)=xe^x$, $f(x)=(x+3)^2$, $f(x)=(x-2)^3$, $f(x)=x+11-\frac{6}{x}$, $f(x)=x^4\ln x$,
$f(x)=\sqrt{x}+4\ln x$, $f(x)=\frac{3x^2-1}{x^2+2}$, $f(x)=\frac{x-2}{e^x}$, $f(x)=\frac{x^2+x+1}{x+1}$, $f(x)=e^x+\frac{1}{x}$, $f(x)=e^x-\frac{1}{x}+x$,
$f(x)=\ln x+e^x$, $f(x)=x^3-x^2+x-3^x$, $f(x)=\frac{x+3}{(x-1)^2}$, $f(x)=e^x-2x$, $f(x)=x^3e^x$,
$f(x)=x^2+\frac{3}{x}$, $f(x)=\frac{e^x}{x+2}$, $f(x)=\sqrt{x^2+5}$, $f(x)=x^3-\frac{3}{x}$, $f(x)=2x^3-3x^2+5$,
$f(x)=2x+\frac{1}{x}$, $f(x)=x^4-6x^2+9$, $f(x)=4x^3-7x+2$, $f(x)=x^3-6x+3$, $f(x)=x+\frac{5}{x-3}$,
$f(x)=\frac{x-4}{x+4}$, $f(x)=\ln x-\frac{3}{x}$, $f(x)=\frac{4x}{x^2+1}$, $f(x)=(x-2)e^x$, $f(x)=\frac{x+2}{x+1}$, $f(x)=e^x(x+2)$,
$f(x)=x^4e^x$, $f(x)=x^{2016}e^x$, $f(x)=x^3-\ln x$, $f(x)=x^2-x+3$, $f(x)=e^x-x^2+3x$,
$f(x)=x^3-3x+6$, $f(x)=\frac{x+2}{x}$, $f(x)=\sqrt{x}-4$, $f(x)=x\sqrt{x}$, $f(x)=(x+4)^3$, $f(x)=(x+5)^3$,
$f(x)=x^{2017}e^x$, $f(x)=x^5\ln x$, $f(x)=(x+2)\ln x$, $f(x)=x+11-\frac{12}{x}$, $f(x)=x-\frac{1}{x}$,
$f(x)=x+\frac{1}{x}$, $f(x)=x^2-\frac{1}{x^2}$, $f(x)=e^x-\frac{1}{x}$, $f(x)=x\operatorname{tg}x$, $f(x)=e^x\ln x$, $f(x)=\frac{e^x}{\ln x}$, $f(x)=\frac{e^x}{x^2}$,
$f(x)=\frac{x^2}{x+1}$, $f(x)=e^x-e^{-x}$, $f(x)=\frac{\ln x}{\sqrt{x}}$, $f(x)=x+e^{-x}$, $f(x)=x^{2008}-2008(x-1)-1$,
$f(x)=\frac{x}{x+1}+\frac{x+1}{x+2}$, $f(x)=e^x+x^2$, $f(x)=\frac{1+\ln x}{1-\ln x}$, $f(x)=e^x(2x^2+4x+5)$, $f(x)=-x^2+x$,
$f(x)=\frac{1}{x^2}+\frac{1}{(x+1)^2}$, $f(x)=x-2\ln x$, $f(x)=\frac{e^x}{x+1}$, $f(x)=\frac{\ln x}{x}$, $f(x)=e^{-x}-1$, $f(x)=-e^{-x}$,
$f(x)=e^x-1$, $f(x)=\frac{e^x}{x^2}$, $f(x)=(x+1)^2+(x-1)^2$, $f(x)=\frac{\ln x}{x^2}$, $f(x)=\frac{e^x}{x+2}$, $f(x)=\frac{x^2+x+2}{x-1}$,
$f(x)=x-e\ln x$, $f(x)=(x^2-2x+1)e^x$, $f(x)=\frac{x^4}{4}-\ln x$, $f(x)=e^x-x$, $f(x)=e^x-x-1$,
$f(x)=\frac{\ln x}{x}$, $f(x)=\ln x+7$, $f(x)=x-\ln x$, $f(x)=x^2+e^x$, $f(x)=x^2\ln x$, $f(x)=x-\frac{1}{e^x}$,
$f(x)=1-\frac{2e^x}{x+e^x}$, $f(x)=(x^2+2x+3)e^x$, $f(x)=\frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}$, $f(x)=(x^2-3x-3)e^x$, $f(x)=\frac{x-\ln x}{x+\ln x}$,
$f(x)=\frac{x^2-1}{x^2+1}$, $f(x)=\ln x-x+1$, $f(x)=x^2-\frac{1}{x^2}$, $f(x)=\frac{2x-1}{x-1}$, $f(x)=x^{2008}+2008^x$,
$f(x)=\frac{x^2-x+1}{x^2+x+1}$, $f(x)=x^2+e^x$, $f(x)=(x-1)e^x$, $f(x)=xe^x$, $f(x)=\frac{x^2+3}{x-1}$, $f(x)=x-2\ln x$,
$f(x)=\frac{1}{x(x+1)}$, $f(x)=(x-2)\ln x$, $f(x)=1+\sqrt{x}$, $f(x)=\frac{1}{2\sqrt{x}}$, $f(x)=\sqrt{x}+x$, $f(x)=x\sqrt[3]{x}$,
$f(x)=x^4-6x^2+18x+12$, $f(x)=(x^2-1)\ln x$, $f(x)=x\ln x$, $f(x)=3^x+1$,
$f(x)=e^x-x-1$,$f(x)=e^x-1$, $f(x)=e^x-ex-1$, $f(x)=x-\ln x$, $f(x)=\frac{x+1}{x-1}$,
$f(x)=2x^3-15x^2+24x-1$,$f(x)=2^x-x\ln 2$, $f(x)=\frac{x+1}{x-3}$, $f(x)=e^x+\frac{x-1}{x}$, $f(x)=\frac{x^2}{x^2+1}$,
$f(x)=\frac{2x}{1+x^2}$, $f(x)=\frac{2x+3}{x+2}$,$f(x)=x+\frac{3}{2}$, $f(x)=x^3-3x^2+4$, $f(x)=x^3-5x^2+8x-4$,
$f(x)=x^3+3x$, $f(x)=\ln x+\frac{x^2}{2}$,$f(x)=x+\sqrt{x}$, $f(x)=\ln x+8$, $f(x)=\frac{3}{x}$, $f(x)=x^3+\frac{3}{x}$,
$f(x)=\frac{2x+3}{x^2+2}$, $f(x)=(x-1)(x-2)$,
$f(x)=\frac{1}{x^2+1}$, $f(x)=\frac{x+1}{e^x}$, $f(x)=(x-3)\ln x$, $f(x)=\frac{x^2}{x^2+1}$, $f(x)=2^x+3^x$, $f(x)=x+1+\frac{1}{x-1}$,
$f(x)=2\sqrt{x}-3\sqrt[3]{x}$, $f(x)=(x-3)\sqrt{x}$, $f(x)=3^x-\left(\frac{1}{2}\right)^x$, $f(x)=\frac{x^2-x+1}{e^x}$, $f(x)=\frac{x^2+1}{x}$,

$f(x)=\frac{\ln x}{x^4}$,$f(x)=x\ln x-x$, $f(x)=x^3-3x+1$, $f(x)=2x^3-3x^2+1$, $f(x)=2\sqrt{x}-\ln x$,
$f(x)=x^2-x-\ln x$, $f(x)=\frac{e^x}{x}$, $f(x)=(x^2+1)e^x-1$, $f(x)=xe^x$, $f(x)=\frac{x^2}{x-1}$, $f(x)=\frac{x^3}{\ln x}$,
$f(x)=\frac{x^2-x+1}{x^2+x+1}$, $f(x)=\frac{e^x}{x-1}$, $f(x)=x+2-3\sqrt[3]{x}$, $f(x)=\frac{x^2+1}{x}$, $f(x)=\frac{2x}{1+x^2}$, $f(x)=x^3-3x^2+4$,
$f(x)=x^3-5x^2+8x-4$, $f(x)=x^3+3x$, $f(x)=\ln x+\frac{x^2}{x}$, $f(x)=x+\sqrt{x}$, $f(x)=x^3+\frac{3}{x}$,
$f(x)=(x-1)(x-2)$, $f(x)=(x-3)\ln x$, $f(x)=x^{2016}+2016x$, $f(x)=2016^x-x^{2016}$,
$f(x)=\frac{x^2}{x-1}$, $f(x)=e^x+e^{-x}$, $f(x)=\frac{e^x}{\sqrt{x}}$, $f(x)=x-e^{-x}$, $f(x)=x^{2017}+2017(x-1)-1$,
$f(x)=\frac{x}{x-1}-\frac{x-1}{x-2}$, $f(x)=e^x-x^2$, $f(x)=\frac{1-\ln x}{1+\ln x}$, $f(x)=e^x(2x^2-4x+5)$, $f(x)=x^2-x$,
$f(x)=\frac{1}{x^2}-\frac{1}{(x-1)^2}$, $f(x)=x+2\ln x$, $f(x)=\frac{e^x}{x-1}$, $f(x)=\frac{\ln x}{-x}$, $f(x)=e^{-x}+1$, $f(x)=-e^{-x}+x$,
$f(x)=e^x+1$, $f(x)=\frac{-e^x}{x^2}$, $f(x)=(x+5)^2+(x-5)^2$, $f(x)=\frac{-\ln x}{x^2}$, $f(x)=\frac{e^x}{x-2}$, $f(x)=\frac{x^2-x+2}{x+1}$,
$f(x)=x+e\ln x$, $f(x)=(x^2+2x+1)e^x$, $f(x)=\frac{x^4}{4}+\ln x$, $f(x)=e^x+x$, $f(x)=e^x-x+1$,
$f(x)=\frac{\ln x}{e^x}$, $f(x)=\ln x-7$, $f(x)=x+\ln x$, $f(x)=x^2-e^x$, $f(x)=x^{2018}\ln x$, $f(x)=x+\frac{1}{e^x}$,
$f(x)=1-\frac{2e^x}{x-e^x}$, $f(x)=(x^2-2x+3)e^x$, $f(x)=\frac{1+\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}}$, $f(x)=(x^2+3x-3)e^x$, $f(x)=\frac{x+\ln x}{x-\ln x}$,
$f(x)=\frac{x^2+1}{x^2-1}$, $f(x)=\ln x+x+1$, $f(x)=x^2+\frac{1}{x^2}$, $f(x)=\frac{2x+1}{x+1}$, $f(x)=x^{2017}-2017^x$,
$f(x)=\frac{x^2+x+1}{x^2-x+1}$, $f(x)=x^2-e^x$, $f(x)=(x+1)e^x$, $f(x)=3x-xe^x$, $f(x)=\frac{x^2-3}{x+1}$, $f(x)=x+2\ln x$,
$f(x)=\frac{1}{x(x-1)}$, $f(x)=(x+2)\ln x$, $f(x)=1-\sqrt{x}$, $f(x)=\frac{1}{\sqrt{x}}$, $f(x)=\sqrt{x}-x$, $f(x)=x^3\cdot\sqrt[3]{x}$,
$f(x)=x^4+6x^2-18x+12$, $f(x)=(x^2+1)\ln x$,$f(x)=x^5\ln x$, $f(x)=x4^x$,$f(x)=e^x+x-1$,
$f(x)=e^x+1$, $f(x)=e^x+ex+1$, $f(x)=x+2\ln x$, $f(x)=\frac{x-1}{x+1}$, $f(x)=2x^3+15x^2-24x-1$,
$f(x)=2^x+x\ln 2$, $f(x)=\frac{x-1}{x+3}$, $f(x)=e^x-\frac{x-1}{x}$, $f(x)=\frac{x^2}{x^2-1}$, $f(x)=\frac{2x}{1-x^2}$, $f(x)=\frac{2x-3}{x-2}$,
$f(x)=x-\frac{3}{x}$, $f(x)=x^3+3x^2+4$, $f(x)=x^3+5x^2-8x-4$, $f(x)=x^3-3x$, $f(x)=\ln x-\frac{x^2}{2}$,
$f(x)=x-\sqrt{x}$, $f(x)=\ln x-8$, $f(x)=-\frac{3}{x}$, $f(x)=x^3-\frac{3}{x}$, $f(x)=\frac{2x-3}{x^2-2}$, $f(x)=(x+1)(x-2)$,
$f(x)=\frac{1}{x^2-1}$, $f(x)=\frac{x-1}{e^x}$, $f(x)=(x+3)\ln x$, $f(x)=\frac{x^2}{x^2-1}$, $f(x)=2^x-3^x$, $f(x)=x-1+\frac{1}{x+1}$,
$f(x)=2\sqrt{x}+3\sqrt[3]{x}$, $f(x)=(x+3)\sqrt{x}$, $f(x)=3^x+\left(\frac{1}{2}\right)^x$, $f(x)=\frac{x^2+x-1}{e^x}$, $f(x)=\frac{x^2-1}{x}$, $f(x)=\frac{\ln x}{x^7}$,
$f(x)=x\ln x+x$, $f(x)=x^3+3x+1$, $f(x)=2x^3+3x^2+1$, $f(x)=2\sqrt{x}+\ln x$,
$f(x)=x^2+x-\ln x$, $f(x)=\frac{e^x}{-x}$, $f(x)=(x^2-1)e^x-1$, $f(x)=2xe^x$, $f(x)=\frac{x^2}{x+1}$, $f(x)=\frac{-x^3}{\ln x}$,
$f(x)=\frac{x^2+x+1}{x^2-x+1}$, $f(x)=\frac{e^x}{x+1}$, $f(x)=x-2+3\sqrt[3]{x}$, $f(x)=\frac{x^2-1}{x}$, $f(x)=\frac{2x}{1-x^2}$, $f(x)=x^3+3x^2-4$,
$f(x)=x^3+5x^2-8x-4$, $f(x)=x^3-3x$, $f(x)=\ln x-\frac{x^2}{2}$, $f(x)=x-\sqrt{x}$, $f(x)=x^3-\frac{3}{x}$,
$f(x)=(x-1)(x+2)$, $f(x)=(x+3)\ln x$, $f(x)=x^{2016}-2016x$, $f(x)=2016^x+x^{2016}$,
$f(x)=x+2\ln x+2017$,$f(x)=\frac{2}{5}x^2\sqrt{x}$,$f(x)=(x+2016)e^x$, $f(x)=(3x+2)e^x$,
$f(x)=x^2+\ln x+2016$, $f(x)=\frac{x^2+2x+5}{x^2+2x+4}$, $f(x)=(x-6)\ln x$, $f(x)=\frac{x^2+5}{x^2+4}$, $f(x)=x(x^2-16)+4$,
$f(x)=\frac{x}{x^2+25}$, $f(x)=\frac{x}{x^6+9}$, $f(x)=\frac{x^2+2x+1}{x+2}$, $f(x)=3+\frac{x-3}{e^x}$.

2.Calculaţi f′′(x) pentru următoarele funcţii:

$f(x)=x^3+3x$, $f(x)=x^2e^x$, $f(x)=\cos x-\sin x$, $f(x)=x+\sqrt{x}$, $f(x)=\sqrt{x}-x$, $f(x)=\frac{x}{x^2-1}$,
$f(x)=\frac{\cos x}{1+\cos x}$, $f(x)=\frac{\sin x}{1-\sin x}$, $f(x)=\frac{e^x}{e^x+1}$, $f(x)=x^3\ln x$, $f(x)=x\ln x$, $f(x)=3x^2+6x$,
$f(x)=x^3+5x$, $f(x)=e^x-x$, $f(x)=2x+\ln x$, $f(x)=x^2\ln x$, $f(x)=x^3e^x$, $f(x)=(2x+1)\ln x$,
$f(x)=(x^2+1)\ln x$, $f(x)=\cos^2 x$, $f(x)=\sin^3 x$, $f(x)=\cos^4 x$, $f(x)=x\cos x+\sin x$, $f(x)=\frac{x+1}{x-2}$,
$f(x)=x\sin x-\cos x$, $f(x)=x^3\sqrt{x}$, $f(x)=x\operatorname{ctg}x$, $f(x)=x\sin x$, $f(x)=\frac{x-2}{x+1}$, $f(x)=\frac{x+1}{x-1}$, $f(x)=$
$(x^2+x+1)e^x$, $f(x)=e^x\sin x$, $f(x)=e^x\cos x$, $f(x)=x^3+x^2+x+1$,
$f(x)=x^4+3x^2+2$, $f(x)=3\sin x+4\cos x$, $f(x)=3\sqrt{x}+5x$, $f(x)=\frac{x}{x+2}$, $f(x)=\frac{e^x+1}{e^x-1}$,
$f(x)=\frac{e^x+1}{e^x}$, $f(x)=x^4\ln x$, $f(x)=5x^2+2x+3$, $f(x)=3x+\ln x$, $f(x)=(x^2+x+1)\ln x$,
$f(x)=(x^2+x+1)e^x$, $f(x)=\frac{x+1}{x-3}$, $f(x)=\frac{x}{x+1}$, $f(x)=x\ln x$, $f(x)=(x^2+x)\ln x$, $f(x)=x^5e^x$,
$f(x)=x^{10}+x^5$, $f(x)=\sin^6 x$, $f(x)=\cos^5 x$, $f(x)=x^3\sin x$, $f(x)=x^2\sin^3 x$, $f(x)=x^3\cos^2 x$,
$f(x)=e^x\ln x$, $f(x)=e^x(\sin x+\cos x)$, $f(x)=x^2(\sin x-\cos x)$, $f(x)=x^5+3x^4-5x^2+2$,
$f(x)=4\sin x+3\cos x$, $f(x)=\frac{x+4}{x-4}$, $f(x)=\frac{e^x+3}{e^x-3}$, $f(x)=\frac{2+\sin x}{2-\sin x}$, $f(x)=\frac{e^x+3}{e^x+1}$, $f(x)=\frac{2+\sin x}{2-\sin x}$,
$f(x)=\frac{2-\cos x}{2+\cos x}$, $f(x)=\frac{x+7}{x+6}$, $f(x)=(x+2)e^x$, $f(x)=(3x-2)e^x$, $f(x)=\frac{\operatorname{tg}x}{\sin x}$.

Limitele unor funcţii

Funcţiile cu nume se numesc funcţii elementare,o să numim funcţii elementare şi operaţiile cu aceste funcţii cu nume.

Dacă $f:D\to\mathbb{R}$ o funcţie elementară şi $a\in D\Rightarrow\lim\limits_{x\to a}f(x)=f(a)$.

$\frac{1}{0^+}=+\infty$, $\frac{1}{0^-}=-\infty$, $\ln 0^+=-\infty$, $\ln\infty=\infty$, $\frac{1}{\infty}=0$, $\frac{c}{\infty}=0$

Pentru $x_0\in\mathbb{R}\setminus\left\{-\frac{d}{c}\right\}\Rightarrow\lim\limits_{x\to x_0}\frac{ax+b}{cx+d}=\frac{ax_0+b}{cx_0+d}$.

$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{ax+b}{cx+d}=\left[\frac{\infty}{\infty}\right]=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x\left(a+\frac{b}{x}\right)}{x\left(c+\frac{d}{x}\right)}=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{\left(a+\frac{b}{x}\right)}{\left(c+\frac{d}{x}\right)}=\frac{a}{c}$.

$\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{ax+b}{cx+d}=\left[\frac{\infty}{\infty}\right]=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{x\left(a+\frac{b}{x}\right)}{x\left(c+\frac{d}{x}\right)}=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{a+\frac{b}{x}}{c+\frac{d}{x}}=\frac{a}{c}$.

$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{ax^2+bx+c}{dx^2+ex+f}=\left[\frac{\infty}{\infty}\right]=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x^2\left(a+\frac{b}{x}+\frac{c}{x^2}\right)}{x^2\left(d+\frac{e}{x}+\frac{f}{x^2}\right)}=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{a+\frac{b}{x}+\frac{c}{x^2}}{d+\frac{e}{x}+\frac{f}{x^2}}=\frac{a}{d}$.

$\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{ax^2+bx+c}{dx^2+ex+f}=\left[\frac{\infty}{\infty}\right]=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{x^2\left(a+\frac{b}{x}+\frac{c}{x^2}\right)}{x^2\left(d+\frac{e}{x}+\frac{f}{x^2}\right)}=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{a+\frac{b}{x}+\frac{c}{x^2}}{d+\frac{e}{x}+\frac{f}{x^2}}=\frac{a}{d}$.

Pentru calculul unor limite de funcţii utilizăm şi regula lui l'Hospital, pe care o expunem pe pagina următoare.

Continuitate

Fie funcţia $f:D\to\mathbb{R}$,$a\in\mathbb{R}$,a punct de acumulare pentru D

f este continuă în a $\Leftrightarrow\lim\limits_{\substack{x\to a\\x<a}}f(x)=\lim\limits_{\substack{x\to a\\x>a}}f(x)=f(a)$

f este continuă în a $\Leftrightarrow\lim\limits_{x\to a}f(x)=f(a)$.

Fie funcţia $f:D\to\mathbb{R}$,$a\in\mathbb{R}$,a punct izolat pentru $D\Rightarrow$f continuă în a.

Dacă o funcţie continuă nu se anulează pe un interval atunci ea păstrează semn constant pe acel interval.

Fie I interval şi f:I→ℝ o funcţie continuă.Dacă $f(x) \neq 0 \forall x \epsilon I \Rightarrow f(x) > 0 \forall x \epsilon I$ sau $f(x) < 0 \forall x \epsilon I$.
Fie φ:[a, b] → ℝ o funcţie continuă.Dacă $\varphi(a)\varphi(b) < 0$ atunci există cel puţin un $c \epsilon (a, b)$ astfel încât $\varphi(c) = 0$.
Fie φ:(a, b) → ℝ o funcţie continuă.Dacă $\lim\limits_{\substack{x\to a \\ x>a}} \varphi(x) \lim\limits_{\substack{x\to b \\ x<b}} \varphi(x) < 0$ atunci există cel puţin un $c \epsilon (a, b)$ astfel încât $\varphi(c) = 0$.

Asimptote

Asimptote verticale

Fie funcţia f:D→ℝ,a∈ℝ,a punct de acumulare pentru D
$\lim\limits_{\substack{x\to a \\ x<a}} f(x) \epsilon \{\pm\infty\} \Leftrightarrow$ d:x=a este asimptotă verticală la stânga la $\mathcal{G}_f$
$\lim\limits_{\substack{x\to a \\ x>a}} f(x) \epsilon \{\pm\infty\} \Leftrightarrow$ d:x=a este asimptotă verticală la dreapta la $\mathcal{G}_f$
Dacă dreapta d:x=a este asimptotă verticală la stânga şi la dreapta atunci spunem că d:x=a este asimptotă verticală bilaterală la $\mathcal{G}_f$
$\frac{1}{0^+} = +\infty$, $\frac{1}{0^-} = -\infty$, $\ln 0^+ = -\infty$, $\ln\infty = \infty$

Asimptote orizontale

$\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = k \epsilon \mathbb{R} \Leftrightarrow$d:y=k este asimptotă orizontală spre $+\infty$
$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = k \epsilon \mathbb{R} \Leftrightarrow$d:y=k este asimptotă orizontală spre $-\infty$

Asimptote oblice

Dacă $\exists m = \lim\limits_{x\to\infty} \frac{f(x)}{x} \epsilon \mathbb{R}^*$ şi $\exists n = \lim\limits_{x\to\infty} (f(x) - mx) \epsilon \mathbb{R} \Rightarrow$d:y=mx+n asimptotă oblică spre $+\infty$ la $\mathcal{G}_f$
Dacă $\exists m = \lim\limits_{x\to-\infty} \frac{f(x)}{x} \epsilon \mathbb{R}^*$ şi $\exists n = \lim\limits_{x\to-\infty} (f(x) - mx) \epsilon \mathbb{R} \Rightarrow$d:y=mx+n asimptotă oblică spre $-\infty$ la $\mathcal{G}_f$

Derivată unei funcţii într-un punct,ecuaţia tangentei,derivata de ordin doi

$\lim\limits_{x\to x_0} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} = f'(x_0)$
Ex.Fie $f(x) = x^3 - 2x$, calculaţi $\lim\limits_{x\to1} \frac{f(x)-f(1)}{x-1}$.
$f'(x) = 3x^2 - 2$, $\lim\limits_{x\to1} \frac{f(x)-f(1)}{x-1} = f'(1) = 3-2 = 1$
$f'(x) = \lim\limits_{h\to0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$, $\lim\limits_{x\to x_0} \frac{f'(x)-f'(x_0)}{x-x_0} = f''(x_0)$, $f''(x) = \big(f'(x)\big)'$
Dacă $f'(x_0) \epsilon \mathbb{R}$ atunci ecuaţia tangentei la $\mathcal{G}_f$ în $A\big(x_0, f(x_0)\big)$ este $y - f(x_0) = f'(x_0)(x - x_0)$,iar panta tangentei este $m = f'(x_0)$
Dacă $f'(x_0) \epsilon \{\pm\infty\}$ atunci ecuaţia tangentei la $\mathcal{G}_f$ în $A\big(x_0, f(x_0)\big)$ este $x = x_0$

Regula lui l'Hospital

$\lim\limits_{x\to\alpha} \frac{f(x)}{g(x)} = \left[\frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty}\right] = \lim\limits_{x\to\alpha} \frac{f'(x)}{g'(x)}$

Rolul derivatei de ordin 1 şi 2 în studiul funcţiilor

Fie M un interval şi f o funcţie
dacă $f'(x) > 0 \ \forall x \epsilon M \Rightarrow$ f este strict crescătoare pe M
dacă $f'(x) \geq 0 \ \forall x \epsilon M \Leftrightarrow$ f este crescătoare pe M
dacă $f'(x) < 0 \ \forall x \epsilon M \Rightarrow$ f este strict descrescătoare pe M
dacă $f'(x) \leq 0 \ \forall x \epsilon M \Leftrightarrow$ f este descrescătoare pe M

Pentru

x	x_0
$f'(x)$	$-\ -\ -\ -\ -\ -\ -\ -\ -\ -\ -\ 0\ +\ +\ +\ +\ +\ +\ +\ +\ +\ +\ +\ +$
f(x)	$\searrow\ \searrow\ \searrow\ \searrow\ \searrow\ \searrow\ \searrow\ \searrow\ \searrow\ \searrow\ f(x_0)\ \nearrow\ \nearrow\ \nearrow\ \nearrow\ \nearrow\ \nearrow\ \nearrow\ \nearrow\ \nearrow\ \nearrow\ \nearrow\ \nearrow\ \nearrow$

$\Rightarrow x_0$ este punct de minim local al lui f , $f(x_0)$ este valoare minimă locală a lui f

Pentru

x	x_0
$f'(x)$	$+\ +\ +\ +\ +\ +\ +\ +\ +\ 0\ -\ -\ -\ -\ -\ -\ -\ -\ -\ -\ -\ -\ -\ -$
f(x)	$\nearrow\ \nearrow\ \nearrow\ \nearrow\ \nearrow\ \nearrow\ \nearrow\ \nearrow\ \nearrow\ \nearrow\ f(x_0)\ \searrow\ \searrow\ \searrow\ \searrow\ \searrow\ \searrow\ \searrow\ \searrow\ \searrow\ \searrow\ \searrow\ \searrow\ \searrow$

$\Rightarrow x_0$ este punct de maxim local al lui f , $f(x_0)$ este valoare maximă locală a lui f

Fie M un interval şi f o funcţie

dacă $f''(x) \geq 0\ \forall x \epsilon M \Leftrightarrow$ f este convexă pe M

dacă $f''(x) \leq 0\ \forall x \epsilon M \Leftrightarrow$ f este concavă pe M

Pentru

x	x_0
$f''(x)$	$-\ -\ -\ -\ -\ -\ -\ -\ -\ -\ -\ 0\ +\ +\ +\ +\ +\ +\ +\ +\ +\ +\ +\ +$
f(x)	concavă $f(x_0)$ convexă

$\Rightarrow x_0$ este punct de inflexiune a lui f

Pentru

x	x_0
$f''(x)$	$+\ +\ +\ +\ +\ +\ +\ +\ +\ 0\ -\ -\ -\ -\ -\ -\ -\ -\ -\ -\ -\ -\ -\ -$
f(x)	convexă $f(x_0)$ concavă

$\Rightarrow x_0$ este punct de inflexiune al lui f

Subiectul III1 (prelucrări bacalaureat)

1.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=\frac{x}{x^2+16}$.

a)Arătaţi că $f'(x)=\frac{(4-x)(4+x)}{(x^2+16)^2}, x\epsilon\mathbb{R}$.

b)Determinaţi ecuaţia asimptotei orizontale spre $-\infty$ la graficul funcţiei f.

c)Determinaţi mulţimea valorilor funcţiei f.

2.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=\frac{x}{x^2+25}$.

a)Arătaţi că $f'(x)=\frac{(5-x)(5+x)}{(x^2+25)^2}, x\epsilon\mathbb{R}$.

b)Determinaţi ecuaţia asimptotei orizontale spre $-\infty$ la graficul funcţiei f.

c)Determinaţi mulţimea valorilor funcţiei f.

3.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=\frac{x}{3+x^4}$.

a)Arătaţi că $f'(x)=\frac{3(1+x^2)(1-x^2)}{(x^4+3)^2}, x\epsilon\mathbb{R}$.

b)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă x=0, situat pe graficul funcţiei f.

c)Determinaţi mulţimea valorilor funcţiei f.

4.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=\frac{x}{x^4+3}$.

a)Arătaţi că $f'(x)=\frac{3(1-x^2)(1+x^2)}{(x^4+3)^2}$, $x\in\mathbb{R}$.

b)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă x=0, situat pe graficul funcţiei f.

c)Determinaţi mulţimea valorilor funcţiei f.

5.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=x^3-12x+15$.

a)Arătaţi că $f'(x)=3(x+2)(x-2), x\in\mathbb{R}$.

b)Demonstraţi că funcţia f este concavă pe $(-\infty,0]$.

c)Demonstraţi că $f(x)\geq -1$, pentru orice $x\in[-2,+\infty)$.

6.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=x^3-3x+5$.

a)Arătaţi că $f'(x)=3(x+1)(x-1), x\in\mathbb{R}$.

b)Demonstraţi că funcţia f este concavă pe $(-\infty,0]$.

c)Demonstraţi că $f(x)\geq 3$, pentru orice $x\in[-1,+\infty)$

7.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=9x^3-6x^2+x+1$.

a)Arătaţi că $f'(x)=(3x-1)(9x-1), x\in\mathbb{R}$.

b)Calculaţi $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x\,f'(x)}{f(x)}$.

c)Demonstraţi că $f(x)\leq\frac{85}{81}$, pentru orice $x\in(-\infty,\frac{1}{3}]$.

8.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=8x^3-5x^2+x+1$.

a)Arătaţi că $f'(x)=(6x-1)(4x-1), x\in\mathbb{R}$.

b)Calculaţi $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x\,f'(x)}{f(x)}$.

c)Demonstraţi că $f(x)\leq\frac{115}{108}$, pentru orice $x\in(-\infty,\frac{1}{4}]$.

9.Se consideră funcţia f:$(3,+\infty)\to\mathbb{R}$,$f(x)=\frac{x^2-4x+4}{x-3}$.

a)Arătaţi că $f'(x)=\frac{(x-2)(x-4)}{(x-3)^2}$, $x\in(3,+\infty)$.

b)Determinaţi ecuaţia asimptotei oblice spre $+\infty$ la graficul funcţiei f.

c)Demonstraţi că funcţia f este convexă pe $(3,+\infty)$.

10.Se consideră funcţia f:$(-3,+\infty)\to\mathbb{R}$,$f(x)=\frac{x^2+4x+4}{x+3}$.

a)Arătaţi că $f'(x)=\frac{(x+2)(x+4)}{(x+3)^2}$, $x\in(-3,+\infty)$.

b)Determinaţi ecuaţia asimptotei oblice spre $+\infty$ la graficul funcţiei f.

c)Demonstraţi că funcţia f este convexă pe $(-3,+\infty)$.

11.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=5+\frac{x-5}{e^x}$.

a)Arătaţi că $f'(x)=\frac{6-x}{e^x}$, $x\in\mathbb{R}$.

b)Arătaţi că funcţia f este convexă pe $[7,+\infty)$.

c)Demonstraţi că $x-5\leq e^{x-6}$, pentru orice număr real x.

12.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=2+\frac{x-2}{e^x}$.

a)Arătaţi că $f'(x)=\frac{3-x}{e^x}$, $x\in\mathbb{R}$.

b)Arătaţi că funcţia f este convexă pe $[4,+\infty)$.

c)Demonstraţi că $x-2\leq e^{x-3}$, pentru orice număr real x.

13.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=x^3-3x^2+5$.
a)Arătaţi că $f'(x)=3x(x-2), x\in\mathbb{R}$.
b)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă x=1, situat pe graficul funcţiei f.
c)Demănstraţi că $f(x)\geq 1$,pentru orice $x\in[0,+\infty)$.
14.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=x^3-3x^2+1$.
a)Arătaţi că $f'(x)=3x(x-2), x\in\mathbb{R}$.
b)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă x=1, situat pe graficul funcţiei f.
c)Demănstraţi că $f(x)\geq -3$,pentru orice $x\in[0,+\infty)$.
15.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=\frac{x-3}{x^2+7}$.
a)Arătaţi că $f'(x)=\frac{(7-x)(x+1)}{(x^2+7)^2}, x\in\mathbb{R}$.
b)Determinaţi ecuaţia asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcţiei f.
c)Demonstraţi că $-1\leq f(x)+f(y)\leq\frac{1}{7}$, pentru orice numere reale x şi y.
16.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=\frac{x-4}{x^2+9}$.
a)Arătaţi că $f'(x)=\frac{(9-x)(x+1)}{(x^2+9)^2}, x\in\mathbb{R}$.
b)Determinaţi ecuaţia asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcţiei f.
c)Demonstraţi că $-1\leq f(x)+f(y)\leq\frac{1}{9}$, pentru orice numere reale x şi y.
17.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=(x-5)e^x$.
a)Arătaţi că $f'(x)=(x-4)e^x, x\in\mathbb{R}$.
b) Arătaţi că $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=0$.
c)Demonstraţi că $-e^4\leq f(x)\leq 0$, pentru orice $x\in(-\infty,5]$.
18.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=(x-4)e^x$.
a)Arătaţi că $f'(x)=(x-3)e^x, x\in\mathbb{R}$.
b) Arătaţi că $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=0$.
c)Demonstraţi că $-e^3\leq f(x)\leq 0$, pentru orice $x\in(-\infty,4]$.
19.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=\frac{x^2-x+1}{x^2-3x+3}$.
a)Arătaţi că $f'(x)=\frac{-2x(x-2)}{(x^2-3x+3)^2}, x\in\mathbb{R}$.
b)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă x=1, situat pe graficul funcţiei f.
c)Demonstraţi că $\frac{2}{3}\leq f(x)+f(y)\leq 6$, pentru orice numere reale x şi y.
20.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=\frac{x^2-x+1}{x^2-2x+2}$.
a)Arătaţi că $f'(x)=\frac{-x(x-2)}{(x^2-2x+2)^2}, x\in\mathbb{R}$.
b)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă x=1, situat pe graficul funcţiei f.
c)Demonstraţi că $1\leq f(x)+f(y)\leq 3$, pentru orice numere reale x şi
21.Se consideră funcţia f:$(4,+\infty)\to\mathbb{R}$,$f(x)=\frac{x^2+5x}{x-4}$
a)Arătaţi că $f'(x)=\frac{(x-10)(x+2)}{(x-4)^2}, x\in(4,+\infty)$.

b)Determinaţi ecuaţia asimptotei oblice spre $+\infty$ la graficul funcţiei f.
c)Demonstraţi că funcţia f nu are puncte de inflexiune.
22.Se consideră funcţia $f:(5,+\infty)\to\mathbb{R}, f(x)=\frac{x^2+6x}{x-5}$
a)Arătaţi că $f'(x)=\frac{(x-15)(x+5)}{(x-5)^2}, x\in(5,+\infty)$.
b)Determinaţi ecuaţia asimptotei oblice spre $+\infty$ la graficul funcţiei f.
c)Demonstraţi că funcţia f nu are puncte de inflexiune.
23.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x^6-6x+12$.
a)Arătaţi că $\lim\limits_{x\to 1}\frac{f(x)-7}{x-1}=0$.
b)Determinaţi intervalele de monotonie a funcţiei f.
c)Demonstraţi că $f(0,9)+f(1,1)\geq 14$.
24.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x^6-6x+9$.
a)Arătaţi că $\lim\limits_{x\to 1}\frac{f(x)-4}{x-1}=0$.
b)Determinaţi intervalele de monotonie a funcţiei f.
c)Demonstraţi că $f(0,9)+f(1,1)\geq 8$.
25.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=4x^3-12x+8$.
a)Arătaţi că $f'(x)=12(x-1)(x+1), x\in\mathbb{R}$.
b)Arătaţi că $\lim\limits_{x\to 1}\frac{f(x)}{x-1}=0$.
c)Demonstraţi că $0\leq f(x)\leq 16$,pentru orice $x\in[-1,1]$.
26.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=2x^3+3x^2-12x+7$.
a)Arătaţi că $f'(x)=6(x-1)(x+2), x\in\mathbb{R}$.
b)Arătaţi că $\lim\limits_{x\to 1}\frac{f(x)}{x-1}=0$.
c)Demonstraţi că $0\leq f(x)\leq 27$,pentru orice $x\in[-2,1]$.
27.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x^4-2x^2+9$.
a)Arătaţi că $f'(x)=4x(x-1)(x+1), x\in\mathbb{R}$.
b)Arătaţi că $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x^2+1}{f(x)-x^4}=-\frac{1}{2}$.
c)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă x=0, situat pe graficul funcţiei f.
28.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=3x^4-6x^2+4$.
a)Arătaţi că $f'(x)=12x(x-1)(x+1), x\in\mathbb{R}$.
b)Arătaţi că $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x^2+3}{f(x)-3x^4}=-\frac{1}{6}$.
c)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă x=1, situat pe graficul funcţiei f.
29.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x^3+6x+4$.
a)Arătaţi că $f'(x)=3(x^2+2), x\in\mathbb{R}$.
b) Arătaţi că $\lim\limits_{x\to 0}\frac{f'(x)}{x+3}=2$.
c)Demonstraţi că $-3\leq f(x)\leq 11$, pentru orice $x\in[-1,1]$.
30.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x^3+12x+10$.
a)Arătaţi că $f'(x)=3(x^2+4), x\in\mathbb{R}$.
b) Arătaţi că $\lim\limits_{x\to 0}\frac{f'(x)}{x+2}=6$.

c)Demonstraţi că $-3 \leq f(x) \leq 23$, pentru orice $x \in [-1,1]$.

31.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x) = x^3 + 6x^2 + 9x$.

a)Arătaţi că $f'(x) = (x+3)(3x+3), x \in \mathbb{R}$.

b)Arătaţi că $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{xf'(x)} = \frac{1}{3}$.

c)Demonstraţi că $f(x) \geq -4$, pentru orice $x \in [-3, +\infty)$.

32.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x) = x^3 - 2x^2 + x$.

a)Arătaţi că $f'(x) = (x-1)(3x-1), x \in \mathbb{R}$.

b)Arătaţi că $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{xf'(x)} = \frac{1}{3}$.

c)Demonstraţi că $f(x) \leq \frac{4}{27}$, pentru orice $x \in (-\infty, 1]$.

33.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 1$.

a)Arătaţi că $f'(x) = 6(x-1)(x+2), x \in \mathbb{R}$.

b)Calculaţi $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{2x^3 - f(x)}{f'(x)}$.

c)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă x=1, situat pe graficul funcţiei f.

34.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x) = 2x^3 - 15x^2 + 36x + 1$.

a)Arătaţi că $f'(x) = 6(x-2)(x-3), x \in \mathbb{R}$.

b)Calculaţi $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{2x^3 - f(x)}{f'(x)}$.

c)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă x=2, situat pe graficul funcţiei f.

35.Se consideră funcţia $f:(4, +\infty)\to\mathbb{R}, f(x) = x + 3 + \frac{1}{x-4}$.

a)Arătaţi că $\lim\limits_{x\to5} \frac{f(x)-f(5)}{x-5} = 0$.

b)Determinaţi ecuaţia asimptotei oblice spre $+\infty$ la graficul funcţiei f.

c)Demonstraţi că funcţia f este convexă pe intervalul $(4, +\infty)$.

36.Se consideră funcţia $f:(3, +\infty)\to\mathbb{R}, f(x) = x + 2 + \frac{1}{x-3}$.

a)Arătaţi că $\lim\limits_{x\to4} \frac{f(x)-f(4)}{x-4} = 0$.

b)Determinaţi ecuaţia asimptotei oblice spre $+\infty$ la graficul funcţiei f.

c)Demonstraţi că funcţia f este convexă pe intervalul $(3, +\infty)$.

37.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x) = 27x - x^3$.

a)Arătaţi că $f'(x) = 3(9 - x^2), x \in \mathbb{R}$.

b)Arătaţi că $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{\ln x}{f(x)} = 0$.

c)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă x=3 situat pe graficul funcţiei f.

38.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x) = 48x - x^3$.

a)Arătaţi că $f'(x) = 3(16 - x^2), x \in \mathbb{R}$.

b)Arătaţi că $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{\ln x}{f(x)} = 0$.

c)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă x=4 situat pe graficul funcţiei f.

39.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 7$.

a)Arătaţi că $f'(x) = 6x(x+1), x \in \mathbb{R}$.

b)Arătaţi că $\lim\limits_{x\to 2}\frac{f(x)-21}{x-2}=36$.
c)Demonstraţi că $f(x)\leq -6$, pentru orice $x\in(-\infty,0]$.
40.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=2x^3-3x^2+3$.
a)Arătaţi că $f'(x)=6x(x-1), x\in\mathbb{R}$.
b)Arătaţi că $\lim\limits_{x\to 3}\frac{f(x)-30}{x-3}=36$.
c)Demonstraţi că $f(x)\geq 2$, pentru orice $x\in[0,+\infty)$.
41.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x^3-27x$.
a)Arătaţi că $f'(x)=3(x-3)(x+3), x\in\mathbb{R}$.
b)Arătaţi că $\lim\limits_{x\to 0}\frac{f(x)+27x}{x}=0$.
c)Demonstraţi că $f(x)\geq -54$, pentru orice $x\in[-3,+\infty)$.
42.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=-x^3+3x$.
a)Arătaţi că $f'(x)=3(1-x)(x+1), x\in\mathbb{R}$.
b)Arătaţi că $\lim\limits_{x\to 0}\frac{3x-f(x)}{x}=0$.
c)Demonstraţi că $f(x)\leq 2$, pentru orice $x\in[-1,+\infty)$.
43.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=-x^3+27x-44$.
a)Arătaţi că $f'(x)=3(3-x)(3+x), x\in\mathbb{R}$.
b)Arătaţi că $\lim\limits_{x\to 4}\frac{f(x)}{x-4}=-21$.
c)Demonstraţi că $f(x)\leq 10$, pentru orice $x\in[-3,+\infty)$.
44.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=-2x^3+6x+4$.
a)Arătaţi că $f'(x)=6(1-x)(1+x), x\in\mathbb{R}$.
b)Arătaţi că $\lim\limits_{x\to 2}\frac{f(x)}{x-2}=-18$.
c)Demonstraţi că $f(x)\leq 8$, pentru orice $x\in[-1,+\infty)$.
45.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x^3-2x^2+x-2$.
a)Arătaţi că $f'(x)=3x^2-4x+1, x\in\mathbb{R}$.
b)Arătaţi că $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x\,f'(x)}{f(x)}=3$.
c)Determinaţi abscisele punctelor situate pe graficul funcţiei f în care tangenta la graficul funcţiei f este paralelă cu dreapta y=5x+4.
46.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x^3-x^2+2x-2$.
a)Arătaţi că $f'(x)=3x^2-2x+2, x\in\mathbb{R}$.
b)Arătaţi că $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x\,f'(x)}{f(x)}=3$.
c)Determinaţi abscisele punctelor situate pe graficul funcţiei f în care tangenta la graficul funcţiei f este paralelă cu dreapta y=3x+4.
47.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x^3-48x$.
a)Arătaţi că $f'(x)=3(x-4)(x+4), x\in\mathbb{R}$.
b)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă x=4, situat pe graficul funcţiei f.
c)Arătaţi că $-128\leq f(x)\leq 128$, pentru orice $x\in[-4,4]$.
48.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x^3-75x$.
a)Arătaţi că $f'(x)=3(x-5)(x+5), x\in\mathbb{R}$.
b)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă x=5, situat pe graficul funcţiei f.

c)Arătaţi că $-250 \leq f(x) \leq 250$, pentru orice $x \in [-5,5]$.

49.Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}, f(x)=\frac{x+3}{x}$.

a)Calculaţi $\lim\limits_{x\to 4}\frac{f(x)-f(4)}{x-4}$.

b)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă x=1, situat pe graficul funcţiei f.

c)Demonstraţi că $\frac{2020}{2017} \leq f(x) \leq 4$, pentru orice $x \in [1,2017]$.

50.Se consideră funcţia $f:(-1,+\infty)\to\mathbb{R}, f(x)=\frac{x+2}{x+1}$.

a)Calculaţi $\lim\limits_{x\to 2}\frac{f(x)-f(2)}{x-2}$.

b)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă x=1, situat pe graficul funcţiei f.

c)Demonstraţi că $\frac{2018}{2017} \leq f(x) \leq \frac{3}{2}$, pentru orice $x \in [1,2016]$.

51.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x^3-3x+3$.

a) Arătaţi că $f'(x)=3(x-1)(x+1), x\in\mathbb{R}$.

b)Calculaţi $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)-x^3}{x}$.

c)Arătaţi că $1 \leq f(x) \leq 5$, pentru orice $x \in [-1,1]$.

52.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x^3-3x-1$.

a) Arătaţi că $f'(x)=3(x-1)(x+1), x\in\mathbb{R}$.

b)Calculaţi $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)-x^3}{x}$.

c)Arătaţi că $-3 \leq f(x) \leq 1$, pentru orice $x \in [-1,1]$.

53. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=2x^3-6x+4$.

a)Arătaţi că $f'(x)=6(x-1)(x+1), x\in\mathbb{R}$.

b)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă x=2, situat pe graficul funcţiei f.

c)Demonstraţi că $f(2015)+f(2017) \leq f(2016)+f(2018)$.

54. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=3x^3-9x+2$.

a)Arătaţi că $f'(x)=9(x-1)(x+1), x\in\mathbb{R}$.

b)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă x=1, situat pe graficul funcţiei f.

c)Demonstraţi că $f(2014)+f(2016) \leq f(2015)+f(2017)$.

55. Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}, f(x)=x+\frac{1}{x}$.

a) Arătaţi că $f'(x)=1-\frac{1}{x^2}, x\in(0,+\infty)$.

b)Determinaţi ecuaţia asimptotei oblice spre $+\infty$ la graficul funcţiei f.

c)Demonstraţi că funcţia f este convexă pe intervalul $(0,+\infty)$.

56. Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}, f(x)=x-\frac{1}{x}+2018$.

a) Arătaţi că $f'(x)=1+\frac{1}{x^2}, x\in(0,+\infty)$.

b)Determinaţi ecuaţia asimptotei oblice spre $+\infty$ la graficul funcţiei f.

c)Demonstraţi că funcţia f este concavă pe intervalul $(0,+\infty)$.

57. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=2x^3-6x^2+4$.

a)Arătaţi că $f'(x)=6x(x-2), x\in\mathbb{R}$.

b)Calculaţi $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f'(x)}{f(x)-2x^3}$.
c)Determinaţi intervalele de monotonie a funcţiei f.
58. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=2x^3+9x^2+10$.
a)Arătaţi că $f'(x)=6x(x+3)$,$x\in\mathbb{R}$.
b)Calculaţi $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f'(x)}{f(x)-2x^3}$.
c)Determinaţi intervalele de monotonie a funcţiei f.
59.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=x^4-8x^2+7$.
a)Arătaţi că $f'(x)=4x(x-2)(x+2)$,$x\in\mathbb{R}$.
b)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă x=2, situat pe graficul funcţiei f.
c)Demonstraţi că $0\leq f(x)\leq 7$, pentru orice $x\in[-1,1]$.
60.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=x^4-18x^2+17$.
a)Arătaţi că $f'(x)=4x(x-3)(x+3)$,$x\in\mathbb{R}$.
b)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă x=3, situat pe graficul funcţiei f.
c)Demonstraţi că $0\leq f(x)\leq 17$, pentru orice $x\in[-1,1]$.
61. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=\frac{6x}{x^2+1}$.
a)Calculaţi $\lim\limits_{x\to1}f(x)$.
b)Arătaţi că $f'(x)=-\frac{6(x-1)(x+1)}{(x^2+1)^2}$,$x\in\mathbb{R}$.
c)Determinaţi intervalele de monotonie ale funcţiei f.
62.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=\frac{4x}{x^2+4}$.
a)Calculaţi $\lim\limits_{x\to2}f(x)$.
b)Arătaţi că $f'(x)=-\frac{4(x-2)(x+2)}{(x^2+4)^2}$,$x\in\mathbb{R}$.
c)Determinaţi intervalele de monotonie ale funcţiei f.
63.Se consideră funcţia f:$(-5,+\infty)\to\mathbb{R}$,$f(x)=\frac{x-5}{x+5}$.
a)Calculaţi $f'(x)$, $x\in(-5,+\infty)$.
b)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă x=0, situat pe graficul funcţiei f.
c)Determinaţi ecuaţia asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcţiei f.
64.Se consideră funcţia f:$(-\infty,2)\to\mathbb{R}$,$f(x)=\frac{x+2}{x-2}$.
a)Calculaţi $f'(x)$, $x\in(-\infty,2)$.
b)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă x=0, situat pe graficul funcţiei f.
c)Determinaţi ecuaţia asimptotei orizontale spre $-\infty$ la graficul funcţiei f.
65.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=x^2-3x$.
a)Arătaţi că $f'(x)=2x-3$,$x\in\mathbb{R}$.
b)Calculaţi $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x^2}$.
c)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă $x_0=2$ situat pe graficul funcţiei f.
66.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=x^2-2x$.

a)Arătaţi că $f'(x) = 2x - 2, x\epsilon\mathbb{R}$.
b)Calculaţi $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x^2}$.
c)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă x_0=1 situat pe graficul funcţiei f.
67.Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}, f(x) = 3x^2 - \ln x$.
a)Arătaţi că $\lim\limits_{x\to1} f(x) = 3$.
b)Arătaţi că $f'(x) = 6x - \frac{1}{x}, x\epsilon(0,+\infty)$.
c)Arătaţi că funcţia f este convexă pe intervalul $(0,+\infty)$.
68.Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}, f(x) = \ln x - x^2$.
a)Arătaţi că $\lim\limits_{x\to1} f(x) = -1$.
b)Arătaţi că $f'(x) = \frac{1}{x} - 2x, x\epsilon(0,+\infty)$.
c)Arătaţi că funcţia f este concavă pe intervalul $(0,+\infty)$.
69.Se consideră funcţia $f:(5,+\infty)\to\mathbb{R}, f(x) = \frac{x-4}{x-5}$.
a)Arătaţi că $\lim\limits_{x\to6} f(x) = 2$.
b)Arătaţi că $f'(x) = -\frac{1}{(x-5)^2}, x\epsilon(5,+\infty)$.
c)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă $x_0 = 6$, situat pe graficul funcţiei f.
70.Se consideră funcţia $f:(3,+\infty)\to\mathbb{R}, f(x) = \frac{x-4}{x-3}$.
a)Arătaţi că $\lim\limits_{x\to4} f(x) = 0$.
b)Arătaţi că $f'(x) = \frac{1}{(x-3)^2}, x\epsilon(3,+\infty)$.
c)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă $x_0 = 4$, situat pe graficul funcţiei f.
71.Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}, f(x) = \ln x + \frac{1}{x}$.
a) Arătaţi că $f'(x) = \frac{x-1}{x^2}, x\epsilon(0,+\infty)$.
b)Arătaţi că $\lim\limits_{x\to3} \frac{f(x)-f(3)}{x-3} = \frac{2}{9}$.
c)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă $x_0 = 1$, situat pe graficul funcţiei f.
72.Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}, f(x) = x + \ln x - \frac{1}{x}$.
a) Arătaţi că $f'(x) = \frac{x^2+x+1}{x^2}, x\epsilon(0,+\infty)$.
b)Arătaţi că $\lim\limits_{x\to1} \frac{f(x)-f(1)}{x-1} = 3$.
c)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă $x_0 = 1$, situat pe graficul funcţiei f.
73. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x) = (x-4)e^x$.
a)Arătaţi că $\lim\limits_{x\to0} f(x) = -4$.
b)Arătaţi că $f'(x) = e^x + f(x)$ pentru orice număr real x.
c) Arătaţi că $\lim\limits_{x\to0} \frac{f(x)+4}{x} = 0$.
74. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x) = (x-5)e^x$.

a)Arătaţi că $\lim_{x\to 0} f(x) = -5$.
b)Arătaţi că $f'(x) = e^x + f(x)$ pentru orice număr real x.
c) Arătaţi că $\lim_{x\to 0} \frac{f(x)+5}{x} = 0$.
75. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x) = e^x - x + 1$.
a)Calculaţi $f'(x)$, $x\in\mathbb{R}$.
b)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă $x_0 = 0$, situat pe graficul funcţiei f.
c)Demonstraţi că $e^x \geq x + 1$, pentru orice $x\in\mathbb{R}$.
76. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x) = e^x - x + 2$.
a)Calculaţi $f'(x)$, $x\in\mathbb{R}$.
b)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă $x_0 = 0$, situat pe graficul funcţiei f.
c)Demonstraţi că $e^x \geq x + 1$, pentru orice $x\in\mathbb{R}$.
77.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x) = x^3 - 27x + 36$.
a)Arătaţi că $\lim_{x\to 0} \frac{f(x)-f(0)}{x} = -27$.
b)Calculaţi $\lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x(2x+1)(4x+3)}$.
c)Demonstraţi că $f(x) \geq -18$ pentru orice $x\in[-3,+\infty)$.
78.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x) = x^3 - 3x + 9$.
a)Arătaţi că $\lim_{x\to 0} \frac{f(x)-f(0)}{x} = -3$.
b)Calculaţi $\lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x(3x+1)(2x+3)}$.
c)Demonstraţi că $f(x) \geq 7$ pentru orice $x\in[-1,+\infty)$.
79.Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}, f(x) = x + 9 - \frac{10}{x}$.
a)Verificaţi dacă $f'(x) = \frac{x^2+10}{x^2}$, pentru orice $x\in(0,+\infty)$.
b)Arătaţi că funcţia f este crescătoare pe intervalul $(0,+\infty)$.
c)Arătaţi că funcţia f este concavă pe intervalul $(0,+\infty)$.
80.Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}, f(x) = \frac{11}{x} - x - 10$.
a)Verificaţi dacă $f'(x) = -\frac{x^2+11}{x^2}$, pentru orice $x\in(0,+\infty)$.
b)Arătaţi că funcţia f este descrescătoare pe intervalul $(0,+\infty)$.
c)Arătaţi că funcţia f este convexă pe intervalul $(0,+\infty)$.
81.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x) = (x+5)^3$.
a)Verificaţi dacă $f'(x) = 3x^2 + 30x + 75$, pentru orice $x\in\mathbb{R}$.
b)Arătaţi că funcţia f este crescătoare pe $\mathbb{R}$.
c)Calculaţi $\lim_{x\to\infty} \frac{f'(x)}{x^2}$.
82.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x) = (x+6)^3$.
a)Verificaţi dacă $f'(x) = 3x^2 + 36x + 108$, pentru orice $x\in\mathbb{R}$.
b)Arătaţi că funcţia f este crescătoare pe $\mathbb{R}$.
c)Calculaţi $\lim_{x\to\infty} \frac{f'(x)}{x^2}$.
83.Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}, f(x) = \frac{x+3}{x}$.

a)Calculaţi $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.
b)Arătaţi că funcţia f este descrescătoare pe intervalul $(0,+\infty)$.
c)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă $x_0 = 3$, situat pe graficul funcţiei f.
84.Se consideră funcţia f:$(0,+\infty)\to\mathbb{R}$,$f(x) = \frac{x-3}{x}$.
a)Calculaţi $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.
b)Arătaţi că funcţia f este crescătoare pe intervalul $(0,+\infty)$
c)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă $x_0 = 3$, situat pe graficul funcţiei f.
85. Se consideră funcţia f:$[0,+\infty)\to\mathbb{R}$,$f(x)=\sqrt{x}-3$.
a)Arătaţi că $2\sqrt{x}f'(x) = 1$ pentru orice $x\in(0,+\infty)$.
b)Verificaţi dacă dreapta de ecuaţie $y=\frac{1}{6}x-\frac{3}{2}$ este tangentă la graficul funcţiei f în punctul de abscisă $x_0 = 9$, situat pe graficul funcţiei f.
c)Arătaţi că funcţia f este concavă pe intervalul $(0,+\infty)$.
86. Se consideră funcţia f:$[0,+\infty)\to\mathbb{R}$,$f(x)=\sqrt{x}-4$.
a)Arătaţi că $2\sqrt{x}f'(x) = 1$ pentru orice $x\in(0,+\infty)$.
b)Verificaţi dacă dreapta de ecuaţie $y=\frac{1}{4}x-3$ este tangentă la graficul funcţiei f în punctul de abscisă $x_0 = 4$, situat pe graficul funcţiei f.
c)Arătaţi că funcţia f este concavă pe intervalul $(0,+\infty)$.
87.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x) = (x+2)e^x$.
a)Arătaţi că $f'(x) = (x+3)e^x$ pentru orice $x\in\mathbb{R}$.
b)Verificaţi dacă $f''(x)+f(x) = 2f'(x)$, pentru orice $x\in\mathbb{R}$.
c)Arătaţi că funcţia f are un punct de extrem.
88.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x) = (x-1)e^x$.
a)Arătaţi că $f'(x) = xe^x$ pentru orice $x\in\mathbb{R}$.
b)Verificaţi dacă $f''(x)+f(x) = 2f'(x)$, pentru orice $x\in\mathbb{R}$.
c)Arătaţi că funcţia f are un punct de extrem.
89. Se consideră funcţia f:$(0,+\infty)\to\mathbb{R}$,$f(x) = 2x\ln x$.
a)Verificaţi dacă $f'(x) = 2+2\ln x$, pentru orice $x\in(0,+\infty)$.
b)Arătaţi că funcţia f este crescătoare pe $\left[\frac{1}{e},+\infty\right)$.
c)Demonstraţi că $f(x)\geq-\frac{2}{e}$, oricare ar fi $x\in(0,+\infty)$.
90. Se consideră funcţia f:$(0,+\infty)\to\mathbb{R}$,$f(x) = x+x\ln x$.
a)Verificaţi dacă $f'(x) = 2+\ln x$, pentru orice $x\in(0,+\infty)$.
b)Arătaţi că funcţia f este crescătoare pe $\left[\frac{1}{e^2},+\infty\right)$.
c)Demonstraţi că $f(x)\geq-\frac{1}{e^2}$, oricare ar fi $x\in(0,+\infty)$.
91.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x) = x(x^2-12)+2$.
a)Arătaţi că $f'(x) = 3(x-2)(x+2), x\in\mathbb{R}$.
b)Arătaţi că $\lim\limits_{x\to3}\frac{f(x)+7}{x-3} = 15$.
c)Demonstraţi că $-14\leq f(x)\leq 18$, pentru orice $x\in[-2,2]$.
92.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x) = x(x^2-12)+5$.
a)Arătaţi că $f'(x) = 3(x-2)(x+2), x\in\mathbb{R}$.

b)Arătaţi că $\lim\limits_{x\to 3}\frac{f(x)+4}{x-3}=15$.

c)Demonstraţi că $-11\leq f(x)\leq 21$, pentru orice $x\in[-2,2]$.

93.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=\frac{x^2+5}{x^2+1}$.

a)Arătaţi că $f'(x)=\frac{-2x}{(x^2+1)^2}, x\in\mathbb{R}$.

b)Determinaţi ecuaţia asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcţiei f.

c)Demonstraţi că $f(x)+\ln(x^2+1)<4$, pentru orice $x\in[0,1]$.

94.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=\frac{x^2+6}{x^2+1}$.

a)Arătaţi că $f'(x)=\frac{-2x}{(x^2+1)^2}, x\in\mathbb{R}$.

b)Determinaţi ecuaţia asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcţiei f.

c)Demonstraţi că $f(x)+\ln(x^2+1)<\frac{9}{2}$, pentru orice $x\in[0,1]$.

95.Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}, f(x)=(1-x)\ln x^2$.

a)Arătaţi că $f'(x)=\frac{2}{x}-2\ln x-2, x\in(0,+\infty)$.

b)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă x=1, situat pe graficul funcţiei f.

c)Demonstraţi că funcţia f, este crescătoare pe intervalul $(0,1]$.

96.Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}, f(x)=(x-1)\ln x^3$.

a)Arătaţi că $f'(x)=3-\frac{3}{x}+3\ln x, x\in(0,+\infty)$.

b)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă x=1, situat pe graficul funcţiei f.

c)Demonstraţi că funcţia f, este descrescătoare pe intervalul $(0,1]$.

97.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=\frac{x^2-2x+4}{x^2-2x+2}$.

a)Arătaţi că $f'(x)=\frac{-4(x-1)}{(x^2-2x+2)^2}, x\in\mathbb{R}$.

b)Determinaţi ecuaţia asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcţiei f.

c)Determinaţi imaginea funcţiei f.

98.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=\frac{x^2+2x+4}{x^2+2x+2}$.

a)Arătaţi că $f'(x)=\frac{-4(x+1)}{(x^2+2x+2)^2}, x\in\mathbb{R}$.

b)Determinaţi ecuaţia asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcţiei f.

c)Determinaţi imaginea funcţiei f.

99.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=e^x+\frac{x}{x^2+9}$.

a)Arătaţi că $f'(x)=e^x+\frac{9-x^2}{(x^2+9)^2}, x\in\mathbb{R}$.

b)Determinaţi ecuaţia asimptotei orizontale spre $-\infty$ la graficul funcţiei f.

c)Demonstraţi că $\frac{6-e^3}{6e^3}\leq f(x)\leq\frac{6e^3+1}{6}$, pentru orice $x\in[-3,3]$.

100.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=e^x+\frac{x}{x^2+16}$.

a)Arătaţi că $f'(x)=e^x+\frac{16-x^2}{(x^2+16)^2}, x\in\mathbb{R}$.

b)Determinaţi ecuaţia asimptotei orizontale spre $-\infty$ la graficul funcţiei f.

c)Demonstraţi că $\frac{8-e^4}{8e^4}\leq f(x)\leq\frac{8e^4+1}{8}$, pentru orice $x\in[-4,4]$.

101.Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}, f(x)=\frac{5}{x}+\ln x-6$.

a)Arătaţi că $f'(x)=\frac{x-5}{x^2}, x\in(0,+\infty)$.

b)Determinaţi intervalele de monotonie a funcţiei f.

c)Arătaţi că nu există asimptotă spre $+\infty$ la graficul funcţiei f.

102.Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}, f(x)=\frac{6}{x}+\ln x-5$.

a)Arătaţi că $f'(x)=\frac{x-6}{x^2}, x\in(0,+\infty)$.

b)Determinaţi intervalele de monotonie a funcţiei f.

c)Arătaţi că nu există asimptotă spre $+\infty$ la graficul funcţiei f.

103.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=\frac{4}{4x^2+1}$.

a)Arătaţi că $f'(x)=\frac{-32x}{(4x^2+1)^2}, x\in\mathbb{R}$.

b)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă x=0, situat pe graficul funcţiei f.

c)Arătaţi că $\lim\limits_{x\to\infty}(xf(x)\ln x)=0$.

104.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=\frac{5}{5x^2+1}$.

a)Arătaţi că $f'(x)=\frac{-50x}{(5x^2+1)^2}, x\in\mathbb{R}$.

b)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă x=0, situat pe graficul funcţiei f.

c)Arătaţi că $\lim\limits_{x\to\infty}(xf(x)\ln x)=0$.

105.Se consideră funcţia $f:\left(\frac{1}{4},+\infty\right)\to\mathbb{R}, f(x)=\frac{3x}{4x-1}$.

a)Arătaţi că $f'(x)=\frac{-3}{(4x-1)^2}, x\in\left(\frac{1}{4},+\infty\right)$.

b)Determinaţi ecuaţia asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcţiei f.

c)Arătaţi că funcţia f este convexă.

106.Se consideră funcţia $f:\left(-\frac{1}{4},+\infty\right)\to\mathbb{R}, f(x)=\frac{3x}{4x+1}$.

a)Arătaţi că $f'(x)=\frac{3}{(4x+1)^2}, x\in\left(-\frac{1}{4},+\infty\right)$.

b)Determinaţi ecuaţia asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcţiei f.

c)Arătaţi că funcţia f este concavă.

107.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=2x^5+5x^4-10x^3+3$.

a)Arătaţi că $f'(x)=10x^2(x^2+2x-3), x\in\mathbb{R}$.

b)Determinaţi ecuaţia tangentei la funcţiei f în punctul de abscisă x=0, situat pe graficul funcţiei f.

c)Demonstraţi că $2x^5+5x^4-10x^3+3\geq 0$,pentru orice $x\in[-3,+\infty)$.

108.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=2x^5+5x^4-10x^3+4$.

a)Arătaţi că $f'(x)=10x^2(x^2+2x-3), x\in\mathbb{R}$.

b)Determinaţi ecuaţia tangentei la funcţiei f în punctul de abscisă x=0, situat pe graficul funcţiei f.

c)Demonstraţi că $2x^5+5x^4-10x^3+3\geq 0$,pentru orice $x\in[-3,+\infty)$.

109.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=2x^3-3x^4+4$.

a)Arătaţi că $f'(x)=6x^2(1-2x), x\in\mathbb{R}$.

b)Arătaţi că $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)+3x^4}{x^3+3}=2$.

c)Demonstraţi că $-32\leq 2x^3-3x^4\leq\frac{1}{16}$, pentru orice $x\in[0,2]$.

110.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=2x^3-3x^4+5$.
a)Arătaţi că $f'(x)=6x^2(1-2x), x\in\mathbb{R}$.
b)Arătaţi că $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)+3x^4}{x^3+3}=2$.
c)Demonstraţi că $-32\leq 2x^3-3x^4\leq\frac{1}{16}$, pentru orice $x\in[0,2]$.
111.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=x^3-3x^2+1$.
a)Arătaţi că $f'(x)=3x(x-2), x\in\mathbb{R}$.
b)Determinaţi intervalele de monotonie a funcţiei f.
c)Arătaţi că $\lim\limits_{x\to 1}\frac{f'(x)-f'(1)}{3f(x)-xf'(x)}=0$.
112.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=x^3-6x^2+2$.
a)Arătaţi că $f'(x)=3x(x-4), x\in\mathbb{R}$.
b)Determinaţi intervalele de monotonie a funcţiei f.
c)Arătaţi că $\lim\limits_{x\to 1}\frac{f'(x)-f'(1)}{3f(x)-xf'(x)}=\frac{1}{2}$.
113.Se consideră funcţia f:$(0,+\infty)\to\mathbb{R}$,$f(x)=x^2-3x+3+\ln x$.
a)Arătaţi că $f'(x)=\frac{(2x-1)(x-1)}{x}, x\in(0,+\infty)$.
b)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă x=1, situat pe graficul funcţiei f.
c)Demonstraţi că $f(x)\leq\frac{11}{4}-\ln 2$, pentru orice $x\in[0,1]$.
114.Se consideră funcţia f:$(0,+\infty)\to\mathbb{R}$,$f(x)=x^2-3x+5+\ln x$.
a)Arătaţi că $f'(x)=\frac{(2x-1)(x-1)}{x}, x\in(0,+\infty)$.
b)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă x=1, situat pe graficul funcţiei f.
c)Demonstraţi că $f(x)\leq\frac{11}{4}-\ln 2$, pentru orice $x\in[0,1]$.
115.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=x^3-9x^2-21x+10$.
a)Arătaţi că $f'(x)=3(x^2-6x-5), x\in\mathbb{R}$.
b)Determinaţi intervalele de monotonie a funcţiei f.
c)Arătaţi că $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f'(x)}{e^x f''(x)}=0$.
116.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=x^3+9x^2-21x+10$.
a)Arătaţi că $f'(x)=3(x^2+6x-7), x\in\mathbb{R}$.
b)Determinaţi intervalele de monotonie a funcţiei f.
c)Arătaţi că $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f'(x)}{e^x f''(x)}=0$.
117.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=2x+\frac{2}{e^x}-3$.
a)Arătaţi că $f'(x)=\frac{2(e^x-1)}{e^x}, x\in\mathbb{R}$.
b)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă x=0, situat pe graficul funcţiei f.
c)Determinaţi numerele reale m şi n, ştiind că dreapta d de ecuaţie y=mx+n este asimptota oblică spre $+\infty$ la graficul funcţiei f.
118.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=2x+\frac{2}{e^x}-4$.
a)Arătaţi că $f'(x)=\frac{2(e^x-1)}{e^x}, x\in\mathbb{R}$.

b)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă x=0, situat pe graficul funcţiei f.
c)Determinaţi numerele reale m şi n, ştiind că dreapta d de ecuaţie y=mx+n este asimptota oblică spre $+\infty$ la graficul funcţiei f.

119.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=\frac{4x}{x^2+1}$.

a)Arătaţi că $f'(x)=\frac{4(1-x^2)}{(x^2+1)^2}, x\in\mathbb{R}$.

b)Determinaţi ecuaţia asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcţiei f .

c)Determinaţi intervalele de monotonie a funcţiei f.

120.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=\frac{5x}{x^2+1}$.

a)Arătaţi că $f'(x)=\frac{5(1-x^2)}{(x^2+1)^2}, x\in\mathbb{R}$.

b)Determinaţi ecuaţia asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcţiei f .

c)Determinaţi intervalele de monotonie a funcţiei f.

121.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=\frac{x}{x^2+9}$.

a)Arătaţi că $f'(x)=\frac{9-x^2}{(x^2+9)^2}, x\in\mathbb{R}$.

b)Arătaţi că $\lim\limits_{x\to+\infty} xf(x)=1$.

c)Determinaţi intervalele de monotonie a funcţiei f.

122.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=\frac{x}{x^2+16}$.

a)Arătaţi că $f'(x)=\frac{16-x^2}{(x^2+16)^2}, x\in\mathbb{R}$.

b)Arătaţi că $\lim\limits_{x\to+\infty} xf(x)=1$.

c)Determinaţi intervalele de monotonie a funcţiei f.

123.Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}, f(x)=\frac{4x-1}{x^2}$.

a)Arătaţi că $f'(x)=\frac{2(1-2x)}{x^3}, x\in(0,+\infty)$.

b)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă x=1, situat pe graficul funcţiei f.

c)Determinaţi intervalele de monotonie a funcţiei f.

124.Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}, f(x)=\frac{3x-1}{x^2}$.

a)Arătaţi că $f'(x)=\frac{2-3x}{x^3}, x\in(0,+\infty)$.

b)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă x=1, situat pe graficul funcţiei f.

c)Determinaţi intervalele de monotonie a funcţiei f.

125.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=\frac{x^2}{x^2+2}$.

a)Arătaţi că $f'(x)=\frac{4x}{(x^2+1)^2}, x\in\mathbb{R}$.

b)Determinaţi ecuaţia asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcţiei f.

c)Determinaţi intervalele de monotonie a funcţiei f.

126.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=\frac{x^2}{x^2+3}$.

a)Arătaţi că $f'(x)=\frac{6x}{(x^2+1)^2}, x\in\mathbb{R}$.

b)Determinaţi ecuaţia asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcţiei f.
c)Determinaţi intervalele de monotonie a funcţiei f.
127.Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}, f(x)=x-4\ln x$.
a)Arătaţi că $f'(x)=\frac{x-4}{x}, x\in(0,+\infty)$.
b)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă x=1 situat pe graficul funcţiei f.
c)Demonstraţi că $\ln\left(\frac{x}{4}\right)\leq\frac{x-4}{4}$, pentru orice $x\in(0,+\infty)$.
128.Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}, f(x)=x-5\ln x$.
a)Arătaţi că $f'(x)=\frac{x-5}{x}, x\in(0,+\infty)$.
b)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă x=1 situat pe graficul funcţiei f.
c)Demonstraţi că $\ln\left(\frac{x}{5}\right)\leq\frac{x-5}{5}$, pentru orice $x\in(0,+\infty)$.
129.Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}, f(x)=8x^2-32-\ln x$.
a)Arătaţi că $f'(x)=\frac{(4x-1)(4x+1)}{x}, x\in(0,+\infty)$.
b)Arătaţi că $\lim\limits_{x\to2}\frac{f(x)+\ln x}{3x-12}=\frac{64}{3}$.
c)Arătaţi că $\frac{16x^2-1}{2}\geq\ln(4x)$, pentru orice $x\in(0,+\infty)$.
130.Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}, f(x)=2x^2-8-\ln x$.
a)Arătaţi că $f'(x)=\frac{(2x-1)(2x+1)}{x}, x\in(0,+\infty)$.
b)Arătaţi că $\lim\limits_{x\to2}\frac{f(x)+\ln x}{3x-6}=\frac{8}{3}$.
c)Arătaţi că $\frac{4x^2-1}{2}\geq\ln(2x)$, pentru orice $x\in(0,+\infty)$.
131.Se consideră funcţia $f:(1,+\infty)\to\mathbb{R}, f(x)=\frac{5x-4}{x-1}$.
a)Arătaţi că $f'(x)=-\frac{1}{(x-1)^2}, x\in(1,+\infty)$.
b)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă x=2, situat pe graficul funcţiei f.
c)Demonstraţi că funcţia f este convexă.
132.Se consideră funcţia $f:(1,+\infty)\to\mathbb{R}, f(x)=\frac{5x-1}{x-1}$.
a)Arătaţi că $f'(x)=-\frac{4}{(x-1)^2}, x\in(1,+\infty)$.
b)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă x=2, situat pe graficul funcţiei f.
c)Demonstraţi că funcţia f este convexă.
133.Se consideră funcţia $f:(-3,+\infty)\to\mathbb{R}, f(x)=\frac{3x+5}{x+3}$.
a)Arătaţi că $f'(x)=\frac{4}{(x+3)^2}, x\in(-3,+\infty)$.
b)Determinaţi ecuaţia asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcţiei f.
c)Determinaţi $a\in(-3,+\infty)$, ştiind că panta tangentei la graficul funcţiei f în punctul $A\big(a,f(a)\big)$ este egală cu 1.
134.Se consideră funcţia $f:(-3,+\infty)\to\mathbb{R}, f(x)=\frac{3x+6}{x+3}$.

a)Arătaţi că $f'(x)=\frac{3}{(x+3)^2}, x\in(-3,+\infty)$.
b)Determinaţi ecuaţia asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcţiei f.
c)Determinaţi $a\in(-3,+\infty)$, ştiind că panta tangentei la graficul funcţiei f în punctul $A\big(a,f(a)\big)$ este egală cu 1.

135.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=\frac{x-5}{e^x}$.
a)Arătaţi că $f'(x)=\frac{6-x}{e^x}, x\in\mathbb{R}$.
b)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă x=0, situat pe graficul funcţiei f.
c)Demostraţi că $-e^{x-4}\le x-5\le e^{x-6}$, pentru orice $x\in[4,7]$.

136.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=\frac{x-4}{e^x}$.
a)Arătaţi că $f'(x)=\frac{5-x}{e^x}, x\in\mathbb{R}$.
b)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă x=0, situat pe graficul funcţiei f.
c)Demostraţi că $-e^{x-3}\le x-4\le e^{x-5}$, pentru orice $x\in[3,6]$.

137.Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}, f(x)=2x^2-3+\frac{4}{x}$.
a)Arătaţi că $f'(x)=\frac{4(x^3-1)}{x^2}, x\in(0,+\infty)$.
b)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă x=2, situat pe graficul funcţiei f.
c)Arătaţi că $6\le 2x^2+\frac{4}{x}\le 33$, pentru orice $x\in\left[\frac{1}{4},4\right]$.

138.Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}, f(x)=2x^2-4+\frac{4}{x}$.
a)Arătaţi că $f'(x)=\frac{4(x^3-1)}{x^2}, x\in(0,+\infty)$.
b)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă x=2, situat pe graficul funcţiei f.
c)Arătaţi că $6\le 2x^2+\frac{4}{x}\le 33$, pentru orice $x\in\left[\frac{1}{4},4\right]$.

139.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=\frac{2x+5}{x^2+2}$.
a)Arătaţi că $f'(x)=\frac{-2x^2-10x+4}{(x^2+2)^2}, x\in\mathbb{R}$.
b)Arătaţi că $\lim\limits_{x\to+\infty}\big(x\cdot f(x)\big)=2$.
c)Determinaţi numerele reale a pentru care tangenta la graficul funcţiei f în punctul de abscisă x=a, situat pe graficul funcţiei f, are panta egală cu 0.

140.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=\frac{2x+3}{x^2+2}$.
a)Arătaţi că $f'(x)=\frac{-2x^2-6x+4}{(x^2+2)^2}, x\in\mathbb{R}$.
b)Arătaţi că $\lim\limits_{x\to+\infty}\big(x\cdot f(x)\big)=2$.
c)Determinaţi numerele reale a pentru care tangenta la graficul funcţiei f în punctul de abscisă x=a, situat pe graficul funcţiei f, are panta egală cu 0.

141.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=3x^4-4x^3-12x^2+5$.
a)Arătaţi că $f'(x)=12x(x-1)(x+2), x\in\mathbb{R}$.

b)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă x=0, situat pe graficul funcţiei f.
c)Demostraţi că $3x^4 + 11 \geq 4x^3 + 12x^2$, pentru orice $x\epsilon(-\infty, 0]$.
142.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R} \to \mathbb{R}$,$f(x) = 3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + 2$.
a)Arătaţi că $f'(x) = 12x(x+1)(x-2), x\epsilon\mathbb{R}$.
b)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă x=0, situat pe graficul funcţiei f.
c)Demostraţi că $3x^4 + 8 \geq 4x^3 + 12x^2$, pentru orice $x\epsilon(-\infty, 0]$.
143.Se consideră funcţia f:$(0, +\infty) \to \mathbb{R}$,$f(x) = \frac{5}{x} - 1 + 5\ln x$.
a)Arătaţi că $f'(x) = \frac{5(x-1)}{x^2}, x\epsilon(0, +\infty)$.
b)Arătaţi că $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$.
c)Demostraţi că $\ln x \geq 1 - \frac{1}{x}$, pentru orice $x\epsilon(0, +\infty)$.
144.Se consideră funcţia f:$(0, +\infty) \to \mathbb{R}$,$f(x) = \frac{6}{x} - 1 + 6\ln x$.
a)Arătaţi că $f'(x) = \frac{6(x-1)}{x^2}, x\epsilon(0, +\infty)$.
b)Arătaţi că $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$.
c)Demostraţi că $\ln x \geq 1 - \frac{1}{x}$, pentru orice $x\epsilon(0, +\infty)$.
145.Se consideră funcţia f:$(-4, +\infty) \to \mathbb{R}$,$f(x) = \frac{x^2-7}{x+4}$.
a)Arătaţi că $f'(x) = \frac{x^2+8x+7}{(x+4)^2}, x\epsilon(-4, +\infty)$.
b)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă x=−1, situat pe graficul funcţiei f.
c)Determinaţi ecuaţia asimptotei oblice la graficul funcţiei f.
146.Se consideră funcţia f:$(-5, +\infty) \to \mathbb{R}$,$f(x) = \frac{x^2-9}{x+5}$.
a)Arătaţi că $f'(x) = \frac{x^2+10x+9}{(x+5)^2}, x\epsilon(-5, +\infty)$.
b)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă x=−1, situat pe graficul funcţiei f.
c)Determinaţi ecuaţia asimptotei oblice la graficul funcţiei f.
147.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R} \to \mathbb{R}$,$f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x + 6$.
a)Arătaţi că $f'(x) = 3(x-1)(x+3), x\epsilon\mathbb{R}$.
b)Arătaţi că $\lim\limits_{x\to1} \frac{x^3-f(x)}{x^2-x} = 3$.
c)Demonstraţi că $-5 \leq x^3 + 3x^2 - 9x \leq 27$, pentru orice $x\epsilon[-3,2]$.
148.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R} \to \mathbb{R}$,$f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 12$.
a)Arătaţi că $f'(x) = 3(x-3)(x+1), x\epsilon\mathbb{R}$.
b)Arătaţi că $\lim\limits_{x\to1} \frac{x^3-f(x)}{x^2-x} = 15$.
c)Demonstraţi că $-27 \leq x^3 - 3x^2 - 9x \leq 5$, pentru orice $x\epsilon[-1,4]$.

Tabel de integrale nedefinite

$\int dx = \int 1\,dx = x + C$	$\int e^x\,dx = e^x + C$	$\int \frac{1}{\sin^2 x}dx = -ctgx + C$
$\int x\,dx = \frac{x^2}{2} + C$	$\int e^{-x}\,dx = -e^{-x} + C$	$\int \frac{1}{x^2+a^2}dx = \frac{1}{a}arctg\frac{x}{a} + C$
$\int x^2\,dx = \frac{x^3}{3} + C$	$\int a^x\,dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$	$\int \frac{1}{x^2-a^2}dx = \frac{1}{2a}\ln\left\|\frac{x-a}{x+a}\right\| + C$
$\int x^3\,dx = \frac{x^4}{4} + C$	$\int \sin x\,dx = -\cos x + C$	$\int \frac{1}{\sqrt{x^2+a^2}}dx = \ln\left(x + \sqrt{x^2+a^2}\right) + C$
$\int x^n\,dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$	$\int \cos x\,dx = \sin x + C$	$\int \frac{1}{\sqrt{x^2-a^2}}dx = \ln\left\|x + \sqrt{x^2-a^2}\right\| + C$
$\int \frac{1}{x}dx = \ln\|x\| + C$	$\int \frac{1}{\cos^2 x}dx = tgx + C$	$\int \frac{1}{\sqrt{a^2-x^2}}dx = \arcsin\frac{x}{a} + C$
$\int tgx dx = -\ln\|\cos x\| + C$	$\int ctgx\,dx = \ln\|\sin x\| + C$	$\int e^{\alpha x}\,dx = \frac{e^{\alpha x}}{\alpha} + C$

Integrala nedefinită,primitive

Fie f,F:I→ℝ două funcţii şi I un interval.

F se numeşte primitivă a lui f $\Leftrightarrow \begin{cases} F \text{ este derivabilă} \\ F' = f, (F'(x) = f(x), \forall x \epsilon I) \end{cases}$

$\int f(x)\,dx = \{F(x) | F$ este primitivă a lui $f\}$ se numeşte mulţimea primitivelor funcţiei f

$\mathcal{C} = \{k: I \to \mathbb{R} | k(x) = k, \forall x \epsilon I\}$ se numeşte mulţimea funcţiilor constante

Dacă F este o primitivă a lui f atunci $\int f(x)\,dx = F(x) + \mathcal{C}$

$\int f'(x)\,dx = f(x) + \mathcal{C}$

$\int f''(x)\,dx = f'(x) + \mathcal{C}$

Proprietăţi pentru integrala nedefinită

$\int (f(x) + g(x))\,dx = \int f(x)\,dx + \int g(x)\,dx$ $\qquad$ $\int (f(x) - g(x))\,dx = \int f(x)\,dx - \int g(x)\,dx$

$\int \alpha f(x)\,dx = \alpha \int f(x)\,dx$ $\qquad$ $\int (\alpha f(x) + \beta g(x))\,dx = \alpha \int f(x)\,dx + \beta \int g(x)\,dx$

Primitive

1.Calculaţi următoarele integrale nedefinite:

$\int dx$, $\int \frac{5}{4}dx$, $\int x^8\,dx$, $\int \frac{1}{x^6}dx$, $\int (3x+1)^2\,dx$, $\int x(2-x)^2\,dx$, $\int \sqrt[4]{x}\,dx$, $\int \sqrt[5]{x}\,dx$,

$\int \left(-3x + 4\sqrt{x} - 5\sqrt[3]{x}\right)dx$, $\int \frac{4x^3-5x+6}{x^5}dx$, $\int x\left(3\sqrt{x} + 4\sqrt[3]{x}\right)dx$, $\int \frac{4x-1}{x^5}dx$, $\int \left(\frac{1}{x} - \frac{3}{x^2} + \frac{4\sqrt[3]{x}}{x}\right)dx$,

$\int \frac{1}{x^2-25}dx$, $\int \frac{1}{x^2+36}dx$, $\int \frac{1}{25-x^2}dx$, $\int \frac{1}{x^2+4}dx$, $\int \left(\frac{1}{x^2+9} - \frac{3}{9-x^2}\right)dx$, $\int \frac{(x^2-4)(x^2-5)}{x}dx$, $\int \frac{1}{x^2+6}dx$,

$\int \frac{(x^2-1)(3x+2)}{\sqrt{x}}dx$, $\int (-3\sin x + 4\cos x)\,dx$, $\int \left(\frac{4}{\sin^2 x} + \frac{3}{\cos^2 x}\right)dx$, $\int (ctgx + 3tgx)\,dx$, $\int \frac{1}{\sqrt{x^2+5}}dx$,

$\int \left(\frac{1}{\sqrt{x^2+4}} - \frac{1}{\sqrt{x^2-4}}\right)dx$, $\int (3^x + 4^{x+1} + 5^{x+2})\,dx$, $\int \frac{1}{\sqrt{3-x^2}}dx$, $\int \frac{\sqrt{3+x^2}+\sqrt{3-x^2}}{\sqrt{9-x^2}}dx$, $\int \frac{dx}{\sqrt{4-9x^2}}$,

$\int \frac{dx}{6+5x^2}$, $\int \frac{dx}{6-5x^2}$, $\int \frac{dx}{5x^2-6}$, $\int (3x^4 - 5x^3 + 4x^2 - 3x + 2)\,dx$, $\int (x^2 - 3x)^3\,dx$,

$\int \left(\frac{4}{x^3} - \frac{2}{x^5} - \frac{5}{x}\right)dx$, $\int \left(5x^2\sqrt{x} + 6x\sqrt[4]{x^3}\right)dx$, $\int \left(\frac{x}{\sqrt[3]{x^8}} - 12x^4 \cdot \sqrt[4]{x}\right)dx$, $\int \frac{1}{9x^2-1}dx$, $\int \frac{10}{25x^2-9}dx$,

$\int \frac{8}{16x^2+1}dx$, $\int \frac{25}{5x^2+125}dx$, $\int (6^x \ln 6 - 5^x \ln 25)\,dx$, $\int \frac{1}{\sqrt{5x^2+20}}dx$, $\int \frac{1}{\sqrt{5x^2-45}}dx$, $\int \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{20-5x^2}}dx$,

$\int (x^8 - 5)\,dx$, $\int (5\sin x + 6\cos x)\,dx$, $\int \left(4\sin^2 x - \sqrt[3]{-64}\cos^2 x\right)dx$, $\int 6\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2}dx$, $\int 10\cos^2\frac{x}{2}dx$,

$\int 10\sin^2 x\,dx$, $\int (6x^5 - 3x^4 + 2x - 9)\,dx$, $\int (7x^2 - 4x + 2)\,dx$, $\int 7^x\,dx$, $\int \frac{1}{x^2-49}\,dx$, $\int x^9\,dx$,
$\int \cos x\,dx$, $\int \frac{1}{\sqrt{x^2-49}}\,dx$, $\int \sin x\,dx$, $\int \frac{1}{\sqrt{49-x^2}}\,dx$, $\int \frac{1}{x^2+49}\,dx$, $\int \frac{1}{\sqrt{x^2+49}}\,dx$, $\int x^8\,dx$, $\int \frac{1}{\sqrt{x^2+25}}\,dx$,
$\int \sin x\,dx$, $\int \frac{1}{x^2+25}\,dx$, $\int \frac{1}{\sqrt{x^2-25}}\,dx$, $\int \frac{1}{x^2-25}\,dx$, $\int \cos x\,dx$, $\int \frac{1}{\sqrt{25-x^2}}\,dx$, $\int 9^x\,dx$, $\int 7^x\,dx$, $\int \frac{1}{x^2-64}\,dx$,
$\int x^{14}\,dx$, $\int \frac{1}{\sqrt{64-x^2}}\,dx$, $\int \frac{1}{\sqrt{x^2-64}}\,dx$, $\int \frac{1}{x^2+64}\,dx$, $\int \frac{1}{\sqrt{x^2+64}}\,dx$, $\int x^{15}\,dx$, $\int \frac{1}{\sqrt{x^2+81}}\,dx$, $\int \frac{1}{x^2+81}\,dx$,
$\int \frac{1}{\sqrt{x^2-81}}\,dx$, $\int \frac{1}{x^2-81}\,dx$, $\int \frac{1}{\sqrt{81-x^2}}\,dx$, $\int 8^x\,dx$, $\int 10^x\,dx$, $\int x^8\,dx$, $\int 10^x\,dx$, $\int x^{17}\,dx$, $\int 17^x\,dx$,
$\int \frac{1}{\sqrt{x^2+100}}\,dx$, $\int \frac{1}{x^2+100}\,dx$, $\int \frac{1}{\sqrt{x^2-100}}\,dx$, $\int \frac{1}{x^2-100}\,dx$, $\int \frac{1}{\sqrt{100-x^2}}\,dx$, $\int 13^x\,dx$, $\int x^{13}\,dx$, $\int x^9\,dx$,
$\int \frac{1}{x^2-100}\,dx$, $\int \frac{1}{\sqrt{100-x^2}}\,dx$, $\int 13^x\,dx$, $\int x^{13}\,dx$, $\int x^9\,dx$, $\int \frac{1}{x^2+7}\,dx$, $\int \frac{1}{x^7-7}\,dx$, $\int \frac{1}{\sqrt{x^2+7}}\,dx$, $\int \frac{1}{\sqrt{x^2-7}}\,dx$,
$\int \frac{1}{\sqrt{7-x^2}}\,dx$, $\int \frac{1}{x^2+10}\,dx$, $\int \frac{1}{x^2-10}\,dx$, $\int \frac{1}{\sqrt{x^2+10}}\,dx$, $\int \frac{1}{\sqrt{x^2-10}}\,dx$, $\int \frac{1}{\sqrt{10-x^2}}\,dx$, $\int \frac{1}{9+x^2}\,dx$, $\int \frac{1}{9-x^2}\,dx$,
$\int \frac{1}{\sqrt{9+x^2}}\,dx$, $\int \frac{1}{\sqrt{9-x^2}}\,dx$, $\int \frac{1}{\sqrt{x^2-9}}\,dx$, $\int x^6\,dx$, $\int 9x^8\,dx$, $\int x^{\frac{5}{6}}\,dx$, $\int \sqrt[6]{x^5}\,dx$, $\int x^{-\frac{7}{2}}\,dx$, $\int 13x\sqrt[5]{x^4}\,dx$,
$\int \frac{1}{\sqrt[4]{x^3}}\,dx$, $\int e^x\,dx$, $\int 6^x\,dx$, $\int \frac{1}{x^2-16}\,dx$, $\int \frac{1}{25+x^2}\,dx$, $\int \frac{1}{x^2+25}\,dx$, $\int \frac{1}{x^2-25}\,dx$, $\int \frac{1}{\sqrt{x^2+25}}\,dx$, $\int \frac{1}{\sqrt{x^2-25}}\,dx$,
$\int \frac{1}{\sqrt{25-x^2}}\,dx$, $\int \frac{1}{(x-5)(x+5)}\,dx$, $\int \frac{1}{\sqrt{(5+x)(5-x)}}\,dx$, $\int \frac{1}{\sqrt{(x-5)(x+5)}}\,dx$, $\int \frac{1}{(5-x)(5+x)}\,dx$, $\int \frac{1}{x^2-6}\,dx$, $\int \frac{1}{6-x^2}\,dx$,
$\int \frac{1}{x^2+6}\,dx$, $\int \frac{1}{\sqrt{x^2+6}}\,dx$, $\int \frac{1}{\sqrt{6-x^2}}\,dx$, $\int \frac{1}{\sqrt{x^2-6}}\,dx$, $\int (2x^5 + 3x^4 - 4x^3 + 2x - 3)\,dx$, $\int (\sin x + x)\,dx$,
$\int \frac{4x^4-3x^3+x^2+3x+2}{x^3}\,dx$, $\int \left(\frac{2}{6+x^2} + \frac{1}{\sqrt{9-25x^2}}\right)dx$, $\int (2\sin x + 3\cos x)\,dx$, $\int \left(3e^x - \frac{4}{x} + 3\cdot 5^x\right)dx$,
$\int \left(\frac{6}{25x^2-9} - \frac{1}{\sqrt{9-25x^2}}\right)dx$, $\int \left(x^3\cdot\sqrt[3]{x} + 3x\cdot\sqrt{x^5}\right)dx$, $\int \frac{\sqrt{x^2-25}+5}{x^2-25}\,dx$, $\int \frac{\sqrt{3-x^2}+\sqrt{3+x^2}}{\sqrt{9-x^4}}\,dx$,
$\int (3x^6 - 5x^4 + 2x^3 + 3x - 2)\,dx$, $\int \frac{3x^4+4x^3-x^2+2x+3}{x^2}\,dx$, $\int \left(\frac{3}{7+x^2} + \frac{1}{\sqrt{x^2+7}}\right)dx$, $\int (1 - \sin x)\,dx$,
$\int (2\cos x + 3\sin x)\,dx$, $\int \left(3\cdot e^x - \frac{2}{x} + 4\cdot 3^x\right)dx$, $\int \left(\frac{6}{16x^2-9} - \frac{1}{\sqrt{9-16x^2}}\right)dx$, $\int (x + tgx)\,dx$,
$\int \left(x^2\cdot\sqrt[3]{x} + 2x\cdot\sqrt{x^3}\right)dx$, $\int \frac{\sqrt{x^2-16}+4}{x^2-16}\,dx$, $\int \frac{\sqrt{5-x^2}+\sqrt{5+x^2}}{\sqrt{25-x^4}}\,dx$, $\int (6x^4 - 5x^3 + 4x^2 - 4x + 2)\,dx$,
$\int (x^2 - 3x)^3\,dx$, $\int \left(\frac{5}{x^3} - \frac{7}{x^5} - \frac{6}{x}\right)dx$, $\int \left(9x^2\sqrt{x} + 6x\sqrt[4]{x^3}\right)dx$, $\int \left(\frac{x}{\sqrt[3]{x^8}} - 31x^5\sqrt[4]{x}\right)dx$, $\int \frac{1}{9x^2-1}\,dx$,
$\int \frac{20}{4x^2-9}\,dx$, $\int \frac{3}{9x^2+1}\,dx$, $\int \frac{10}{5x^2+125}\,dx$, $\int (7^x\cdot\ln 7 - 5^x\cdot\ln 25)\,dx$, $\int \frac{1}{\sqrt{7x^2+28}}\,dx$, $\int \frac{1}{\sqrt{3x^2-27}}\,dx$,
$\int \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{20-5x^2}}\,dx$, $\int (5\sin x + 3\cos x)\,dx$, $\int (5\sin x - 3\cos x)\,dx$, $\int \left(5\sin^2 x - \sqrt[3]{-125}\cos^2 x\right)dx$,
$\int e^x\left(3 + \frac{e^{-x}}{\cos^2 x}\right)dx$, $\int 3^x\left(3^{-x} + 3^{-x}\cdot x^3 + 6 + 5^x + \frac{3^{-x}}{\sin^2 x}\right)dx$, $\int \frac{6x^5+x^2-x+1}{x^3}\,dx$, $\int \frac{4x^3-x^4}{\sqrt{x}}\,dx$,
$\int \left(\frac{1}{5+x^2} - \frac{1}{\sqrt{5+x^2}}\right)dx$, $\int \frac{\sqrt{x^2+9}-1}{x^2+9}\,dx$, $\int \frac{\sqrt{x^2-9}+9}{x^2-9}\,dx$, $\int \left(\frac{1}{x^2-6} + \frac{3}{\sqrt{x^2-6}}\right)dx$, $\int \left(\frac{5}{x^2-4} - \frac{3}{\sqrt{x^2-4}}\right)dx$,
$\int \left(\frac{5}{x^2+4} - \frac{3}{\sqrt{x^2+4}}\right)dx$, $\int \frac{\sqrt{6-x^2}+\sqrt{x^2+6}}{\sqrt{36-x^4}}\,dx$, $\int \frac{\sqrt{6-x^2}-\sqrt{x^2+6}}{\sqrt{36-x^4}}\,dx$, $\int (x^4 - 5x^3 + 2x^2 + x - 3)\,dx$,
$\int \left(3x^2 - 6x + \frac{1}{x}\right)dx$, $\int \left(x^3 - \frac{6}{x} + \frac{4}{x^3}\right)dx$, $\int \left(5\sqrt[6]{x} - 3\sqrt[4]{x} + 4x - 2\sqrt{x}\right)dx$, $\int \left(x^4 - \frac{7}{x} + \frac{2}{x^5}\right)dx$,
$\int (x^5 - 3x^2 + 2x - 6)\,dx$, $\int \left(5x^2 - 7x + \frac{1}{x}\right)dx$, $\int \left(x^4 - \frac{7}{x} + \frac{2}{x^5}\right)dx$, $\int \left(3x\sqrt{x} - 4x\sqrt[3]{x^2}\right)dx$,
$\int \left(6\sqrt[3]{x} - 5\sqrt{x} + 3x^2 - 5 + \frac{6}{x}\right)dx$, $\int \frac{(x^2-3)^2}{x^3}\,dx$, $\int \frac{\sin^3 x - 5}{\sin^2 x}\,dx$, $\int (x^2 - 3e^x)\,dx$, $\int (x^5 + 2e^x)\,dx$,
$\int \left(6^x - \frac{1}{x^3} + e^x + \frac{1}{x}\right)dx$, $\int \frac{(x^2+5)^2}{x^3}\,dx$, $\int \frac{(x^2-4)^2}{x^4}\,dx$, $\int \frac{(x^2-2)^2}{x^5}\,dx$, $\int \left(4x^2\sqrt{x} - 3x^4\sqrt[3]{x^5}\right)dx$,
$\int \frac{\cos^3 x + 4}{\cos^2 x}\,dx$, $\int (x^2 - 3x + 5 + 2e^x)\,dx$, $\int (x^6 - 8x^2 + 3x + 7 + 3e^x)\,dx$, $\int \left(\frac{3-2x}{x}\right)^2 dx$,
$\int \left(7^x - \frac{1}{x^4} + 2e^x - \frac{1}{x}\right)dx$, $\int \frac{1}{\sqrt{25-9x^2}}\,dx$, $\int \frac{1}{\sqrt{9x^2+25}}\,dx$, $\int \frac{1}{9x^2+25}\,dx$, $\int \frac{1}{\sqrt{1-9x^2}}\,dx$, $\int \frac{1}{9x^2-1}\,dx$,

$\int \frac{\sqrt{5+x^2}-\sqrt{5-x^2}}{\sqrt{25-x^4}}dx$, $\int \frac{\sqrt{x^2-9}+4}{\sqrt{x^2-9}}dx$, $\int \frac{(x-2)^3}{x^3}dx$, $\int \frac{(x+2)^3}{x^4}dx$, $\int \left(-\frac{5}{\sin^2 x}+\frac{3}{\cos^2 x}\right)dx$,

$\int 4^x\left(1-\frac{4^{-x}}{\sin^2 x}\right)dx$, $\int \frac{xe^x-5x}{x}dx$, $\int \frac{x\cdot 7^x-7x}{x}dx$, $\int e^x\left(4+\frac{5e^{-x}}{\cos^2 x}\right)dx$, $\int e^x\left(5-\frac{3e^{-x}}{\sin^2 x}\right)dx$,

$\int \frac{\left(\sqrt{x}-2\right)^2}{x}dx$, $\int\left(x\sqrt{x}-4\sqrt[3]{x}\right)dx$, $\int\left(4x-\frac{2}{x}+\sqrt{x}\right)dx$, $\int\left(3x+\frac{5}{x^2}\right)dx$, $\int\left(5x-\frac{6}{x^3}+\frac{1}{x}\right)dx$,

$\int \frac{\left(\sqrt{x}-2\right)^2}{x}dx$, $\int \frac{x-5}{x^3}dx$, $\int \frac{(x+1)^3}{x^2}dx$, $\int\left(x^2\sqrt[3]{x}-2x\sqrt[4]{x}\right)dx$, $\int 7^x\left(3-4^x+\frac{7^{-x}}{x^5}-\frac{7^{-x}}{\cos^2 x}\right)dx$,

$\int 4^x\left(2-3^x+4^{-x}\cdot x^5+\frac{4^{-x}}{x^5}+\frac{4^{-x}}{\sin^2 x}\right)dx$,$\int(6x^4-5x^3+4x^2-5x+2)\,dx$,$\int(x^2-3x)^3\,dx$,

$\int(3x^4+6x^3-5x^2+4x-1)\,dx$,$\int\left(\frac{4}{x^3}-\frac{6}{x^5}-\frac{4}{x}\right)dx$,$\int\left(9x^2\sqrt{x}+6x\sqrt[4]{x^3}\right)dx$,

$\int\left(5x^3\sqrt{x}+2x\sqrt[4]{x}\right)dx$,$\int(x^2+2x)^3dx$,$\int\left(\frac{x}{\sqrt[3]{x^8}}-32x^5\cdot\sqrt[5]{x}\right)dx$, $\int\left(\frac{x}{\sqrt[4]{x^6}}-14x^5\cdot\sqrt[4]{x}\right)dx$,

$\int \frac{1}{9x^2-1}dx$,$\int \frac{15}{25x^2-9}dx$,$\int \frac{1}{9x^2+1}dx$,$\int \frac{15}{25x^2+9}dx$,$\int \frac{1}{16x^2-1}dx$,$\int \frac{20}{16x^2-25}dx$,$\int \frac{27}{9x^2+1}dx$,$\int \frac{8}{4x^2+64}dx$,

$\int(6^x\ln 6-5^x\ln 25)\,dx$,$\int \frac{1}{\sqrt{5x^2+20}}dx$,$\int \frac{1}{\sqrt{3x^2-27}}dx$,$\int \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{20-5x^2}}dx$,$\int \frac{1}{\sqrt{6x^2+54}}dx$,$\int \frac{1}{\sqrt{6x^2-54}}dx$,

$\int \frac{1}{\sqrt{4x^2+64}}dx$,$\int \frac{1}{\sqrt{4x^2-100}}dx$,$\int \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7x^2+28}}dx$,$\int(5\sin x+3\cos x)\,dx$,$\int\left(3\sin^2 x-\sqrt[3]{-27}\cos^2 x\right)dx$,

$\int\left(4\cos^2 x-\sqrt[3]{-64}\sin^2 x\right)dx$,$\int 4\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2}dx$,$\int 4\cos^2\frac{x}{2}dx$,$\int 4\sin^2\frac{x}{2}dx$,$\int \frac{1}{\sqrt{6-x^2}}dx$,$\int \frac{1}{\sqrt{x^2+6}}dx$,

$\int \frac{6x^5+3x^4+2x^3-5x^2+3x-4}{x^3}dx$,$\int \frac{6x^3-x^5}{\sqrt{x}}dx$,$\int \frac{x\sqrt[4]{x}+3x^2\cdot\sqrt[3]{x^4}}{\sqrt{x}}dx$,$\int\left(\frac{1}{5+x^2}-\frac{1}{\sqrt{x^2+5}}\right)dx$,$\int \frac{(x-1)^4}{x^3}dx$,

$\int \frac{2x+1}{\sqrt{x^2-9}}dx$,$\int \frac{\sqrt{3-x^2}-\sqrt{x^2+3}}{\sqrt{9-x^4}}dx$,$\int \frac{\sqrt{x^2-9}+9}{x^2-9}dx$,$\int \frac{\sqrt{x^2+9}-1}{x^2+9}dx$,$\int\left(7^x\ln\sqrt[3]{49}-\ln 5\cdot 25^x\right)dx$.

Integrala definită,proprietăţi pentru integrala definită

Fie f:[a, b] → ℝ o funcţie continuă şi F:[a, b] → ℝ o primitivă a sa , atunci

$\int_a^b f(x)\,dx=F(x)|_a^b=F(b)-F(a)$ se numeşte integrala definită a funcţiei f .

$\int_a^b f'(x)\,dx=f(x)|_a^b=f(b)-f(a)$

$\int_a^b f''(x)\,dx=f'(x)|_a^b=f'(b)-f'(a)$

$\int_a^b\big(f(x)+g(x)\big)\,dx=\int_a^b f(x)\,dx+\int_a^b g(x)\,dx$, $\int_a^b\big(f(x)-g(x)\big)\,dx=\int_a^b f(x)\,dx-\int_a^b g(x)\,dx$,

$\int_a^b \alpha f(x)\,dx=\alpha\int_a^b f(x)\,dx$, $\int_a^b\big(\alpha f(x)+\beta g(x)\big)\,dx=\alpha\int_a^b f(x)\,dx+\beta\int_a^b g(x)\,dx$

Integrale definite

1.Calculaţi următoarele integrale definite:

a)$\int_0^1 x^2\,dx$, $\int_1^3 x\,dx$, $\int_0^1(x+1)\,dx$, $\int_1^2(x+2)\,dx$,$\int_{-1}^1(x^3+3x)\,dx$, $\int_0^1(4x^3+3x^2+2x+1)\,dx$,

$\int_0^1 x\,dx$,$\int_0^{2014}dx$, $\int_0^2 x^2\,dx$,$\int_0^1\frac{-2x^2}{x^2+1}dx$, $\int_2^3(x+1)dx$, $\int_1^2 x\,dx$, $\int_0^1(3x+1)\,dx$, $\int_1^2 2x\,dx$,

$\int_1^2(2x+3)\,dx$, $\int_0^1 x^3\,dx$, $\int_0^3 x\,dx$, $\int_0^1(x+4)\,dx$, $\int_1^2(x-2)\,dx$,$\int_{-1}^1(x^3-3x)\,dx$,

$\int_0^1(4x^3-3x^2+2x-1)\,dx$, $\int_0^1 4x\,dx$, $\int_1^{2016}dx$, $\int_0^1 x^{2016}\,dx$,$\int_2^3\frac{-2x^2}{x^2-1}dx$, $\int_2^3(x-1)dx$, $\int_2^3 x\,dx$,

$\int_0^1(3x-4)\,dx$, $\int_1^2 5x\,dx$, $\int_1^2(2x-3)\,dx$.

b) $\int_1^2 xe^x dx$, $\int_1^2\ln x\,dx$,$\int_1^e x^3\ln x\,dx$, $\int_1^e x^2\ln x\,dx$, $\int_0^1\frac{-2x^2}{(x^2+1)^2}dx$, $\int_2^e x\ln x\,dx$, $\int_0^1(x+1)e^x\,dx$,

$\int_0^1(3x+1)e^x\,dx$, $\int_0^1(x^2e^x-2x)\,dx$, $\int_0^1 xe^x dx$, $\int_1^e\ln x\,dx$,$\int_e^{e^2} x^3\ln x\,dx$, $\int_1^{e^2} x^2\ln x\,dx$, $\int_1^2\frac{-2x^2}{(x^2+1)^2}dx$,

$\int_1^e x\ln x\,dx$, $\int_0^1(x-1)e^x\,dx$, $\int_0^1(3x-1)e^x\,dx$, $\int_0^1(x^2e^x+2x)\,dx$,

c) $\int_0^1\frac{x^2}{x+1}dx$, $\int_0^1\frac{x^3+3x}{x^2+1}dx$, $\int_0^1\left(x^2+\frac{x}{x+1}\right)dx$, $\int_0^1\frac{1}{x+1}dx$,$\int_1^e\frac{\ln x}{x}dx$,$\int_2^4\frac{1}{x+1}dx$, $\int_2^3\frac{x^3-1}{x^2-1}dx$,$\int_0^1\frac{x}{x^2+1}dx$,

$\int_{-1}^{0} \frac{x^2}{x-1}\,dx, \int_{2}^{3} \frac{x^3-3x}{x^2-1}\,dx, \int_{2}^{3} \left(x^2+\frac{x}{x-1}\right)dx, \int_{0}^{1} \frac{1}{x-2}\,dx, \int_{1}^{e^2} \frac{\ln x}{x}\,dx, \int_{2}^{4} \frac{1}{x-1}\,dx, \int_{2}^{3} \frac{x^3+1}{x^2-1}\,dx, \int_{2}^{3} \frac{x}{x^2-1}\,dx.$

Inegalităţi integrale

Dacă $f:[a,b]\to\mathbb{R}$ e continuă şi $f(x)\geq 0\ \forall x\in[a,b]$ atunci $\int_a^b f(x)\,dx \geq 0$.

Dacă $f:[a,b]\to\mathbb{R}$ e continuă şi $m\leq f(x)\leq M\ \forall x\in[a,b]$ atunci

$m(b-a)\leq \int_a^b f(x)\,dx \leq M(b-a)$.

Dacă $f,g:[a,b]\to\mathbb{R}$ sunt continue şi $f(x)\leq g(x)\ \forall x\in[a,b]$ atunci $\int_a^b f(x)\,dx \leq \int_a^b g(x)\,dx$.

Metoda integrării prin părţi

$\int_a^b u(x)v'(x)dx = u(x)v(x)|_a^b - \int_a^b u'(x)v(x)\,dx$

Metoda schimbării de variabilă

$\int_a^b \big((f\circ g)(x)\big)g'(x)dx = \int_a^b f\big(g(x)\big)g'(x)\,dx = \int_{g(a)}^{g(b)} f(t)\,dt$

$\int_{-a}^{a} f(x)\,dx = \begin{cases} 0, \text{ dacă f este impară } (f(x)=-f(x)\forall x\in[-a,a]) \\ 2\int_0^a f(x)\,dx, \text{ dacă f este pară } \big(f(-x)=f(x)\big) \end{cases}$

Arii,volume

Dacă $f:[a,b]\to\mathbb{R}$ e continuă şi $f(x)\geq 0\ \forall x\in[a,b]$ atunci aria subgraficului funcţiei f sau aria domeniului plan mărginit de $\mathcal{G}_f$,axa Ox şi dreptele de ecuaţii x=a şi x=b este $\mathcal{A}_{r_f} = \int_a^b f(x)\,dx$.

Dacă $f:[a,b]\to\mathbb{R}$ e continuă $\forall x\in[a,b]$ atunci aria domeniului plan mărginit de $\mathcal{G}_f$,axa Ox şi dreptele de ecuaţii x=a şi x=b este $\mathcal{A}=\int_a^b |f(x)|\,dx$.

Dacă $f:[a,b]\to\mathbb{R}$ e continuă şi $f(x)\geq 0\ \forall x\in[a,b]$ atunci volumul corpului de rotaţie determinat de graficul funcţiei f este $\mathcal{V}_{C_f} = \pi\int_a^b f^2(x)\,dx$.

Subiectul III2 (prelucrări bacalaureat)

1.Se consideră funcţia $f:(-3,+\infty)\to\mathbb{R}, f(x)=\frac{1}{x+3}-\frac{1}{x+4}$.

a)Arătaţi că $\int_0^2 x(x+3)\left(f(x)+\frac{1}{x+4}\right)dx = 2$.

b)Arătaţi că $\int_0^1 xf(x)\,dx = \ln\frac{16875}{16384}$.

c)Determinaţi numărul natural p, ştiind că suprafaţa plană delimitată de graficul funcţiei f, axa Ox şi dreptele de ecuaţii x=0 şi x=1 are aria egală cu $\ln\left(p^2+\frac{1}{15}\right)$.

2.Se consideră funcţia $f:(-4,+\infty)\to\mathbb{R}, f(x)=\frac{1}{x+4}-\frac{1}{x+5}$.

a)Arătaţi că $\int_0^2 x(x+4)\left(f(x)+\frac{1}{x+5}\right)dx = 2$.

b)Arătaţi că $\int_0^1 xf(x)\,dx = \ln\frac{6^5\cdot 4^4}{5^9}$.

c)Determinaţi numărul natural p, ştiind că suprafaţa plană delimitată de graficul funcţiei f, axa Ox şi dreptele de ecuaţii x=0 şi x=1 are aria egală cu $\ln\left(p^2+\frac{1}{24}\right)$.

3.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=(x-3)e^x$.

a)Arătaţi că $\int_0^1 \frac{f(x)}{e^x}\,dx = -\frac{5}{2}$.

b)Demonstraţi că $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $F(x)=(x-4)e^x+2021$ este o primitivă a funcţiei f.

c)Calculaţi $\int_0^3 f^3(x)f'(x)\,dx$.

4.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=(x-4)e^x$.

a)Arătaţi că $\int_0^1 \frac{f(x)}{e^x}dx=-\frac{7}{2}$.

b)Demonstraţi că F:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $F(x)=(x-5)e^x+2022$ este o primitivă a funcţiei f.

c)Calculaţi $\int_0^4 f^3(x)f'(x)\,dx$.

5. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=\sqrt{3x^2+6x+10}$.

a)Arătaţi că $\int_0^1 f^2(x)\,dx=14$.

b)Calculaţi $\int_{-1}^1 \frac{x+1}{f(x)}dx$.

c)Demonstraţi că, pentru orice $a\in(0,+\infty)$, suprafaţa plană delimitată de graficul funcţiei f, axa Ox şi dreptele de ecuaţii x=0 şi x=a are aria mai mare sau egală cu $a\sqrt{10}$.

6. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=\sqrt{3x^2+6x+11}$.

a)Arătaţi că $\int_0^1 f^2(x)\,dx=15$.

b)Calculaţi $\int_{-1}^1 \frac{x+1}{f(x)}dx$.

c)Demonstraţi că, pentru orice $a\in(0,+\infty)$, suprafaţa plană delimitată de graficul funcţiei f, axa Ox şi dreptele de ecuaţii x=0 şi x=a are aria mai mare sau egală cu $a\sqrt{11}$.

7. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=\begin{cases}x^2+12x-4, x\in(-\infty,0]\\ x-4, x\in(0,+\infty)\end{cases}$

a)Arătaţi că $\int_1^2 f(x)\,dx=-\frac{5}{2}$.

b)Demonstraţi că funcţia f admite primitive pe $\mathbb{R}$.

c)Demonstraţi că suprafaţa plană delimitată de graficul funcţiei f, axa Ox şi dreptele de ecuaţii x=−1 şi x=0 are aria egală cu $\frac{29}{3}$.

8. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=\begin{cases}x^2+8x-4, x\in(-\infty,0]\\ x-4, x\in(0,+\infty)\end{cases}$

a)Arătaţi că $\int_1^4 f(x)\,dx=-\frac{9}{2}$.

b)Demonstraţi că funcţia f admite primitive pe $\mathbb{R}$.

c)Demonstraţi că suprafaţa plană delimitată de graficul funcţiei f, axa Ox şi dreptele de ecuaţii x=−1 şi x=0 are aria egală cu $\frac{23}{3}$.

9. Se consideră funcţia f:$(0,+\infty)\to\mathbb{R}$,$f(x)=x^2-\frac{2}{x}$.

a)Determinaţi primitiva F a funcţiei f pentru care $F(1)=\frac{4}{3}$.

b)Arătaţi că volumul corpului obţinut prin rotaţia în jurul axei Ox a graficului funcţiei g:[1,2] → $\mathbb{R}$, $g(x)=f(x)$ este egal cu $\frac{11\pi}{5}$.

c)Determinaţi numărul $m\in(1,+\infty)$, ştiind că $\int_1^m (f(x)-x^2)\ln x\,dx=-1$.

10. Se consideră funcţia f:$(0,+\infty)\to\mathbb{R}$,$f(x)=x^2+\frac{2}{x}$.

a)Determinaţi primitiva F a funcţiei f pentru care $F(1)=\frac{7}{3}$.

b)Arătaţi că volumul corpului obţinut prin rotaţia în jurul axei Ox a graficului funcţiei g:[1,2] → $\mathbb{R}$, $g(x)=f(x)$ este egal cu $\frac{71\pi}{5}$.

c)Determinaţi numărul $m\in(1,+\infty)$, ştiind că $\int_1^m (f(x)-x^2)\ln x\,dx=1$.

11. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=3x^2+4x+1$.

a)Arătaţi că $\int_0^1 f(x)\,dx=4$.

b)Demonstraţi că orice primitivă a funcţiei f este crescătoare pe $\mathbb{R}$.

c)Determinaţi numărul real a , a>1, pentru care $\int_1^a \frac{f(x)}{x}dx=57+\ln a$.

12. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=6x^2+2x+1$.

a)Arătaţi că $\int_0^1 f(x)\,dx=4$.

b)Demonstraţi că orice primitivă a funcţiei f este crescătoare pe $\mathbb{R}$.

c)Determinaţi numărul real a , a>1, pentru care $\int_1^a \frac{f(x)}{x}dx=28+\ln a$.

13.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=\begin{cases}3x^2-2x, x\in(-\infty,1]\\ 1+\frac{1}{x}\cdot\ln x, x\in(1,+\infty)\end{cases}$.

a)Arătaţi că $\int_{-1}^1 f(x)\,dx=2$.

b)Arătaţi că funcţia f admite primitive pe $\mathbb{R}$.

c)Determinaţi numărul natural n pentru care $\int_0^2 f(x)\,dx=\frac{n^2-14+\ln^2 2}{2}$.

14.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=\begin{cases}3x^2-x+2, x\in(-\infty,1]\\ 4+\frac{1}{x}\cdot\ln x, x\in(1,+\infty)\end{cases}$.

a)Arătaţi că $\int_{-1}^1 f(x)\,dx=8$.

b)Arătaţi că funcţia f admite primitive pe $\mathbb{R}$.

c)Determinaţi numărul natural n pentru care $\int_0^2 f(x)\,dx=\frac{n^2-12+\ln^2 2}{2}$.

15. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=x+\frac{1}{e^x}$.

a)Arătaţi că $\int_{-1}^1 \left(f(x)-\frac{1}{e^x}\right)dx=0$.

b)Demonstraţi că orice primitivă a funcţiei f este convexă pe intervalul $[0,+\infty)$.

c)Calculaţi $\int_0^1 e^x f(x)\,dx$.

16. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=x+\frac{1}{e^x}$.

a)Arătaţi că $\int_{-1}^1 \left(f(x)-\frac{1}{e^x}\right)dx=0$.

b)Demonstraţi că orice primitivă a funcţiei f este concavă pe intervalul $(-\infty,0]$.

c)Calculaţi $\int_0^1 e^x f(x)\,dx$.

17. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=6x^2+2$.

a)Arătaţi că $\int_{-1}^1 (f(x)-2)\,dx=4$.

b)Demonstraţi că orice primitivă a funcţiei f este crescătoare pe $\mathbb{R}$.

c)Calculaţi $\int_1^e f(x)\ln x\,dx$.

18. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=6x^2+1$.

a)Arătaţi că $\int_{-1}^1 (f(x)-1)\,dx=4$.

b)Demonstraţi că orice primitivă a funcţiei f este crescătoare pe $\mathbb{R}$.

c)Calculaţi $\int_1^e f(x)\ln x\,dx$.

19. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=x^3-6x^2+12x+7$.

a)Arătaţi că $\int_0^1 (f(x)-x^3)\,dx=11$.

b)Demonstraţi că orice primitivă a funcţiei f este o funcţie convexă pe $\mathbb{R}$.

c)Arătaţi că $\int_2^4 \frac{3}{f'(x)+12}dx=\frac{\pi}{8}$.

20. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x^3-6x^2+12x+8$.

a)Arătaţi că $\int_0^1 (f(x)-x^3)\,dx=12$.

b)Demonstraţi că orice primitivă a funcţiei f este o funcţie convexă pe $\mathbb{R}$.

c)Arătaţi că $\int_2^4 \frac{3}{f'(x)+12}dx=\frac{\pi}{8}$.

21. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=\frac{1}{e^x+2}$.

a)Arătaţi că $\int_0^2 (e^x+2)f(x)\,dx=2$.

b)Arătaţi că $\int_0^2 \frac{x}{f(x)}dx=5+e^2$.

c)Determinaţi volumul corpului obţinut prin rotaţia în jurul axei Ox a graficului funcţiei $g:[1,2]\to\mathbb{R}$, $g(x)=\sqrt{e^x f(x)}$.

22. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=\frac{1}{e^x+3}$.

a)Arătaţi că $\int_0^1 (e^x+3)f(x)\,dx=1$.

b)Arătaţi că $\int_0^1 \frac{x}{f(x)}dx=\frac{5}{2}$.

c)Determinaţi volumul corpului obţinut prin rotaţia în jurul axei Ox a graficului funcţiei $g:[0,1]\to\mathbb{R}$, $g(x)=\sqrt{e^x f(x)}$.

23. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=xe^x$.

a)Arătaţi că $\int_2^3 \frac{f(x)}{x}dx=e^2(e-1)$.

b)Determinaţi primitiva $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ a funcţiei f pentru care $F(1)=3$.

c)Determinaţi numărul real a pentru care $\int_0^1 f(x)f'(x)\,dx=\frac{1}{2}e^{2a}$.

24. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=xe^x$.

a)Arătaţi că $\int_1^4 \frac{f(x)}{x}dx=e(e^3-1)$.

b)Determinaţi primitiva $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ a funcţiei f pentru care $F(1)=4$.

c)Determinaţi numărul real a pentru care $\int_0^2 f(x)f'(x)\,dx=2e^{4a}$.

25.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x^2+3x$.

a)Arătaţi că $\int_0^1 (f(x)-3x)\,dx=\frac{1}{3}$.

b)Arătaţi că funcţia $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, F(x)=\frac{1}{3}x^3+\frac{3}{2}x^2+2019$ este o primitivă a funcţiei f.

c)Demonstraţi că volumul corpului obţinut prin rotaţia în jurul axei Ox a graficului funcţiei $g:[1,2]\to\mathbb{R}, g(x)=\frac{f(x)}{x}$ este egal cu $\frac{61\pi}{3}$.

26.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x^2+9x$.

a)Arătaţi că $\int_0^1 (f(x)-9x)\,dx=\frac{1}{3}$.

b)Arătaţi că funcţia $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, F(x)=\frac{1}{3}x^3+\frac{9}{2}x^2+2017$ este o primitivă a funcţiei f.

c)Demonstraţi că volumul corpului obţinut prin rotaţia în jurul axei Ox a graficului funcţiei $g:[1,2]\to\mathbb{R}, g(x)=\frac{f(x)}{x}$ este egal cu $\frac{331\pi}{3}$.

27. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=3x^2+2x-3$.

a)Arătaţi că $\int_1^2 (f(x)-2x+3)\,dx=7$.

b)Determinaţi primitiva F a funcţiei f pentru care $F(0) = 2018$.
c)Determinaţi numărul real a pentru care $\int_1^a f(x)\,dx = a^3 - 1$.
28.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x) = 3x^2 + 4x - 6$.
a)Arătaţi că $\int_1^2 (f(x) - 4x + 6)\,dx = 7$.
b)Determinaţi primitiva F a funcţiei f pentru care $F(1) = 2017$.
c)Determinaţi numărul real a pentru care $\int_1^a f(x)\,dx = a^3 - 1$.
29. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x) = 4x^3 - 3x$.
a)Arătaţi că $\int_0^1 (f(x) + 3x)\,dx = 1$.
b)Arătaţi că $\int_0^1 \left(4x^3 - f(x)\right)e^x\,dx = 3$.
c)Determinaţi aria suprafeţei plane delimitate de graficul funcţiei f, axa Ox şi dreptele de ecuaţii x=1 şi x=3.
30. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x) = 4x^3 + x$.
a)Arătaţi că $\int_0^1 (f(x) - x)\,dx = 1$.
b)Arătaţi că $\int_0^1 \left(4x^3 - f(x)\right)e^x\,dx = -1$.
c)Determinaţi aria suprafeţei plane delimitate de graficul funcţiei f, axa Ox şi dreptele de ecuaţii x=1 şi x=2.
31. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x) = x^2 + 2x + 4$.
a)Arătaţi că $\int_0^1 (f(x) - x^2 - 4)\,dx = 1$.
b)Demonstraţi că funcţia F:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$F(x) = \frac{1}{3}x^3 + x^2 + 4x + 2018$ este o primitivă a funcţiei f.
c)Determinaţi numărul natural n, ştiind că suprafaţa plană delimitată de graficul funcţiei f, axa Ox şi dreptele de ecuaţii x=0 şi x=2 are aria egală cu $n^2 - \frac{4}{3}$.
32. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x) = x^2 + 3x + 2$.
a)Arătaţi că $\int_0^1 (f(x) - x^2 - 2)\,dx = \frac{3}{2}$.
b)Demonstraţi că funcţia F:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$F(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{3}{2}x^2 + 2x + 2019$ este o primitivă a funcţiei f.
c)Determinaţi numărul natural n, ştiind că suprafaţa plană delimitată de graficul funcţiei f, axa Ox şi dreptele de ecuaţii x=0 şi x=2 are aria egală cu $n^2 - \frac{10}{3}$.
33.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x) = x^2 - 4x$.
a)Arătaţi că $\int_{-1}^1 (f(x) + 4x)\,dx = \frac{2}{3}$.
b)Calculaţi $\int_0^1 e^x\left(x^2 - f(x)\right)dx$.
c)Demonstraţi că suprafaţa plană delimitată de graficul funcţiei f,axa Ox şi dreptele de ecuaţii x=0 şi x=1 aria egală cu $\frac{5}{3}$.
34.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x) = x^2 - 5x$.
a)Arătaţi că $\int_{-2}^2 (f(x) + 5x)\,dx = \frac{16}{3}$.
b)Calculaţi $\int_0^1 e^x\left(x^2 - f(x)\right)dx$.
c)Demonstraţi că suprafaţa plană delimitată de graficul funcţiei f,axa Ox şi dreptele de ecuaţii x=0 şi x=1 aria egală cu $\frac{13}{6}$.
35. Se consideră funcţiile f:$(0,+\infty)\to\mathbb{R}$,$f(x) = 1 + \ln x$ şi F:$(0,+\infty)\to\mathbb{R}$,$F(x) = x\ln x$.

a)Calculaţi $\int_e^{e^2}(f(x)-\ln x)\,dx$

b)Arătaţi că F este o primitivă a funcţiei f.

c)Arătaţi că $\int_e^{e^2} f(x)F(x)\,dx = 2e^4 - \frac{e^2}{2}$.

36. Se consideră funcţiile $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}, f(x) = 1 + \ln x$ şi $F:(0,+\infty)\to\mathbb{R}, F(x) = 1 + x\ln x$.

a)Calculaţi $\int_1^e (f(x)-\ln x)\,dx$

b)Arătaţi că F este o primitivă a funcţiei f.

c)Arătaţi că $\int_1^e f(x)F(x)\,dx = \frac{e^2+2e-1}{2}$.

37.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x) = x^3 - 3x^2 + 9x - 27$.

a)Arătaţi că $\int_{-1}^{1}(f(x) + 3x^2 - 9x + 27)\,dx = 0$.

b)Arătaţi că funcţia $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, F(x) = \frac{x^4}{4} - x^3 + \frac{9x^2}{2} - 27x$ este o primitivă a funcţiei f.

c)Determinaţi volumul corpului obţinut prin rotaţia în jurul axei Ox a graficului funcţiei $g:[3,4]\to\mathbb{R}, g(x) = \frac{f(x)}{x^2+9}$.

38.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x) = x^3 - 5x^2 + 25x - 125$.

a)Arătaţi că $\int_{-1}^{1}(f(x) + 5x^2 - 25x + 125)\,dx = 0$.

b)Arătaţi că funcţia $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, F(x) = \frac{x^4}{4} - \frac{5x^3}{3} + \frac{25x^2}{2} - 125x$ este o primitivă a funcţiei f.

c)Determinaţi volumul corpului obţinut prin rotaţia în jurul axei Ox a graficului funcţiei $g:[5,6]\to\mathbb{R}, g(x) = \frac{f(x)}{x^2+25}$.

39. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x) = x^2 + 5x$.

a)Arătaţi că $\int_{-1}^{1}(f(x) - 5x)\,dx = \frac{2}{3}$.

b)Arătaţi că $\int_0^1 (f(x) - x^2)e^x\,dx = 5$.

c)Determinaţi volumul corpului obţinut prin rotaţia în jurul axei Ox a graficului funcţiei $g:[1,2]\to\mathbb{R}, g(x) = \frac{3f(x)}{x}$.

40. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x) = x^2 + 6x$.

a)Arătaţi că $\int_{-3}^{3}(f(x) - 6x)\,dx = 18$.

b)Arătaţi că $\int_0^1 (f(x) - x^2)e^x\,dx = 6$.

c)Determinaţi volumul corpului obţinut prin rotaţia în jurul axei Ox a graficului funcţiei $g:[1,2]\to\mathbb{R}, g(x) = \frac{3f(x)}{x}$.

41.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x) = x^4 + x + 2$.

a) Arătaţi că $\int_0^2 (f(x) - x - 2)\,dx = \frac{32}{5}$.

b) Arătaţi că $\int_1^e (f(x) - x^4 - 2)\ln x\,dx = \frac{e^2+1}{4}$.

c)Determinaţi aria suprafeţei plane delimitate de graficul funcţiei f, axa Ox şi dreptele de ecuaţii x=0 şi x=1.

42.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x) = x^4 + 4x + 1$.

a) Arătaţi că $\int_0^1 (f(x) - 4x - 1)\,dx = \frac{1}{5}$.

b) Arătaţi că $\int_1^e (f(x) - x^4 - 1)\ln x\,dx = e^2 + 1$.

c)Determinaţi aria suprafeţei plane delimitate de graficul funcţiei f, axa Ox şi dreptele de ecuaţii

x=0 şi x=1.

43.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=x-2$.

a)Arătaţi că $\int_{-1}^{1}(f(x)+2)\,dx=0$.

b)Arătaţi că $\int_{0}^{1}e^{x}f(x)\,dx=-2e+3$.

c)Determinaţi numărul real a, ştiind că $\int_{0}^{a}f(x)\,dx=\int_{0}^{6-a}(f(x)+4)\,dx$.

44.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=x+4$.

a)Arătaţi că $\int_{-2}^{2}(f(x)-4)\,dx=0$.

b)Arătaţi că $\int_{0}^{1}e^{x}f(x)\,dx=4e-3$.

c)Determinaţi numărul real a, ştiind că $\int_{0}^{a}f(x)\,dx=\int_{0}^{4-a}(f(x)-8)\,dx$.

45.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=x^5+x^3+5x$.

a)Arătaţi că $\int_{-1}^{1}(f(x)-x^3-5x)\,dx=0$.

b)Arătaţi că $\int_{0}^{2}e^{x}(f(x)-x^5-x^3+1)\,dx=6e^2+4$.

c)Demonstraţi că orice primitivă a funcţiei f este convexă pe $\mathbb{R}$.

46.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=x^5+x^3+6x$.

a)Arătaţi că $\int_{-2}^{2}(f(x)-x^5-6x)\,dx=0$.

b)Arătaţi că $\int_{0}^{2}e^{x}(f(x)-x^5-x^3+2)\,dx=8e^2+4$.

c)Demonstraţi că orice primitivă a funcţiei f este convexă pe $\mathbb{R}$.

47.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=5x^4+3x^2+3$.

a)Arătaţi că $\int_{0}^{1}(f(x)-3x^2-3)\,dx=1$.

b)Calculaţi aria suprafeţei plane delimitate de graficul funcţiei f, axa Ox şi dreptele de ecuaţii x=1 şi x=2.

c)Demonstraţi că orice primitivă a funcţiei f este crescătoare pe $\mathbb{R}$.

48.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=5x^4+6x^2+1$.

a)Arătaţi că $\int_{0}^{1}(f(x)-6x^2-1)\,dx=1$.

b)Calculaţi aria suprafeţei plane delimitate de graficul funcţiei f, axa Ox şi dreptele de ecuaţii x=1 şi x=2.

c)Demonstraţi că orice primitivă a funcţiei f este crescătoare pe $\mathbb{R}$.

49.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=x^3-3x^2-2x+4$.

a)Calculaţi $\int_{0}^{2}(f(x)+3x^2+2x+4)\,dx$.

b)Arătaţi că $\int_{0}^{1}(f(x)-x^3+3x^2+3x-1)e^{x}\,dx=3e-2$.

c)Demonstraţi că $\int_{1-a}^{1+a}f(x)\,dx=0$, pentru orice număr real a.

50.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=x^3+3x^2-2$.

a)Calculaţi $\int_{0}^{2}(f(x)-3x^2+2)\,dx$.

b)Arătaţi că $\int_{0}^{1}(f(x)-x^3-3x^2+x+4)e^{x}\,dx=2e-1$.

c)Demonstraţi că $\int_{-a-1}^{a-1}f(x)\,dx=0$, pentru orice număr real a.

51. Se consideră funcţia f:$(0,+\infty)\to\mathbb{R}$,$f(x)=4x+\frac{1}{x}$.

a)Arătaţi că $\int_{2}^{3}\left(f(x)-\frac{1}{x}\right)dx=10$.

b)Demonstraţi că funcţia F:$(x)\to\mathbb{R}$, $F(x)=2x^2+\ln x+2018$ este o primitivă a funcţiei f.

c)Determinaţi volumul corpului obţinut prin rotaţia în jurul axei Ox a graficului funcţiei $g:[2,4]\to\mathbb{R},\ g(x)=f(x)-4x$.

52. Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}, f(x)=2x+\frac{2}{x}$.

a)Arătaţi că $\int_1^3\left(f(x)-\frac{2}{x}\right)dx=8$.

b)Demonstraţi că funcţia $F:(x)\to\mathbb{R}, F(x)=x^2+2\ln x+2019$ este o primitivă a funcţiei f.

c)Determinaţi volumul corpului obţinut prin rotaţia în jurul axei Ox a graficului funcţiei $g:[1,2]\to\mathbb{R}, g(x)=f(x)-2x$.

53.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x^2-25$.

a)Arătaţi că $\int_0^1(f(x)+25)\,dx=\frac{1}{3}$.

b)Determinaţi aria suprafeţei plane delimitate de graficul funcţiei $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, g(x)=\frac{1}{f(x)+26}$, axa Ox şi dreptele de ecuaţii x=0 şi x=1.

c)Determinaţi numărul real a, a>1, pentru care $\int_1^a\frac{f(x)+25}{x}dx=12$.

54.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x^2-36$.

a)Arătaţi că $\int_0^3(f(x)+36)\,dx=1$.

b)Determinaţi aria suprafeţei plane delimitate de graficul funcţiei $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, g(x)=\frac{1}{f(x)+37}$, axa Ox şi dreptele de ecuaţii x=0 şi x=1.

c)Determinaţi numărul real a, a>1, pentru care $\int_1^a\frac{f(x)+36}{x}dx=24$.

55.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x^2+4$.

a)Arătaţi că $\int_0^1(f(x)-4)\,dx=\frac{1}{3}$.

b)Determinaţi primitiva F a funcţiei f pentru care $F(2)=6$.

c)Arătaţi că suprafaţa delimitată de graficul funcţiei $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, g(x)=e^x\cdot f(x)$, axa Ox şi dreptele de ecuaţii x=0 şi x=1, are aria egală cu 5e−6.

56. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x^2+7$.

a)Arătaţi că $\int_0^3(f(x)-7)\,dx=1$.

b)Determinaţi primitiva F a funcţiei f pentru care $F(0)=2$.

c)Arătaţi că suprafaţa delimitată de graficul funcţiei $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, g(x)=e^x\cdot f(x)$, axa Ox şi dreptele de ecuaţii x=0 şi x=1, are aria egală cu 8e−9.

57. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=4x^3-5x^2$.

a)Arătaţi că $\int_1^2(f(x)+5x^2)\,dx=15$.

b)Determinaţi primitiva F a funcţiei f pentru care $F(0)=2019$.

c)Determinaţi numărul natural n,n>1, ştiind că $\int_1^n\frac{f(x)}{x^2}dx=15$.

58. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=4x^3+4x^2$.

a)Arătaţi că $\int_1^2(f(x)-4x^2)\,dx=15$.

b)Determinaţi primitiva F a funcţiei f pentru care $F(1)=2020$.

c)Determinaţi numărul natural n,n>1, ştiind că $\int_1^n\frac{f(x)}{x^2}dx=24$.

59.Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}, f(x)=x^2+3\sqrt{x}$.

a)Arătaţi că $\int_1^3\left(f(x)-3\sqrt{x}\right)dx=\frac{26}{3}$.

b)Demonstraţi că funcţia $F:(0,+\infty)\to\mathbb{R}, F(x)=\frac{x^3}{3}+2x\sqrt{x}+2020$ este o primitivă a funcţiei f.

c)Arătaţi că suprafaţa delimitată de graficul funcţiei g:$(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $g(x)=\left(f(x)-3\sqrt{x}\right)e^x$, axa Ox şi dreptele de ecuaţii x=1 şi x=2, are aria egală cu $e(2e-1)$.

60.Se consideră funcţia f:$(0,+\infty)\to\mathbb{R}$,$f(x)=x^2+4\sqrt{x}$.

a)Arătaţi că $\int_1^3\left(f(x)-4\sqrt{x}\right)dx=\frac{26}{3}$.

b)Demonstraţi că funcţia F:$(0,+\infty)\to\mathbb{R}$,$F(x)=\frac{x^3}{3}+\frac{8x\sqrt{x}}{3}+2019$ este o primitivă a funcţiei f.

c)Arătaţi că suprafaţa delimitată de graficul funcţiei g:$(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $g(x)=\left(f(x)-4\sqrt{x}\right)e^x$, axa Ox şi dreptele de ecuaţii x=1 şi x=2, are aria egală cu $e(2e-1)$.

61. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=x^3+x$.

a)Calculaţi $\int_{-1}^1 x^3\,dx$.

b)Arătaţi că $\int_0^1(f(x)-x^3)e^x\,dx=1$.

c)Determinaţi volumul corpului obţinut prin rotaţia în jurul axei Ox a graficului funcţiei g:$[1,2]\to\mathbb{R}$, definită prin $g(x)=\frac{f(x)-x}{x^2}$.

62. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=x^5+2x$.

a)Calculaţi $\int_{-1}^1 x^5\,dx$.

b)Arătaţi că $\int_0^1(f(x)-x^5)e^x\,dx=2$.

c)Determinaţi volumul corpului obţinut prin rotaţia în jurul axei Ox a graficului funcţiei g:$[1,2]\to\mathbb{R}$, definită prin $g(x)=\frac{f(x)-2x}{x^3}$.

63. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=2x-2$ şi F:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$F(x)=x^2-2x+4$.

a)Calculaţi $\int_0^1(f(x)+2)\,dx$.

b)Arătaţi că funcţia F este o primitivă a funcţiei f.

c)Determinaţi numărul natural nenul n, ştiind că $\int_0^n F(x)\,dx=\frac{n^3}{3}$.

64. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=2x-4$ şi F:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$F(x)=x^2-4x+6$.

a)Calculaţi $\int_0^1(f(x)+4)\,dx$.

b)Arătaţi că funcţia F este o primitivă a funcţiei f.

c)Determinaţi numărul natural nenul n, ştiind că $\int_0^n F(x)\,dx=\frac{n^3}{3}$.

65.Se consideră funcţia f:$(0,+\infty)\to\mathbb{R}$,$f(x)=4x+\frac{1}{x}$.

a)Arătaţi că $\int_1^{e^2}\frac{1}{x}dx=2$.

b)Arătaţi că funcţia F:$(0,+\infty)\to\mathbb{R}$,$F(x)=2x^2+\ln x+2$ este o primitivă a funcţiei f.

c)Arătaţi că suprafaţa plană delimitată de graficul funcţiei f, axa Ox şi dreptele de ecuaţii x=1 şi x=2 are aria mai mică strict decât 7.

66.Se consideră funcţia f:$(0,+\infty)\to\mathbb{R}$,$f(x)=6x+\frac{1}{x}$.

a)Arătaţi că $\int_1^e\frac{1}{x}dx=1$.

b)Arătaţi că funcţia F:$(0,+\infty)\to\mathbb{R}$,$F(x)=3x^2+\ln x+2$ este o primitivă a funcţiei f.

c)Arătaţi că suprafaţa plană delimitată de graficul funcţiei f, axa Ox şi dreptele de ecuaţii x=1 şi x=2 are aria mai mică strict decât 10.

67. Se consideră funcţia f:$(-3,+\infty)\to\mathbb{R}$,$f(x)=\frac{x^2}{x+3}$.

a)Arătaţi că $\int_0^2 x^2\,dx=\frac{4}{3}$.

b)Determinaţi aria suprafeţei plane delimitate de graficul funcţiei f, axa Ox şi dreptele de ecuaţii $x=0$ şi $x=1$.

c)Arătaţi că orice primitivă a funcţiei f este funcţie crescătoare pe intervalul $(-3,+\infty)$.

68. Se consideră funcţia $f:(-4,+\infty)\to\mathbb{R}, f(x)=\frac{x^2}{x+4}$.

a)Arătaţi că $\int_0^4 x^2\,dx=\frac{16}{3}$.

b)Determinaţi aria suprafeţei plane delimitate de graficul funcţiei f, axa Ox şi dreptele de ecuaţii $x=0$ şi $x=1$.

c)Arătaţi că orice primitivă a funcţiei f este funcţie crescătoare pe intervalul $(-4,+\infty)$.

69. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x^2+4x+4$.

a)Arătaţi că $\int_{-1}^1 (4x+4)\,dx=8$.

b)Determinaţi volumul corpului obţinut prin rotaţia în jurul axei Ox a graficului funcţiei $g:[0,1]\to\mathbb{R}, g(x)=f(x)-4x-4$.

c)Demonstraţi că orice primitivă a funcţiei f este o funcţie crescătoare pe $\mathbb{R}$.

70. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x^2-2x+1$.

a)Arătaţi că $\int_{-1}^1 (-2x+1)\,dx=2$.

b)Determinaţi volumul corpului obţinut prin rotaţia în jurul axei Ox a graficului funcţiei $g:[0,1]\to\mathbb{R}, g(x)=f(x)+2x-1$.

c)Demonstraţi că orice primitivă a funcţiei f este o funcţie crescătoare pe $\mathbb{R}$.

71.Se consideră funcţiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=e^x+2x$ şi $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, F(x)=e^x+x^2-1$.

a)Arătaţi că $\int_1^2 e^x\,dx=e^2-e$.

b)Arătaţi că funcţia F este o primitivă a funcţiei f.

c)Calculaţi $\int_0^1 F(x)\,dx$.

72.Se consideră funcţiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=e^x-3x$ şi $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, F(x)=e^x-\frac{3x^2}{2}-1$.

a)Arătaţi că $\int_0^3 e^x\,dx=e^3-1$.

b)Arătaţi că funcţia F este o primitivă a funcţiei f.

c)Calculaţi $\int_0^1 F(x)\,dx$.

73. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=3x^2-2x$.

a)Arătaţi că $\int_1^4 3x^2\,dx=63$.

b)Determinaţi primitiva $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ a funcţiei f pentru care $F(1)=2019$.

c)Determinaţi numărul natural $n, n\geq 2$ ştiind că $\int_1^n \frac{f(x)}{x}\,dx=9$.

74. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=3x^2+5x$.

a)Arătaţi că $\int_0^2 3x^2\,dx=8$.

b)Determinaţi primitiva $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ a funcţiei f pentru care $F(1)=2020$.

c)Determinaţi numărul natural $n, n\geq 2$ ştiind că $\int_1^n \frac{f(x)}{x}\,dx=\frac{75}{2}$.

75. Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}, f(x)=5-\frac{1}{x}$.

a)Calculaţi $\int_1^2 \big(5-f(x)\big)\,dx$.

b)Determinaţi primitiva $F:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$ a funcţiei f pentru care $F(1)=5$.

c)Determinaţi volumul corpului obţinut prin rotaţia în jurul axei Ox a graficului funcţiei $g:[1,2]\to\mathbb{R}, g(x)=xf(x)$.

76. Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}, f(x)=2-\frac{1}{x}$.

a)Calculaţi $\int_2^3 \big(2-f(x)\big)\,dx$.

b)Determinaţi primitiva $F:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$ a funcţiei f pentru care $F(1)=2$.

c)Determinaţi volumul corpului obţinut prin rotaţia în jurul axei Ox a graficului funcţiei $g:[1,2]\to\mathbb{R}, g(x)=xf(x)$.

77.Se consideră funcţiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=e^x+3x^2$ şi $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, F(x)=e^x+x^3+2018$.

a)Calculaţi $\int_1^2 (f(x)-e^x)\,dx$.

b)Arătaţi că funcţia F este o primitivă a funcţiei f.

c)Calculaţi $\int_0^1 f(x)F(x)\,dx$.

78.Se consideră funcţiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=e^x+6x$ şi $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, F(x)=e^x+3x^2+2019$.

a)Calculaţi $\int_1^2 (f(x)-e^x)\,dx$.

b)Arătaţi că funcţia F este o primitivă a funcţiei f.

c)Calculaţi $\int_0^1 f(x)F(x)\,dx$.

79.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x^2+25$.

a)Calculaţi $\int_1^2 f'(x)\,dx$.

b)Arătaţi că $\int_1^2 \frac{f(x)}{x}dx=\frac{3}{2}+25\ln 2$.

c)Arătaţi că volumul corpului obţinut prin rotaţia în jurul axei Ox a graficului funcţiei $g:[0,1]\to\mathbb{R}, g(x)=f(x)-x^2$ este egal cu 62π.

80.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x^2+7$.

a)Calculaţi $\int_1^2 f'(x)\,dx$.

b)Arătaţi că $\int_1^2 \frac{f(x)}{x}dx=\frac{3}{2}+7\ln 2$.

c)Arătaţi că volumul corpului obţinut prin rotaţia în jurul axei Ox a graficului funcţiei $g:[0,1]\to\mathbb{R}, g(x)=f(x)-x^2$ este egal cu 49π.

81. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x^2+3$.

a)Verificaţi dacă funcţia $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, F(x)=\frac{x^3}{3}+3x$ este o primitivă a funcţiei f.

b)Calculaţi aria suprafeţei plane delimitate de graficul funcţiei f, axa Ox şi dreptele de ecuaţie $x=0$ şi $x=1$.

c)Arătaţi că $\int_1^2 \frac{f(x)}{x}dx=\frac{3}{2}+3\ln 2$.

82. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x^2+4$.

a)Verificaţi dacă funcţia $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, F(x)=\frac{x^3}{3}+4x$ este o primitivă a funcţiei f.

b)Calculaţi aria suprafeţei plane delimitate de graficul funcţiei f, axa Ox şi dreptele de ecuaţie $x=0$ şi $x=1$.

c)Arătaţi că $\int_1^2 \frac{f(x)}{x}dx=\frac{3}{2}+4\ln 2$.

83. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=3x^2+4$.

a)Calculaţi $\int_0^1 f'(x)\,dx$.

b)Arătaţi că funcţia $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, F(x)=x^3+4x+3$ este o primitivă a funcţiei f.

c)Calculaţi aria suprafeţei delimitate de graficul funcţiei f, axa Ox şi dreptele de ecuaţie $x=0$ şi $x=1$.

84.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=3x^2+6$.

a)Calculaţi $\int_0^1 f'(x)\,dx$.
b)Arătaţi că funcţia $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, F(x)=x^3+6x+4$ este o primitivă a funcţiei f.
c)Calculaţi aria suprafeţei delimitate de graficul funcţiei f, axa Ox şi dreptele de ecuaţie x=0 şi x=1.

85. Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}, f(x)=2x+4+\frac{1}{x}$.
a)Calculaţi $\int_1^2 \left(f(x)-\frac{1}{x}\right)dx$.
b)Arătaţi că funcţia $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, F(x)=x^2+4x+\ln x$ este o primitivă a funcţiei f.
c)Calculaţi aria suprafeţei delimitate de graficul funcţiei f,axa Ox şi dreptele de ecuaţie x=1 şi x=2.

86. Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}, f(x)=2x+5+\frac{1}{x}$.
a)Calculaţi $\int_1^2 \left(f(x)-\frac{1}{x}\right)dx$.
b)Arătaţi că funcţia $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, F(x)=x^2+5x+\ln x$ este o primitivă a funcţiei f.
c)Calculaţi aria suprafeţei delimitate de graficul funcţiei f,axa Ox şi dreptele de ecuaţie x=1 şi x=2.

87. Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}, f(x)=\frac{1}{x}$.
a)Calculaţi $\int_3^5 xf(x)\,dx$.
b)Arătaţi că funcţia $F:(0,+\infty)\to\mathbb{R}, F(x)=2+\ln x$ este o primitivă a funcţiei f.
c)Determinaţi numărul real a,a>5, pentru care aria suprafeţei delimitate de graficul funcţiei f, axa Ox şi dreptele de ecuaţie x=5 şi x=a, este egală cu ln4.

88. Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}, f(x)=\frac{1}{x}$.
a)Calculaţi $\int_4^6 xf(x)\,dx$.
b)Arătaţi că funcţia $F:(0,+\infty)\to\mathbb{R}, F(x)=6+\ln x$ este o primitivă a funcţiei f.
c)Determinaţi numărul real a,a>3, pentru care aria suprafeţei delimitate de graficul funcţiei f, axa Ox şi dreptele de ecuaţie x=3 şi x=a, este egală cu ln5.

89. Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}, f(x)=1+\frac{1}{x}-\frac{1}{x^2}$.
a)Verificaţi dacă funcţia $F:(0,+\infty)\to\mathbb{R}, F(x)=x+\frac{1}{x}+\ln x$ este o primitivă a funcţiei f.
b)Calculaţi $\int_1^e x\cdot f(x^2)\,dx$.
c)Determinaţi numărul real a>1, pentru care $\int_1^a \left(f(x)-\frac{1}{x}\right)dx=\frac{4}{3}$.

90. Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}, f(x)=2+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}$.
a)Verificaţi dacă funcţia $F:(0,+\infty)\to\mathbb{R}, F(x)=2x-\frac{1}{x}+\ln x$ este o primitivă a funcţiei f.
b)Calculaţi $\int_1^e x\cdot f(x^2)\,dx$.
c)Determinaţi numărul real a>1, pentru care $\int_1^a \left(f(x)-\frac{1}{x}\right)dx=\frac{27}{4}$.

91. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x^5+x+4$.
a)Arătaţi că $\int_{-1}^1 (f(x)-x^5-4)\,dx=0$.
b)Calculaţi $\int_0^1 x^{2022}(f(x)-x-4)\,dx$.
c)Arătaţi că volumul corpului obţinut prin rotaţia în jurul axei Ox a graficului funcţiei $g:[1,4]\to\mathbb{R}$, $g(x)=\frac{1}{x}(f(x)-x^5)$ este egal cu $\pi(8\ln 4+15)$.

92. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x^5+x+5$.
a)Arătaţi că $\int_{-1}^1 (f(x)-x^5-5)\,dx=0$.

b)Calculaţi $\int_0^1 x^{2023}(f(x)-x-5)\,dx$.

c)Arătaţi că volumul corpului obţinut prin rotaţia în jurul axei Ox a graficului funcţiei g:$[1,5]\to\mathbb{R}$, $g(x)=\frac{1}{x}(f(x)-x^5)$ este egal cu $\pi(10\ln 5+24)$.

93. Se consideră funcţia f:$(-4,+\infty)\to\mathbb{R}$,$f(x)=\frac{e^x}{x+4}$.

a)Arătaţi că $\int_0^3 (x+4)f(x)\,dx=e^3-1$.

b)Arătaţi că $\int_0^1 \frac{f'(x)}{f(x)}dx=1-\ln\frac{5}{4}$.

c)Arătaţi $\int_0^1 f(x)\,dx+\int_0^1 e^x\ln(x+4)\,dx=e\ln 5-\ln 4$.

94. Se consideră funcţia f:$(-5,+\infty)\to\mathbb{R}$,$f(x)=\frac{e^x}{x+5}$.

a)Arătaţi că $\int_0^2 (x+5)f(x)\,dx=e^2-1$.

b)Arătaţi că $\int_0^1 \frac{f'(x)}{f(x)}dx=1-\ln\frac{6}{5}$.

c)Arătaţi $\int_0^1 f(x)\,dx+\int_0^1 e^x\ln(x+5)\,dx=e\ln 6-\ln 5$.

95. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=\frac{x}{x^2+1}-\frac{2}{x^2+1}+3$.

a)Arătaţi că $\int_0^1 (x^2+1)f(x)\,dx=\frac{1}{2}$.

b)Determinaţi primitiva F a funcţiei f pentru care care $F(0)=0$.

c)Arătaţi că $\int_1^2\left(f(x)+f\left(\frac{1}{x}\right)\right)dx=4+\ln\frac{5}{2}$.

96. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=\frac{2}{x^2+1}-\frac{x}{x^2+1}-1$.

a)Arătaţi că $\int_0^1 (x^2+1)f(x)\,dx=\frac{1}{6}$.

b)Determinaţi primitiva F a funcţiei f pentru care care $F(0)=0$.

c)Arătaţi că $\int_1^2\left(f(x)+f\left(\frac{1}{x}\right)\right)dx=\ln\frac{2}{5}$.

97.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=\frac{x+3}{\sqrt{x^2+9}}$.

a)Arătaţi că $\int_0^1 f(x)\sqrt{x^2+9}\,dx=\frac{7}{2}$.

b)Arătaţi că $\int_0^1 (f^2(x)-1)\,dx=3\ln\frac{10}{9}$.

c)Determinaţi F:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, primitiva funcţiei f pentru care $F(0)=0$.

98.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=\frac{x-3}{\sqrt{x^2+9}}$.

a)Arătaţi că $\int_0^1 f(x)\sqrt{x^2+9}\,dx=-\frac{5}{2}$.

b)Arătaţi că $\int_0^1 (f^2(x)-1)\,dx=-3\ln\frac{10}{9}$.

c)Determinaţi F:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, primitiva funcţiei f pentru care $F(0)=0$.

99. Se consideră funcţia f:$[0,+\infty)\to\mathbb{R}$,$f(x)=(x+3)\sqrt{x}$.

a)Arătaţi că $\int_1^2 \frac{f(x)}{\sqrt{x}}dx=\frac{9}{2}$.

b)Arătaţi că volumul corpului obţinut prin rotaţia în jurul axei Ox a graficului funcţiei g:$[0,1]\to\mathbb{R}$, $g(x)=f(x)$, este egal cu $\frac{27\pi}{4}$.

c)Determinaţi numărul real a, ştiind că $\int_1^e \frac{f(x)\sqrt{x}\ln x}{x+3}dx=\frac{e^2+a}{4}$.

100. Se consideră funcţia f:$[0,+\infty)\to\mathbb{R}$,$f(x)=(x+4)\sqrt{x}$.

a)Arătaţi că $\int_1^2 \frac{f(x)}{\sqrt{x}}dx = \frac{11}{2}$.

b)Arătaţi că volumul corpului obţinut prin rotaţia în jurul axei Ox a graficului funcţiei g:[0,1] → ℝ, g(x) = f(x), este egal cu $\frac{131\pi}{12}$.

c)Determinaţi numărul real a, ştiind că $\int_1^e \frac{f(x)\sqrt{x}\ln x}{x+4}dx = \frac{e^2+a}{4}$.

101. Se consideră funcţia f:ℝ→ℝ,$f(x) = e^x + 6x^2 + 6$.

a)Arătaţi că $\int_1^2 (f(x) - e^x - 6)\,dx = 14$.

b)Arătaţi că $\int_0^1 x(f(x) - 6x^2)\,dx = 4$.

c)Determinaţi a∈(0,1),ştiind că $\int_0^a \frac{1}{f(x)-f'(x)}dx = \frac{1}{6}$.

102. Se consideră funcţia f:ℝ→ℝ,$f(x) = e^x + 5x^2 + 5$.

a)Arătaţi că $\int_1^2 (f(x) - e^x - 5)\,dx = \frac{35}{3}$.

b)Arătaţi că $\int_0^1 x(f(x) - 5x^2)\,dx = \frac{7}{2}$.

c)Determinaţi a∈(0,1),ştiind că $\int_0^a \frac{1}{f(x)-f'(x)}dx = \frac{1}{5}$.

103. Se consideră funcţia f:ℝ→ℝ,$f(x) = x^3 + 2x + 1$.

a)Arătaţi că $\int_1^2 (f(x) - x^3 - 1)\,dx = 3$.

b)Arătaţi că $\int_0^1 \frac{x^2}{f(x)-2x}dx = \frac{1}{3}\ln 2$.

c)Determinaţi numărul real a pentru care $\int_0^1 f(\sqrt{x})\,dx = \frac{a^3+4}{15}$.

104. Se consideră funcţia f:ℝ→ℝ,$f(x) = x^3 + 3x + 1$.

a)Arătaţi că $\int_1^2 (f(x) - x^3 - 1)\,dx = \frac{9}{2}$.

b)Arătaţi că $\int_0^1 \frac{x^2}{f(x)-3x}dx = \frac{1}{3}\ln 2$.

c)Determinaţi numărul real a pentru care $\int_0^1 f(\sqrt{x})\,dx = \frac{a^3-10}{5}$.

105. Se consideră funcţia f:(0, +∞)→ℝ,$f(x) = x^2 + \ln x - 3$.

a)Arătaţi că $\int_1^4 (f(x) - \ln x + 3)\,dx = 21$.

b)Arătaţi că $\int_2^4 \frac{x}{f(x)-\ln x}dx = \frac{1}{2}\ln 16$.

c)Determinaţi a∈(1, +∞) pentru care $\int_1^a \frac{f(x)}{x^2}dx = \frac{3a-\ln a+2}{a}$.

106. Se consideră funcţia f:(0, +∞)→ℝ,$f(x) = x^2 + \ln x - 4$.

a)Arătaţi că $\int_1^4 (f(x) - \ln x + 4)\,dx = 21$.

b)Arătaţi că $\int_3^5 \frac{x}{f(x)-\ln x}dx = \frac{1}{2}\ln 5$.

c)Determinaţi a∈(1, +∞) pentru care $\int_1^a \frac{f(x)}{x^2}dx = \frac{a+3-\ln a}{a}$.

107. Se consideră funcţia f:(−3, +∞)→ℝ,$f(x) = 6x + \frac{2}{x+3}$.

a)Arătaţi că $\int_0^2 \left(f(x) - \frac{2}{x+3}\right)dx = 12$.

b)Arătaţi că $\int_0^3 (f(x) - 6x)\,dx = 2\ln 2$.

c)Determinaţi numărul real a pentru care $\int_1^e \left(f(x) - \frac{2}{x+3}\right)\cdot \ln^2 x\,dx = \frac{a(e^2-1)}{2}$.

108. Se consideră funcţia $f:(-4,+\infty)\to\mathbb{R}, f(x)=6x+\frac{2}{x+4}$.

a)Arătaţi că $\int_0^2\left(f(x)-\frac{2}{x+4}\right)dx=12$.

b)Arătaţi că $\int_0^4(f(x)-6x)\,dx=2\ln 2$.

c)Determinaţi numărul real a pentru care $\int_1^e\left(f(x)-\frac{2}{x+4}\right)\cdot\ln^2 x\,dx=\frac{a(e^2-1)}{2}$.

109. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=2x+4e^x$.

a)Arătaţi că $\int_3^4(f(x)-4e^x)\,dx=7$.

b)Arătaţi că $\int_0^1 x(f(x)-2x)\,dx=4$.

c)Determinaţi numărul real a, ştiind că $\int_0^1\frac{f'(x)-x}{2f(x)-x^2}dx=a\ln\left(e+\frac{3}{8}\right)$.

110. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=2x+2e^x$.

a)Arătaţi că $\int_2^3(f(x)-2e^x)\,dx=5$.

b)Arătaţi că $\int_0^1 x(f(x)-2x)\,dx=2$.

c)Determinaţi numărul real a, ştiind că $\int_0^1\frac{f'(x)-x}{2f(x)-x^2}dx=a\ln\left(e+\frac{3}{4}\right)$.

111. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=(x-2)e^x$.

a)Arătaţi că $\int_0^4\frac{f(x)}{e^x}dx=0$.

b)Arătaţi că $\int_0^1 f(x)\,dx=3-2e$.

c)Determinaţi numărul natural n, n>3, pentru care $\int_3^n\frac{x}{f(x)\cdot f(-x)}dx=\frac{1}{2}\ln\frac{5}{12}$.

112. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=(x-2)e^x$.

a)Arătaţi că $\int_0^2\frac{f(x)}{e^x}dx=-2$.

b)Arătaţi că $\int_0^2 f(x)\,dx=3-e^2$.

c)Determinaţi numărul natural n, n>3, pentru care $\int_2^n\frac{x}{f(x)\cdot f(-x)}dx=\frac{1}{2}\ln\frac{5}{21}$.

113. Se consideră funcţia $f:\left(-\frac{3}{2},+\infty\right)\to\mathbb{R}, f(x)=e^x+\frac{2}{2x+3}$.

a)Arătaţi că $\int_1^3\left(f(x)-\frac{2}{2x+3}\right)dx=e(e^2-1)$.

b)Arătaţi că $\int_{-1}^0(f(x)-e^x)\,dx=\ln 3$.

c)Arătaţi că suprafaţa plană delimitată de graficul funcţiei $g:\left(-\frac{3}{2},+\infty\right)\to\mathbb{R}, g(x)=(2x^2+3x)f(x)$, axa Ox şi dreptele de ecuaţii x=0 şi x=1 are aria egală cu 2e.

114. Se consideră funcţia $f:\left(-\frac{3}{2},+\infty\right)\to\mathbb{R}, f(x)=e^x+\frac{8}{2x+3}$.

a)Arătaţi că $\int_1^3\left(f(x)-\frac{8}{2x+3}\right)dx=e(e^2-1)$.

b)Arătaţi că $\int_{-1}^0(f(x)-e^x)\,dx=4\ln 3$.

c)Arătaţi că suprafaţa plană delimitată de graficul funcţiei $g:\left(-\frac{3}{2},+\infty\right)\to\mathbb{R}, g(x)=(2x^2+3x)f(x)$, axa Ox şi dreptele de ecuaţii x=0 şi x=1 are aria egală cu 2e+3.

115. Se consideră funcţia $f:(-16,+\infty)\to\mathbb{R}, f(x)=\frac{10x}{x+16}$.

a)Arătaţi că $\int_0^1(x+16)\cdot f(x)\,dx=5$.

b)Arătaţi că $\int_1^3\frac{1}{10x}\cdot f(x)\,dx=\ln\frac{9}{7}$.

c)Determinaţi numărul real a pentru care $\int_0^4 f(x^2)\,dx = 5(8 + a\pi)$.

116. Se consideră funcţia $f:(-25,+\infty)\to\mathbb{R}, f(x) = \frac{16x}{x+25}$.

a)Arătaţi că $\int_0^1 (x + 25)\cdot f(x)\,dx = 8$.

b)Arătaţi că $\int_1^5 \frac{1}{16x}\cdot f(x)\,dx = \ln\frac{15}{13}$.

c)Determinaţi numărul real a pentru care $\int_0^5 f(x^2)\,dx = 4(20 + a\pi)$.

117. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x) = 4x^3 + 2x$.

a)Arătaţi că $\int_1^2 (f(x) - 2x)\,dx = 15$.

b)Arătaţi că $\int_2^5 \frac{1}{f(x)-4x^3+2}\,dx = \frac{1}{2}\ln 2$.

c)Demonstraţi că volumul corpului obţinut prin rotaţia în jurul axei Ox a graficului funcţiei $g:[1,2]\to\mathbb{R}, g(x) = \frac{x^3+f(x)}{x}$ este egal cu $\frac{617}{3}\cdot\pi$.

118. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x) = 4x^3 + 6x$.

a)Arătaţi că $\int_1^2 (f(x) - 6x)\,dx = 15$.

b)Arătaţi că $\int_2^5 \frac{1}{f(x)-4x^3+6}\,dx = \frac{1}{6}\ln 2$.

c)Demonstraţi că volumul corpului obţinut prin rotaţia în jurul axei Ox a graficului funcţiei $g:[1,2]\to\mathbb{R}, g(x) = \frac{x^3+f(x)}{x}$ este egal cu 331π.

119. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x) = 5x^2 + 1$.

a)Arătaţi că $\int_0^1 (f(x) - 1)\,dx = \frac{5}{3}$.

b)Arătaţi că $\int_0^2 \frac{10x}{f(x)}\,dx = \ln 21$.

c)Determinaţi numărul natural n,ştiind că $\int_1^e f\left(\frac{1}{x}\right)\cdot \ln x\,dx = f(n) - \frac{10}{e}$.

120. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x) = 4x^2 + 1$.

a)Arătaţi că $\int_0^1 (f(x) - 1)\,dx = \frac{4}{3}$.

b)Arătaţi că $\int_0^2 \frac{8x}{f(x)}\,dx = \ln 17$.

c)Determinaţi numărul natural n,ştiind că $\int_1^e f\left(\frac{1}{x}\right)\cdot \ln x\,dx = f(n) - \frac{8}{e}$.

121. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x) = (x^2 + 3)e^x$.

a)Arătaţi că $\int_0^1 \frac{f(x)}{e^x}\,dx = \frac{10}{3}$.

b)Demonstraţi că funcţia $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $F(x) = (x^2 - 2x + 5)e^x$ este o primitivă a funcţiei f.

c)Arătaţi că suprafaţa plană delimitată de graficul funcţiei f , axa Ox şi dreptele de ecuaţii x=0 şi x=2 are aria egală cu $5(e^2 - 1)$.

122. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x) = (x^2 + 4)e^x$.

a)Arătaţi că $\int_0^1 \frac{f(x)}{e^x}\,dx = \frac{13}{3}$.

b)Demonstraţi că funcţia $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $F(x) = (x^2 - 2x + 6)e^x$ este o primitivă a funcţiei f.

c)Arătaţi că suprafaţa plană delimitată de graficul funcţiei f , axa Ox şi dreptele de ecuaţii x=0 şi x=2 are aria egală cu $6(e^2 - 1)$.

123. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x) = \frac{2x+4}{x^2+4x+1}$.

a)Arătaţi că $\int_0^1 (x^2 + 4x + 1)\cdot f(x)\,dx = 5$.

b)Arătaţi că $\int_0^1 f(x)\,dx = \ln 6$.

c)Arătaţi că suprafaţa plană delimitată de graficul funcţiei g:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x) = e^x(x^2+4x+1)f(x)$, axa Ox şi dreptele de ecuaţii x=0 şi x=1 are aria egală cu 4e−2.

124. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x) = \frac{2x+5}{x^2+5x+1}$.

a)Arătaţi că $\int_0^1 (x^2+5x+1)\cdot f(x)\,dx = 6$.

b)Arătaţi că $\int_0^1 f(x)\,dx = \ln 7$.

c)Arătaţi că suprafaţa plană delimitată de graficul funcţiei g:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x) = e^x(x^2+5x+1)f(x)$, axa Ox şi dreptele de ecuaţii x=0 şi x=1 are aria egală cu 5e−3.

125. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x) = e^x(x+3)$.

a)Arătaţi că $\int_0^1 \frac{f(x)}{x+3}\,dx = e-1$.

b)Arătaţi că $\int_0^1 f(x)\,dx = 3e-1$.

c)Determinaţi numărul real a, a>1, pentru care $\int_1^a \frac{2xf(x^2)}{x^2+3}\,dx = e(e^3-1)$.

126. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x) = e^x(x+4)$.

a)Arătaţi că $\int_0^1 \frac{f(x)}{x+4}\,dx = e-1$.

b)Arătaţi că $\int_0^1 f(x)\,dx = 4e-1$.

c)Determinaţi numărul real a, a>1, pentru care $\int_1^a \frac{2xf(x^2)}{x^2+4}\,dx = e(e^3-1)$.

127. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x) = \frac{1}{x^2+3}$.

a)Arătaţi că $\int_0^3 \frac{1}{f(x)}\,dx = 18$.

b)Arătaţi că $\int_1^3 2xf(x)\,dx = \ln 3$.

c)Determinaţi numărul real a pentru care $\int_1^2 \frac{e^x}{f(x)}\,dx = e(ae-a+1)$.

128. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x) = \frac{1}{x^2+4}$.

a)Arătaţi că $\int_0^3 \frac{1}{f(x)}\,dx = 21$.

b)Arătaţi că $\int_1^4 2xf(x)\,dx = \ln 5$.

c)Determinaţi numărul real a pentru care $\int_1^2 \frac{e^x}{f(x)}\,dx = e(ae-a+1)$.

129. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x) = e^x+4x+4$.

a)Arătaţi că $\int_0^1 (f(x)-4x)\,dx = e+3$.

b)Arătaţi că $\int_0^{15} \frac{1}{f(x)-e^x}\,dx = \ln 2$.

c)Determinaţi numărul real a pentru care $\int_0^1 \frac{f(x)}{e^x}\,dx = 9+\frac{a}{e}$.

130. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x) = e^x+5x+5$.

a)Arătaţi că $\int_0^1 (f(x)-5x)\,dx = e+4$.

b)Arătaţi că $\int_0^{31} \frac{1}{f(x)-e^x}\,dx = \ln 2$.

c)Determinaţi numărul real a pentru care $\int_0^1 \frac{f(x)}{e^x}\,dx = 11+\frac{a}{e}$.

131. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x) = 2x+5$.

a)Arătaţi că $\int_0^1 (f(x)-5)\,dx = 1$.

b)Arătaţi că $\int_0^1 e^x f(x)\,dx = 5e - 3$.

c)Determinaţi $a\in(0,+\infty)$ pentru care $\int_1^2 \frac{f(x)}{x(x+5)}\,dx = \ln\frac{a}{3}$.

132. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x) = 2x + 6$.

a)Arătaţi că $\int_0^1 (f(x) - 6)\,dx = 1$.

b)Arătaţi că $\int_0^1 e^x f(x)\,dx = 6e - 4$.

c)Determinaţi $a\in(0,+\infty)$ pentru care $\int_1^2 \frac{f(x)}{x(x+6)}\,dx = \ln\frac{a}{7}$.

133. Se consideră funcţia f:$(-5,+\infty)\to\mathbb{R}$,$f(x) = 2x + \sqrt{x+5}$.

a)Arătaţi că $\int_1^2 \left(f(x) - \sqrt{x+5}\right)dx = 3$.

b)Arătaţi că $\int_{-1}^4 \frac{1}{f(x)-2x}\,dx = 2$.

c)Arătaţi că volumul corpului obţinut prin rotaţia graficului funcţiei g:$[0,10]\to\mathbb{R}$, $g(x) = \frac{x}{f(x)-2x}$, în jurul axei Ox este egal cu $25\pi\ln 3$.

134. Se consideră funcţia f:$(-6,+\infty)\to\mathbb{R}$,$f(x) = 2x + \sqrt{x+6}$.

a)Arătaţi că $\int_1^2 \left(f(x) - \sqrt{x+6}\right)dx = 3$.

b)Arătaţi că $\int_{-2}^3 \frac{1}{f(x)-2x}\,dx = 2$.

c)Arătaţi că volumul corpului obţinut prin rotaţia graficului funcţiei g:$[0,12]\to\mathbb{R}$, $g(x) = \frac{x}{f(x)-2x}$, în jurul axei Ox este egal cu $36\pi\ln 3$.

135. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x) = x^2 + 10x + 35$.

a)Arătaţi că $\int_0^1 (f(x) - x^2 - 35)\,dx = 5$.

b)Arătaţi că $\int_0^{35} \frac{x}{f(x)-10x}\,dx = \ln 6$.

c)Determinaţi $a\in(0,+\infty)$ pentru care $\int_0^a \frac{1}{f(x)-10}\,dx = \frac{1}{6}$.

136. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x) = x^2 + 8x + 24$.

a)Arătaţi că $\int_0^1 (f(x) - x^2 - 24)\,dx = 4$.

b)Arătaţi că $\int_0^{24} \frac{x}{f(x)-8x}\,dx = \ln 5$.

c)Determinaţi $a\in(0,+\infty)$ pentru care $\int_0^a \frac{1}{f(x)-8}\,dx = \frac{1}{8}$.

137. Se consideră funcţia f:$(0,+\infty)\to\mathbb{R}$,$f(x) = x - 1 + 6\ln x$.

a)Arătaţi că $\int_1^3 (f(x) - 6\ln x)\,dx = 2$.

b)Arătaţi că $\int_1^e \frac{f(x)-x+1}{x}\,dx = 3$.

c)Determinaţi numărul real a, ştiind că aria suprafeţei plane delimitate de graficul funcţiei g:$(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $g(x)=3x(f(x)+1)$, axa Ox şi dreptele de ecuaţii $x=1$ şi $x=3$ este egală cu $a+81\ln 3$.

138. Se consideră funcţia f:$(0,+\infty)\to\mathbb{R}$,$f(x) = x - 1 + 8\ln x$.

a)Arătaţi că $\int_1^3 (f(x) - 8\ln x)\,dx = 2$.

b)Arătaţi că $\int_1^e \frac{f(x)-x+1}{x}\,dx = 4$.

c)Determinaţi numărul real a, ştiind că aria suprafeţei plane delimitate de graficul funcţiei g:$(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $g(x)=3x(f(x)+1)$, axa Ox şi dreptele de ecuaţii $x=1$ şi $x=3$ este egală cu $a+108\ln 3$.

139. Se consideră funcţia f:$(-25,+\infty)\to\mathbb{R}$,$f(x) = \frac{8x}{\sqrt{x+25}}$.

a)Arătaţi că $\int_0^1 f(x)\cdot\sqrt{x+25}\,dx=4$.

b)Arătaţi că $\int_{11}^{24}\frac{1}{4x}\cdot f(x)\,dx=4$.

c)Se consideră $a\in(0,+\infty)$ şi funcţia $g:[a,a+50]\to\mathbb{R}$, $g(x)=\frac{f(x)}{8\sqrt{x}}$. Determinaţi $a\in(0,+\infty)$ pentru care volumul corpului obţinut prin rotaţia graficului funcţiei g în jurul axei Ox este egal cu $25\pi(2-\ln 2)$.

140. Se consideră funcţia $f:(-16,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{6x}{\sqrt{x+16}}$.

a)Arătaţi că $\int_0^2 f(x)\cdot\sqrt{x+16}\,dx=12$.

b)Arătaţi că $\int_9^{20}\frac{1}{3x}\cdot f(x)\,dx=4$.

c)Se consideră $a\in(0,+\infty)$ şi funcţia $g:[a,a+32]\to\mathbb{R}$, $g(x)=\frac{f(x)}{9\sqrt{x}}$. Determinaţi $a\in(0,+\infty)$ pentru care volumul corpului obţinut prin rotaţia graficului funcţiei g în jurul axei Ox este egal cu $32\pi(2-\ln 2)$.

141. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+3+xe^x$.

a)Arătaţi că $\int_0^2(f(x)-xe^x)\,dx=8$.

b)Arătaţi că $\int_0^1(f(x)-x-3)\,dx=1$.

c)Se consideră funcţia $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=\frac{\sqrt{f'(x)}}{f(x)}$. Arătaţi că volumul corpului obţinut prin rotaţia graficului funcţiei g în jurul axei Ox este egal cu $\frac{\pi(e+1)}{3(e+4)}$.

142. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+4+xe^x$.

a)Arătaţi că $\int_0^2(f(x)-xe^x)\,dx=10$.

b)Arătaţi că $\int_0^1(f(x)-x-4)\,dx=1$.

c)Se consideră funcţia $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=\frac{\sqrt{f'(x)}}{f(x)}$. Arătaţi că volumul corpului obţinut prin rotaţia graficului funcţiei g în jurul axei Ox este egal cu $\frac{\pi(e+1)}{4(e+5)}$.

143. Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=9x+4-12\sqrt{x}$.

a)Arătaţi că $\int_1^2\left(f(x)-9+12\sqrt{x}\right)dx=\frac{27}{2}$.

b)Arătaţi că $\int_1^4\frac{9x-f(x)}{\sqrt{x}}\,dx=24$.

c)Demonstraţi că orice primitivă $G:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$ a funcţiei $g:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $g(x)=f(x)\cdot\sqrt{x}$ este convexă.

144. Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=9x+1-6\sqrt{x}$.

a)Arătaţi că $\int_1^3\left(f(x)-1+6\sqrt{x}\right)dx=36$.

b)Arătaţi că $\int_1^4\frac{9x-f(x)}{\sqrt{x}}\,dx=10$.

c)Demonstraţi că orice primitivă $G:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$ a funcţiei $g:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $g(x)=f(x)\cdot\sqrt{x}$ este convexă.

145. Se consideră funcţia $f:(-4,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{e^x}{x+4}$.

a)Arătaţi că $\int_0^1(x+4)f(x)\,dx=e-1$.

b)Arătaţi că $\int_0^{12}\frac{f(x)}{e^x}\,dx=2\ln 2$.

c)Determinaţi numărul real a pentru care $\int_0^1 \left(a - \frac{1}{f(x)}\right) dx = \frac{6}{e}$.

146. Se consideră funcţia $f:(-6,+\infty) \to \mathbb{R}, f(x) = \frac{e^x}{x+6}$.

a)Arătaţi că $\int_0^1 (x+6)f(x)\,dx = e - 1$.

b)Arătaţi că $\int_0^{18} \frac{f(x)}{e^x} dx = 2\ln 2$.

c)Determinaţi numărul real a pentru care $\int_0^1 \left(a - \frac{1}{f(x)}\right) dx = \frac{8}{e}$.

147. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = 2x - 1$.

a)Arătaţi că $\int_{-4}^4 (f(x) + 4)\,dx = 0$.

b)Arătaţi că $\int_1^5 \frac{1}{\sqrt{f(x)}} dx = 2$.

c)Determinaţi numărul real a pentru care $\int_1^e \frac{f(ax)}{x} \cdot \ln x dx = \frac{1}{2}$.

148. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = 8x - 7$.

a)Arătaţi că $\int_{-1}^1 (f(x) + 7)\,dx = 0$.

b)Arătaţi că $\int_1^4 \frac{1}{\sqrt{f(x)}} dx = 1$.

c)Determinaţi numărul real a pentru care $\int_1^e \frac{f(ax)}{x} \cdot \ln x dx = \frac{9}{2}$.

Teste oficiale

Testul 1 (Examen de bacalaureat naţional 2026, sesiunea II, subiect de rezervă)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\left(1+\frac{1}{5}\right):2+\frac{2}{5}=1$.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=4-2x$.Determinaţi numărul real a pentru care $f(a)=2\cdot f(1)$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{6x+7}=5$.
4.Se consideră mulţimea A={11,12,13,14,15,16,17,18,19,20}. Determinaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulţimea A, acesta să fie multiplu de 4.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(4,0), B(2,6) şi C, mijlocul segmentului AB. Arătaţi că OC=$3\sqrt{2}$.
6.Arătaţi că $2(\sin 60^\circ)^2+\sin 45^\circ\cdot\cos 45^\circ=2$.

Subiectul II

1.Se consideră matricea $M(a)=\begin{pmatrix}2a & a-1\\ a+1 & a+3\end{pmatrix}$, unde a este număr real.
a)Arătaţi că $\det(M(2))=17$.
b)Arătaţi că $4M(2)-M(5)=3M(1)$.
c)Demostraţi că numărul N=$\det(M(0)\cdot M(n)-M(1)\cdot M(0))$ este pătratul unui număr natural, pentru orice număr natural n.
2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x\circ y=3x-2y+xy$.
a)Arătaţi că $2\circ 2=6$.
b)Determinaţi numărul real x pentru care $3\circ x=3$.
c)Determinaţi numerele întregi m pentru care $(-m)\circ m>m\circ m$.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=x^3+3x^2-24x+21$.
a)Arătaţi că $f'(x)=3(x-2)(x+4)$, $x\in\mathbb{R}$.
b)Arătaţi că $\lim\limits_{x\to 1}\frac{x^3-f(x)}{x^2-x}=18$.
c)Demonstraţi că $-28\le x^3+3x^2-24x\le 80$, pentru orice $x\in[-4,3]$.
2. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=5x-4$.
a)Arătaţi că $\int_{-1}^{1}(f(x)+4)\,dx=0$.
b)Arătaţi că $\int_{1}^{4}\frac{1}{\sqrt{f(x)}}dx=\frac{6}{5}$.
c)Determinaţi numărul real a pentru care $\int_{1}^{e}\frac{f(ax)}{x}\cdot\ln x\,dx=8$.

Testul 2 (Examen de bacalaureat naţional 2026, sesiunea II)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\frac{1}{5}\cdot\left(3+\frac{1}{3}\right)+\frac{4}{3}=2$.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=2x-3$.Determinaţi numărul real a pentru care $f(a)-f(4)=4$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $2^{1-x}=2^{3+x}$.
4.După o scumpire cu 20%, un obiect costă 48 de lei.Determinaţi preţul obiectului înainte de scumpire.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(2,5) şi B(6,8). Arătaţi că OB=2AB.
6.Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu AB=4 şi BC=6.. Arătaţi că aria triunghiului ABC este egală cu $4\sqrt{5}$.

Subiectul II

1.Se consideră matricea A(a)=$\begin{pmatrix}1 & a-1\\ 3a-3 & 3a-2\end{pmatrix}$, unde a este număr real.
a)Arătaţi că $\det(A(2))=1$.
b)Arătaţi că $2A(2)+A(5)=3A(3)$.
c)Determinaţi matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $2X\cdot A(2)-A(2)=A(6)$.
2.Se consideră polinomul $f=X^3-3X^2-2X+m$, unde m este număr real.
a)Pentru m=9, arătaţi că $f(-1)=7$.
b)Determinaţi numărul real m pentru care 2 este rădăcină a polinomului f.
c)Ştiind că restul împărţirii polinomului f la polinomul g=X−4 este egal cu 14, determinaţi rădăcinile polinomului f.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia f:$(-3,+\infty)\to\mathbb{R}$,$f(x)=\frac{x^2-5}{x+3}$.
a)Arătaţi că $f'(x)=\frac{x^2+6x+5}{(x+3)^2}$, $x\in(-3,+\infty)$.
b)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă x=−1, situat pe graficul funcţiei f.
c)Determinaţi ecuaţia asimptotei oblice la graficul funcţiei f.
2. Se consideră funcţia f:$(-2,+\infty)\to\mathbb{R}$,$f(x)=\frac{e^x}{x+2}$.
a)Arătaţi că $\int_0^1(x+2)f(x)\,dx=e-1$.
b)Arătaţi că $\int_0^6\frac{f(x)}{e^x}dx=2\ln 2$.
c)Determinaţi numărul real a pentru care $\int_0^1\left(a-\frac{1}{f(x)}\right)dx=\frac{4}{e}$.

Testul 3 (Examen de bacalaureat naţional 2026, sesiunea I , subiect de rezervă)

Subiectul I

1.Arătaţi că $3\cdot(2,9-1,7)+0,4=4$.
2.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=2x-1$.Determinaţi numărul real m pentru care $f(0)+f(m)=0$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{3x+6}=6$.
4.Preţul unui obiect este 500 de lei.Determinaţi preţul obiectului după o scumpire cu 30%.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $M(0,4)$, $N(2,8)$ şi $P(4,0)$. Determinaţi distanţa dintre mijlocul segmentului MP şi punctul N.
6.Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu BC=10 şi 2BC=5AB.Arătaţi că $AC=2\sqrt{21}$.
Subiectul II

1.Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ şi $A(x)=\begin{pmatrix}x & x-1\\ x+1 & x+1\end{pmatrix}$, unde x este număr real.
a)Arătaţi că $\det(A(1))=2$.
b)Arătaţi că $2A(1)+A(7)=3A(3)$.
c)Determinaţi numerele reale x şi y pentru care $(A(x)-(2x+1)I_2)\cdot A(2)=yI_2$.
2. Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=x+y-xy+1$.
a)Arătaţi că $2*3=0$.
b)Determinaţi numărul real x pentru care $x*5=10$.
c)Determinaţi numerele naturale nenule n pentru care numărul $N=\frac{3}{n}*(3+n)$ este natural.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}, f(x)=\frac{3}{x}-1+3\ln x$.
a)Arătaţi că $f'(x)=\frac{3(x-1)}{x^2}, x\in(0,+\infty)$.
b)Arătaţi că $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}=0$.
c)Demostraţi că $\ln x\geq 1-\frac{1}{x}$, pentru orice $x\in(0,+\infty)$.
2. Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}, f(x)=4x+3-6\sqrt{x}$.
a)Arătaţi că $\int_1^2\left(f(x)-3+6\sqrt{x}\right)dx=6$.
b)Arătaţi că $\int_1^4\frac{4x-f(x)}{\sqrt{x}}dx=12$.
c)Demonstraţi că orice primitivă $G:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$ a funcţiei $g:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $g(x)=f(x)\cdot\sqrt{x}$ este convexă.

Testul 4(Examen de bacalaureat naţional 2026, sesiunea I)

Subiectul I

1.Determinaţi termenul a_3 al progresiei aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$ în care $a_1 = 10$ şi $a_2 = 18$.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x) = 2x - 2$.Arătaţi că $f(4) - f(3) - f(2) = 0$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $7^{3-x} = 7^{4x-2}$.
4.Determinaţi probabilitatea ca, alegând un număr n din mulţimea numerelor naturale de o cifră, acesta să verifice inegalitatea $20-2n<15$.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(1,1) , M(2,4) şi B(a, b), unde a şi b sunt numere reale. Determinaţi numerele reale a şi b, ştiind că punctul M este mijlocul segmentului AB.
6.Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A,cu AB=15 şi măsura unghiului B egală cu 30°. Arătaţi că $BC=10\sqrt{3}$.

Subiectul II

1.Se consideră matricele $A(x)=\begin{pmatrix} x & 1 \\ x-1 & 2 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
a)Arătaţi că $\det(A(4))=5$.
b)Arătaţi că $2A(1)+A(4) = 3A(2)$.
c)Determinaţi numerele reale x şi y pentru care $A(-x)\cdot A(x) = A(y)$.
2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=(4-x)(4-y)+2$.
a)Arătaţi că $0*3=6$.
b)Determinaţi numărul real x pentru care $2*x=2$.
c)Determinaţi perechile (m, n) de numere întregi pentru care $(2m)*(2n+1) = 10$.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x) = 3x^4 - 4x^3 - 12x^2 - 1$.
a)Arătaţi că $f'(x) = 12x(x+1)(x-2), x\in\mathbb{R}$.
b)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă x=0, situat pe graficul funcţiei f.
c)Demostraţi că $3x^4 + 5 \geq 4x^3 + 12x^2$, pentru orice $x\in(-\infty, 0]$.
2. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x) = x + 1 + xe^x$.
a)Arătaţi că $\int_0^4 (f(x) - xe^x)\,dx = 12$.
b)Arătaţi că $\int_0^1 (f(x) - x - 1)\,dx = 1$.
c)Se consideră funcţia g:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x) = \frac{\sqrt{f'(x)}}{f(x)}$. Arătaţi că volumul corpului obţinut prin rotaţia graficului funcţiei g în jurul axei Ox este egal cu $\frac{\pi(e+1)}{e+2}$.

Testul 5 (Examen de bacalaureat naţional 2026, sesiunea specială)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\frac{8}{3}-2\cdot\left(1-\frac{1}{6}\right)=1$.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=7x+5$. Determinaţi numărul real m pentru care $f(m)=26$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $3^{2x-1}=3^{5-x}$.
4.După o ieftinire cu 65%, un obiect costă 70 de lei.Determinaţi preţul obiectului înainte de ieftinire.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(1,3) , B(8,6) şi C, mijlocul lui OB. Determinaţi distanţa dintre punctele A şi C.
6.Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu AC=6·AB şi aria egală cu 12. Arătaţi că AB=2.

Subiectul II

1.Se consideră matricea $A(x)=\begin{pmatrix} x & 2 \\ 2x & x+4 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
a)Arătaţi că $\det(A(1))=1$.
b)Arătaţi că $3A(3)-A(1)=2A(4)$.
c)Determinaţi numărul real x pentru care $A(0)\cdot A(x)\cdot A(0)=4xA(0)$.
2.Se consideră polinomul $f=X^3-4X^2+aX-2$, unde a este număr real.
a)Pentru a=5, arătaţi că $f(1)=0$.
b)Pentru a=3, arătaţi că $x_1x_2x_3+2x_1x_2+2x_1x_3+2x_2x_3=8$, unde x_1,x_2 şi x_3 sunt rădăcinile polinomului f.
c)Se consideră polinoamele g=X−3 şi h=X+2. Determinaţi numărul real a pentru care restul împărţirii polinomului f la g este egal cu restul împărţirii polinomului g la h.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=\frac{2x+1}{x^2+6}$.
a)Arătaţi că $f'(x)=\frac{2(x+3)(2-x)}{(x^2+6)^2}$, $x\in\mathbb{R}$.
b)Arătaţi că $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x\cdot f(x)\right)=2$.
c)Determinaţi numerele reale a pentru care tangenta la graficul funcţiei f în punctul de abscisă x=a, situat pe graficul funcţiei f, are panta egală cu 0.
2. Se consideră funcţia f:$(-4,+\infty)\to\mathbb{R}$,$f(x)=\frac{4x}{\sqrt{x+4}}$.
a)Arătaţi că $\int_0^2 f(x)\cdot\sqrt{x+4}\,dx=8$.
b)Arătaţi că $\int_5^{12}\frac{1}{2x}\cdot f(x)\,dx=4$.
c)Se consideră $a\in(0,+\infty)$ şi funcţia g:$[a,a+8]\to\mathbb{R}$, $g(x)=\frac{f(x)}{4\sqrt{x}}$. Determinaţi $a\in(0,+\infty)$ pentru care volumul corpului obţinut prin rotaţia graficului funcţiei g în jurul axei Ox este egal cu $4\pi(2-\ln 2)$.

Testul 6 (Examen de bacalaureat național 2026, model oficial MEN)

Subiectul I

1.Arătați că $\frac{1}{4}+3\cdot\left(\frac{3}{2}-\frac{1}{4}\right)=4$.

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=4x-9$. Determinați numărul real a pentru care $f(a)=a$.

3.Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{2x-1}=x$.

4.Se consideră mulțimea A={1,2,3,4,5,6,7,8}.Determinați probabilitatea ca, alegând un număr n din mulțimea A, numărul natural $n(n+1)$ să fie multiplu de 10.

5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(6,8), B(8,4) și M, mijlocul segmentului OA. Arătați că triunghiul OBM este isoscel.

6.Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu AC=6 și AC=3AB. Arătați că $BC=2\sqrt{10}$.

Subiectul II

1.Se consideră matricea $M(a)=\begin{pmatrix} a+1 & 4 \\ -1 & a-4 \end{pmatrix}$, unde a este număr real.

a)Arătați că $\det(M(0))=0$.

b)Arătați că $M(3)+2M(0)=3M(1)$.

c)Determinați numărul real a pentru care $M(a)\cdot M(0)=3M(0)$.

2.Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x\circ y=xy+4(x+y)$.

a)Arătați că $1\circ 2=14$.

b)Determinați numărul real x pentru care $x\circ 3=x$.

c)Determinați numărul real x pentru care $2^x\circ 4=2^{x+4}$.

Subiectul III

1.Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=\frac{1}{x^2+4x+5}$.

a)Arătați că $f'(x)=\frac{-2(x+2)}{(x^2+4x+5)^2}$, $x\in\mathbb{R}$.

b)Arătați că $\lim\limits_{x\to+\infty}(x^2-1)\cdot f(x)=1$

c)Demonstrați că $5f(x)+f(-x)\leq 2$, pentru orice $x\in[0,+\infty)$.

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=5x^2+2x+1$.

a)Arătați că $\int_0^1(f(x)-2x)\,dx=\frac{8}{3}$.

b)Arătați că $\int_0^2\frac{1}{f(x)-5x^2}\,dx=\frac{\ln 5}{2}$.

c)Determinați primitiva $G:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$ a funcției $g:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $g(x)=\frac{f(x)-2x}{\sqrt{x}}$, pentru care $G(1)=5$.

Testul 7 (Examenul de bacalaureat naţional 2026, simulare clasa a 12 − a)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\left(3+\frac{3}{5}\right):4+\frac{1}{10}=1$.
2.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3x+6$.Determinaţi numărul real a pentru care $f(1)+f(a)=2f(0)$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{4x-x^2}=\sqrt{3x}$.
4.Se consideră mulţimea A={0,1,2, … ,26}.Determinaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulţimea A, acesta să fie pătratul unui număr natural.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(0,4) , B(3,0) şi C(4,7).Arătaţi că triunghiul ABC este dreptunghic isoscel.
6. Arătaţi că $2\sin60^\circ+\sqrt{3}\sin30^\circ-3\cos30^\circ=0$.

Subiectul II

1.Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ şi $M(a)=\begin{pmatrix}2a & a\\ a & a-2\end{pmatrix}$, unde a este număr real.
a)Arătaţi că $\det(M(4))=0$.
b)Arătaţi că $M(1)\cdot M(1)-M(1)=3I_2$.
c)Demonstraţi că numărul N=$\det\left(M(n)-3\left(M(1)\right)^{-1}\right)$ este natural impar, pentru orice număr natural nenul n, unde $\left(M(1)\right)^{-1}$ este inversa matricei $M(1)$.
2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x*y=xy-3x-3y+12$.
a)Arătaţi că $2*5=1$.
b)Arătaţi că e=4 este elementul neutru al legii de compoziţie „$*$”.
c)Determinaţi numărul real a pentru care $(a-x)*(a-x)=(a+x)*(a+x)$, pentru orice număr real x.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$,$f(x)=\frac{x^2-3}{x^3}$.
a)Arătaţi că $f'(x)=\frac{9-x^2}{x^4}$, $x\in(0,+\infty)$.
b)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă x=1, situat pe graficul funcţiei f.
c)Demonstraţi că $9f(2x)-f(x)\le 4$, pentru orice $x\in[1,2]$.
2. Se consideră funcţia $f:(-3,+\infty)\to\mathbb{R}$,$f(x)=x+2+\frac{2}{\sqrt{x+3}}$.
a)Arătaţi că $\int_0^4\left(f(x)-\frac{2}{\sqrt{x+3}}\right)dx=16$.
b)Arătaţi că $\int_1^6(f(x)-x-2)\,dx=4$.
c)Determinaţi numărul real a pentru care $\int_{-2}^{1}f'(x)\left(1+\frac{1}{f(x)}\right)dx=\ln(2e^a)$.

Testul 8(Examen de bacalaureat naţional2025, sesiunea II)

Subiectul I

1.Arătaţi că $5\cdot(0,7-0,2)+0,5=3$.
2.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=6x-2$.Determinaţi numărul real m pentru care $f(m)=10$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{16-3x}=1$.
4.După o scumpire cu 60%, un obiect costă 320 de lei.Determinaţi preţul obiectului înainte de scumpire.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(3,0), B(3,2) şi C(a, b), unde a şi b sunt numere reale. Determinaţi numerele reale a şi b, ştiind că punctul B este mijlocul segmentului AC.
6.Arătaţi că $5\cos60^\circ-\sin30^\circ+4(\sin60^\circ)^2=5$.

Subiectul II

1.Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$ şi $A(x)=\begin{pmatrix}2&x\\-x&-2\end{pmatrix}$,unde x este număr real.
a)Arătaţi că $\det(A(5))=21$.
b)Arătaţi că $2A(-1)+A(5)=3A(1)$.
c)Determinaţi mulţimea numerelor reale x pentru care $\det(A(x)\cdot A(-x)-x^2I_2)\geq 0$.
2.Se consideră polinomul $f=X^3+mX^2-X-m$, unde m este număr real.
a)Arătaţi că $f(1)=0$, pentru orice număr real m.
b)Pentru $m=-3$, arătaţi că 3 este rădăcină a polinomului f.
c)Determinaţi numărul natural m pentru care
$(x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3)^2+x_1x_2x_3(x_1+x_2+x_3)=1$,unde x_1, x_2şi $x_3$sunt rădăcinile polinomului f.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}, f(x)=2x^2-1+\frac{4}{x}$.
a)Arătaţi că $f'(x)=\frac{4(x^3-1)}{x^2}$, $x\in(0,+\infty)$.
b)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă x=2, situat pe graficul funcţiei f.
c)Arătaţi că $6\leq 2x^2+\frac{4}{x}\leq 33$, pentru orice $x\in\left[\frac{1}{4},4\right]$.
2. Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}, f(x)=x-1+2\ln x$.
a)Arătaţi că $\int_1^3(f(x)-2\ln x)\,dx=2$.
b)Arătaţi că $\int_1^e\frac{f(x)-x+1}{x}\,dx=1$.
c)Determinaţi numărul real a, ştiind că aria suprafeţei plane delimitate de graficul funcţiei $g:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $g(x)=3x(f(x)+1)$, axa Ox şi dreptele de ecuaţii x=1 şi x=3 este egală cu $a+27\ln3$.

Testul 9(Examen de bacalaureat naţional 2025, sesiunea I)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\frac{1}{10}+3\cdot\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{5}\right)=1$.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=6x-3$.Determinaţi numărul real a pentru care $f(2)=a+f(0)$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $5^{2x}=5^{3-x}$.
4.Determinaţi probabilitatea ca, alegând un număr n din mulţimea A={0,1,2,3,4,5,6,7,8,9}, acesta să verifice inegalitatea 6n>25.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(2,0) , B(2,1) şi C(6,4). Determinaţi numărul real a pentru care BC=a·AB.
6.Se consideră triunghiul MNP, dreptunghic în M, cu MN=4·MP şi MN=8.Arătaţi că aria triunghiului MNP este egală cu 8.

Subiectul II

1.Se consideră matricele A=$\begin{pmatrix}5 & 2\\ 2 & 1\end{pmatrix}$, B = $\begin{pmatrix}5 & 3\\ 3 & -1\end{pmatrix}$ şi $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.
a)Arătaţi că detA=1.
b)Determinaţi numărul real x pentru care $3A-5I_2=xB$.
c)Determinaţi mulţimea numerelor reale x pentru care $\det(A\cdot(B-A)+xI_2)\le 2$.
2.Se consideră polinomul f=X^3-3X^2+X+m, unde m este număr real.
a)Pentru m=1, arătaţi că $f(1)=0$.
b)Determinaţi numărul real m pentru care $2x_1+2x_2+2x_3=1+x_1x_2x_3$, unde x_1, x_2 şi x_3 sunt rădăcinile polinomului f.
c)Ştiind că restul împărţirii polinomului f la polinomul X−2 este −5, arătaţi că f este divizibil cu polinomul X^2+1.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=\frac{x-2}{e^x}$.
a)Arătaţi că $f'(x)=\frac{3-x}{e^x}$, x$\in\mathbb{R}$.
b)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă x=0, situat pe graficul funcţiei f.
c)Demostraţi că $-e^{x-1}\le x-2\le e^{x-3}$, pentru orice x$\in$[1,4].
2. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=x^2+4x+8$.
a)Arătaţi că $\int_0^1(f(x)-x^2-8)\,dx=2$.
b)Arătaţi că $\int_0^8\frac{x}{f(x)-4x}dx=\ln 3$.
c)Determinaţi a$\in(0,+\infty)$ pentru care $\int_0^a\frac{1}{f(x)-4}dx=\frac{1}{4}$.

Testul 10 (Examen de bacalaureat naţional 2025, sesiunea specială)

Subiectul I

1.Determinaţi termenul a_3 al progresiei aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$, în care $a_1 = 3$ şi $a_2 = 9$.
2.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x) = 3x - 5$.Arătaţi că $f(3) + f(2) + f(0) = 0$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{9x - 5} = 2$.
4.După o ieftinire cu 30%, un obiect costă 56 de lei.Determinaţi preţul obiectului înainte de ieftinire.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(0,1) , B(5,6) şi C(7,2). Arătaţi că AB=AC.
6.Arătaţi că $(\sin 30° + 3\cos 60°)(\sin 45°)^2 = 1$.

Subiectul II

1.Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$şi $B(x)=\begin{pmatrix} 2 & x \\ -1 & 2x \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
a)Arătaţi că detA=5.
b)Arătaţi că $A+3I_2 = 2B(1)$.
c)Determinaţi numerele reale x pentru care $\det(B(2x) - B(x)\cdot A) = x^2$.
2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=xy-8x-8y+8$.
a)Arătaţi că $0*1=0$.
b)Determinaţi numărul real x pentru care $x*2=2x$.
c)Determinaţi perechile (m, n) de numere naturale, cu m<n, pentru care $(8 + m) * (8 + n) = 2$.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia $f:(-4,+\infty)\to\mathbb{R}, f(x) = \frac{4x+7}{x+4}$.
a)Arătaţi că $f'(x) = \frac{9}{(x+4)^2}, x\in(-4,+\infty)$.
b)Determinaţi ecuaţia asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcţiei f.
c)Determinaţi $a\in(-4,+\infty)$, ştiind că panta tangentei la graficul funcţiei f în punctul $A\big(a, f(a)\big)$ este egală cu 1.
2. Se consideră funcţia $f:(-3,+\infty)\to\mathbb{R}, f(x) = 2x + \sqrt{x+3}$.
a)Arătaţi că $\int_1^2 \left(f(x) - \sqrt{x+3}\right) dx = 3$.
b)Arătaţi că $\int_1^6 \frac{1}{f(x)-2x} dx = 2$.
c)Arătaţi că volumul corpului obţinut prin rotaţia graficului funcţiei $g:[0,6]\to\mathbb{R}, g(x) = \frac{x}{f(x)-2x}$, în jurul axei Ox este egal cu $9\pi\ln 3$.

Testul 11 (Examen de bacalaureat naţional 2025, model oficial MEN)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\left(3+3\sqrt{2}\right)\cdot\sqrt{2}-3\sqrt{2}+4=10$.

2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=3x+6$. Arătaţi că $f(0)+f(2)=f(4)$.

3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{2x-1}-3=0$.

4.Preţul unui obiect este 400 de lei. Determinaţi preţul obiectului după o ieftinire cu 25%.

5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(2,3), B(5,6) şi C(6,2). Arătaţi că triunghiul ABC este isoscel.

6.Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu AC=4 şi măsura unghiului C este egală cu 60°. Arătaţi că BC=8.

Subiectul II

1.Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ şi $A(x)=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 2 & x\end{pmatrix}$, unde x este număr real.

a)Arătaţi că $\det\left(A(3)\right)=1$.

b)Arătaţi că $A(2)+A(6)=2A(4)$.

c)Determinaţi numărul real x pentru care $A(x)\cdot A(x)=3I_2$.

2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x\circ y=x+y+6$.

a)Arătaţi că $1\circ(-3)=4$.

b)Determinaţi numărul real x pentru care $x\circ 2=3x$.

c)Arătaţi că $(x^2+2)\circ(1-6x)\geq 0$, pentru orice număr real x.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia $f:(1,+\infty)\to\mathbb{R}, f(x)=\frac{5x-2}{x-1}$.

a)Arătaţi că $f'(x)=-\frac{3}{(x-1)^2}, x\in(1,+\infty)$.

b)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă x=2, situat pe graficul funcţiei f.

c)Demonstraţi că funcţia f este convexă.

2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=2x+3$.

a)Arătaţi că $\int_0^1 (f(x)-3)\,dx=1$.

b)Arătaţi că $\int_0^1 e^x f(x)\,dx=3e-1$.

c)Determinaţi $a\in(0,+\infty)$ pentru care $\int_1^2 \frac{f(x)}{x(x+3)}\,dx=\ln\frac{a}{2}$.

Testul 12 (Examenul de bacalaureat național 2025, simulare clasa a 12 − a)

Subiectul I

1.Determinați termenul a_3 al progresiei aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$, în care $a_1 = 3$ și $a_2 = 10$.
2.Se consideră funcțiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = 3x - 4$ și $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x) = x + 2$.Determinați numărul real a pentru care $f(a) = a + g(2)$.
3.Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_3(10x - 1) = 2$.
4.După o ieftinire cu 45%, un produs costă 110 lei.Determinați prețul produsului înaite de ieftinire.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0,4)$, $B(0,-1)$, $C(8,3)$.Arătați că AB=AM, unde punctul M este mijlocul segmentului BC.
6.Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu AB=6 și AC=8. Arătați că sinC=$\frac{3}{5}$.

Subiectul II

1.Se consideră matricele $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $A(a) = \begin{pmatrix} a & 3a \\ a & 2a+3 \end{pmatrix}$, unde a este număr real.
a)Arătați că $\det(A(2)) = 2$.
b)Determinați numărul real x pentru care $A(1)\cdot A(1) + 2I_2 = xA(1)$.
c)Determinați matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $A(2)\cdot X\cdot A(2) = A(0)$.
2.Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x*y=xy-2x-2y+6$.
a)Arătați că $0*2=2$.
b)Determinați numerele reale x pentru care $x*(2x)=6$.
c)Știind că e=3 este elementul neutru al legii de compoziție „$*$”, determinați numărul real x al cărui simetric în raport cu legea de compoziție „$*$” este 4.

Subiectul III

1.Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$,$f(x) = 2x^2 - 2 - \ln x$.
a)Arătați că $f'(x) = \frac{(2x-1)(2x+1)}{x}$, $x\in(0,+\infty)$.
b)Arătați că $\lim\limits_{x\to 1}\frac{f(x)+\ln x}{3x-3} = \frac{4}{3}$.
c)Arătați că $\frac{4x^2-1}{2} \geq \ln(2x)$, pentru orice $x\in(0,+\infty)$.
2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x) = e^x + 2x + 2$.
a)Arătați că $\int_0^1 (f(x) - 2x)\,dx = e+1$.
b)Arătați că $\int_0^3 \frac{1}{f(x)-e^x}\,dx = \ln 2$.
c)Determinați numărul real a pentru care $\int_0^1 \frac{f(x)}{e^x}\,dx = 5 + \frac{a}{e}$.

Testul 13 (Examen de bacalaureat naţional2024, sesiunea II , subiect de rezervă)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\right)\cdot\frac{4}{3}=1$.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=2x-8$.Determinaţi numărul real a pentru care $f(a)=0$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{3x-2}=1$.
4.Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr n din mulţimea A={11,12,13,14,15,16,17,18,19,20}, acesta să aibă suma cifrelor egală cu 2.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(3,4) şi B(6,8). Arătaţi că OA=AB.
6.Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu AB=12, AC=8 şi punctul M mijlocul laturii AB. Arătaţi că CM=10.

Subiectul II

1.Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ şi $A(x)=\begin{pmatrix}x-1 & 2\\ 1 & x\end{pmatrix}$, unde x este număr real.
a)Arătaţi că $\det(A(2))=0$.
b)Arătaţi că $A(3)+2I_2=A(5)$.
c)Determinaţi numerele reale x pentru care $\det(A(x)+xI_2)=0$.
2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x\circ y=2x+2y-1$.
a)Arătaţi $2\circ 1=5$.
b)Determinaţi numărul real x pentru care $x\circ(x+1)=5$.
c)Arătaţi că $x\circ x\leq 4x^2$, pentru orice număr real x.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia f:$(0,+\infty)\to\mathbb{R}$,$f(x)=x-2\ln x$.
a)Arătaţi că $f'(x)=\frac{x-2}{x}$, $x\in(0,+\infty)$.
b)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă x=1 situat pe graficul funcţiei f.
c)Demonstraţi că $\ln\left(\frac{x}{2}\right)\leq\frac{x-2}{2}$, pentru orice $x\in(0,+\infty)$.
2. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=\frac{1}{x^2+1}$.
a)Arătaţi că $\int_0^3\frac{1}{f(x)}dx=12$.
b)Arătaţi că $\int_2^3 2xf(x)\,dx=\ln 2$.
c)Determinaţi numărul real a pentru care $\int_1^2\frac{e^x}{f(x)}dx=e(ae-a+1)$.

Testul 14(Examen de bacalaureat național2024, sesiunea II)

Subiectul I

1.Arătați că $(0,3+0,4)\cdot 10+2\cdot 0,5=8$.
2.Se consideră funcția f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=2x-1$.Arătați că $f(1)+f(2)=4$.
3.Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_5(2x+1)=\log_5 5$.
4. Determinați probabilitatea ca,alegând un număr n din mulțimea A={11,21,31,41,51,61,71,81,91}, acesta să fie divizibil cu 3.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(3,1), B(m, 2) și C(5,3), unde m este număr real. Determinați numărul real m, știind că punctul B este mijlocul segmentului AC.
6.Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu BC=20 și AC=16. Arătați că perimetrul triunghiului ABC este egal cu 48.

Subiectul II

1.Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$ și $A(x)=\begin{pmatrix}2x+1&1\\1&x\end{pmatrix}$,unde x este număr real.
a)Arătați că $\det(A(1))=2$.
b)Arătați că $A(1)+A(5)=2A(3)$.
c)Determinați matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $X\cdot A(1)=A(3)$.
2.Se consideră polinomul $f=X^3+mX^2+2X-5$, unde m este număr real.
a)Arătați că $f(0)=-5$, pentru orice număr real m.
b)Determinați numărul real m, știind că 1 este rădăcină a polinomului f.
c)Determinați numărul natural m pentru care $x_1^2+x_2^2+x_3^2=5$,unde x_1, x_2 și $x_3$sunt rădăcinile polinomului f.

Subiectul III

1.Se consideră funcția f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=\frac{x^2}{x^2+1}$.
a)Arătați că $f'(x)=\frac{2x}{(x^2+1)^2}$, $x\in\mathbb{R}$.
b)Determinați ecuația asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcției f.
c)Determinați intervalele de monotonie a funcției f.
2. Se consideră funcția f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=e^x(x+1)$.
a)Arătați că $\int_0^1\frac{f(x)}{x+1}dx=e-1$.
b)Arătați că $\int_0^1 f(x)\,dx=e$.
c)Determinați numărul real a, a>1, pentru care $\int_1^a\frac{2xf(x^2)}{x^2+1}dx=e(e^3-1)$.

Testul 15(Examen de bacalaureat naţional 2024, sesiunea I)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\frac{12}{5}\cdot\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)=2$.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=5x+1$.Determinaţi numărul real a pentru care $f(a)=6$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{4x+1}=3$.
4.Determinaţi probabilitatea ca, alegând un număr n din mulţimea A={10,20,30,40,50,60,70,80,90}, acesta să fie divizibil cu 20.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(2,0) , B(8,8) şi C(11,4). Arătaţi că AB=2BC.
6.Arătaţi că $1+\sin 30^\circ=2\sin 60^\circ\cdot\cos 30^\circ$.

Subiectul II

1.Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ şi $A(x)=\begin{pmatrix}x & x-1\\ -2x & 2\end{pmatrix}$, unde x este număr real.
a)Arătaţi că detA(1)=2.
b)Arătaţi că $A(2)+A(0)=2A(1)$.
c)Determinaţi numerele x pentru care $\det(A(x)+xI_2)=2$.
2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x\circ y=2(x+y)-xy-4$.
a)Arătaţi că $1\circ 3=1$.
b)Arătaţi că legea de compoziţie „$\circ$” este comutativă.
c)Determinaţi numerele naturale n pentru care $n\circ n\geq n-2$.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia f:$(0,+\infty)\to\mathbb{R}$,$f(x)=\frac{2x-1}{x^2}$.
a)Arătaţi că $f'(x)=\frac{2(1-x)}{x^3}$, $x\in(0,+\infty)$.
b)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă x=1, situat pe graficul funcţiei f.
c)Determinaţi intervalele de monotonie a funcţiei f.
2. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=\frac{2x+1}{x^2+x+1}$.
a)Arătaţi că $\int_0^1(x^2+x+1)\cdot f(x)\,dx=2$.
b)Arătaţi că $\int_0^1 f(x)\,dx=\ln 3$.
c)Arătaţi că suprafaţa plană delimitată de graficul funcţiei g:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=e^x(x^2+x+1)f(x)$, axa Ox şi dreptele de ecuaţii x=0 şi x=1 are aria egală cu e+1.

Testul 16(Examen de bacalaureat național 2024, sesiunea specială)

Subiectul I

1.Arătați că $\sqrt{2}\cdot\left(3+2\sqrt{2}\right)-3\sqrt{2}+3=7$.
2.Se consideră funcția f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=3x-6$.Determinați numărul real m pentru care $f(m)=3$.
3.Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $5^{4x-2}=5^2$.
4.Prețul unui obiect este 300 de lei.Determinați prețul produsului după o ieftinire cu 30%.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,1)$, $B(5,m)$ și $M(3,4)$. Determinați numărul real m, știind că punctul M este mijlocul segmentului AB.
6.Arătați că $2(\sin45°+\sin30°)(\sin45°-\sin30°)=\cos60°$.

Subiectul II

1.Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$ și $A(x)=\begin{pmatrix}1&x\\x+1&0\end{pmatrix}$, unde x este număr real.
a)Arătați că $\det(A(0))=0$.
b)Arătați că $A(3)+A(5)=2A(4)$.
c)Determinați numerele naturale n pentru care $\det(A(n)+I_2)\geq 0$.
2.Se consideră polinomul $f=X^3-3X^2+mX-1$, unde m este număr real.
a)Arătați că $f(0)=-1$, pentru orice număr real m.
b)Arătați că $x_1+x_2+x_3=3x_1x_2x_3$, pentru orice număr real m, unde x_1, x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului f.
c)Determinați numărul real m pentru care polinomul f este divizibil cu polinomul $X-1$.

Subiectul III

1.Se consideră funcția f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=\frac{x}{x^2+1}$.
a)Arătați că $f'(x)=\frac{1-x^2}{(x^2+1)^2}$, $x\in\mathbb{R}$.
b)Arătați că $\lim\limits_{x\to+\infty} xf(x)=1$.
c)Determinați intervalele de monotonie a funcției f.
2. Se consideră funcția f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=(x^2+1)e^x$.
a)Arătați că $\int_0^1 \frac{f(x)}{e^x}dx=\frac{4}{3}$.
b)Demonstrați că funcția F:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $F(x)=(x^2-2x+3)e^x$ este o primitivă a funcției f.
c)Arătați că suprafața plană delimitată de graficul funcției f , axa Ox și dreptele de ecuații x=0 și x=2 are aria egală cu $3(e^2-1)$.

Testul 17 (Examen de bacalaureat național 2024, model oficial MEN)

Subiectul I

1.Arătați că $\frac{1}{8}+3\cdot\left(1-\frac{3}{8}\right)=2$.
2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=2x-2$. Determinați numărul real a pentru care $f(a)=0$.
3.Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $5^{2x}=5^{2+x}$.
4.Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea A={1,2,3,4,5,6,7,8,9} acesta să verifice inegalitatea $n+9\leq 15$.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(0,5), $B(4,-5)$ și $C(a,b)$, unde a și b sunt numere reale.Determinați numerele reale a și b, știind că punctul C este mijlocul segmentului AB.
6.Arătați că $\sqrt{2}\cdot(\sin 45^\circ+\cos 45^\circ)\cdot\sin 30^\circ=1$.

Subiectul II

1.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}3 & 2\\ -1 & 0\end{pmatrix}$ și $B=\begin{pmatrix}3 & 4\\ -2 & -3\end{pmatrix}$ și $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.
a)Arătați că $\det A=2$.
b)Arătați că $B+3I_2=2A$.
c)Determinați numărul real x pentru care $A\cdot(xA+B)=2xI_2$.
2.Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x\circ y=2xy-3(x+y)+1$.
a)Arătați că $1\circ 0=-2$.
b)Arătați că legea de compoziție „$\circ$” este comutativă.
c)Determinați mulțimea numerelor reale x pentru care $x\circ(-2x)\geq 0$.

Subiectul III

1.Se consideră funcția $f:(4,+\infty)\to\mathbb{R}, f(x)=\frac{3x-4}{x-4}$.
a)Arătați că $f'(x)=-\frac{8}{(x-4)^2}, x\in(4,+\infty)$.
b)Determinați ecuația asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcției f.
c)Demonstrați că funcția $g:(4,+\infty)\to\mathbb{R}$, $g(x)=f'(x)$ este crescătoare.
2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x+(x+3)^2$.
a)Arătați că $\int_0^2(f(x)-(x+3)^2)\,dx=2$.
b)Arătați că $\int_{-2}^{0}\frac{1}{f(x)-x}dx=\frac{2}{3}$.
c)Determinați numărul real a pentru care $\int_0^6\frac{f(x)}{x+3}dx=3(a-\ln 3)$.

Testul 18(Examenul de bacalaureat naţional 2024, simulare clasa a 12 − a)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\left(0{,}2+\frac{3}{10}\right)\cdot 10=5$.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x+3$.Determinaţi numărul real a pentru care $f(a)=7$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{x^2+2x+4}=2$.
4.După o scumpire cu 50%, preţul unui obiect costă 225 de lei.Determinaţi preţul produsului înaite de scumpire.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,3)$, $B(5,0)$ şi $C(5,5)$.Arătaţi că triunghiul ABC este isoscel.
6.Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu AB=3 şi BC=5. Arătaţi că tgB=$\frac{4}{3}$.

Subiectul II

1.Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$ şi $A(x)=\begin{pmatrix}1&0\\0&2^x\end{pmatrix}$, unde x este număr real.
a)Arătaţi că $\det(A(2))=4$.
b)Arătaţi că $A(3)+2A(1)=3A(2)$.
c)Determinaţi numerele reale x pentru care $A(x)\cdot A(x^2)=I_2$.
2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x\circ y=xy-x-y+2$.
a)Arătaţi că $2\circ 3=3$.
b)Determinaţi numărul real x pentru care $x\circ 4=x+6$.
c)Arătaţi că $(x-2)\circ(x+2)\geq -3$, pentru orice număr real x.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia f:$(2,+\infty)\to\mathbb{R}$,$f(x)=\frac{e^x}{x^2-3}$.
a)Arătaţi că $f'(x)=\frac{e^x(x^2-2x-3)}{(x^2-3)^2}$, $x\in(2,+\infty)$.
b)Arătaţi că $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{xf(x)}{e^x}=0$.
c)Demonstraţi că $\frac{e^{x-3}}{x^2-3}\geq\frac{1}{6}$, pentru orice $x\in(2,+\infty)$.
2. Se consideră funcţia f:$(0,+\infty)\to\mathbb{R}$,$f(x)=x+\ln x$.
a)Arătaţi că $\int_2^4(f(x)-\ln x)\,dx=6$.
b)Arătaţi că $\int_1^e\frac{f(x)-x}{x}dx=\frac{1}{2}$.
c)Determinaţi numărul natural nenul n pentru care $\int_1^n f(x)\,dx=2+3\ln n$.

Testul 19(Examen de bacalaureat naţional2023, sesiunea II , subiect de rezervă)

Subiectul I

1.Arătaţi că $4\cdot\left(1-\frac{4}{5}\right)+\frac{1}{5}=1$.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=3x+2$.Arătaţi că $f(0)\cdot f(1)=10$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $3^{2x-3}=3^{x}$.
4. Determinaţi probabilitatea ca, alegând un număr n din mulţimea A={0,1,2,3,4,5,6,7,8,9}, acesta să verifice inegalitatea $n^2\leq 23$.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(0,3) şi B(4,0). Arătaţi că perimetrul triunghiului OAB este egal cu 12.
6.Arătaţi că $(1+2\cos 60^\circ)\cdot\sin 30^\circ=1$.

Subiectul II

1.Se consideră matricele A=$\begin{pmatrix}1 & 0\\ 1 & 3\end{pmatrix}$ şi B(x)=$\begin{pmatrix}x & 0\\ -1 & x-2\end{pmatrix}$, unde x este număr real.
a)Arătaţi că detA=3.
b)Arătaţi că $B(8)-3B(2)=2A$.
c)Determinaţi numărul real x pentru care $A\cdot B(x)=B(x)$.
2.Se consideră polinomul f=X^3-2X^2-2X+m, unde m este număr real.
a)Pentru m=3, arătaţi că $f(1)=0$.
b)Determinaţi numărul real m pentru care $x_1x_2+x_2x_3+x_3x_1+x_1x_2x_3=1$, unde x_1, x_2 şi x_3 sunt rădăcinile polinomului f.
c)Determinaţi numărul real m pentru care polinomul f este divizibil cu polinomul X+2.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=\frac{3x}{x^2+1}$.
a)Arătaţi că $f'(x)=\frac{3(1-x^2)}{(x^2+1)^2}$, $x\in\mathbb{R}$.
b)Determinaţi ecuaţia asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcţiei f .
c)Determinaţi intervalele de monotonie a funcţiei f.
2. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=2x^2+1$.
a)Arătaţi că $\int_0^1(f(x)-1)\,dx=\frac{2}{3}$.
b)Arătaţi că $\int_0^2\frac{4x}{f(x)}dx=2\ln 3$.
c)Determinaţi numărul natural n,ştiind că $\int_1^e f\left(\frac{1}{x}\right)\cdot\ln x\,dx=f(n)-\frac{4}{e}$.

Testul 20 (Examen de bacalaureat naţional2023, sesiunea II)

Subiectul I

1.Arătaţi că $1,5+3\cdot(1-0,5)=3$.
2.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=5-x$.Arătaţi că $f(0)-f(1)=1$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{3x-8}=1$.
4. Determinaţi probabilitatea ca, alegând un număr n din mulţimea A={1,3,5,7,9},acesta să verifice inegalitatea $2n\geq 9$.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,0)$, $B(1,2)$ şi $C(4,1)$. Arătaţi că triunghiul ABC este isoscel.
6.Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu aria egală cu 50 şi AC=5. Arătaţi că lungimea laturii AB este egală cu 20.

Subiectul II

1.Se consideră matricea $A(x)=\begin{pmatrix} x & 1 \\ -x & 2-x \end{pmatrix}$,unde x este număr real.
a)Arătaţi că $\det A(1)=2$.
b)Arătaţi că $3A(2)+A(6)=4A(3)$.
c)Determinaţi numerele reale x pentru care $A(x)\cdot A(x)=2A(x)$.
2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=xy+2x-y-1$.
a)Arătaţi că $1*1=1$.
b)Determinaţi numerele reale x pentru care $x*2=x$.
c)Arătaţi că $(1-x)*x\leq 2$, pentru orice număr real x.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=2x+\frac{2}{e^x}-1$.
a)Arătaţi că $f'(x)=\frac{2(e^x-1)}{e^x}$, $x\in\mathbb{R}$.
b)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă x=0, situat pe graficul funcţiei f.
c)Determinaţi numerele reale m şi n, ştiind că dreapta d de ecuaţie y=mx+n este asimptota oblică spre $+\infty$ la graficul funcţiei f.
2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=4x^3+3x$.
a)Arătaţi că $\int_1^2 (f(x)-3x)\,dx=15$.
b)Arătaţi că $\int_2^5 \frac{1}{f(x)-4x^3+3}\,dx=\frac{1}{3}\ln 2$.
c)Demonstraţi că volumul corpului obţinut prin rotaţia în jurul axei Ox a graficului funcţiei $g:[1,2]\to\mathbb{R}$, $g(x)=\frac{x^3+f(x)}{x}$ este egal cu $2\pi f(3)$.

Testul 21 (Examen de bacalaureat naţional2023, sesiunea I)

Subiectul I

1.Arătaţi că $3\cdot\left(1+\frac{1}{2}\right)-\frac{1}{2}=4$.
2.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x+2$.Determinaţi numărul real a pentru care $f(a)=6$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_7(2x+1)=\log_7 9$.
4.Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr n din mulţimea A={1,2,3, … ,23}, acesta să verifice inegalitatea $n\geq 10$.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-1,2)$ şi $B(1,6)$.Determinaţi coordonatele mijlocului segmentului AB.
6.Se consideră triunghiul ABC dreptunghic în A, cu $AC=\sqrt{2}$ şi BC=2. Arătaţi că triunghiul ABC este isoscel.

Subiectul II

1.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}3 & 2\\ 2 & 1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}0 & 4\\ 4 & 2\end{pmatrix}$ şi $C=\begin{pmatrix}-1 & 2\\ 2 & 1\end{pmatrix}$.
a)Arătaţi că $\det A=-1$.
b)Arătaţi că $2B-A=3C$.
c)Determinaţi matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $2X\cdot A=B+2C$.
2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=(x-4)(y-4)+4$.
a)Arătaţi că $5*4=4$.
b)Determinaţi numărul real x pentru care $x*6=6x$.
c)Determinaţi numerele naturale nenule n pentru care $\frac{4}{n}*n>4$.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x^3+6x^2-15x+9$.
a)Arătaţi că $f'(x)=3(x^2+4x-5), x\in\mathbb{R}$.
b)Determinaţi intervalele de monotonie a funcţiei f.
c)Arătaţi că $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f'(x)}{e^x f''(x)}=0$.
2. Se consideră funcţia $f:(-9,+\infty)\to\mathbb{R}, f(x)=\frac{8x}{x+9}$.
a)Arătaţi că $\int_0^1 (x+9)\cdot f(x)\,dx=4$.
b)Arătaţi că $\int_1^6 \frac{1}{8x}\cdot f(x)\,dx=\ln\frac{3}{2}$.
c)Determinaţi numărul real a pentru care $\int_0^3 f(x^2)\,dx=6(4+a\pi)$.

Testul 22(Examen de bacalaureat naţional 2023, sesiunea specială)

Subiectul I

1.Calculaţi termenul a_3 al progresiei aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$, ştiind că $a_1 = 10$ şi $a_2 = 20$.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x) = 2x + 4$.Arătaţi că $f(0) + f(1) = 10$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_2(x - 4) = \log_2 4$.
4.Un produs costă 80 de lei.Determinaţi preţul produsului după o ieftinire cu 20%.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele M(0,2) şi N(3,6). Arătaţi că distanţa dintre punctele M şi N este egală cu 5.
6.Se consideră triunghiul ABC,dreptunghic în A, cu AB=4 şi măsura unghiului C egală cu 45°. Arătaţi că aria triunghiului ABC este egală cu 8.

Subiectul II

1.Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ şi $A(a)=\begin{pmatrix}a & a+3\\ -1 & 2\end{pmatrix}$, unde a este număr real.
a)Arătaţi că $\det(A(2))=9$.
b)Arătaţi că $A(a) + A(-a) = 2A(0)$, pentru orice număr real a.
c)Determinaţi numerele reale a pentru care $\det(A(a)\cdot A(-1) - aI_2) = 0$.
2.Se consideră polinomul $f=X^3 + 3X^2 + mX - 4$, unde m este număr real.
a)Arătaţi că $f(0) = -4$, pentru orice număr real m.
b)Determinaţi numărul real m, ştiind că -1 este rădăcină a polinomului f.
c)Determinaţi numerele naturale m pentru care $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 > 5$, unde x_1, x_2 şi x_3 sunt rădăcinile polinomului f.
Subiectul III

1.Se consideră funcţia f:$(0,+\infty)\to\mathbb{R}$,$f(x) = x^2 - 3x + 4 + \ln x$.
a)Arătaţi că $f'(x) = \frac{(2x-1)(x-1)}{x}$, $x\in(0,+\infty)$.
b)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă x=1, situat pe graficul funcţiei f.
c)Demonstraţi că $f(x) \leq \frac{11}{4} - \ln 2$, pentru orice $x\in[0,1]$.
2. Se consideră funcţia f:$\left(-\frac{3}{2},+\infty\right)\to\mathbb{R}$,$f(x) = e^x + \frac{6}{2x+3}$.
a)Arătaţi că $\int_1^3 \left(f(x) - \frac{6}{2x+3}\right)dx = e(e^2 - 1)$.
b)Arătaţi că $\int_{-1}^0 (f(x) - e^x)\,dx = 3\ln 3$.
c)Arătaţi că suprafaţa plană delimitată de graficul funcţiei g:$\left(-\frac{3}{2},+\infty\right)\to\mathbb{R}$, $g(x) = (2x^2 + 3x)f(x)$, axa Ox şi dreptele de ecuaţii x=0 şi x=1 are aria egală cu $2(e + 1)$.

Testul 23 (Examen de bacalaureat național 2023, model oficial MEN)

Subiectul I

1.Determinați termenul a_1 al progresiei aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$, știind că $a_2 = 7$ și $a_6 = 23$.

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x) = 8x - 5$. Determinați numărul real a pentru care punctul A(a, 3a) aparține graficului funcției f.

3.Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_4 x + \log_4(3x) = \log_4 12$.

4.Determinați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, $\sqrt{n}$ să fie număr natural par.

5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-3,2)$, $B(1,4)$ și $C(6,0)$.Determinați distanța dintre mijloacele segmentelor AB și OC.

6.Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu BC=16 și măsura unghiului B egală cu 30°. Arătați că aria triunghiului ABC este egală cu $32\sqrt{3}$.

Subiectul II

1.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}-3 & 3\\ -2 & -1\end{pmatrix}$ și $B(x) = \begin{pmatrix}x+1 & -3\\ 2 & x-1\end{pmatrix}$, unde x este număr real.

a)Arătați că $\det A = 9$.

b)Determinați numărul real x pentru care $B(3)\cdot B(4) = xB(1)$.

c)Determinați numărul real a pentru care matricea B(a) este inversa matricei $C=\frac{1}{9}A$.

2.Se consideră polinomul $f=X^3 + X^2 + mX - 4$, unde m este număr real.

a)Pentru m=1, arătați că $f(2) = 10$.

b)Pentru m=−4, determinați rădăcinile polinomului f.

c)Demonstrați că, pentru orice număr natural nenul m, polinomul f nu are toate rădăcinile reale.

Subiectul III

1.Se consideră funcția $f:(-2,+\infty)\to\mathbb{R}, f(x) = \frac{x^2-2x+1}{x+2}$.

a)Arătați că $f'(x) = \frac{x^2+4x-5}{(x+2)^2}$, $x\in(-2,+\infty)$.

b)Arătați că $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{e^x} = 0$.

c)Demonstrați că funcția f este convexă.

2. Se consideră funcția $f:(-1,+\infty)\to\mathbb{R}, f(x) = x + 1 + \frac{1}{\sqrt{x+1}}$.

a)Arătați că $\int_1^3 \left(f(x) - \frac{1}{\sqrt{x+1}}\right)dx = 6$.

b)Arătați că $\int_0^8 (f(x) - x - 1)\,dx = 4$.

c)Arătați că volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei Ox a graficului funcției $g:[0,3]\to\mathbb{R}$, $g(x) = f(x)$, este egal cu $\pi\left(\frac{91}{3} + \ln 4\right)$.

Testul 24 (Examenul de bacalaureat naţional 2023, simulare clasa a $12-$ a)

Subiectul I

1.Arătaţi că $(1-0{,}2):2+0{,}3\cdot 2=1$.
2.Se consideră funcţiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-3x+2$ şi $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=x+m$, unde m este număr real.Determinaţi numărul real m pentru care $f(2)=g(2)$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $7^{x+3}=49^x$.
4.După o ieftinire cu 30%, un produs costă 210 lei.Determinaţi preţul produsului înaite de ieftinire.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0,5)$ şi $B(2,-1)$. Arătaţi că triunghiul OMB este dreptunghic în O, unde M este mijlocul segmentului AB.
6.Arătaţi că $\sqrt{3}\sin 45^\circ+2\sin 30^\circ-\sqrt{2}\cos 30^\circ=1$.

Subiectul II

1.Se consideră matricea $A(x)=\begin{pmatrix} x+2 & -2 \\ 2 & x-1 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
a)Arătaţi că $\det\big(A(2)\big)=8$.
b)Determinaţi numărul real x,pentru care $A(0)\cdot A(0)=A(x)$.
c)Arătaţi că, dacă x şi y sunt numere reale distincte astfel încât $\det\big(A(x)\big)=\det\big(A(y)\big)$, atunci $x+y=-1$.
2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=4xy-3x+2y-1$.
a)Arătaţi că $1*2=8$.
b)Determinaţi numărul real x pentru care $x*(-1)=4$.
c)Determinaţi numărul real a pentru care $x*a=-x$, pentru orice număr real x.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$,$f(x)=2x-1+\frac{8}{x}$.
a)Arătaţi că $f'(x)=\frac{2(x^2-4)}{x^2}$, $x\in(0,+\infty)$.
b)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă $x=2$, situat pe graficul funcţiei f.
c)Demonstraţi că $f(1-x)\geq f(1+x)$, pentru orice $x\in(0,1)$.
2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=3x^2+4x+2$.
a)Arătaţi că $\int_0^2 (f(x)-4x)\,dx=12$.
b)Arătaţi că $\int_0^1 (f(x)-3x^2-2)e^x\,dx=4$.
c)Determinaţi numărul real $a\in(0,+\infty)$ pentru care $\int_{-1}^0 a\cdot f'(x)\cdot\big(f(x)\big)^{a-1}\,dx=63$.

Testul 25 (Examen de bacalaureat naţional2022, sesiunea II)

Subiectul I

1.Arătaţi că $1+6\cdot\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)=6$.
2.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x-2$.Arătaţi că $f(3)-f(2)=1$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{3x+1}=2$.
4. Determinaţi probabilitatea ca, alegând un număr n din mulţimea A={1,2,3,4,5,6,7,8,9},numărul $10-n$ să fie par.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(a,0)$ şi $B(a,6)$, unde a este număr real. Arătaţi că AB=6, pentru orice număr real a.
6.Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu AB=5 şi AC=2AB. Arătaţi că aria triunghiului ABC este egală cu 25.

Subiectul II

1.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}7 & 3\\ 3 & 1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & -1\end{pmatrix}$ şi $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.
a)Arătaţi că $detA=-2$.
b)Arătaţi că $A-4I_2=3B$.
c)Determinaţi matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $X+X\cdot B=A$.
2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=xy(x+y-4)$.
a)Arătaţi că $2*3=6$.
b)Determinaţi numerele reale x pentru care $1*x=4$.
c)Determinaţi numărul real x pentru care $2^x*2^x=2^{3x}$.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x^3-9x^2+3$.
a)Arătaţi că $f'(x)=3x(x-6), x\in\mathbb{R}$.
b)Determinaţi intervalele de monotonie a funcţiei f.
c)Arătaţi că $\lim\limits_{x\to 1}\frac{f'(x)-f'(1)}{3f(x)-xf'(x)}=\frac{2}{3}$.
2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=(x-1)e^x$.
a)Arătaţi că $\int_0^2\frac{f(x)}{e^x}dx=0$.
b)Arătaţi că $\int_0^1 f(x)\,dx=2-e$.
c)Determinaţi numărul natural n, n>2, pentru care $\int_2^n\frac{x}{f(x)\cdot f(-x)}dx=\frac{1}{2}\ln\frac{3}{8}$.

Testul 26(Examen de bacalaureat naţional2022, sesiunea I)

Subiectul I

1.Arătaţi că $5-3\cdot\left(1+\frac{1}{3}\right)=1$.
2.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x-2$.Determinaţi numărul real a pentru care $f(a)=2$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{4+2x}=2$.
4.Un produs costă 90 de lei.Determinaţi preţul produsului după o scumpire cu 10%.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,4)$, $B(5,0)$ şi $M(a,b)$, unde a şi b sunt numere reale.Determinaţi numerele reale a şi b, ştiind că punctul M este mijlocul segmentului AB.
6.Se consideră triunghiul ABC dreptunghic în A, în care măsura unghiului C este egală cu $30°$ şi $AB=3$. Arătaţi că $BC=6$.

Subiectul II

1.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}2 & 1\\ 4 & 3\end{pmatrix}$,$B=\begin{pmatrix}2 & -2\\ 1 & 3\end{pmatrix}$ şi $C=\begin{pmatrix}2 & -1\\ 2 & 3\end{pmatrix}$.
a)Arătaţi că $detA=2$.
b)Arătaţi că $A+2B=3C$.
c)Determinaţi numerele reale x pentru care $\det\left(B\cdot C+x(A-C)\right)=0$.
2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=(x+2y)(y+2x)+2$.
a)Arătaţi că $1*1=11$.
b)Determinaţi numerele reale x pentru care $x*0=4$.
c)Demonstraţi că $x*\frac{1}{x}>7$, pentru orice număr real nenul x.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=2x^5+5x^4-10x^3+1$.
a)Arătaţi că $f'(x)=10x^2(x^2+2x-3), x\in\mathbb{R}$.
b)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă $x=0$, situat pe graficul funcţiei f.
c)Demonstraţi că $2x^5+5x^4-10x^3+3\geq 0$,pentru orice $x\in[-3,+\infty)$.
2. Se consideră funcţia $f:(-1,+\infty)\to\mathbb{R}, f(x)=6x+\frac{2}{x+1}$.
a)Arătaţi că $\int_0^2\left(f(x)-\frac{2}{x+1}\right)dx=12$.
b)Arătaţi că $\int_0^1(f(x)-6x)\,dx=2\ln 2$.
c)Determinaţi numărul real a pentru care $\int_1^e\left(f(x)-\frac{2}{x+1}\right)\cdot\ln^2 x\,dx=\frac{a(e^2-1)}{2}$.

Testul 27 (Examen de bacalaureat național 2022, sesiunea specială)

Subiectul I

1.Arătați că $(1,5-0,5)\cdot 3-2\cdot 0,5=2$.
2.Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=2x-3$. Determinați numărul real a pentru care $f(a)=9$.
3.Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_4(3x-1)=\log_4 5$.
4.Determinați probabilitatea ca, alegând un număr n din mulțimea A={0,1,2,3,4,5,6,7,8,9}, acesta să verifice inegalitatea $5n\leq 22$.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-2,1)$ și $B(6,3)$. Determinați coordonatele mijlocului segmentului AB.
6.Se consideră triunghiul ABC,dreptunghic în A, cu AC=4 și BC=5.Arătați că aria triunghiului ABC este egală cu 6.

Subiectul II

1.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}2 & 1\\ 1 & 3\end{pmatrix}$ și $B(x)=\begin{pmatrix}2-x & x\\ x & 2\end{pmatrix}$, unde x este număr real.
a)Arătați că detA=5.
b)Arătați că $2A-B(2)=2B(0)$.
c)Determinați numerele naturale x pentru care $\det(B(x)\cdot B(1)-(x+1)A)=1$.
2.Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x\circ y=x+y-6xy$.
a)Arătați că $1\circ 1=-4$.
b)Arătați că e=0 este elementul neutru al legii de compoziție „$\circ$”.
c)Determinați numerele întregi m pentru care $m\circ(3-m)<3$.

Subiectul III

1.Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=2x^3-3x^4+2$.
a)Arătați că $f'(x)=6x^2(1-2x), x\in\mathbb{R}$.
b)Arătați că $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)+3x^4}{x^3+4}=2$.
c)Demonstrați că $-32\leq 2x^3-3x^4\leq\frac{1}{16}$, pentru orice $x\in[0,2]$.
2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=2x+3e^x$.
a)Arătați că $\int_2^3(f(x)-3e^x)\,dx=5$.
b)Arătați că $\int_0^1 x(f(x)-2x)\,dx=3$.
c)Determinați numărul real a, știind că $\int_0^1\frac{f'(x)-x}{2f(x)-x^2}dx=a\ln\left(e+\frac{1}{2}\right)$.

Testul 28(Examen de bacalaureat național 2022, model oficial MEN)

Subiectul I

1.Arătați că $\left(\sqrt{8}+1\right)\left(2\sqrt{2}-1\right)-\sqrt{36}=1$.

2. Se consideră funcțiile f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=5x-1$ și :$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=5+2x$. Determinați coordonatele punctului de intersecție a graficelor funcțiilor f și g.

3.Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x^2+6x}=x$.

4.Determinați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea A={0,1,2,3,4,5,6,7,8,9}, numărul $4\cdot n$ să fie element al mulțimii A.

5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(2,1), B(3,4) și C, astfel încât punctul A este mijlocul segmentului BC. Arătați că triunghiul AOC este dreptunghic isoscel.

6.Se consideră triunghiul ascuțitunghic ABC în care $\sin30°\cdot\sin A=\cos60°\cdot\cos A$. Calculați tgA.

Subiectul II

1.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}3 & -6\\ 2 & -3\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $B(a)=\begin{pmatrix}0 & a-2\\ 1 & 3a\end{pmatrix}$, unde a este număr real.

a)Arătați că $\det A=3$.

b)Determinați numărul real x pentru care $A\cdot A+A=2B(x)$.

c)Determinați numărul real a pentru care $\det\left(B(a)\cdot A+B(3a)\right)=4$.

2.Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x*y=(xy+1)(x+y)$.

a)Arătați că $1*2=9$.

b)Arătați că e=0 este elementul neutru al legii de compoziție „$*$”.

c)Determinați numerele naturale nenule n pentru care numărul $N=n*\frac{1}{n}$ este întreg.

Subiectul III

1.Se consideră funcția f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=(x-1)e^x-\frac{x^2}{2}$.

a)Arătați că $f'(x)=x(e^x-1),x\in\mathbb{R}$.

b)Arătați că $\lim\limits_{x\to0}\frac{f(x)-f(0)}{x^2}=0$.

c)Arătați că $f(x)\le f(x^2)$, pentru orice $x\in(-\infty,0]$.

2. Se consideră funcția f:$(-4,+\infty)\to\mathbb{R}$,$f(x)=\frac{4x}{x+4}$.

a)Arătați că $\int_1^2(x+4)f(x)\,dx=6$.

b)Arătați că $\int_1^4\frac{1}{x}\cdot f(x^2)\,dx=4\ln2$.

c)Demonstrați că orice primitivă a funcției f este convexă.

Testul 29 (Examenul de bacalaureat național 2022, simulare clasa a 12 − a)

Subiectul I

1.Calculați termenul a_1 al progresiei aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$, știind că $a_3 = 6$ și $a_4 = 9$.
2.Se consideră funcțiile f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + 2x - 3$ și g:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x) = x - 3$. Determinați numerele reale a pentru care $f(a) = g(a)$.
3.Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_3(x + 3) = 2$.
4.În urma unei scumpiri cu 30%, prețul unui produs a crescut cu 60 de lei.Determinați prețul produsului după scumpire.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-4,2)$, $B(2,3)$și dreapta d de ecuație y=2x+a, unde a este număr real.Determinați numărul real a, știind că mijlocul segmentului AB aparține dreptei d.
6.Se consideră triunghiul ABC, cu AB=AC, BC=12 și măsura unghiului B este egală cu 45°. Arătați că aria triunghiului ABC este egală cu 36.

Subiectul II

1.Se consideră matricele $A(x) = \begin{pmatrix} x & x \\ 1 & 2x+1 \end{pmatrix}$, ,unde x este număr real.
a)Arătați că $\det(A(0)) = 0$.
b)Determinați numărul real a,pentru care $2A(4) + A(-2) = aA(2)$.
c)Arătați că, dacă X$\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ astfel încât X·A(1)=A(m), unde m este număr întreg, atunci matricea X are toate elementele numere întregi.
2.Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x*y=(x+y)(x-1)(y-1)+1$.
a)Arătați că $2*1=1$.
b)Arătați că legea de compoziție „$*$” este comutativă.
c)Determinați numerele naturale n pentru care $n*(1-n)\geq n^2$.

Subiectul III

1.Se consideră funcția f:$(0,+\infty)\to\mathbb{R}$,$f(x) = \frac{x+3}{x^2} + \ln x$.
a)Arătați că $f'(x) = \frac{x^2-x-6}{x^3}$, $x\in(0,+\infty)$.
b)Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă x=1, situat pe graficul funcției f.
c)Demonstrați că $\ln\frac{x}{3} \geq \frac{2}{3} - \frac{1}{x} - \frac{3}{x^2}$, pentru orice $x\in(0,+\infty)$.
2. Se consideră funcția f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x) = x + \frac{e^x}{2} + 1$.
a)Arătați că $\int_0^2 \left(f(x) - \frac{e^x}{2}\right) dx = 4$.
b)Arătați că $\int_0^1 2x(f(x) - 1)\, dx = \frac{5}{3}$.
c)Determinați numărul real a pentru care $\int_{-1}^0 (f(x) - x)\cdot f(x)\, dx = \frac{(3e+1)(3e+a)}{8e^2}$.

Testul 30(Examen de bacalaureat naţional2021, sesiunea II)

Subiectul I

1.Determinaţi termenul a_3 al progresiei aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$, ştiind că $a_1 = 4$ şi raţia este r=5.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x) = x^2 - x - 1$.Arătaţi că $f(0) = f(1)$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_4(3x + 4) = \log_4 16$.
4.După o scumpire cu 25%, un produs costă 350 de lei.Determinaţi preţul produsului înainte de scumpire.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-4,1)$ şi $B(a, b)$, unde a şi b sunt numere reale.Determinaţinumerele reale a şi b, ştiind că punctul O este mijlocul segmentului AB.
6.Se consideră triunghiul isoscel ABC, dreptunghic în A.Ştiind că aria triunghiului ABC este egală cu 8, determinaţi lungimea laturii AB.

Subiectul II

1.Se consideră matricele A=$\begin{pmatrix} 5 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ şi B(x)=$\begin{pmatrix} x & -2x \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$, unde x este un număr real.
a)Arătaţi că detA=3.
b)Arătaţi că 3B(2)+B(6)=4B(3).
c)Determinaţi numărul întreg x pentru care $\big(B(-x) - B(x)\big) \cdot \big(B(-x) + B(x)\big) = A + B(3)$.
2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie x∘y=3x+4y−25.
a)Arătaţi că $3\circ 4 = 0$.
b)Determinaţi numărul real x pentru care $(2x)*x=5$.
c)Determinaţi numerele întregi m pentru care $m^2 \circ 1 \geq 1 \circ m^2$.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia f:$\left(-\frac{1}{3}, +\infty\right)\to\mathbb{R}$,$f(x) = \frac{2x}{3x+1}$.
a)Arătaţi că $f'(x) = \frac{2}{(3x+1)^2}, x\epsilon\left(-\frac{1}{3}, +\infty\right)$.
b)Determinaţi ecuaţia asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcţiei f.
c)Arătaţi că funcţia f este concavă.
2. Se consideră funcţia f:$(0, +\infty)\to\mathbb{R}$,$f(x) = x^2 + \ln x - 1$.
a)Arătaţi că $\int_1^4 (f(x) - \ln x + 1)\, dx = 21$.
b)Arătaţi că $\int_2^4 \frac{x}{f(x)-\ln x}\, dx = \frac{1}{2}\ln 5$.
c)Determinaţi $a\epsilon(1, +\infty)$ pentru care $\int_1^a \frac{f(x)}{x^2}\, dx = \frac{a-\ln a}{a}$.

Testul 31 (Examen de bacalaureat național 2021, sesiunea I , subiect de rezervă)

Subiectul I

1.Arătați că $\frac{1}{3}\cdot\left(1-\frac{2}{5}\right)+\frac{4}{5}=1$.
2.Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=2x-1$. Arătați că $f(1)\cdot f(3)=5$.
3.Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{5x-6}=2$.
4.Determinați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să fie multiplu de 25.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(4,0)$, $B(0,2)$ și $C(0,-2)$. Determinați distanța de la punctul A la mijlocul segmentului BC.
6.Se consideră $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ astfel încât $\cos x=\frac{1}{4}$. Arătați că $\sin x=\frac{\sqrt{15}}{4}$.

Subiectul II

1.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}4 & -3\\ 2 & 1\end{pmatrix}$ și $B(x)=\begin{pmatrix}x & 1\\ -1 & x\end{pmatrix}$, unde x este un număr real.
a)Arătați că $\det A=10$.
b)Arătați că $2B(5)+B(-1)=3B(3)$.
c)Determinați numărul întreg x pentru care $\det\left(A\cdot B(x)-B(4x)\right)=0$.
2.Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x*y=x(y-2)+y(x-2)$.
a)Arătați că $2*4=4$.
b)Determinați numerele reale x pentru care $x*x=0$.
c)Determinați numărul real x pentru care $(x*1)*(x+1)=4$.

Subiectul III

1.Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=\frac{2}{2x^2+1}$.
a)Arătați că $f'(x)=\frac{-8x}{(2x^2+1)^2}$, $x\in\mathbb{R}$.
b)Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x=0$, situat pe graficul funcției f.
c)Arătați că $\lim\limits_{x\to\infty}(xf(x)\ln x)=0$.
2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x^3+6x+1$.
a)Arătați că $\int_1^2(f(x)-x^3-1)\,dx=9$.
b)Arătați că $\int_0^1\frac{x^2}{f(x)-6x}dx=\frac{1}{3}\ln 2$.
c)Determinați numărul real a pentru care $\int_0^1 f\left(\sqrt{x}\right)dx=\frac{a^3}{5}$.

Testul 32 (Examen de bacalaureat naţional2021, sesiunea I)

Subiectul I

1.Arătaţi că $2\cdot\left(2-\frac{3}{4}:\frac{1}{2}\right)=1$.
2.Se consideră funcţiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x+2$ şi $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, g(x)=x-4$.Arătaţi că $f(1)+g(1)=0$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $2^{4-x}=4$.
4.Un produs costă 70 de lei.Determinaţi preţul produsului după o scumpire cu 30%.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-3,4)$, $B(-3,0)$ şi $C(0,4)$.Calculaţi perimetrul triunghiul ABC.
6.Se consideră triunghiul ABC, în care $AC=2, BC=4$ şi unghiul A are măsura egală cu 30°. Arătaţi că $\sin B=\frac{1}{4}$.

Subiectul II

1.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}3 & -2\\ 2 & 1\end{pmatrix}$,$B=\begin{pmatrix}4 & -3\\ 3 & 1\end{pmatrix}$ şi $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.
a)Arătaţi că $\det A=7$.
b)Arătaţi că $2B+I_2=3A$.
c)Determinaţi matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $A\cdot X-B\cdot X=I_2-X$.
2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=3-(x-3)(y-3)$.
a)Arătaţi că $1*3=3$.
b)Arătaţi că $e=2$ este elementul neutru al legii de compoţitie „$*$”.
c)Determinaţi mulţimea valorilor reale ale lui x pentru care $x*(x+6)\geq 3$.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}, f(x)=\frac{4}{x}+\ln x-5$.
a)Arătaţi că $f'(x)=\frac{x-4}{x^2}, x\in(0,+\infty)$.
b)Determinaţi intervalele de monotonie a funcţiei f.
c)Arătaţi că nu există asimptotă spre $+\infty$ la graficul funcţiei f.
2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=e^x+3x^2+3$.
a)Arătaţi că $\int_1^2 (f(x)-e^x-3)\,dx=7$.
b)Arătaţi că $\int_0^1 x(f(x)-3x^2)\,dx=\frac{5}{2}$.
c)Determinaţi $a\in(0,1)$,ştiind că $\int_0^a \frac{1}{f(x)-f'(x)}\,dx=\frac{1}{6}$.

Testul 33 (Examen de bacalaureat național 2021, model oficial MEN)

Subiectul I

1.Arătați că $\left(0{,}25\cdot 10-\frac{1}{2}\right)\left(0{,}25\cdot 10+\frac{1}{2}\right)=6$.

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x^2-ax+1$, unde a este număr real. Determinați numărul real a, știind că punctul $A(2,1)$ aparține graficului funcție f.

3.Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $3^{x+2}+3^x=30$.

4.Un obiect costă 500 de lei.Determinați prețul obectului după o scumpire cu 20%.

5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0,3)$ și $B(8,3)$.Punctul M este mijlocul segmentului AB.Calculați distanța de la punctul M la punctul $O(0,0)$.

6.Se consideră triunghiul ABC dreptunghic în A, cu AB=5 și AC=10.Calculați aria triunghiului ABC.

Subiectul II

1.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 3\\ 1 & 2\end{pmatrix}$ și $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

a)Arătați că $detA=-1$.

b)Arătați că $A\cdot A-3A=I_2$.

c)Se consideră matricea $X=\begin{pmatrix}1 & x\\ y & 1\end{pmatrix}$, unde x și y sunt numere reale.Determinați numerele reale x și y pentru care $A\cdot X-X\cdot A=\begin{pmatrix}-2 & 1\\ -1 & 2\end{pmatrix}$.

.

2.Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x\circ y=4xy+x+y$.

a)Arătați că $3\circ 2=29$.

b)Demostrați că $x\circ y=\frac{(4x+1)(4y+1)-1}{4}$, pentru orice numere reale x și y.

c)Determinați mulțimea valorilor reale ale lui x pentru care $x\circ x\leq 2$.

Subiectul III

1.Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=e^x+\frac{x}{x^2+1}$.

a)Arătați că $f'(x)=e^x+\frac{1-x^2}{(x^2+1)^2}$, $x\in\mathbb{R}$.

b)Determinați ecuația asimptotei orizontale spre $-\infty$ la graficul funcției f.

c)Demonstrați că $\frac{2-e}{2e}\leq f(x)\leq\frac{2e+1}{2}$, pentru orice $x\in[-1,1]$.

2. Se consideră funcția $f:[0,+\infty)\to\mathbb{R}, f(x)=(x+1)\sqrt{x}$.

a)Arătați că $\int_1^2\frac{f(x)}{\sqrt{x}}dx=\frac{5}{2}$.

b)Arătați că volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei Ox a graficului funcției $g:[0,1]\to\mathbb{R}$, $g(x)=f(x)$, este egal cu $\frac{17\pi}{12}$.

c)Determinați numărul real a, știind că $\int_1^e\frac{f(x)\sqrt{x}\ln x}{x+1}dx=\frac{e^2+a}{4}$.

Testul 34(Examenul de bacalaureat naţional 2021, simulare clasa a 12 − a)

Subiectul I

1.Arătaţi că $(1+3i)^2-6i=-8$, unde $i^2=-1$.
2.Se consideră funcţiile f:ℝ→ℝ, $f(x)=x+1$ şi g:ℝ→ℝ, $g(x)=3x-7$. Determinaţi coordonatele punctului de intersecţie a graficelor celor două funcţii.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{3-x}=2x$.
4.Arătaţi că numărul de submulţimi cu două elemente ale mulţimii A={1,2,3,4,5} este egal cu numărul de submulţimi cu trei elemente ale mulţimii A.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,2)$, $B(-1,0)$şi $C(0,a)$, unde a este număr real. Determinaţi numărul real a, ştiind că dreapta AB conţine punctul C.
6.Se consideră numărul real $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ astfel încât cosx+sin $\frac{\pi}{6}=1$.Calculaţi sinx.

Subiectul II

1.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}2 & 4\\ -1 & -2\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}-2 & -6\\ 1 & 3\end{pmatrix}$ şi $M(x)=A+xB$, unde x este număr real.
a)Arătaţi că $detA=0$.
b)Demonstraţi că $M(x)\cdot M(1)=xM(1)$, pentru orice număr real x.
c)Determinaţi numărul natural n, ştiind că $M(4)\cdot M(3)\cdot M(2)\cdot M(1)=nM(1)$.
2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=x+y+x^2y^2$.
a)Arătaţi că $1*2=7$.
b)Demonstraţi că e=0 este elementul neutru al legii de compoziţie „$*$”.
c)Determinaţi numerele întregi x pentru care $(-2)*x\leq 3$.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia f:ℝ →ℝ,$f(x)=e^x+x^4-2x+2$.
a)Arătaţi că $f'(x)=e^x+4x^3-2$, $x\in\mathbb{R}$.
b)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă x=0, situat pe graficul funcţiei f.
c)Demonstraţi că funcţia f este convexă.
2. Se consideră funcţia f:$(0,+\infty)$ →ℝ,$f(x)=x-\frac{1}{x}$.
a)Arătaţi că $\int_1^3\left(f(x)+\frac{1}{x}\right)dx=4$.
b)Arătaţi că $\int_1^2\left(f(x)+\frac{1}{x}\right)\ln x\,dx=2\ln 2-\frac{3}{4}$.
c)Determinaţi cel mai mare număr natural nenul n pentru care $\int_1^{\sqrt{2}}x^{n+1}f^n(x)\,dx\geq\frac{1}{2021}$.

Testul 35(Examen de bacalaureat naţional2020, sesiunea II)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\left(10+\frac{1}{2}\right)\left(10-\frac{1}{2}\right)=\frac{399}{4}$.
2.Determinaţi abscisa punctului de intersecţie a graficelor funcţiilor f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x+1$ şi g:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=10-x$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_7(x^2+13)=2$.
4.După o ieftinire cu 20%, preţul unei tablete este 800 de lei.Determinaţi preţul tabletei înainte de ieftinire.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(2,1) şi B(2,7) .Punctul M este mijlocul segmentului AB.Calculaţi lungimea segmentului AM.
6.Arătaţi că $2\sin^2 30^\circ-\sin^2 45^\circ=0$.

Subiectul II

1.Se consideră matricea $A(a)=\begin{pmatrix} a+1 & 1 \\ 1 & a-1 \end{pmatrix}$, unde a este număr real.
a)Arătaţi că $\det(A(0))=-2$.
b)Arătaţi că $A(a)\cdot A(-a)=(2-a^2)I_2$, pentru orice număr real a, unde $I_2=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
c)Determinaţi matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, ştiind că $A(1)\cdot X=A(2)$.
2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=x^2+xy-x-y+1$.
a)Arătaţi că $3*2=11$.
b)Demonstraţi că $x*(-x)=1$, pentru orice număr real x.
c)Determinaţi numărul real x pentru care $2^x*4=1$.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=\frac{x^2+2x+3}{x^2+2x+2}$.
a)Arătaţi că $f'(x)=\frac{-2(x+1)}{(x^2+2x+2)^2}$, $x\in\mathbb{R}$.
b)Determinaţi ecuaţia asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcţiei f.
c)Determinaţi imaginea funcţiei f.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=\frac{x+2}{\sqrt{x^2+4}}$.
a)Arătaţi că $\int_0^1 f(x)\sqrt{x^2+4}\,dx=\frac{5}{2}$.
b)Arătaţi că $\int_0^1 (f^2(x)-1)\,dx=2\ln\frac{5}{4}$.
c)Determinaţi F:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, primitiva funcţiei f pentru care $F(0)=0$.

Testul 36(Examen de bacalaureat naţional2020, sesiunea I)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\sqrt{3}(2\sqrt{3}+1)-\sqrt{3}=6$.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=x^2-4x+2$.Determinaţi numerele reale a pentru care $f(a)=2$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{x-1}=3$.
4.După o ieftinire cu 10%, un obiect costă 180 de lei.Determinaţi preţul iniţial al obiectului.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(4,1)$, $B(-4,1)$ şi $C(0,4)$.Determinaţi lungimea înălţimii din vârful C în triunghiul ABC.
6.Arătaţi că $\sqrt{3}\cdot\sin 60^\circ-\sqrt{2}\cdot\cos 45^\circ=\frac{1}{2}$.

Subiectul II

1.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 3\\ 0 & 2\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.
a)Arătaţi că detA=2.
b)Arătaţi că $3A-A\cdot A=2I_2$.
c)Determinaţi numărul real x pentru care $(xA-I_2)(xA-I_2)=5A-I_2$.
2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x\circ y=x^2+(x+1)(y+1)+y^2$.
a)Arătaţi că $3\circ(-1)=10$.
b)Demonstraţi că legea de compoziţie „$\circ$” este comutativă.
c)Demonstraţi că $x\circ 1\geq 2$, pentru orice număr real x.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia f:$(0,+\infty)\to\mathbb{R}$,$f(x)=(x-1)\ln x$.
a)Arătaţi că $f'(x)=1-\frac{1}{x}+\ln x, x\in(0,+\infty)$.
b)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă x=1, situat pe graficul funcţiei f.
c)Demonstraţi că funcţia f, este descrescătoare pe intervalul $(0,1]$.
2. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=1+\frac{x}{x^2+1}-\frac{2}{x^2+1}$.
a)Arătaţi că $\int_0^1(x^2+1)f(x)\,dx=-\frac{1}{6}$.
b)Determinaţi primitiva F a funcţiei f pentru care care $F(0)=0$.
c)Arătaţi că $\int_1^2\left(f(x)+f\left(\frac{1}{x}\right)\right)dx=\ln\frac{5}{2}$.

Testul 37 (Examen de bacalaureat național 2020, sesiunea specială)

Subiectul I

1.Arătați că $\sqrt{5}(1+2\sqrt{5})-\sqrt{5}=10$.
2.Se consideră funcția f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=x^2-3x+1$. Arătați că $f(1)=f(2)$.
3.Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_5(x^2-21)=\log_5 4$.
4.După o scumpire cu 10%, un obiect costă 220 de lei.Determinați prețul inițial al obiectului.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(4,8) și B(0,4). Știind că punctul M este mijlocul segmentului AB, determinați coordonatele punctului M.
6.În triunghiul ABC, $m(\sphericalangle B)=m(\sphericalangle C)=60°$.Calculați cosinusul unghiului A.

Subiectul II

1.Se consideră matricele A=$\begin{pmatrix}1 & 6\\ -1 & -4\end{pmatrix}$, B=$\begin{pmatrix}1 & 2\\ 2 & 4\end{pmatrix}$ și O_2=$\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$.
a)Arătați că detA=2.
b)Arătați că B·A+B=O_2.
c)Determinați numerele naturale n pentru care $\det(B+nA)=\det B+n\det A$.
2.Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție x∘y=x+2y+1.
a)Arătați că $1\circ(-1)=0$.
b)Demonstrați că $x\circ\left(-\frac{1}{2}\right)=x$, pentru orice număr real real x.
c)Arătați că legea de compoziție „∘” **nu** admite element neutru.

Subiectul III

1.Se consideră funcția f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=\frac{x^2+2}{x^2+1}$.
a)Arătați că $f'(x)=\frac{-2x}{(x^2+1)^2}$, $x\in\mathbb{R}$.
b)Determinați ecuația asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcției f.
c)Demonstrați că $f(x)+\ln(x^2+1)<\frac{5}{2}$, pentru orice $x\in[0,1]$.
2. Se consideră funcția f:$(-1,+\infty)\to\mathbb{R}$,$f(x)=\frac{e^x}{x+1}$.
a)Arătați că $\int_0^2(x+1)f(x)\,dx=e^2-1$.
b)Arătați că $\int_0^1\frac{f'(x)}{f(x)}dx=1-\ln 2$.
c)Arătați $\int_0^1 f(x)\,dx+\int_0^1 e^x\ln(x+1)\,dx=e\ln 2$.

Testul 38(Examen de bacalaureat naţional 2020, model oficial MEN)

Subiectul I

1. Arătaţi că $(10-2\cdot 3)(10+2\cdot 3)=64$.
2. Se consideră x_1 şi x_2 soluţiile ecuaţiei $x^2-7x+10=0$. Arătaţi că $2(x_1+x_2)-x_1x_2=4$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_2(x-2020)=2\log_2 3$.
4.Un obiect costă 200 de lei.Determinaţi preţul obectului după o scumpire cu 10%.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,4)$, $B(4,4)$.Calculaţi distanţa de la punctul $O(0,0)$ la mijlocul segmentului AB.
6.Arătaţi că $\sin 60^\circ+\cos 150^\circ=0$.

Subiectul II

1.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}-2 & 9\\ 0 & -2\end{pmatrix}$ şi $B(x)=\begin{pmatrix}x & -3x\\ 0 & x\end{pmatrix}$, unde x este număr real.
a)Arătaţi că $\det A=4$.
b)Determinaţi numărul real x pentru care $B(x)\cdot B(-x)+B(x)=A$.
c)Rezolvaţi în $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ ecuaţia $B(1)\cdot X=A$.

.

2.Pe mulţimea $M=(0,+\infty)$ se defineşte legea de compoziţie $x\circ y=\frac{x^2+y^2}{xy}$.
a)Arătaţi că $3\circ\frac{1}{3}=\frac{82}{9}$.
b)Demostraţi că $x\circ y\geq 2$, pentru orice $x,y\in M$.
c)Determinaţi $a\in M$, pentru care $a^2\circ\frac{1}{a^2}=2$.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x(x^2-12)+3$.
a)Arătaţi că $f'(x)=3(x-2)(x+2), x\in\mathbb{R}$.
b)Arătaţi că $\lim\limits_{x\to 3}\frac{f(x)+6}{x-3}=15$.
c)Demonstraţi că $-13\leq f(x)\leq 19$, pentru orice $x\in[-2,2]$.
2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x^5+x+1$.
a)Arătaţi că $\int_{-1}^{1}(f(x)-x^5-1)\,dx=0$.
b)Calculaţi $\int_0^1 x^{2020}(f(x)-x-1)\,dx$.
c)Arătaţi că volumul corpului obţinut prin rotaţia în jurul axei Ox a graficului funcţiei $g:[1,2]\to\mathbb{R}$, $g(x)=\frac{1}{x}(f(x)-x^5)$ este egal cu $\pi\left(2\ln 2+\frac{3}{2}\right)$.

Testul 39 (Examen de bacalaureat naţional2019, sesiunea II subiect de rezervă)

Subiectul I

1.Arătaţi că $6\sqrt{3}+2\left(1-\sqrt{27}\right)=2$.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-4$.Calculaţi $f(0)\cdot f(1)\cdot f(2)$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_5(20x-6)=\log_5 14$.
4.După o scumpire cu 10%, un obiect costă 440 de lei.Determinaţi preţul iniţial al obiectului.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(3,4),B(0,6) şi C(6,0).Calculaţi distanţa de la punctul A la mijlocul segmentului BC.
6.Arătaţi că $\frac{\cos 30^\circ}{1+\sin 30^\circ}=\operatorname{tg}30^\circ$.

Subiectul II

1.Se consideră matricele $M=\begin{pmatrix}-1 & 2\\ -6 & -9\end{pmatrix}$ şi $A(a)=\begin{pmatrix}a+1 & a+2\\ a-2 & a+1\end{pmatrix}$, unde a este număr real.
a)Arătaţi că detM=21.
b)Demonstraţi că $A(-a)+A(a)=2A(0)$, pentru orice număr real a.
c)Determinaţi numerele reale a şi b pentru care $A(a)\cdot A(b)=M$.
2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x\circ y=2(x+y)-\frac{xy}{2}$.
a)Arătaţi că $2\circ(-2)=2$.
b)Determinaţi numărul natural nenul n pentru care $n\circ\frac{1}{n}=\frac{9}{2}$.
c)Determinaţi numărul real y astfel încât $x\circ y=8$, pentru orice număr real x.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=\frac{x}{x^2+4}$.
a)Arătaţi că $f'(x)=\frac{(2-x)(2+x)}{(x^2+4)^2}$, $x\in\mathbb{R}$.
b)Determinaţi ecuaţia asimptotei orizontale spre $-\infty$ la graficul funcţiei f.
c)Determinaţi mulţimea valorilor funcţiei f.
2.Se consideră funcţia f:$(-1,+\infty)\to\mathbb{R}$,$f(x)=\frac{1}{x+1}-\frac{1}{x+2}$.
a)Arătaţi că $\int_0^2 x(x+1)\left(f(x)+\frac{1}{x+2}\right)dx=2$.
b)Arătaţi că $\int_0^1 xf(x)\,dx=\ln\frac{9}{8}$.
c)Determinaţi numărul natural p, ştiind că suprafaţa plană delimitată de graficul funcţiei f, axa Ox şi dreptele de ecuaţii x=0 şi x=1 are aria egală cu $\ln\left(p^2+\frac{1}{3}\right)$.

Testul 40(Examen de bacalaureat naţional2019, sesiunea II)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\left(\frac{3}{2}-\frac{2}{3}\right):\left(\frac{3}{2}+\frac{2}{3}\right)\cdot\frac{13}{5}=1$.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x-4$.Determinaţi numărul real m, ştiind că $f(m+1)=m$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_7(2x+3)=\log_7 9$.
4.Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulţimea A={10,20,30,40,50,60,70,80,90}, acesta să fie multiplu de 3.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele M(4,1),N(1,5) şi P(4,5).Calculaţi aria triunghiului MNP.
6.Arătaţi că $\frac{1}{\sqrt{3}}\cdot\sin 60^\circ+\sin^2 45^\circ=1$.

Subiectul II

1.Se consideră matricele A=$\begin{pmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{pmatrix}$ şi M(a)=$\begin{pmatrix}1+a & -a\\ a & 1-a\end{pmatrix}$, unde a este număr real.
a)Arătaţi că detA=-2.
b)Demonstraţi că $M(a)\cdot M(b)=M(a+b)$, pentru orice numere reale a şi b.
c)Determinaţi matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $M(1)\cdot X\cdot M(2)=A$.
2.Se consideră polinomul f=$2X^3-4X^2+4X-3$.
a)Arătaţi că $f(0)=-3$.
b)Demonstraţi că numărul a=$\frac{3}{x_1}+\frac{3}{x_2}+\frac{3}{x_3}$ este natural,unde x_1, x_2 şi x_3 sunt rădăcinile polinomului f.
c)Demonstraţi că polinomul f **nu** are toate rădăcinile reale.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=\frac{x}{x^6+5}$.
a)Arătaţi că $f'(x)=\frac{5(1-x^3)(1+x^3)}{(x^6+5)^2}$, $x\in\mathbb{R}$.
b)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă x=0, situat pe graficul funcţiei f.
c)Determinaţi mulţimea valorilor funcţiei f.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=(x-1)e^x$.
a)Arătaţi că $\int_0^1\frac{f(x)}{e^x}dx=-\frac{1}{2}$.
b)Demonstraţi că F:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $F(x)=(x-2)e^x+2019$ este o primitivă a funcţiei f.
c)Calculaţi $\int_0^1 f^2(x)f'(x)\,dx$.

Testul 41 (Examen de bacalaureat naţional2019, sesiunea I)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\sqrt{7}(\sqrt{7}+1)-\sqrt{7}=7$.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=x^2-6x+8$.Determinaţi coordonatele punctului de intersecţie a graficului funcţiei f cu axa Oy.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_5(x^2+9)=2$.
4.După o ieftinire cu 40%, preţul unui obiect este 300 de lei. Calculaţi preţul obiectului înainte de ieftinire.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3,2)$, $B(-3,2)$ şi $C(0,6)$.Determinaţi, în triunghiul ABC, lungimea medianei din vârful C.
6.Arătaţi că $\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\sin 60^\circ-\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\sin 45^\circ=\frac{1}{4}$.

Subiectul II

1.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}6 & -10\\ 3 & -5\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ şi $M(a)=I_2+aA$, unde a este număr real.
a)Arătaţi că detA=0.
b)Demonstraţi că $M(a)\cdot M(b)=M(a+b+ab)$, pentru orice numere reale a şi b.
c)Determinaţi numărul real a pentru care $M(1)+M(2)+\cdots+M(2019)=2019M(a)$.
2.Se consideră polinomul $f=mX^3+2X^2-mX-2$, unde m este număr real nenul.
a)Arătaţi că $f(1)=0$, pentru orice număr real nenul m.
b)Pentru m=3, determinaţi rădăcinile polinomului f.
c)Determinaţi numărul real nenul m pentru care $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_3}=-4$, unde x_1, x_2 şi x_3 sunt rădăcinile polinomului f.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=x^3-3x+5$.
a)Arătaţi că $f'(x)=3(x-1)(x+1)$, $x\in\mathbb{R}$.
b)Demonstraţi că funcţia f este convexă pe $[0,+\infty)$.
c)Demonstraţi că $f(x)\leq 7$, pentru orice $x\in(-\infty,1]$.
2. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=\sqrt{3x^2+6x+7}$.
a)Arătaţi că $\int_0^1 f^2(x)\,dx=11$.
b)Calculaţi $\int_{-1}^{1}\frac{x+1}{f(x)}dx$.
c)Demonstraţi că, pentru orice $a\in(0,+\infty)$, suprafaţa plană delimitată de graficul funcţiei f, axa Ox şi dreptele de ecuaţii x=0 şi x=a are aria mai mare sau egală cu $a\sqrt{7}$.

Testul 42 (Examen de bacalaureat naţional 2019, sesiunea specială)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\left(1-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\right):\left(1-\frac{1}{12}\right)=1$.

2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=x^2+4$. Arătaţi că $f(-2)+f(2)=4f(0)$.

3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_8(x^2-27)=\log_8(x-3)^2$.

4.Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr n din mulţimea M={10,11,12,13,14,15,16,17,18,19}, acesta să fie număr par.

5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(4,3) şi B(8,3). Determinaţi coordonatele punctului C, ştiind că punctul B este mijlocul segmentului AC.

6. Arătaţi că $\cos^2 30^\circ+\sin^2 60^\circ-2\cos 30^\circ\cdot\sin 60^\circ=0$.

Subiectul II

1.Se consideră matricele $M=\begin{pmatrix}2 & 1\\ 1 & 2\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ şi $A(a)=\begin{pmatrix}a & 1\\ 3 & 2\end{pmatrix}$, unde a este număr real.

a)Arătaţi că detM=3.

b)Determinaţi numărul real a pentru care $A(a)\cdot A(a)=4A(a)-I_2$.

c)Determinaţi numărul real a pentru care $\det(aA(a)+M)=0$.

2.Se consideră polinomul $f=X^3-4X^2+mX+2$, unde m este număr real.

a)Arătaţi că $f(2)=2m-6$, pentru orice număr real m.

b)Demonstraţi că , pentru orice număr real m, numărul $E=x_1^2x_2x_3+x_1x_2^2x_3+x_1x_2x_3^2$ este întreg, unde x_1, x_2 şi x_3 sunt rădăcinile polinomului f.

c)Pentru m=3, determinaţi rădăcinile polinomului f.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=7x^3-5x^2+x+1$.

a)Arătaţi că $f'(x)=(3x-1)(7x-1), x\in\mathbb{R}$.

b)Calculaţi $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x\,f'(x)}{f(x)}$.

c)Demonstraţi că $f(x)\le\frac{52}{49}$, pentru orice $x\in(-\infty,\frac{1}{3}]$.

2. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=\begin{cases}x^2+8x-2, x\in(-\infty,0]\\ x-2, x\in(0,+\infty)\end{cases}$

a)Arătaţi că $\int_1^2 f(x)\,dx=-\frac{1}{2}$.

b)Demonstraţi că funcţia f admite primitive pe $\mathbb{R}$.

c)Demonstraţi că suprafaţa plană delimitată de graficul funcţiei f, axa Ox şi dreptele de ecuaţii x=−1 şi x=0 are aria egală cu $\frac{17}{3}$.

Testul 43 (Examen de bacalaureat naţional 2019, model oficial MEN)

Subiectul I

1. Arătaţi că numărul $N=(4+3i)^2+(3-4i)^2$ este natural, unde $i^2=-1$.
2. Determinaţi numerele reale a , ştiind că punctul $A(a,a)$ aparţine graficului funcţiei $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2-x^2$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $5^x+5^{x+1}=30$.
4.Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulţimea $M=\{\sqrt{1},\sqrt{2},\sqrt{3},\dots,\sqrt{49}\}$, acesta să fie număr natural.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,5)$, $B(3,5)$ şi $C(2,1)$.Determinaţi lungimea medianei din B a triunghiului ABC.
6.Demonstraţi că $(\sin x+\cos x)^2+(\sin x-\cos x)^2=2$, pentru orice număr real x.

Subiectul II

1.Se consideră matricea $A(x,y)=\begin{pmatrix} x & -y \\ y & x \end{pmatrix}$,unde x şi y sunt numere reale.
a)Arătaţi că $\det(A(1,1))=2$.
b)Determinaţi numărul natural n pentru care $A(n-1,0)+A(n+1,0)=A(2018,0)$.
c)Determinaţi numărul real a , ştiind că există un număr real x pentru care $A(x,1)\cdot A(x,1)=A(a,-2)$.
2.Se consideră polinomul $f=X^3-7X^2+mX-8$, unde m este număr real.
a)Arătaţi că $f(-1)+f(1)=-30$.
b)Determinaţi câtul şi restul împărţirii polinomului f la X^2-3X+1 , ştiind că f se divide cu $X-2$.
c)Determinaţi numărul real m pentru care polinomul f are trei rădăcini reale pozitive, în progresie geometrică.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia $f:(-2,+\infty)\to\mathbb{R}, f(x)=\frac{x^2+2x+1}{x+2}$.
a)Arătaţi că $f'(x)=\frac{(x+1)(x+3)}{(x+2)^2}$, $x\in(-2,+\infty)$.
b)Determinaţi ecuaţia asimptotei oblice spre $+\infty$ la graficul funcţiei f.
c)Demonstraţi că funcţia f este convexă pe $(-2,+\infty)$.
2. Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}, f(x)=x^2+\frac{1}{x}$.
a)Determinaţi primitiva F a funcţiei f pentru care $F(1)=0$.
b)Arătaţi că volumul corpului obţinut prin rotaţia în jurul axei Ox a graficului funcţiei $g:[1,2]\to\mathbb{R}$, $g(x)=f(x)$ este egal cu $\frac{97\pi}{10}$.
c)Determinaţi numărul $m\in(1,+\infty)$, ştiind că $\int_1^m (f(x)-x^2)\ln x\,dx=\frac{1}{2}$.

Testul 44(Examenul de bacalaureat naţional 2019, simulare clasa a 12 − a)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\left(1+\sqrt{5}\right)^2-\sqrt{20}=6$.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+2x-3$. Calculaţi distanţa dintre punctele de intersecţie a graficului funcţiei f cu axa Ox.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $4^x\cdot 8^{x+1}=16^{2x}$.
4.Determinaţi numerele naturale de trei cifre care au produsul cifrelor egal cu 15.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctul $A(a,a+1)$, unde a este număr real. Determinaţi numărul real a, ştiind că punctul A se află pe dreapta de ecuaţie y=2x−1.
6.Demonstraţi că $(2\sin x+3\cos x)^2+(3\sin x-2\cos x)^2=13$, pentru orice număr real x.

Subiectul II

1.Se consideră matricea $A(x)=\begin{pmatrix} x & x-1 \\ x-1 & x \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
a)Arătaţi că $\det(A(2))=3$.
b)Demonstraţi că $A(x)\cdot A(y)=A(2xy-x-y+1)$, pentru orice numere reale x şi y.
c)Determinaţi numărul real a, ştiind că $A(a)=A(x)\cdot A\left(\frac{1}{2}\right)\cdot A(y)$, pentru orice numere reale x şi y.
2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x*y=x+y-\frac{xy}{4}$.
a)Arătaţi că 6∗2=5.
b)Determinaţi numerele reale x, pentru care x∗(4x)=6.
c)Calculaţi 1∗2∗3∗...∗2019.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=3+\frac{x-3}{e^x}$.
a)Arătaţi că $f'(x)=\frac{4-x}{e^x}$, x$\epsilon\mathbb{R}$.
b)Arătaţi că funcţia f este convexă pe $[5,+\infty)$.
c)Demonstraţi că $x-3\leq e^{x-4}$, pentru orice număr real x.
2. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=6x^2+4x+1$.
a)Arătaţi că $\int_0^1 f(x)\,dx=5$.
b)Demonstraţi că orice primitivă a funcţiei f este crescătoare pe $\mathbb{R}$.
c)Determinaţi numărul real a , a>1, pentru care $\int_1^a \frac{f(x)}{x}dx=13+\ln a$.

Testul 45 (Examenul de bacalaureat naţional 2019, simulare clasa a $11-a$)

Subiectul I

1.Rezultatul calculului $\frac{1}{\sqrt{2}+1}+\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}-\left(\sqrt{3}-2\right)$ este:

A. $\sqrt{2}-1$ B. 1 C. $1+\sqrt{3}$ D. 3

2.Punctul de intersecţie a graficelor funcţiilor $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x-1$ şi $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=-3x+9$ este:

A. $P(1,1)$ B. $P(2,1)$ C. $P(2,3)$ D. $P(3,2)$

3.Mulţimea soluţiilor ecuaţiei $3\cdot 2^x+2^{x+3}=44$ este:

A. $\{0\}$ B. $\{1\}$ C. $\{2\}$ D. $\{4\}$

4.Probabilitatea ca, alegând un număr din mulţimea numerelor naturale de două cifre,acesta să aibă produsul cifrelor egal cu 0 este egală cu:

A. $\frac{9}{10}$ B. $\frac{8}{9}$ C. $\frac{1}{9}$ D. $\frac{1}{10}$

5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0,a)$,$B(3,4)$ şi $C(6,0)$, unde a este număr real.Dacă $OB\parallel AC$, atunci numărul real a este egal cu:

A. -8 B. $-\frac{9}{2}$ C. $\frac{9}{2}$ D. 8

6.Se consideră triunghiul ABC dreptunghic în A cu AB=5 şi BC=13.Tangenta unghiului B este egală cu:

A. $\frac{5}{13}$ B. $\frac{5}{12}$ C. $\frac{13}{12}$ D. $\frac{12}{5}$

Subiectul II

1.Se consideră determinantul $D(a)=\begin{vmatrix} a+1 & 2a+2 & a^2-1 \\ 2 & 3 & 5 \\ 1 & 2 & 4 \end{vmatrix}$, unde a este număr real.

a)Arătaţi că $D(0)=-5$.

b)Demonstraţi că $D(a)=(a-5)(a+1)$, pentru orice număr real a.

c)Determinaţi numerele întregi a pentru care $D(a)<-3a-3$.

2.Se consideră matricea $M(x)=\begin{pmatrix} 1-x & x \\ -x & 1+x \end{pmatrix}$, unde x este număr real.

a)Arătaţi că $M(-1)+M(1)=2M(0)$.

b)Demonstraţi că $M(x)\cdot M(y)=M(x+y)$, pentru orice numere reale x şi y.

c)Determinaţi că pentru orice număr real a, există un număr real x astfel încât $M(x)\cdot M(x)=M(a)$.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=x^2-5x+4$.

a)Arătaţi că $\lim\limits_{x\to 1}\frac{f(x)}{x-1}=-3$.

b)Calculaţi $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{f(x+1)}$.

c)Determinaţi ecuaţia asimptotei oblice spre $+\infty$ la graficul funcţiei $g:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $g(x)=\frac{f(x)}{x}$.

2.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases}\sqrt{1-x}, x\in(-\infty,1)\\ \frac{2-x-x^2}{x},\ x\in[1,+\infty)\end{cases}$.

a)Demonstraţi că funcţia f este continuă în punctul x=1.

b)Calculaţi $\lim\limits_{x\to-3}\frac{f(x)-2}{x+3}$.

c)Demonstraţi că, pentru orice număr real a, ecuaţia $f(x)=a$ are cel puţin o soluţie.

Testul 46(Examen de bacalaureat naţional2018, sesiunea II)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\left(2-\frac{1}{2}\right)\cdot\left(3-\frac{1}{3}\right)\cdot\left(4-\frac{1}{4}\right)\cdot\frac{1}{5}=3$.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+2$.Determinaţi numerele reale a pentru care $f(a)+f(a+1)=5$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $5^{2x-4}=25$.
4.Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr n din mulţimea M={10,15,20,25,30,35,40,45,50}, acesta să fie un număr divizibil cu 10.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(6,1),B(2,5).Calculaţi lungimea segmentului OM, unde M este mijlocul segmentului AB.
6.Arătaţi că $2\sin45^\circ\cdot\cos45^\circ-\sin^260^\circ=\frac{1}{4}$.

Subiectul II

1.Se consideră matricele A=$\begin{pmatrix}5 & 1\\ 4 & 8\end{pmatrix}$ şi M(a)=$\begin{pmatrix}a-2 & 1\\ 4 & a+1\end{pmatrix}$, unde a este număr real.
a)Arătaţi că detA=36.
b)Determinaţi valorile reale ale lui a pentru care matricea M(a) este inversabilă.
c)Determinaţi numerele reale x şi y pentru care $M(x)\cdot M(y)=A$.
2.Se consideră polinomul $f=X^3+mX-6$.
a)Arătaţi că $f(1)=m-5$, pentru orice număr real m.
b)Determinaţi numărul real m pentru care $x_1^2+x_2^2+x_3^2=4$, unde x_1, x_2 şi x_3 sunt rădăcinile polinomului f.
c)Pentru m=−7, determinaţi numerele reale p şi q, pentru care $f=(X+1)(X^2+pX+q)$.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=x^3-3x^2+3$.
a)Arătaţi că $f'(x)=3x(x-2), x\in\mathbb{R}$.
b)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă x=1, situat pe graficul funcţiei f.
c)Demonstraţi că $f(x)\geq-1$,pentru orice $x\in[0,+\infty)$.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=\begin{cases}3x^2-x, x\in(-\infty,1]\\ 2+\frac{1}{x}\cdot\ln x, x\in(1,+\infty)\end{cases}$.
a)Arătaţi că $\int_{-1}^{1}f(x)\,dx=2$.
b)Arătaţi că funcţia f admite primitive pe $\mathbb{R}$.
c)Determinaţi numărul natural n pentru care $\int_0^2 f(x)\,dx=\frac{n^2-4+\ln^22}{2}$.

Testul 47 (Examen de bacalaureat naţional2018, sesiunea I subiect de rezervă)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\left(1-\frac{1}{2}\right)(1+0{,}5)=\frac{3}{4}$.
2. Determinaţi abscisa punctului de intersecţie a graficelor funcţiilor f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=3x-5$ şi g:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=1-3x$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_3(x+5)=\log_3 9$.
4.După o ieftinire cu 30%, preţul unui obiect este 700 de lei.Determinaţi preţul obiectului înainte de ieftinire.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0,6)$ şi $B(8,0)$.Determinaţi lungimea medianei din vârful O în triunghiul AOB.
6.Arătaţi că $\sqrt{2}\cdot\sin45^\circ-(\sin30^\circ+\cos60^\circ)=0$.

Subiectul II

1.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 3\\ -1 & 2\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ şi $B(x)=\begin{pmatrix}2 & x\\ 1 & 1\end{pmatrix}$, unde x este număr real.
a)Arătaţi că detA=5.
b)Arătaţi că, dacă $A+B(x)=3I_2$, atunci $A\cdot B(x)=5I_2$.
c)Determinaţi numerele reale x pentru care $\det(B(x)\cdot B(x)-I_2)=0$.
2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x\circ y=xy-9(x+y)+90$.
a)Arătaţi că $10\circ 8=8$.
b)Demonstraţi că $x\circ y=(x-9)(y-9)+9$, pentru orice numere reale x şi y.
c)Determinaţi numerele naturale n pentru care $n\circ n\leq 10$.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=\frac{x-1}{x^2+3}$.
a)Arătaţi că $f'(x)=\frac{(3-x)(x+1)}{(x^2+3)^2}$, $x\in\mathbb{R}$.
b)Determinaţi ecuaţia asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcţiei f.
c)Demonstraţi că $-1\leq f(x)+f(y)\leq\frac{1}{3}$, pentru orice numere reale x şi y.
2. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=\frac{1}{e^x}+x$.
a)Arătaţi că $\int_{-1}^{1}\left(f(x)-\frac{1}{e^x}\right)dx=0$.
b)Demonstraţi că orice primitivă a funcţiei f este concavă pe intervalul $(-\infty,0]$.
c)Calculaţi $\int_0^1 e^x f(x)\,dx$.

Testul 48(Examen de bacalaureat naţional2018, sesiunea I)

Subiectul I

1.Arătaţi că $30 \cdot \left(\frac{1}{3} - 0{,}3\right) = 1$.
2.Se consideră x_1 şi x_2 soluţiile ecuaţiei $x^2 - x + a = 0$, unde a este număr real.Determinaţi valorile reale ale lui a pentru care $x_1 x_2 - 1 < 0$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $3^{x+1} = 9^x$.
4.Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulţimea numerelor naturale de două cifre, acesta să aibă cifra unităţilor egală cu 3.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-1,-1)$ şi $B(4,4)$.Demonstraţi că punctele A, O şi B sunt coliniare.
6.Demonstraţi că $(\sin x + \cos x)^2 - \sin 2x = 1$, pentru orice număr real x.

Subiectul II

1.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix} 1 & -5 \\ 2 & 6 \end{pmatrix}$ şi $B=\begin{pmatrix} 6 & 5 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$ şi $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
a)Arătaţi că detA=16.
b)Determinaţi numărul real a pentru care $A \cdot B = aI_2$.
c)Demonstraţi că $\det\left(xA + \frac{1}{x}B\right) \geq 49$, pentru orice număr real nenul x.
2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă
$x \circ y = 5xy + 15(x + y) + 42$.
a)Arătaţi că $(-2) \circ (-2) = 2$.
b)Demonstraţi că $x \circ y = 5(x + 3)(y + 3) - 3$, pentru orice numere reale x şi y.
c)Determinaţi numărul real x, pentru care $(x - 3) \circ (x - 3) \circ (x - 3) = 197$.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = (x - 2)e^x$.
a)Arătaţi că $f'(x) = (x - 1)e^x, x \in \mathbb{R}$.
b) Arătaţi că $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 0$.
c)Demonstraţi că $-e \leq f(x) \leq 0$, pentru orice $x \in (-\infty, 2]$.
2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = 3x^2 + 1$.
a)Arătaţi că $\int_{-1}^{1} (f(x) - 1)\, dx = 2$.
b)Demonstraţi că orice primitivă a funcţiei f este crescătoare pe $\mathbb{R}$.
c)Calculaţi $\int_1^e f(x) \ln x dx$.

Testul 49(Examen de bacalaureat naţional2018, sesiunea specială)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\sqrt{3}(2-\sqrt{2})+\sqrt{2}(\sqrt{3}-\sqrt{6})=0$.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=x^2-2$.Determinaţi numerele reale a, ştiind că $f(a)=a$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $2^{7x-5}=4^x$.
4.Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr n din mulţimea A={1,2,3,4,5}, acesta să verifice relaţia $2^n\leq 16$.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele M(1,2), N(4,3) şi P(6,1). Determinaţi lungimea segmentului MQ, unde Q este mijlocul segmentului NP.
6. Arătaţi că $\sin30^\circ+\sin45^\circ-\cos60^\circ-\cos45^\circ=0$.

Subiectul II

1.Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$ şi $A(x)=\begin{pmatrix}x&1\\-1&2\end{pmatrix}$, unde x este număr real.
a)Arătaţi că $\det(A(2))=5$.
b)Determinaţi numerele reale x şi y pentru care $A(x)\cdot A(y)=3I_2$.
c)Determinaţi numărul întreg p pentru care $\det(A(p)\cdot A(p)+I_2)=5$.
2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x*y=xy-(x+y)+2$.
a)Arătaţi că $2*2=2$.
b)Demonstraţi că $x*y=(x-1)(y-1)+1$, pentru orice numere reale x şi y.
c)Calculaţi $1*2*3*...*2018$.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=\frac{x^2+x+1}{x^2+2x+2}$.
a)Arătaţi că $f'(x)=\frac{x(x+2)}{(x^2+2x+2)^2}$, $x\in\mathbb{R}$.
b)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă $x=-1$, situat pe graficul funcţiei f.
c)Demonstraţi că $1\leq f(x)+f(y)\leq 3$, pentru orice numere reale x şi y.
2. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=x^3-6x^2+12x+5$.
a)Arătaţi că $\int_0^1(f(x)-x^3)\,dx=9$.
b)Demonstraţi că orice primitivă a funcţiei f este o funcţie convexă pe $\mathbb{R}$.
c)Arătaţi că $\int_2^4\frac{3}{f'(x)+12}dx=\frac{\pi}{8}$.

Testul 50 (Examen de bacalaureat naţional2018, model oficial MEN)

Subiectul I

1. Arătaţi că numărul n=$\sqrt{8}\left(\sqrt{2}+1\right)-2\sqrt{2}$ este pătratul unui număr natural.
2. Se consideră funcţiile f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=x^2-x+2$ şi g:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$g(x)=x+1$.Determinaţi numărul real a pentru care $f(a)=g(a)$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{2x^2-6x+5}=x-1$.
4.Determinaţi câte numere naturale de trei cifre distincte au cifrele elemente ale mulţimii $\{1,2,3,4,5\}$.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(2,1) şi B(3,0).Determinaţi ecuaţia dreptei d care trece prin mijlocul segmentului AO şi este paralelă cu dreapta AB.
6.Arătaţi că $(\sin x+7\cos x)^2+(7\sin x-\cos x)^2=50$, pentru orice număr real x.

Subiectul II

1.Se consideră matricea $A(m)=\begin{pmatrix}1 & 2\\ m & m+1\end{pmatrix}$,unde m este număr real.
a)Arătaţi că $\det\big(A(0)\big)=1$.
b)Demonstraţi că $A(m)+A(-m)=2A(0)$, pentru orice număr real m.
c)Determinaţi matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $A(2)\cdot X=A(5)$.
2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x\circ y=3xy+3x+3y+2$.
a)Arătaţi că $x\circ y=3(x+1)(y+1)-1$, pentru orice numere reale x şi y.
b)Arătaţi că $x\circ\left(-\frac{2}{3}\right)=x$, pentru orice număr real x.
c)Determinaţi numerele naturale n pentru care $n\circ(n-1)<17$.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia f:$(2,+\infty)\to\mathbb{R}$,$f(x)=\frac{x^2+6x}{x-2}$.
a)Arătaţi că $f'(x)=\frac{(x-6)(x+2)}{(x-2)^2}$, $x\in(2,+\infty)$.
b)Determinaţi ecuaţia asimptotei oblice spre $+\infty$ la graficul funcţiei f.
c)Demonstraţi că funcţia f nu are puncte de inflexiune.
2. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=\frac{1}{e^x+1}$.
a)Arătaţi că $\int_0^1(e^x+1)f(x)\,dx=1$.
b)Arătaţi că $\int_0^1\frac{x}{f(x)}dx=\frac{3}{2}$.
c)Determinaţi volumul corpului obţinut prin rotaţia în jurul axei Ox a graficului funcţiei g:$[0,1]\to\mathbb{R}$, $g(x)=\sqrt{e^x f(x)}$.

Testul 51 (Examenul de bacalaureat naţional 2018, simulare clasa a 12 − a)

Subiectul I

1.Calculaţi raţia progresiei geometrice $(b_n)_{n\geq 1}$, ştiind că $b_1 = 3$ şi $b_4 = 24$.
2.Determinaţi numărul real a pentru care punctul $A(a, 2)$ aparţine graficului funcţiei $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 2x + 3$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_3(x + 1) + \log_3(x - 1) = \log_3 8$.
4.Determinaţi numerele naturale de trei cifre care au produsul cifrelor egal cu 7.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(1,2),B(5,5) şi C(7,10).Arătaţi că AC=2AB.
6.Calculaţi aria triunghiului MNP, ştiind că MN=4 şi $m(\sphericalangle N) = m(\sphericalangle P) = 75°$.

Subiectul II

1.Se consideră matricele A= $\begin{pmatrix} 3 & 7 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$, B=$\begin{pmatrix} 5 & -7 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$ şi $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
a)Arătaţi că $5A-3B=8\begin{pmatrix} 0 & 7 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$.
b)Demonstraţi că matricea B este inversa matricei A.
c)Determinaţi numerele reale x şi y, ştiind că $xA\cdot A-8A=xI_2$.
2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x*y=xy-2(x + y) + 6$.
a)Demonstraţi că $x*y=(x - 2)(y - 2) + 2$, pentru orice numere reale x şi y.
b)Determinaţi numărul real x, pentru care $x*3=2018$.
c)Calculaţi $\log_2 2 * \log_2 3 * \log_2 4 * \ldots * \log_2 2018$.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x) = x^6 - 6x + 10$.
a)Arătaţi că $\lim\limits_{x\to 1} \frac{f(x)-5}{x-1} = 0$.
b)Determinaţi intervalele de monotonie a funcţiei f.
c)Demonstraţi că $f(0,9) + f(1,1) \geq 10$.
2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x) = xe^x$.
a)Arătaţi că $\int_1^2 \frac{f(x)}{x} dx=e(e - 1)$.
b)Determinaţi primitiva $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ a funcţiei f pentru care $F(1) = 0$.
c)Determinaţi numărul real a pentru care $\int_0^1 f(x)f'(x)\, dx = \frac{1}{2}e^a$.

Testul 52(Examenul de bacalaureat național 2018, simulare clasa a $11-a$)

Subiectul I

1.Arătați că numărul $n=\frac{1}{\sqrt{3}-1}-\frac{1}{\sqrt{3}+1}$ este natural.
2.Determinați numărul real m pentru care punctul $A(1,2)$ aparține graficului funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-2x+3m$.
3.Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_2 x+\log_x 2=2$.
4.Calculați probabilitatea ca, alegând un număr n din mulțimea $M=\{1,2,3,4\}$, acesta să verifice inegalitatea $\frac{(n+2)!}{n!}\leq 20$.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,a)$,$B(b,7)$ și $C(2,5)$, unde a și b sunt numere reale.Știind că punctul C este mijlocul segmentului AB, determinați numerele reale a și b.
6.Calculați lungimea laturii AC a ΔABC, știind că $AB=6$, $m(\sphericalangle B)=45°$ și $m(\sphericalangle C)=30°$.

Subiectul II

1.Se consideră determinantul $D(x)=\begin{vmatrix} x & x & x \\ 3 & -1 & x \\ 2 & x & -1 \end{vmatrix}$, unde x este număr real.
a)Arătați că $D(-2)=16$.
b)Demonstrați că $D(x)=x(x+1)(6-x)$, pentru orice număr real x.
c)Determinați numerele naturale a pentru care $D(\sqrt{a})=0$.
2.Se consideră matricea $M(m)=\begin{pmatrix} 1 & 2-m \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, unde m este număr real.
a)Arătați că $M(1)+M(3)=2M(2)$.
b)Demonstrați că $M(m)\cdot M(n)=M(m+n-2)$, pentru orice numere reale m și n.
c)Determinați numărul real x, știind că $M(x)\cdot M(x)=M(x^2-1)$.

Subiectul III

1.Se consideră funcția $f:(2,+\infty)\to\mathbb{R}$,$f(x)=\frac{x^2-4x+3}{x-2}$.
a)Arătați că $\lim\limits_{x\to 3}\frac{f(x)}{x-3}=2$.
b)Calculați $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(2x)}{f(x)}$.
c)Determinați ecuația asimptotei oblice spre $+\infty$ la graficul funcției f.
2.Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases} 2x^2-3x+4, & x\in(-\infty,1) \\ 3x, & x\in[1,+\infty) \end{cases}$.
a)Demonstrați că funcția f este continuă în punctul $x=1$.
b)Calculați că $\lim\limits_{x\to 3}\frac{\sqrt{f(x)}-3}{x-3}$.
c)Se consideră funcția $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=1+x^3-x^4$.Demonstrați că ecuația $(f+g)(x)=0$ are cel puțin o soluție în intervalul $(0,2)$

Testul 53 (Examen de bacalaureat naţional2017, sesiunea II)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\left(4-\frac{1}{4}\right)\cdot\frac{8}{15}=2$.
2.Determinaţi numărul real m, ştiind că punctul $A(1,5)$ aparţine graficului funcţiei $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+m$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{x^2+x+1}=1$.
4.Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr n din mulţimea $A=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$, acesta să verifice egalitatea $(n-2)(n-4)=0$.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $M(0,3)$,$N(4,3)$ şi $P(4,0)$.Calculaţi perimetrul triunghiului MNP.
6.Arătaţi că $\sin^2 120^\circ-\cos^2 30^\circ=0$.

Subiectul II

1.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 3\\ 3 & -4\end{pmatrix}$ şi $B=\begin{pmatrix}2 & 2\\ 2 & 2\end{pmatrix}$.
a)Arătaţi că $\det A=-13$.
b)Arătaţi că $A\cdot B-B\cdot A=\begin{pmatrix}0 & 10\\ -10 & 0\end{pmatrix}$.
c)Determinaţi numerele reale x pentru care $\det(B\cdot B-xI_2)=0$,unde $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.
2.Se consideră polinomul $f=X^3+3X^2-X-3$.
a)Arătaţi că $f(1)=0$.
b)Determinaţi câtul şi restul împărţirii polinomului f la polinomul $X-2$.
c)Demonstraţi că $x_1^2+x_2^2+x_3^2=11$, unde x_1, x_2 şi x_3 sunt rădăcinile polinomului f.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=2x^3-6x+4$.
a)Arătaţi că $f'(x)=6(x-1)(x+1), x\in\mathbb{R}$.
b)Arătaţi că $\lim\limits_{x\to 1}\frac{f(x)}{x-1}=0$.
c)Demănstraţi că $0\le f(x)\le 8$,pentru orice $x\in[-1,1]$
2.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x^2+5x$.
a)Arătaţi că $\int_0^1 (f(x)-5x)\,dx=\frac{1}{3}$.
b)Arătaţi că funcţia $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, F(x)=\frac{1}{3}x^3+\frac{5}{2}x^2+2017$ este o primitivă a funcţiei f.
c)Demonstraţi că volumul corpului obţinut prin rotaţia în jurul axei Ox a graficului funcţiei $g:[1,2]\to\mathbb{R}, g(x)=\frac{f(x)}{x}$ este egal cu $\frac{127\pi}{3}$.

Testul 54(Examen de bacalaureat naţional2017, sesiunea I subiect de rezervă)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\left(2-\frac{1}{2}\right):\frac{1}{2}=3$.
2. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=x^2+1$.Calculaţi $f(-1)\cdot f(1)$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $3^{2x+2}=9$.
4.Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulţimea A={11,22,33,44,55,66,77,88,99}, acesta să fie multiplu de 2.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(2,1) şi B(2, −1).Arătaţi că AO=OB.
6.Arătaţi că $\sin^2 45^\circ-\cos^2 60^\circ=\frac{1}{4}$.

Subiectul II

1.Se consideră matricele A=$\begin{pmatrix}1 & 3\\ 3 & 1\end{pmatrix}$ şi B=$\begin{pmatrix}0 & 2\\ 2 & x\end{pmatrix}$, unde x este număr real.
a)Arătaţi că detA=−8.
b)Arătaţi că A·A−2A=8I_2,unde $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.
c)Demonstraţi că $\det(A\cdot B-B\cdot A)\geq 0$, pentru orice număr real x.
2.Se consideră polinomul f=$2X^3+3X^2-X-2$.
a)Arătaţi că $f(1)=2$.
b)Determinaţi câtul şi restul împărţirii polinomului f la polinomul X+1.
c)Determinaţi rădăcinile polinomului f.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=x^4-2x^2+12$.
a)Arătaţi că $f'(x)=4x(x-1)(x+1), x\in\mathbb{R}$.
b)Arătaţi că $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x^2+1}{f(x)-x^4}=-\frac{1}{2}$.
c)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă x=1, situat pe graficul funcţiei f.
2. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=3x^2+2x-4$.
a)Arătaţi că $\int_1^2(f(x)-2x+4)\,dx=7$.
b)Determinaţi primitiva F a funcţiei f pentru care $F(1)=2017$.
c)Determinaţi numărul real a pentru care $\int_1^a f(x)\,dx=a^3-2$.

Testul 55 (Examen de bacalaureat naţional2017, sesiunea I)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\left(2+\frac{1}{2}\right)\cdot\frac{4}{5}=2$.
2.Arătaţi că $\frac{x_1+x_2-1}{x_1x_2}=1$, unde x_1 şi x_2 sunt soluţiile ecuaţiei $x^2-4x+3=0$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $2^{x+1}=8$.
4.Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulţimea A={1,2,3,4,5,6,7,8,9}, acesta să fie multiplu de 4.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(0,3) şi B(4,0).Calculaţi perimetrul triunghiului OAB.
6.Arătaţi că $\sin^2 150^\circ+\sin^2 60^\circ=1$.

Subiectul II

1.Se consideră matricele A=$\begin{pmatrix}3 & 2\\ 2 & 3\end{pmatrix}$ şi B=$\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & a\end{pmatrix}$,unde a este număr real.
a)Arătaţi că detA=5.
b)Determinaţi numărul real a pentru care B·B=2B.
c)Arătaţi că $\det(A\cdot B-B\cdot A)\geq 0$, pentru orice număr real a.
2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie x∘y=xy−3x−3y+12.
a)Arătaţi că 1∘3=3.
b)Demonstraţi că x∘y=(x−3)(y−3)+3, pentru orice numere reale x şi y.
c)Determinaţi numărul real x, pentru care $(x\circ x)\circ x=3$.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia f:ℝ→ℝ,$f(x)=x^3+6x+2$.
a)Arătaţi că $f'(x)=3(x^2+2)$, x∈ℝ.
b) Arătaţi că $\lim\limits_{x\to 0}\frac{f'(x)}{x+2}=3$.
c)Demonstraţi că −5≤f(x)≤9, pentru orice x∈[−1,1].
2. Se consideră funcţia f:ℝ→ℝ,$f(x)=4x^3-x$.
a)Arătaţi că $\int_0^1(f(x)+x)\,dx=1$.
b)Arătaţi că $\int_0^1\left(4x^3-f(x)\right)e^x\,dx=1$.
c)Determinaţi aria suprafeţei plane delimitate de graficul funcţiei f, axa Ox şi dreptele de ecuaţii x=1 şi x=3.

Testul 56(Examen de bacalaureat naţional2017, sesiunea specială)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\left(2+\frac{1}{3}\right):\frac{7}{6}=2$.
2.Arătaţi că $(x_1+x_2)^2-6x_1x_2=1$, unde x_1 şi x_2 sunt soluţiile ecuaţiei $x^2-5x+4=0$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{3x-5}=2$.
4.După o ieftinire cu 25%, preţul unui televizor este 600 de lei.Determinaţi preţul televizorului înainte de ieftinire.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele O(0,0) şi M(8,6).Calculaţi distanţa dintre punctele O şi M.
6. Arătaţi că $\sin^2 135^\circ+\sin^2 45^\circ=1$.

Subiectul II

1.Se consideră matricele A=$\begin{pmatrix}1 & 2\\ 0 & 2\end{pmatrix}$ şi B=$\begin{pmatrix}-1 & -2\\ 2 & 0\end{pmatrix}$.
a)Arătaţi că detA=2.
b)Arătaţi că $(A+B)(B-A)=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & -12\end{pmatrix}$.
c)Determinaţi matricea X$\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, ştiind că A·X=B.
2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x*y=x+y-3$.
a)Arătaţi că $1*2=0$.
b)Determinaţi numerele reale x pentru care $(x^2)*x=-1$.
c)Determinaţi numerele naturale nenule n pentru care $n*n*n*n<3$.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x^3+2x^2+x$.
a)Arătaţi că $f'(x)=(x+1)(3x+1), x\in\mathbb{R}$.
b)Arătaţi că $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{xf'(x)}=\frac{1}{3}$.
c)Demonstraţi că $f(x)\geq-\frac{4}{27}$, pentru orice $x\in[-1,+\infty)$.
2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x^2+x+1$.
a)Arătaţi că $\int_0^1(f(x)-x^2-1)\,dx=\frac{1}{2}$.
b)Demonstraţi că funcţia $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, F(x)=\frac{1}{3}x^3+\frac{1}{2}x^2+x+2017$ este o primitivă a funcţiei f.
c)Determinaţi numărul natural n, ştiind că suprafaţa plană delimitată de graficul funcţiei f, axa Ox şi dreptele de ecuaţii x=0 şi x=2 are aria egală cu $n^2-\frac{7}{3}$.

Testul 57 (Examen de bacalaureat naţional2017, model oficial MEN)

Subiectul I

1. Arătaţi că $\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right):\frac{5}{6}=1$.
2. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,f(x) $=2x+3$.Determinaţi coordonatele punctului de intersecţie a graficului funcţiei f cu axa Oy.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\lg(x^2+5)=\lg 9$.
4.După o ieftinire cu 10%, preţul unui obiect este 270 de lei.Calculaţi preţul obiectului înainte de ieftinire.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(3,1) şi B(3,5).Calculaţi distanţa de la punctul O(0,0) la mijlocul segmentului AB.
6.Dacă $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ şi cosx=$\frac{\sqrt{2}}{2}$, arătaţi că tgx=1.

Subiectul II

1.Se consideră matricele A=$\begin{pmatrix}1 & 2\\ 4 & 8\end{pmatrix}$,B=$\begin{pmatrix}8 & 4\\ 2 & 1\end{pmatrix}$ şi $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.
a)Calculaţi detA.
b)Arătaţi că $9(A+B)-(A\cdot B+B\cdot A)=45I_2$.
c)Determinaţi numerele reale x, pentru care $\det(A+xI_2)=0$.
2.Se consideră polinomul f=X^3-3X^2-6X+8.
a)Arătaţi că $f(2)=-8$.
b)Determinaţi câtul şi restul împărţirii polinomului f la polinomul X−1.
c)Demonstraţi că $(x_1+1)^2+(x_2+1)^2+(x_3+1)^2=30$, unde x_1, x_2 şi x_3 sunt rădăcinile polinomului f.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=2x^3-9x^2+12x+1$.
a)Arătaţi că $f'(x)=6(x-1)(x-2), x\in\mathbb{R}$.
b)Calculaţi $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{2x^3-f(x)}{f'(x)}$.
c)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă x=1, situat pe graficul funcţiei f.
2. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=x^2-2x$.
a)Arătaţi că $\int_{-1}^{1}(f(x)+2x)\,dx=\frac{2}{3}$.
b)Calculaţi $\int_0^1 e^x\left(x^2-f(x)\right)dx$.
c)Demonstraţi că suprafaţa plană delimitată de graficul funcţiei f,axa Ox şi dreptele de ecuaţii x=0 şi x=1 aria egală cu $\frac{2}{3}$.

Testul 58(Examenul de bacalaureat naţional 2017, simulare clasa a 12 − a)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\left(2+\sqrt{3}\right)^2+\left(1-2\sqrt{3}\right)^2=20$.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=x^2-3x$.Calculaţi $f(1)\cdot f(2)\cdot f(3)\cdot f(4)$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $8^x=4^{2x+1}$.
4.După o scumpire cu 25%, preţul unui obiect este 250 de lei.Calculaţi preţul obiectului înainte de scumpire.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(1,5),B(1,1) şi C(5,5).Arătaţi că triunghiul ABC este isoscel.
6.Arătaţi că $\sin 60^\circ+\operatorname{tg}45^\circ=\cos 30^\circ+\operatorname{ctg}45^\circ$.

Subiectul II

1.Se consideră matricea $A(x)=\begin{pmatrix}x & 2\\ x & x\end{pmatrix}$, unde x este număr real.
a)Arătaţi că $\det\left(A(3)\right)=3$.
b)Arătaţi că $A(2017+x)+A(2017-x)=2A(2017)$, pentru orice număr real x.
c)Determinaţi numerele reale m pentru care $\det\left(A(2)+mA(1)\right)=0$.
2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=2xy+6x+6y+15$.
a)Arătaţi că $x*y=2(x+3)(y+3)-3$, pentru orice numere reale x şi y.
b)Arătaţi că $7*98=2017$.
c)Determinaţi numerele reale x, pentru care $x*(x+2)=3$.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia f:$(2,+\infty)\to\mathbb{R}$,$f(x)=x+1+\frac{1}{x-2}$.
a)Arătaţi că $\lim\limits_{x\to 3}\frac{f(x)-f(3)}{x-3}=0$.
b)Determinaţi ecuaţia asimptotei oblice spre $+\infty$ la graficul funcţiei f.
c)Demonstraţi că funcţia f este convexă pe intervalul $(2,+\infty)$.
2. Se consideră funcţiile f:$(0,+\infty)\to\mathbb{R}$,$f(x)=1+\ln x$ şi F:$(0,+\infty)\to\mathbb{R}$,$F(x)=x\ln x$.
a)Calculaţi $\int_1^e(f(x)-\ln x)\,dx$
b)Arătaţi că F este o primitivă a funcţiei f.
c)Arătaţi că $\int_1^e f(x)F(x)\,dx=\frac{e^2}{2}$.

Testul 59(Examenul de bacalaureat naţional 2017, simulare clasa a $11-a$)

Subiectul I

1.Calculaţi raţia progresiei aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$, ştiind că $a_1 = a_3 - 6$.

2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x) = 2x + m$, unde m este număr real.Determinaţi numărul real m pentru care punctul $A(1,3)$ este situat pe graficul funcţiei f.

3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $3^x + 3^{x+2} = 10$.

4.După o ieftinire cu 15%, preţul unui stilou este de 17 lei.Calculaţi preţul stiloului înainte de ieftinire.

5.În reperul cartezian xOy se consideră dreapta d de ecuaţie $y=-x+3$.Determinaţi numărul real a, ştiind că dreapta d′de ecuaţie $y=ax-5$ este perpendiculară pe dreapta d.

6.Calculaţi aria triunghiului ABC, ştiind că $m(\sphericalangle A) = 90°$,$tgB=\frac{3}{4}$ şi AC=15.

Subiectul II

1.Se consideră determinantul $D(a) = \begin{vmatrix} 3 & 1 & 2 \\ a+1 & a & 2 \\ 1 & 3 & 2 \end{vmatrix}$, unde a este număr real.

a)Arătaţi că $D(0) = -12$.

b)Determinaţi numerele reale a pentru care $D(a) = a^2$.

c)În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3,1)$,$B(n+1, n)$, unde n este număr natural şi $C(1,3)$.Determinaţi numerele naturale n, ştiind că punctele A,B şi C sunt vârfurile unui triunghi care are aria egală cu 1.

2.Se consideră matricea $A(x) = \begin{pmatrix} -1 & x \\ 2 & x-3 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.

a)Arătaţi că $A(0) + A(2) = 2A(1)$.

b)Demonstraţi că $A(1) \cdot A(x) + 3A(1) = O_2$, pentru orice număr real x, unde $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

c)Determinaţi valorile reale ale lui a pentru care matricea $B=I_2 + aA(1)$ este inversabilă, unde $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Subiectul III

1. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x) = \frac{x+5}{x^2+x+2}$.

a)Arătaţi că $\lim\limits_{x\to -1} f(x) = 2$.

b)Calculaţi $\lim\limits_{x\to +\infty}\big((2x-1)f(x)\big)$.

c)Determinaţi ecuaţia asimptotei spre $+\infty$ la graficul funcţiei f.

2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x) = \begin{cases} x^3+1, x\in(-\infty, 0] \\ \sqrt{3x+1}, x\in(0, +\infty) \end{cases}$

a)Arătaţi că $f(-2) \cdot f(5) = -28$.

b)Demonstraţi că funcţia f este continuă în punctul x=0.

c)Arătaţi că, dacă p şi q sunt numere reale astfel încât $(p+1) \cdot (q+1) < 0$, atunci $f(p) \cdot f(q) < 0$.

Testul 60 (Examen de bacalaureat naţional2016, sesiunea II subiect de rezervă)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\left(1-\frac{3}{4}\right):\frac{1}{4}=1$.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=x^2-1$.Calculaţi $f(-1)+f(1)$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{3x+4}=4$.
4.Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulţimea A={1,2,3,4,5,6,7,8,9,10}, acesta să fie multiplu de 3.
5.În reperul cartezian xOy se consideră O(0,0),A(0,5) şi B(5,0).Arătaţi că triunghiul AOB este isoscel.
6.Calculaţi aria triunghiului ABC, dreptunghic în A cu AB=4 şi AC=3.

Subiectul II

1.Se consideră matricele A=$\begin{pmatrix}1 & 2\\ 1 & 1\end{pmatrix}$ şi $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.
a)Arătaţi că detA=-1.
b)Arătaţi că $A\cdot A-2A=I_2$.
c)Determinaţi numărul real x,pentru care $A\cdot B=I_2$, unde B=$\begin{pmatrix}-1 & x\\ x-1 & -1\end{pmatrix}$.
2.Se consideră polinomul f=X^3+5X^2-4.
a)Arătaţi că $f(1)=2$.
b)Determinaţi câtul şi restul împărţirii polinomului f la polinomul X+1.
c)Demonstraţi că $\frac{x_2+x_3}{x_1}+\frac{x_3+x_1}{x_2}+\frac{x_1+x_2}{x_3}=-3$, unde x_1, x_2 şi x_3 sunt rădăcinile polinomului f.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=3x-x^3$.
a)Arătaţi că $f'(x)=3(1-x^2)$,x$\epsilon\mathbb{R}$.
b)Arătaţi că $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{f(x)}=0$.
c)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă x=1 situat pe graficul funcţiei f.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=x^3-x^2+x-1$.
a)Arătaţi că $\int_{-1}^{1}(f(x)+x^2-x+1)\,dx=0$.
b)Arătaţi că funcţia F:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$F(x)=\frac{x^4}{4}-\frac{x^3}{3}+\frac{x^2}{2}-x$ este o primitivă a funcţiei f.
c)Determinaţi volumul corpului obţinut prin rotaţia în jurul axei Ox a graficului funcţiei g:$[1,2]\to\mathbb{R}$, $g(x)=\frac{f(x)}{x^2+1}$.

Testul 61 (Examen de bacalaureat naţional2016, sesiunea II)

Subiectul I

1.Arătaţi că $1-\frac{1}{2}:0,5=0$.

2.Arătaţi că $2(x_1+x_2)-x_1x_2=1$, unde x_1 şi x_2 sunt soluţiile ecuaţiei $x^2-8x+15=0$.

3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{5x+1}=6$.

4.Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulţimea A={1,2,3,4,5,6,7,8},acesta să fie divizibil cu 2.

5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(6,0) şi B(0,8).Calculaţi lungimea segmentului AB.

6.Calculaţi lungimea laturii AB a triunghiului ABC, dreptunghic în A, ştiind că BC=$3\sqrt{2}$ şi $m(\sphericalangle B)=45^\circ$.

Subiectul II

1.Se consideră matricele A=$\begin{pmatrix}1 & 0\\ -2 & 1\end{pmatrix}$ şi $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

a)Arătaţi că detA=1.

b)Arătaţi că $A\cdot A+I_2=2A$.

c)Determinaţi numerele reale a,b şi c, pentru care $A\cdot\begin{pmatrix}a-2 & b\\ c+1 & 1\end{pmatrix}=I_2$.

2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie x∘y=xy+3x+3y+6.

a)Arătaţi că $1\circ(-3)=-3$.

b)Demonstraţi că $x\circ y=(x+3)(y+3)-3$, pentru orice numere reale x şi y.

c)Determinaţi valorile reale ale lui x,pentru care x∘x≤x.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=2x^3-3x^2+7$.

a)Arătaţi că $f'(x)=6x(x-1), x\in\mathbb{R}$.

b)Arătaţi că $\lim\limits_{x\to 2}\frac{f(x)-11}{x-2}=12$.

c)Demonstraţi că $f(x)\geq 6$, pentru orice $x\in[0,+\infty)$.

2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x^2+3x$.

a)Arătaţi că $\int_{-1}^{1}(f(x)-3x)\,dx=\frac{2}{3}$.

b)Arătaţi că $\int_{0}^{1}(f(x)-x^2)e^x\,dx=3$.

c)Determinaţi volumul corpului obţinut prin rotaţia în jurul axei Ox a graficului funcţiei $g:[1,2]\to\mathbb{R}, g(x)=\frac{3f(x)}{x}$.

Testul 62 (Examen de bacalaureat naţional2016, sesiunea I subiect de rezervă)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right):\frac{1}{12}=1$.

2.Arătaţi că $4(x_1+x_2)-3x_1x_2=2$, unde x_1 şi x_2 sunt soluţiile ecuaţiei $x^2-5x+6=0$.

3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{x-1}=2$.

4.După o ieftinire cu 10%, preţul unui obiect este 90 de lei.Determinaţi preţul obiectului înaite de ieftinire.

5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(5,1) şi B(3,1).Calculaţi lungimea segmentului AB.

6.Dacă $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ şi $\cos x=\frac{4}{5}$, arătaţi că $\sin x=\frac{3}{5}$.

Subiectul II

1.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}2 & 3\\ 3 & 2\end{pmatrix}$ şi $B=\begin{pmatrix}x & 1\\ 1 & x\end{pmatrix}$, unde x este număr real.

a)Arătaţi că $\det A=-5$.

b)Arătaţi că $A\cdot B=B\cdot A$, pentru orice număr real x.

c)Determinaţi numărul real x, pentru care $A\cdot A-3(A+B)=I_2$, unde $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=\frac{1}{3}xy+x+y$.

a)Arătaţi că $1*(-3)=-3$.

b)Demonstraţi că $x*y=\frac{1}{3}(x+3)(y+3)-3$, pentru orice numere reale x şi y.

c)Determinaţi numerele reale nenule x, pentru care $x*\frac{1}{x}=-3$.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x^3-3x$.

a)Arătaţi că $f'(x)=3(x-1)(x+1), x\in\mathbb{R}$.

b)Arătaţi că $\lim\limits_{x\to 0}\frac{f(x)+3x}{x}=0$.

c)Demonstraţi că $f(x)\geq -2$, pentru orice $x\in[-1,+\infty)$.

2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x^4+x+1$.

a) Arătaţi că $\int_0^1 (f(x)-x-1)\,dx=\frac{1}{5}$.

b) Arătaţi că $\int_1^e (f(x)-x^4-1)\ln x\,dx=\frac{e^2+1}{4}$.

c)Determinaţi aria suprafeţei plane delimitate de graficul funcţiei f, axa Ox şi dreptele de ecuaţii x=0 şi x=1.

Testul 63 (Examen de bacalaureat naţional2016, sesiunea I)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{5}\right)\cdot\frac{10}{3}=1$.

2.Determinaţi numărul real a, ştiind că punctul $A(1,0)$ aparţine graficului funcţiei $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x-a$.

3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{x+1}=5$.

4.Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulţimea M={10,20,30,40,50,60,70,80,90}, acesta să fie multiplu de 30.

5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3,5)$ şi $B(7,5)$.Determinaţi coordonatele mijlocului segmentului AB.

6.Dacă $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ şi $\cos x=\frac{5}{13}$, arătaţi că $\operatorname{tg}x=\frac{12}{5}$.

Subiectul II

1.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 1\\ -1 & 0\end{pmatrix}$ şi $B=\begin{pmatrix}0 & -1\\ 1 & 1\end{pmatrix}$.

a)Arătaţi că $\det A=1$.

b)Arătaţi că $B\cdot B+A=O_2$, unde $O_2=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$.

c)Determinaţi numerele reale x şi y, pentru care $A+B=\begin{pmatrix}2^x & 0\\ 0 & 4^y\end{pmatrix}$.

2.Se consideră polinomul $f=X^3-2X^2-2X+1$.

a)Arătaţi că $f(1)=-2$.

b)Determinaţi câtul şi restul împărţirii polinomului f la polinomul X+1.

c)Demonstraţi că $(x_2+x_3)(x_3+x_1)(x_1+x_2)=-3$, unde x_1, x_2 şi x_3 sunt rădăcinile polinomului f.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=-x^3+3x+2$.

a)Arătaţi că $f'(x)=3(1-x)(1+x), x\in\mathbb{R}$.

b)Arătaţi că $\lim\limits_{x\to 2}\frac{f(x)}{x-2}=-9$.

c)Demonstraţi că $f(x)\le 4$, pentru orice $x\in[-1,+\infty)$.

2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x+2$.

a)Arătaţi că $\int_{-1}^{1}(f(x)-2)\,dx=0$.

b)Arătaţi că $\int_{0}^{1}e^x f(x)\,dx=2e-1$.

c)Determinaţi numărul real a, ştiind că $\int_{0}^{a}f(x)\,dx=\int_{0}^{6-a}(f(x)-4)\,dx$.

Testul 64(Examen de bacalaureat naţional2016, sesiunea specială)

Subiectul I

1.Arătaţi că $1-\frac{1}{4}:0,25=0$.
2.Calculaţi $f(-1)\cdot f(1)$, unde $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+1$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{2x-3}=5$.
4.Un obiect costă 100 de lei.Determinaţi preţul obiectului după o scumpire cu 20%.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(2,4) şi B(5,4).Calculaţi distanţa de la punctul A la punctul B.
6.Calculaţi lungimea laturii AB a triunghiului ABC, dreptunghic în A, ştiind că AC=6 şi B=$\frac{\pi}{4}$.

Subiectul II

1.Se consideră matricele A=$\begin{pmatrix}1 & 2\\ 1 & -2\end{pmatrix}$ şi B=$\begin{pmatrix}x & 1\\ y & -1\end{pmatrix}$, unde x şi y sunt numere reale.
a)Arătaţi că detA=-4.
b)Arătaţi că $\det(A-2B)=0$, pentru orice numere reale x şi y.
c)Determinaţi numerele reale x şi y, pentru care A·B=B·A.
2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x\circ y=xy+2x+2y+2$.
a)Arătaţi că $1\circ(-2)=-2$.
b)Demonstraţi că $x\circ y=(x+2)(y+2)-2$, pentru orice numere reale x şi y.
c)Determinaţi numerele reale nenule x, pentru care $x\circ\frac{1}{x}=x$.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=x^3+x^2-x+1$.
a)Arătaţi că $f'(x)=3x^2+2x-1$,$x\in\mathbb{R}$.
b)Arătaţi că $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x\,f'(x)}{f(x)}=3$.
c)Determinaţi abscisele punctelor situate pe graficul funcţiei f în care tangenta la graficul funcţiei f este paralelă cu dreapta y=4x+1.
2.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=x^5+x^3+2x$.
a)Arătaţi că $\int_{-1}^{1}(f(x)-x^3-2x)\,dx=0$.
b)Arătaţi că $\int_0^2 e^x(f(x)-x^5-x^3+1)\,dx=3e^2+1$.
c)Demonstraţi că orice primitivă a funcţiei f este convexă pe $\mathbb{R}$.

Testul 65 (Examen de bacalaureat național2016, model oficial MEN)

Subiectul I

1.Arătați că $\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1-\frac{1}{4}\right)=\frac{1}{4}$.
2.Determinați abscisele punctelor de intersecție a graficului funcției f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-3x+2$ cu axa Ox.
3.Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_5(2x-1)=2$.
4.Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea A={10,20,30,40,50,60,70,80,90}, acesta să fie divizor al lui 1000.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele O(0,0),A(0,3) și B(4,0).Calculați perimetrul triunghiului AOB.
6.Arătați că sinx=$\frac{3}{5}$, știind că x$\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ și cosx=$\frac{4}{5}$.

Subiectul II

1.Se consideră matricele A=$\begin{pmatrix}-1 & 1\\ 0 & 0\end{pmatrix}$ și $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.
a)Arătați că detA=0.
b)Verificați dacă $A\cdot(A+I_2)=O_2$, unde $O_2=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$.
c)Determinați numerele reale m pentru care detB=0, unde $B=A\cdot A+mI_2$.
2.Se consideră polinomul $f=X^3+X^2+4X+4$.
a)Arătați că $f(-1)=0$.
b)Determinați câtul și restul împărțirii polinomului f la polinomul X^2+3X+2.
c)Demonstrați că $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_3}+\frac{1}{x_1x_2}+\frac{1}{x_2x_3}+\frac{1}{x_3x_1}=-\frac{3}{4}$, unde x_1, x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului f.

Subiectul III

1.Se consideră funcția f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=x^3-12x$.
a)Arătați că $f'(x)=3(x-2)(x+2)$,x$\in\mathbb{R}$.
b)Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă x=2, situat pe graficul funcției f.
c)Arătați că $-16\le f(x)\le 16$, pentru orice x$\in[-2,2]$.
2.Se consideră funcția f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=5x^4+3x^2+1$.
a)Arătați că $\int_0^1(f(x)-3x^2-1)\,dx=1$.
b)Calculați aria suprafeței plane delimitate de graficul funcției f, axa Ox și dreptele de ecuații x=1 și x=2.
c)Demonstrați că orice primitivă a funcției f este crescătoare pe $\mathbb{R}$.

Testul 66(Examenul de bacalaureat naţional 2016, simulare clasa a 12 − a)

Subiectul I

1.Determinaţi numerele reale a şi b, pentru care $\frac{10}{3+i} = a + ib$, unde $i^2 = -1$.

2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x) = x^2 - 1$.Calculaţi $\big(f(1) + f(0)\big)^{2016}$.

3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $6^{x^2-3x+5} = 216$.

4.Calculaţi în câte moduri poate fi aleasă o echipă formată din 5 elevi din totalul de 6 elevi pe care îi are la dispoziţie un antrenor.

5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(5,0) şi B(2m + 1,0), unde m este număr real.Determinaţi numărul real m, ştiind că punctul C(10,0) este mijlocul segmentului AB.

6.Se consideră triunghiul ABC în care AB=5,AC=12 şi BC=13.Calculaţi cosC.

Subiectul II

1.Se consideră matricea $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

a)Calculaţi detA.

b)Arătaţi că $(A - I_3)(A - I_3)(A - I_3) = O_3$, unde $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ şi $O_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

c)Rezolvaţi ecuaţia matriceală $AX=\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$, unde $X=\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_{3,1}(\mathbb{R})$.

2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x*y=xy-x-y+2$.

a)Arătaţi că $x*y=(x - 1)(y - 1) + 1$, pentru orice numere reale x şi y.

b)Calculaţi $0*1*2*3$.

c)Determinaţi numerele reale a, ştiind că $a*a*2016=2016$.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia f:$(0, +\infty)\to\mathbb{R}$,$f(x) = \frac{x+1}{x}$.

a)Calculaţi $\lim\limits_{x\to 2} \frac{f(x)-f(2)}{x-2}$.

b)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă x=1, situat pe graficul funcţiei f.

c)Demonstraţi că $\frac{2017}{2016} \leq f(x) \leq 2$, pentru orice $x\in[1,2016]$.

2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$.

a)Calculaţi $\int_0^2 (f(x) + 3x^2 - 2)\,dx$.

b)Arătaţi că $\int_0^1 (f(x) - x^3 + 3x^2 + x)e^x\,dx = 2e - 1$.

c)Demonstraţi că $\int_{1-a}^{1+a} f(x)\,dx = 0$, pentru orice număr real a.

Testul 67 (Examenul de bacalaureat naţional 2016, simulare clasa a 11 − a)

Subiectul I

1.Se consideră progresia geometrică $(b_n)_{n\geq 1}$ cu $b_1 = 2$ şi $b_2 = 8$.Calculaţi $b_1 + b_2 + b_3$.
2.Determinaţi numerele reale a pentru care $f(a-5) = f(5)$, unde $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 4x + 1$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $2\cdot 2^x = 4^{x-2}$.
4.Determinaţi câte numere naturale de trei cifre se pot forma cu cifrele din mulţimea A={0,2,4,5}.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(5, −2) şi B(−1,4).Determinaţi coordonatele punctului M, ştiind că $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MB}$.
6.Se consideră triunghiul ABC cu $m(\sphericalangle ABC) = 30°$, AB=8 şi BC=12.Calculaţi aria triunghiului ABC.

Subiectul II

1.Se consideră determinantul $d(x) = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & x+1 \\ 3 & 3 & x^2+2 \end{vmatrix}$, unde x este număr real.
a)Calculaţi d(0).
b)Demonstraţi că $d(x) = -2(x-1)(x+1)$, pentru orice număr real x.
c)Arătaţi că, dacă x şi y sunt două numere reale diferite astfel încât $d(x) = d(y)$, atunci x+y=0.
2.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ şi $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
a)Calculaţi $A+I_2$.
b)Arătaţi că inversa matricei $M=A+I_2 + A\cdot A$ este matricea –A.
c)Determinaţi numărul real x, pentru care avem $(A + I_2)(B + I_2) = 2I_2$, unde $B=\begin{pmatrix} 0 & x \\ x^2 & 0 \end{pmatrix}$.

Subiectul III

1. Se consideră funcţia $f:(-2,+\infty)\to\mathbb{R}, f(x) = \frac{\sqrt{x^2+3x+5}}{x+2}$.
a)Calculaţi $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$.
b)Determinaţi ecuaţia asimptotei verticale la graficul funcţiei f.
c)Determinaţi ecuaţia asimptotei orizontale la graficul funcţiei f.
2.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} 2x+1, x\in(-\infty,0] \\ 1-x^3, x\in(0,+\infty) \end{cases}$.
a)Calculaţi $f(-1) + f(1)$.
b)Demonstraţi că funcţia f este continuă în punctul x=0.
c)Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale inecuaţia $f(x) \geq 0$.

Testul 68 (Examen de bacalaureat naţional2015, sesiunea II subiect de rezervă)

Subiectul I

1.Arătaţi că media geometrică a numerelor a=16 şi b=9 este egală cu 12.
2.Determinaţi numărul real m pentru care $f(2) = 0$, unde $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = x + m$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $3^{2x+1} = 3^5$.
4.Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulţimea A={1,2,3,4,5,6,7,8,9}, acesta să fie multiplu de 2.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-1,3)$ şi $B(5,3)$.Determinaţi coordonatele mijlocului segmentului AB:
6.Arătaţi că sinx= $\frac{1}{2}$, ştiind că $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ şi cosx= $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Subiectul II

1.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 3\\ 2 & 1\end{pmatrix}$,$B=\begin{pmatrix}-4 & 0\\ 0 & 4\end{pmatrix}$ şi $C(x)=\begin{pmatrix}x & 1\\ 2 & 3\end{pmatrix}$, unde x este număr real.
a)Arătaţi că $detA=-5$.
b)Arătaţi că $\det\left(A + C(-1)\right) = detB$.
c)Determinaţi numărul real x pentru care $C(x)\cdot A - A\cdot C(x) = B$.
2.Se consideră polinomul $f=X^3 + 2X^2 - 6X + 3$.
a)Arătaţi că $f(1) = 0$.
b)Determinaţi câtul şi restul împărţirii polinomului f la polinomul $X^2 + 3X - 3$.
c)Demonstraţi că $x_1 + x_2 + x_3 + \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} = 0$, unde x_1, x_2 şi x_3 sunt rădăcinile polinomului f.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x) = x^3 - 3x + 1$.
a) Arătaţi că $f'(x) = 3(x-1)(x+1), x\in\mathbb{R}$.
b)Calculaţi $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)-x^3}{x}$.
c)Arătaţi că $-1\le f(x)\le 3$, pentru orice $x\in[-1,1]$.
2. Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}, f(x) = 2x + \frac{1}{x}$.
a)Arătaţi că $\int_2^3 \left(f(x) - \frac{1}{x}\right) dx = 5$.
b)Demonstraţi că funcţia $F:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $F(x) = x^2 + \ln x + 2015$ este o primitivă a funcţiei f.
c)Determinaţi volumul corpului obţinut prin rotaţia în jurul axei Ox a graficului funcţiei $g:[1,2]\to\mathbb{R}$, $g(x) = f(x) - 2x$.

Testul 69 (Examen de bacalaureat naţional2015, sesiunea II)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\frac{1}{2} : 0,5 - 1 = 0$.

2.Calculaţi $f(-1) + f(0) + f(1)$, unde $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + x$.

3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{3x + 1} = 5$.

4.Un obiect costă 150 lei.Calculaţi preţul obiectului după o scumpire cu 30%.

5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(1,5) şi B(3,5).Determinaţi distanţa de la punctul A la punctul B.

6.Calculaţi lungimea laturii AB a triunghiului ABC dreptunghic în A, ştiind că AC=5 şi $m(\sphericalangle B) = 45°$.

Subiectul II

1.Se consideră matricele $M=\begin{pmatrix} -2 & 2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$ şi $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

a)Arătaţi că detM=4.

b)Arătaţi că $M\cdot M+3M+4I_2 = O_2$, unde $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

c)Determinaţi numerele reale a şi b astfel încât $M\cdot M\cdot M=aM+bI_2$.

2.Se consideră polinomul $f=X^3 - 5X^2 + 5X - 1$.

a)Arătaţi că $f(1) = 0$.

b)Arătaţi că $f(a) + f(-a) + 2 \leq 0$, pentru orice număr real a.

c)Demonstraţi că $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 15x_1x_2x_3$, unde x_1, x_2 şi x_3 sunt rădăcinile polinomului f.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x) = 2x^3 - 6x + 1$.

a)Arătaţi că $f'(x) = 6(x - 1)(x + 1), x\in\mathbb{R}$.

b)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă x=1, situat pe graficul funcţiei f.

c)Demonstraţi că $f(2012) + f(2014) \leq f(2013) + f(2015)$.

2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x) = x^2 - 4$.

a)Arătaţi că $\int_0^1 (f(x) + 4)\,dx = \frac{1}{3}$.

b)Determinaţi aria suprafeţei plane delimitate de graficul funcţiei $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x) = \frac{1}{f(x)+5}$, axa Ox şi dreptele de ecuaţii x=0 şi x=1.

c)Determinaţi numărul real a, a>1, pentru care $\int_1^a \frac{f(x)+4}{x}\,dx = 12$.

Testul 70 (Examen de bacalaureat naţional2015, sesiunea I subiect de rezervă)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\frac{2}{\sqrt{3}-1}-\sqrt{3}=1$.

2.Determinaţi coordonatele punctului de intersecţie a graficului funcţiei f cu axa Oy, unde $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x^2+x+2015$.

3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{x+2}=2$.

4.După o reducere cu 10% un obiect costă 99 de lei.Calculaţi preţul obiectului înainte de reducere.

5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele M(2,1) şi N(4,1).Determinaţi lungimea segmentului MN.

6.Arătaţi că $\sin x=\frac{4}{5}$, ştiind că $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ şi $\cos x=\frac{3}{5}$.

Subiectul II

1.Se consideră matricea $A=\begin{pmatrix}2 & 1\\ 2 & 1\end{pmatrix}$.

a)Arătaţi că detA=0.

b)Determinaţi numărul real x pentru care A·A=xA.

c)Arătaţi că $\det(A+I_2)+\det(A-I_2)=2$, unde $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

2.Se consideră polinomul $f=X^3-2X^2-2X+1$.

a)Arătaţi că $f(1)=-2$.

b)Arătaţi că polinomul f este divizibil cu polinomul X+1.

c)Determinaţi numărul real a pentru care $\frac{1}{x_1x_2}+\frac{1}{x_2x_3}+\frac{1}{x_3x_1}=a(x_1x_2+x_2x_3+x_3x_1)$, unde x_1, x_2 şi x_3 sunt rădăcinile polinomului f.

Subiectul III

1. Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}, f(x)=x-\frac{1}{x}$.

a)Arătaţi că $f'(x)=1+\frac{1}{x^2}, x\in(0,+\infty)$.

b)Determinaţi ecuaţia asimptotei oblice spre $+\infty$ la graficul funcţiei f.

c)Demonstraţi că funcţia f este concavă pe intervalul $(0,+\infty)$.

2.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x^2+2$.

a)Arătaţi că $\int_0^1(f(x)-2)\,dx=\frac{1}{3}$.

b)Determinaţi primitiva F a funcţiei f pentru care $F(3)=5$.

c)Arătaţi că suprafaţa delimitată de graficul funcţiei $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=e^x\cdot f(x)$, axa Ox şi dreptele de ecuaţii x=0 şi x=1, are aria egală cu 3e−4.

Testul 71 (Examen de bacalaureat naţional2015, sesiunea I)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{5}\right)\cdot\frac{20}{7}=2$.
2.Determinaţi numărul real a, ştiind că punctul A(a, 0) aparţine graficului funcţiei f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=x-2$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{x+3}=4$.
4.Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulţimea M={10,20,30,40,50,60,70,80,90}, acesta să fie multiplu de 15.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(4,2) şi B(4,6).Determinaţi coordonatele mijlocului segmentului AB.
6.Arătaţi că sinx $=\frac{12}{13}$, ştiind că x$\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ şi cosx $=\frac{5}{13}$.

Subiectul II

1.Se consideră matricele A=$\begin{pmatrix}1 & 3\\ 2 & 4\end{pmatrix}$,B=$\begin{pmatrix}4 & 2\\ 3 & 1\end{pmatrix}$ şi C=$\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}$.
a)Arătaţi că detA=-2.
b)Arătaţi că A+B=5C.
c)Demonstraţi că AB+BA+4$I_2=25C$, unde $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.
2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie x∘y=xy+5x+5y+20.
a)Arătaţi că $6\circ(-5)=-5$.
b)Arătaţi că x∘y=$(x+5)(y+5)-5$, pentru orice numere reale x şi y.
c)Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia x∘x=x.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=2x^3+3x^2+5$.
a)Arătaţi că $f'(x)=6x(x+1)$,x$\in\mathbb{R}$.
b)Calculaţi $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f'(x)}{f(x)-2x^3}$.
c)Determinaţi intervalele de monotonie a funcţiei f.
2. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=4x^3+3x^2$.
a)Arătaţi că $\int_1^2(f(x)-3x^2)\,dx=15$.
b)Determinaţi primitiva F a funcţiei f pentru care $F(1)=2015$.
c)Determinaţi numărul natural n,n>1, ştiind că $\int_1^n\frac{f(x)}{x^2}dx=9$.

Testul 72 (Examen de bacalaureat naţional2015, sesiunea specială)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\left(2-\frac{1}{2}\right):\frac{3}{10}=5$.
2.Calculaţi $f(-2)+f(2)$, unde $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x^2-4$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{2x-1}=3$.
4.Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulţimea A={1,2,3,4,5,6,7,8,9,10}, acesta să fie multiplu de 5.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $O(0,0)$, $M(0,4)$ şi $N(4,0)$.Arătaţi că triunghiul MON este isoscel.
6.Calculaţi aria triunghiului ABC dreptunghic în A, ştiind că AB=10 şi AC=12.

Subiectul II

1.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}3 & -2\\ 5 & -3\end{pmatrix}$ şi $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.
a)Arătaţi că detA=1.
b)Arătaţi că $A\cdot A+I_2=O_2$, unde $O_2=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$.
c)Demonstraţi că $\det(A-aI_2)\geq 1$, pentru orice număr real a.
2.Se consideră polinomul $f=X^3+5X^2+X+5$.
a)Arătaţi că $f(-5)=0$.
b)Determinaţi câtul şi restul împărţirii polinomului f la polinomul X^2+6X+5.
c)Demonstraţi că $\frac{x_3}{x_1x_2}+\frac{x_2}{x_1x_3}+\frac{x_1}{x_2x_3}=-\frac{23}{5}$, unde x_1, x_2 şi x_3 sunt rădăcinile polinomului f.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x^4-2x^2+1$.
a)Arătaţi că $f'(x)=4x(x-1)(x+1), x\in\mathbb{R}$.
b)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă x=1, situat pe graficul funcţiei f.
c)Demonstraţi că $0\leq f(x)\leq 1$, pentru orice $x\in[-1,1]$.
2.Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}, f(x)=x^2+\sqrt{x}$.
a)Arătaţi că $\int_1^3\left(f(x)-\sqrt{x}\right)dx=\frac{26}{3}$.
b)Demonstraţi că funcţia $F:(0,+\infty)\to\mathbb{R}, F(x)=\frac{x^3}{3}+\frac{2x\sqrt{x}}{3}+2015$ este o primitivă a funcţiei f.
c)Arătaţi că suprafaţa delimitată de graficul funcţiei $g:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $g(x)=\left(f(x)-\sqrt{x}\right)e^x$, axa Ox şi dreptele de ecuaţii x=1 şi x=2, are aria egală cu $e(2e-1)$.

Testul 73(Examen de bacalaureat naţional2015, model oficial MEN)

Subiectul I

1.Calculaţi media aritmetică a numerelor a=$2(5-\sqrt{5})$ şi b=$2\sqrt{5}$.
2.Determinaţi abscisele punctelor de intersecţie a graficului funcţiei f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,
$f(x)=x^2-4x+3$ cu axa Ox.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_5(2x-1)-\log_5 3=0$.
4.Calculaţi probabilitatea ca alegând un număr din mulţimea numerelor naturale de o cifră, acesta să fie multiplu de 3.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(2,4) şi B(6,4).Determinaţi coordonatele mijlocului segmentului AB.
6.Arătaţi că $\sin(a+b)=\frac{63}{65}$, ştiind că a,b$\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$,sina $=\frac{3}{5}$ şi sinb $=\frac{12}{13}$.

Subiectul II

1.Se consideră matricea A=$\begin{pmatrix}2 & -2\\ 1 & -1\end{pmatrix}$.
a)Calculaţi detA.
b)Determinaţi numerele reale p pentru care A·A=pA.
c)Determinaţi matricele B=$\begin{pmatrix}0 & b\\ b & 0\end{pmatrix}$, ştiind că $\det(A+B)=0$, unde b este un număr real.
2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie dată de x∘y=−xy+x+y.
a)Calculaţi 1∘2015.
b)Arătaţi că x∘y=$-(x-1)(y-1)+1$, pentru orice numere reale x şi y.
c)Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $3^x\circ 5^x=1$.

Subiectul III

1. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=\frac{3x}{x^2+1}$.
a)Calculaţi $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$.
b)Arătaţi că $f'(x)=-\frac{3(x-1)(x+1)}{(x^2+1)^2}$,x$\in\mathbb{R}$.
c)Determinaţi intervalele de monotonie ale funcţiei f.
2. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=x^5+x$.
a)Calculaţi $\int_{-1}^{1} x^5\,dx$.
b)Arătaţi că $\int_0^1 (f(x)-x^5)e^x\,dx=1$.
c)Determinaţi volumul corpului obţinut prin rotaţia în jurul axei Ox a graficului funcţiei
g:$[1,2]\to\mathbb{R}$, definită prin $g(x)=\frac{f(x)-x}{x^3}$.

Testul 74(Examenul de bacalaureat naţional 2015, simulare clasa a 12 − a)

Subiectul I

1.Calculaţi suma primilor trei termeni ai unei progresii aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$, ştiind că $a_1 = 1$ şi $a_3 = 5$.
2.Determinaţi abscisele punctelor de intersecţie a graficelor funcţiilor $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x) = x^2 - x$ şi $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, g(x) = 2x - 2$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $3^{2-x} = \frac{1}{9}$.
4.După o ieftinire cu 15%, preţul unui obiect este 34 de lei.Calculaţi preţul obiectului înainte de ieftinire.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,4), B(-3,2)$ şi $C(5,2)$.Calculaţi lungimea medianei din vârful A al triunghiului ABC.
6.Arătaţi că $tg30°ctg60° + tg60°ctg30° = \frac{10}{3}$.

Subiectul II

1.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ şi $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
a)Calculaţi detA.
b)Determinaţi numărul real x, ştiind că $A\cdot A = xA$.
c)Determinaţi numerele reale a pentru care $\det(A + aI_2) = 0$.
2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x*y=xy+2x+2y+2$.
a)Arătaţi că $x*y=(x + 2)(y + 2) - 2$, pentru orice numere reale x şi y.
b)Calculaţi $(-2015) * (-2) * 0 * 2 * 2015$.
c)Determinaţi numerele naturale n, ştiind că numărul $n*(-n)$ este natural.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia $f:(-2, +\infty)\to\mathbb{R}, f(x) = \frac{x-2}{x+2}$.
a)Calculaţi $f'(x)$, $x\in(-2, +\infty)$.
b)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă x=0, situat pe graficul funcţiei f.
c)Determinaţi ecuaţia asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcţiei f.
2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x) = 2x - 1$ şi $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, F(x) = x^2 - x + 1$.
a)Calculaţi $\int_0^1 (f(x) + 1)\,dx$.
b)Arătaţi că funcţia F este o primitivă a funcţiei f.
c)Determinaţi numărul natural nenul n, ştiind că $\int_0^n F(x)\,dx = \frac{n^3}{3}$.

Testul 75 (Examenul de bacalaureat naţional 2015, simulare clasa a 11 − a)

Subiectul I

1.Calculaţi media aritmetică a numerelor a=3 şi b=$\sqrt{25}$.
2.Calculaţi $(f \circ g)(-2)$, unde f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x) = 3x - 4$ şi g:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$g(x) = 2x + 5$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{2x^2 + 4} = 2\sqrt{3}$.
4.Determinaţi numărul elementelor care sunt divizibile cu 5 şi nu sunt divizibile cu 10, din mulţimea M={1,2,3, … ,50}.
5.Determinaţi numărul real m, ştiind că punctul $A(3, m - 1)$ este situat pe dreapta de ecuaţie x+y−3=0.
6.Se consideră triunghiul ABC cu AB=5,AC=5 şi BC=6.Calculaţi cosB.

Subiectul II

1.Se consideră determinantul $D(m) = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ m & 1 & -1 \\ 2 & 3 & m \end{vmatrix}$, unde m este număr real.
a)Calculaţi D(0).
b)Arătaţi că $D(m) = (m + 2)(m + 3)$, pentru orice număr real m.
c)Determinaţi numerele naturale n pentru care $D(n^2 - 3n) = 0$.
2.Se consideră matricea $A(a) = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ a & 3 \end{pmatrix}$, unde a este număr real.
a)Arătaţi că $A(-1) + A(1) = 2A(0)$.
b)Determinaţi numărul real a pentru care $A(a) \cdot \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} = 5I_2$, unde $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
c)Determinaţi matricea $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, ştiind că $A(1) \cdot X = 4A(2)$.

Subiectul III

1. Se consideră funcţia f:$(2, +\infty)\to\mathbb{R}$,$f(x) = x + \frac{4}{x-2}$.
a)Calculaţi $\lim\limits_{x\to 3} f(x)$.
b)Determinaţi ecuaţia asimptotei oblice spre $+\infty$ la graficul funcţiei f.
c)Calculaţi $\lim\limits_{x\to 2}\big((x - 2)f(x)\big)$.
2. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x) = \begin{cases} 2x^2 + x - 1, x \le 1 \\ x + 1, x > 1 \end{cases}$.
a)Calculaţi $f(0) + f(2)$.
b)Arătaţi că funcţia f este continuă în x=1.
c)Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale inecuaţia $f(x) \le 0$.

Testul 76(Examen de bacalaureat naţional2014, sesiunea II subiect de rezervă)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\left(1+\sqrt{2}\right)^2-2\sqrt{2}=3$.
2.Determinaţi coordonatele punctului de intersecţie a graficului funcţiei f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,
$f(x)=x-1$ cu axa Ox.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $3^{x+1}=3^2$.
4.Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulţimea numerelor naturale de o cifră, acesta să fie divizor al lui 8.
5.În reperul cartezian xOy se consideră A(1,1), B(3,1) şi C(3,3).Arătaţi că triunghiul ABC este isoscel.
6.Determinaţi lungimea laturii AB a triunghiului ABC dreptunghic în A, ştiind că BC=10 şi
$m(\sphericalangle C)=30°$.

Subiectul II

1.Se consideră matricele A=$\begin{pmatrix} a & 1 \\ 8 & 3 \end{pmatrix}$ şi B = $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 8 & 3 \end{pmatrix}$, unde a este număr întreg.
a)Arătaţi că detB=−5.
b)Arătaţi că detA≠0 pentru orice număr întreg a.
c)Determinaţi numărul întreg a ştiind că inversa matricei A are toate elementele numere întregi.
2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie x∗y=xy−5x−5y+30.
a)Arătaţi că 1∗5=5.
b)Arătaţi că x∗y=$(x-5)(y-5)+5$ pentru orice numere reale x şi y.
c)Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia x∗x=x.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=x^2-x$.
a)Arătaţi că $f'(x)=2x-1$,x$\epsilon\mathbb{R}$.
b)Calculaţi $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x^2}$.
c)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă x_0=1 situat pe graficul funcţiei f.
2.Se consideră funcţia f:$(0,+\infty)\to\mathbb{R}$,$f(x)=2x+\frac{1}{x}$.
a)Arătaţi că $\int_1^e\frac{1}{x}dx=1$.
b)Arătaţi că funcţia F:$(0,+\infty)\to\mathbb{R}$,$F(x)=x^2+\ln x+2$ este o primitivă a funcţiei f.
c)Arătaţi că suprafaţa plană delimitată de graficul funcţiei f, axa Ox şi dreptele de ecuaţii x=1 şi x=2 are aria mai mică strict decât 4.

Testul 77 (Examen de bacalaureat naţional2014, sesiunea II)

Subiectul I

1.Pentru a=3 arătaţi că $\frac{a}{2}-\frac{2}{a}=\frac{5}{6}$.
2.Determinaţi abscisa punctului de intersecţie a graficelor funcţiilor f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x-3$ şi g:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=x+1$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{x^2+5}=3$.
4.Preţul unei imprimante este 120 de lei.Determinaţi preţul imprimantei după o scumpire cu 10%.
5.În sistemul cartezian xOy se consideră punctele A(2,2), B(2,5) şi C(6,5).Determinaţi perimetrul triunghiului ABC.
6.Calculaţi cosA ştiind că sinA=$\frac{\sqrt{3}}{2}$ şi unghiul A este ascuţit.

Subiectul II

1.Se consideră matricele A=$\begin{pmatrix}1 & 2\\ 1 & 0\end{pmatrix}$,B=$\begin{pmatrix}b & b\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ şi C=$\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$, unde b este număr real.
a)Arătaţi că detA=-2.
b)Determinaţi numărul real b pentru care A+B=AB+C.
c)Arătaţi că $\det(B+2C)=\det B-\det A$ pentru orice număr real b.
2.Se consideră polinomul f=X^3-4X^2+X+2.
a)Arătaţi că $f(1)=0$.
b)Determinaţi câtul şi restul împărţirii polinomului f prin X-1.
c)Arătaţi că $(x_1+x_2+x_3)\left(\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_3}\right)=-2$ ştiind că x_1, x_2 şi x_3 sunt rădăcinile polinomului f.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia f:$(0,+\infty)\to\mathbb{R}$,$f(x)=x^2-\ln x$.
a)Arătaţi că $\lim\limits_{x\to 1} f(x)=1$.
b)Arătaţi că $f'(x)=2x-\frac{1}{x}$,$x\in(0,+\infty)$.
c)Arătaţi că funcţia f este convexă pe intervalul $(0,+\infty)$.
2. Se consideră funcţia f:$(-1,+\infty)\to\mathbb{R}$,$f(x)=\frac{x^2}{x+1}$.
a)Arătaţi că $\int_0^1 x^2\,dx=\frac{1}{3}$.
b)Determinaţi aria suprafeţei plane delimitate de graficul funcţiei f, axa Ox şi dreptele de ecuaţii x=0 şi x=1.
c)Arătaţi că orice primitivă a funcţiei f este funcţie crescătoare pe intervalul $(-1,+\infty)$.

Testul 78 (Examen de bacalaureat naţional2014, sesiunea I subiect de rezervă)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\left(1-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{4}=1$.
2.Determinaţi coordonatele punctului de intersecţie a graficului funcţiei f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+4$ cu axa Oy.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $3^{3x-1}=9$.
4.Calculaţi probabilitatea ca alegând un număr din mulţimea numerelor naturale de o cifră, acesta să fie mai mic sau egal cu 3.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(1,1),B(4,1) şi C(4,4).Arătaţi că AB=BC.
6.Determinaţi aria triunghiului ABC dreptunghic în A ştiind că AB=6 şi BC=10.

Subiectul II

1.Se consideră matricele A=$\begin{pmatrix}1 & 2\\ 2 & 4\end{pmatrix}$ şi $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.
a)Arătaţi că detA=0.
b)Arătaţi că A·A=5A.
c)Determinaţi numerele reale x şi y pentru care A+$\begin{pmatrix}x & y\\ y & -3\end{pmatrix}=I_2$.
2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie x∘y=x+y+xy.
a)Arătaţi că $(-1)\circ 1=-1$.
b)Arătaţi că x∘y=$(x+1)(y+1)-1$ pentru orice numere reale x şi y.
c)Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $(x+1)\circ(x-3)=4$.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia f:$(2,+\infty)\to\mathbb{R}$,$f(x)=\frac{x-1}{x-2}$.
a)Arătaţi că $\lim\limits_{x\to 3} f(x)=2$.
b)Arătaţi că $f'(x)=-\frac{1}{(x-2)^2}$, $x\in(2,+\infty)$.
c)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă $x_0=3$, situat pe graficul funcţiei f.
2. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=x^2+2x+1$.
a)Arătaţi că $\int_{-1}^{1}(2x+1)\,dx=2$.
b)Determinaţi volumul corpului obţinut prin rotaţia în jurul axei Ox a graficului funcţiei g:$[0,1]\to\mathbb{R}$, $g(x)=f(x)-2x-1$.
c)Demonstraţi că orice primitivă a funcţiei f este o funcţie crescătoare pe $\mathbb{R}$.

Testul 79(Examen de bacalaureat naţional2014, sesiunea I)

Subiectul I

1.Arătaţi că $5(2+\sqrt{3})-5\sqrt{3}=10$.
2.Determinaţi numărul real a ştiind că $f(1)=a$, unde $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x+3$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_2(2x+1)=\log_2 5$.
4.Calculaţi probabilitatea ca alegând un număr din mulţimea numerelor naturale de două cifre, acesta să fie divizibil cu 10.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(2,5) şi B(3,5).Calculaţi distanţa de la punctul A la punctul B.
6.Arătaţi că $\sin^2 30^\circ+\cos^2 45^\circ=\frac{3}{4}$.

Subiectul II

1.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}4 & 8\\ 1 & 2\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1 & 2\\ -1 & -2\end{pmatrix}$ şi $C=\begin{pmatrix}3 & x\\ 2 & 4\end{pmatrix}$, unde x este număr real.
a)Arătaţi că detA=0.
b)Determinaţi numărul real x ştiind că B+C=A.
c)Arătaţi că $B\cdot B+B=O_2$, unde $O_2=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$.
2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x\circ y=xy+4x+4y+12$.
a)Arătaţi că $0\circ(-4)=-4$.
b)Arătaţi că $x\circ y=(x+4)(y+4)-4$ pentru orice numere reale x şi y.
c)Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $x\circ x=12$.

Subiectul III

1. Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}, f(x)=\ln x-\frac{1}{x}$.
a) Arătaţi că $f'(x)=\frac{x+1}{x^2}, x\in(0,+\infty)$.
b)Arătaţi că $\lim\limits_{x\to 2}\frac{f(x)-f(2)}{x-2}=\frac{3}{4}$.
c)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă $x_0=1$, situat pe graficul funcţiei f.
2.Se consideră funcţiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=e^x-x$ şi $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, F(x)=e^x-\frac{x^2}{2}-1$.
a)Arătaţi că $\int_0^1 e^x\,dx=e-1$.
b)Arătaţi că funcţia F este o primitivă a funcţiei f.
c)Calculaţi $\int_0^1 F(x)\,dx$.

Testul 80 (Examen de bacalaureat naţional2014, sesiunea specială)

Subiectul I

1.Arătaţi că $3\cdot\left(\frac{2}{3}-\frac{1}{3}\right)=1$.
2.Determinaţi numărul real m ştiind că $f(m)=1$, unde $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x-4$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{2x^2+1}=1$.
4.În anul 2013, profitul anual al unei firme a fost de 100000 de lei, ceea ce reprezintă 4% din valoarea veniturilor anuale ale firmei.Determinaţi valoarea veniturilor anuale ale firmei în anul 2013.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(5,6), B(2,6) şi C(5,2).Arătaţi că triunghiul ABC este dreptunghic.
6.Arătaţi că $tg^2 60^\circ + tg^2 45^\circ = 4$.

Subiectul II

1.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}3 & 1\\ -5 & -2\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}2 & 1\\ -5 & -3\end{pmatrix}$ şi $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.
a)Arătaţi că $detA=-1$.
b)Arătaţi că $2A\cdot B-B\cdot A=I_2$.
c)Determinaţi numărul real x ştiind că $A\cdot A-xA=I_2$.
2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=2(x+y-1)-xy$.
a)Arătaţi că $1*2=2$.
b)Arătaţi că $x*2=2*x=2$ pentru orice număr real x.
c)Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $x*x=x$.

Subiectul III

1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=(x-1)e^x$.
a)Arătaţi că $\lim\limits_{x\to 0} f(x)=-1$.
b)Arătaţi că $f'(x)=e^x+f(x)$ pentru orice număr real x.
c) Arătaţi că $\lim\limits_{x\to 0}\frac{f(x)+1}{x}=0$.
2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=3x^2+2x$.
a)Arătaţi că $\int_1^2 3x^2\,dx=7$.
b)Determinaţi primitiva $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ a funcţiei f pentru care $F(1)=2014$.
c)Determinaţi numărul natural n, $n\geq 2$ ştiind că $\int_1^n \frac{f(x)}{x}\,dx=\frac{13}{2}$.

Testul 81 (Examen de bacalaureat naţional2014, model oficial MEN)

Subiectul I

1.Să se arate că numărul $3\left(4+\sqrt{3}\right)-\sqrt{27}$ este natural.
2.Calculaţi $f(1)+f(2)+\cdots+f(10)$ pentru funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=2x+3$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_7(x^2+8)=\log_7(6x)$.
4.După o scumpire cu 30% preţul unui obiect este 325 de lei.Determinaţi preţul obiectului înainte de scumpire.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $P(1,3)$ şi $R(3,3)$.Determinaţi coordonatele punctului Q , ştiind că R este mijlocul segmentului PQ.
6.Arătaţi că $\sin10^\circ+\sin30^\circ-\sin170^\circ=\frac{1}{2}$.

Subiectul II

1.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}-3 & 1\\ 2 & -2\end{pmatrix}$ şi $B=\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix}$.
a)Calculaţi detA.
b)Arătaţi că $B\cdot A-A\cdot B=\begin{pmatrix}1 & 1\\ -1 & -1\end{pmatrix}$.
c)Determinaţi numerele reale x pentru care $\det(A+xB)=0$.
2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă
$x\circ y=xy-3(x+y)+12$.
a)Arătaţi că $x\circ3=3\circ x=3$, pentru orice număr real x.
b)Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $x\circ x=x$.
c)Calculaţi $1\circ2\circ\ldots\circ2014$.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=e^x-x$.
a)Calculaţi $f'(x)$, $x\in\mathbb{R}$.
b)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă $x_0=0$, situat pe graficul funcţiei f.
c)Demonstraţi că $e^x\geq x+1$, pentru orice $x\in\mathbb{R}$.
2. Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}, f(x)=3-\frac{1}{x}$.
a)Calculaţi $\int_1^2\left(3-f(x)\right)dx$.
b)Determinaţi primitiva $F:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$ a funcţiei f pentru care $F(1)=3$.
c)Determinaţi volumul corpului obţinut prin rotaţia în jurul axei Ox a graficului funcţiei $g:[1,2]\to\mathbb{R}, g(x)=xf(x)$.

Testul 82 (Examenul de bacalaureat naţional 2014, simulare clasa a 12 − a)

Subiectul I

1.Calculaţi suma primilor trei termeni ai unei progresii aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$, ştiind că $a_2 = 4$.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x) = 2014x - 2013$.Calculaţi $\big(f(1)\big)^{2014}$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $3^{2-3x} = 3^{x+6}$.
4.Calculaţi probabilitatea ca alegând un număr din mulţimea numerelor naturale de o cifră, acesta să fie divizor al lui 10.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(1,3) şi B$(-1,1)$.Determinaţi ecuaţia dreptei AB.
6.Arătaţi că $\sqrt{3}\cos 30^\circ + \sqrt{2}\sin 45^\circ = \frac{5}{2}$.

Subiectul II

1.Se consideră matricea A=$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 4 & 9 \end{pmatrix}$.
a)Calculaţi detA.
b)Determinaţi numărul real m pentru care matricele A+mI_3 şi $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \\ 1 & 4 & 8 \end{pmatrix}$ sunt egale, unde $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.
c)Rezolvaţi ecuaţia matriceală AX=$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$, unde X=$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_{3,1}(\mathbb{R})$.
2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie comutativă x∗y=x+y−5.
a)Arătaţi că $2*(-2) = 2014 * (-2014)$.
b)Verificaţii dacă legea „$*$” este asociativă.
c)Calculaţi $(-4) * (-3) * (-2) * (-1) * 0 * 1 * 2 * 3 * 4$.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x) = x^3 - 3x + 7$.
a)Arătaţi că $\lim\limits_{x\to 0} \frac{f(x)-f(0)}{x} = -3$.
b)Calculaţi $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x(2x+1)(3x+2)}$.
c)Demonstraţi că $f(x) \geq 5$ pentru orice $x\in[-1,+\infty)$.
2.Se consideră funcţiile f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x) = e^x + 2x$ şi F:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$F(x) = e^x + x^2 + 2014$.
a)Calculaţi $\int_1^2 (f(x) - e^x)\,dx$.
b)Arătaţi că funcţia F este o primitivă a funcţiei f.
c)Calculaţi $\int_0^1 f(x)F(x)\,dx$.

Testul 83(Examenul de bacalaureat naţional 2014, simulare clasa a $11-a$)

Subiectul I

1.Determinaţi numărul real m din egalitatea $m+2^3=\sqrt{16}-2$.
2.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x^2-3x+2$.Determinaţi numerele reale x pentru care $f(x)=2$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $8^x=2^{x-2}$.
4.O firmă foloseşte pentru publicitate 3000 de lei, ceea ce repezintă 5% din profitul anual. Determinaţi profitul anual al firmei.
5.În reperul cartezian xOy se consideră dreapta d de ecuaţie $x-2y+1=0$.Determinaţi numărul real a, ştiind că punctul $A(a,2)$ aparţine dreptei d.
6.În triunghiul ABC dreptunghic în A, $AB=3$ şi $AC=4$.Determinaţi sinB.

Subiectul II

1.Se consideră determinanţii $d=\begin{vmatrix}1&1&1\\2&4&1\\3&8&1\end{vmatrix}$ şi $D(a)=\begin{vmatrix}4-a&a-1\\a+1&4-a\end{vmatrix}$, unde a este număr real.
a)Arătaţi că $d=1$.
b)Determinaţi numărul real a pentru care $D(a)=1$.
c)În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,1), B(2,4)$ şi $C(3,m)$.Determinaţi numerele reale m ştiind că $\mathcal{A}_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}$.
2.Se consideră matricea $A(x)=\begin{pmatrix}1&x\\2&1\end{pmatrix}$, unde x este număr real.
a)Calculaţi $A(2)+A(-2)$.
b)Determinaţi numerele reale p şi q pentru care $A(2)\cdot\begin{pmatrix}p\\q\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4\\5\end{pmatrix}$.
c)Arătaţi că matricea A(x) este inversabilă pentru orice număr întreg x.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=\frac{x}{x^2+1}$.
a)Calculaţi $\lim\limits_{x\to1}f(x)$.
b)Calculaţi $\lim\limits_{x\to+\infty}xf(x)$.
c)Determinaţi ecuaţia asimptotei spre $+\infty$ la graficul funcţiei f.
2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=\begin{cases}x-2, x<2\\x^2-4x+4, x\geq2\end{cases}$.
a)Calculaţi $f(1)\cdot f(3)$.
b)Arătaţi că funcţia f este continuă în punctul $x=2$.
c)Demonstraţi că $f(a)\cdot f(b)<0$, pentru orice $a<2$ şi $b>2$.

Testul 84(Examen de bacalaureat naţional2013, sesiunea II subiect de rezervă)

Subiectul I

1.Arătaţi că $2\left(2+\sqrt{3}\right)-2\sqrt{3}=4$.
2.Calculaţi $f(4)+f(-4)$ pentru funţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+4$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $7^{2x}=49$.
4.Preţul unui obiect este 1000 de lei.Determinaţi preţul obiectului după o scumpire cu 10%.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(4,3) şi B(4,1).Calculaţi distanţa de la punctul A la punctul B.
6.Calculaţi $\sin 45^\circ-\sin 135^\circ$.

Subiectul II

1.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}-1 & 2\\ 2 & 1\end{pmatrix}$, $O_2=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$ şi $B=\begin{pmatrix}1 & m\\ m & m+1\end{pmatrix}$, unde m este număr real.
a)Calculaţi detA.
b)Pentru $m=-2$, arătaţi că $A+B=O_2$.
c)Determinaţi numărul real m pentru care $A\cdot B=\begin{pmatrix}9 & 7\\ 7 & 16\end{pmatrix}$.
2.Se consideră polinomul $f=X^3+2X^2+X$.
a)Arătaţi că $f(-1)=0$.
b)Determinaţi câtul şi restul împărţirii polinomului f la polinomul $g=X^2+X$.
c)Calculaţi $x_1^2+x_2^2+x_3^2$, ştiind că x_1,x_2,x_3 sunt rădăcinile polinomului f.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$,$f(x)=x+10-\frac{11}{x}$.
a)Verificaţi dacă $f'(x)=\frac{x^2+11}{x^2}$, pentru orice $x\in(0,+\infty)$.
b)Arătaţi că funcţia f este crescătoare pe intervalul $(0,+\infty)$.
c)Arătaţi că funcţia f este concavă pe intervalul $(0,+\infty)$.
2.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=x^2+9$.
a)Calculaţi $\int_1^2 f'(x)\,dx$.
b)Arătaţi că $\int_1^2 \frac{f(x)}{x}dx=\frac{3}{2}+9\ln 2$.
c)Arătaţi că volumul corpului obţinut prin rotaţia în jurul axei Ox a graficului funcţiei $g:[0,1]\to\mathbb{R}$, $g(x)=f(x)-x^2$ este egal cu 81π.

Testul 85 (Examen de bacalaureat naţional2013, sesiunea II)

Subiectul I

1.Arătaţi $3\left(4-\sqrt{3}\right)+3\sqrt{3}=12$.
2.Calculaţi $f(-4)+f(4)$ pentru funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-16$.
3.Rezolvaţi, în mulţimea numerelor reale, ecuaţia $(x-2)^2-x^2+8=0$.
4.Preţul unui obiect este 100 de lei.Determinaţi preţul obiectului după o ieftinire cu 30%.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(2,4) şi B(2,1).Calculaţi distanţa de la punctul A la punctul B.
6.Calculaţi cosA, ştiind că $\sin A=\frac{1}{2}$ şi unghiul A este ascuţit.

Subiectul II

1.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}2 & -2\\ 0 & 2\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ şi $B=\begin{pmatrix}b & 1\\ 0 & b\end{pmatrix}$, unde b este număr real.
a)Calculaţi detA.
b)Determinaţi numărul real b pentru care $A\cdot B=2I_2$.
c)Determinaţi numărul real b pentru care $\det(A+B)=0$.
2.Se consideră polinomul $f=X^3-3X^2+2X$.
a)Calculaţi f(1).
b)Determinaţi câtul şi restul împărţirii polinomului f la X−2.
c)Calculaţi $x_1^2+x_2^2+x_3^2$, unde că x_1, x_2, x_3 sunt rădăcinile polinomului f.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=(x+2)^3$.
a)Verificaţi dacă $f'(x)=3x^2+12x+12$, pentru orice $x\in\mathbb{R}$.
b)Arătaţi că funcţia f este crescătoare pe $\mathbb{R}$.
c)Calculaţi $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{f'(x)}{x^2}$.
2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x^2+1$.
a)Verificaţi dacă funcţia $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, F(x)=\frac{x^3}{3}+x$ este o primitivă a funcţiei f.
b)Calculaţi aria suprafeţei plane delimitate de graficul funcţiei f, axa Ox şi dreptele de ecuaţie x=0 şi x=1.
c)Arătaţi că $\int_1^2\frac{f(x)}{x}dx=\frac{3}{2}+\ln 2$.

Testul 86(Examen de bacalaureat naţional2013, sesiunea I subiect de rezervă)

Subiectul I

1.Arătaţi că $2\left(5-\sqrt{2}\right)+2\sqrt{2}=10$.
2.Calculaţi $f(-3)+f(3)$ pentru funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-9$.
3.Rezolvaţi, în mulţimea numerelor reale, ecuaţia $5^{2x}=25$.
4.Preţul unui obiect este 100 de lei.Determinaţi preţul obiectului după o scumpire cu 20%.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,1)$ şi $B(3,1)$.Calculaţi distanţa de la punctul A la punctul B.
6.Calculaţi $\cos 30^\circ+\cos 150^\circ$.

Subiectul II

1.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & -1\\ 0 & 1\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ şi $B=\begin{pmatrix}x & -1\\ 0 & x\end{pmatrix}$, unde x este număr real.
a)Calculaţi detA.
b)Pentru $x=0$ arătaţi că $A-B=I_2$.
c)Determinaţi numărul real x pentru care $\det(A+B)=0$.
2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă dată de $x\circ y=x+y+3$.
a)Calculaţi $2\circ(-2)$.
b)Arătaţi că $e=-3$ este elementul neutru al legii de compoziţie „$\circ$”.
c)Determinaţi numărul real x pentru care $2013\circ(-2013)=x\circ x$.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$,$f(x)=\frac{x+1}{x}$.
a)Calculaţi $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.
b)Arătaţi că funcţia f este descrescătoare pe intervalul $(0,+\infty)$
c)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă $x_0=1$, situat pe graficul funcţiei f.
2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=3x^2+1$.
a)Calculaţi $\int_0^1 f'(x)\,dx$.
b)Arătaţi că funcţia $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$F(x)=x^3+x+1$ este o primitivă a funcţiei f.
c)Calculaţi aria suprafeţei delimitate de graficul funcţiei f, axa Ox şi dreptele de ecuaţie $x=0$ şi $x=1$.

Testul 87 (Examen de bacalaureat naţional2013, sesiunea I)

Subiectul I

1.Arătaţi că $3\left(2-\sqrt{2}\right)+3\sqrt{2}=6$.
2.Calculaţi $f(0)\cdot f(-2)$ pentru funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x-1$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $5^{x-2}=25$.
4.Preţul unui obiect este 100 de lei.Determinaţi preţul obiectului după o scumpire cu 10%.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,1)$ şi $B(1,3)$.Calculaţi distanţa de la punctul A la punctul B.
6.Calculaţi $\cos 45^\circ+\cos 135^\circ$.

Subiectul II

1.Pentru fiecare număr real a se consideră matricea $M(a)=\begin{pmatrix}2a & 0\\ 0 & 2a\end{pmatrix}$.
a)Arătaţi că $M\left(\frac{1}{2}\right)+M\left(-\frac{1}{2}\right)=M(0)$.
b)Determinaţi numărul real a pentru care $\det M(a)=0$.
c)Determinaţi matricea $M(-2)+M(-1)+M(0)+M(1)+M(2)$.
2.Se consideră polinomul $f=X^3-2X^2+1$.
a)Arătaţi că $f(1)=0$.
b)Determinaţi câtul şi restul împărţirii polinomului f la polinomul $g=X^2-2X+1$.
c)Calculaţi $x_1^2+x_2^2+x_3^2$, unde x_1, x_2, x_3, sunt rădăcinile polinomului f.

Subiectul III

1. Se consideră funcţia $f:[0,+\infty)\to\mathbb{R}, f(x)=\sqrt{x}-1$.
a)Arătaţi că $2\sqrt{x}f'(x)=1$ pentru orice $x\in(0,+\infty)$.
b)Verificaţi dacă dreapta de ecuaţie $y=\frac{1}{4}x$ este tangentă la graficul funcţiei f în punctul de abscisă $x_0=4$, situat pe graficul funcţiei f.
c)Arătaţi că funcţia f este concavă pe intervalul $(0,+\infty)$.
2. Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}, f(x)=2x+1+\frac{1}{x}$.
a)Calculaţi $\int_1^2\left(f(x)-\frac{1}{x}\right)dx$.
b)Arătaţi că funcţia $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, F(x)=x^2+x+\ln x$ este o primitivă a funcţiei f.
c)Calculaţi aria suprafeţei delimitate de graficul funcţiei f,axa Ox şi dreptele de ecuaţie x=1 şi x=2.

Testul 88(Examen de bacalaureat naţional2013, sesiunea specială)

Subiectul I

1.Arătaţi că $3\left(2+\sqrt{2}\right)-3\sqrt{2}=6$.
2.Calculaţi $f(-2)\cdot f(0)$ pentru funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x+1$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_3(x^2+1)=\log_3 1$.
4.Preţul unui obiect este 1000 de lei.Determinaţi preţul obiectului după o ieftinire cu 10%.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $P(2,1)$ şi $R(2,3)$.Determinaţi coordonatele mijlocului segmentului PR.
6.Calculaţi cosB ştiind că $\sin B=\frac{5}{13}$ şi unghiul B este ascuţit.

Subiectul II

1.Se consideră matricea $A=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix}$.
a)Calculaţi detA.
b)Determinaţi numărul real x pentru care $A\cdot A-xI_2=A$, unde $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.
c)Determinaţi matricele $M=\begin{pmatrix}m & m\\ m & 1\end{pmatrix}$, ştiind că $\det(M+A)=0$, unde m este număr real.
2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă dată de $x*y=x+y-2$.
a)Calculaţi $5*(-5)$.
b)Arătaţi că legea de compoziţie „$*$” este comutativă.
c)Calculaţi $(-3)*(-2)*(-1)*0*1*2*3$.

Subiectul III

1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=xe^x$.
a)Arătaţi că $f'(x)=(x+1)e^x$ pentru orice $x\in\mathbb{R}$.
b)Verificaţi dacă $f''(x)+f(x)=2f'(x)$, pentru orice $x\in\mathbb{R}$.
c)Arătaţi că funcţia f are un punct de extrem.
2. Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}, f(x)=\frac{1}{x}$.
a)Calculaţi $\int_4^5 xf(x)\,dx$.
b)Arătaţi că funcţia $F:(0,+\infty)\to\mathbb{R}, F(x)=4+\ln x$ este o primitivă a funcţiei f.
c)Determinaţi numărul real a, $a>5$, pentru care aria suprafeţei delimitate de graficul funcţiei f, axa Ox şi dreptele de ecuaţie $x=5$ şi $x=a$, este egală cu ln3.

Testul 89(Examen de bacalaureat naţional2013, model oficial MEN)

Subiectul I

1.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $(3x+2)^2=4$.
2.Determinaţi numărul real m pentru care vârful parabolei asociate funcţiei f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=-x^2+3mx+1$ are abscisa egală cu $\frac{3}{2}$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $3^{2x}=9$.
4.Calculaţi $5C_4^2-A_5^2$.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-6,3)$ şi $B(2,5)$.Determinaţi coordonatele mijlocului segmentului (AB).
6.Calculaţi lungimea diagonalei BD a rombului ABCD în care AB=4 şi $m(\sphericalangle ABC)=120°$.

Subiectul II

1.Pentru fiecare număr real x se consideră matricea $A(x)=\begin{pmatrix}-1 & 2 & x\\ 2 & -1 & x\\ x & x & 2\end{pmatrix}$ şi se notează determinantul ei cu $\Delta(x)$.
a)Calculaţi $\Delta(1)$.
b)Arătaţi că $\Delta(x)=6(x^2-1)$, pentru orice număr real x.
c)Determinaţi inversa matricei $A(0)$.
2.În $\mathbb{R}[X]$ se consideră polinomul $f=X^3-X^2+aX+b$.
a)Calculaţi a+b, ştiind că $f(1)=0$.
b)Pentru $a=-1$ şi b=1,determinaţi rădăcinile polinomului f.
c)Determinaţi numerele reale a şi b, ştiind că $x_1=1$ şi $x_2=2$ sunt rădăcini ale polinomului f.

Subiectul III

1. Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}, f(x)=x\ln x$.
a)Verificaţi dacă $f'(x)=1+\ln x$, pentru orice $x\in(0,+\infty)$.
b)Arătaţi că funcţia f este crescătoare pe $\left[\frac{1}{e},+\infty\right)$.
c)Demonstraţi că $f(x)\geq-\frac{1}{e}$,oricare ar fi $x\in(0,+\infty)$.
2. Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}, f(x)=1+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}$.
a)Verificaţi dacă funcţia $F:(0,+\infty)\to\mathbb{R}, F(x)=x-\frac{1}{x}+\ln x$ este o primitivă a funcţiei f.
b)Calculaţi $\int_1^e x\cdot f(x^2)\,dx$.
c)Determinaţi numărul real a>1, pentru care $\int_1^a\left(f(x)-\frac{1}{x}\right)dx=\frac{3}{2}$.

Teste propuse

Testul 1 (Prelucrare de bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\left(1+\frac{1}{7}\right):2+\frac{3}{7}=1$.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=6-3x$.Determinaţi numărul real a pentru care $f(a)=3\cdot f(1)$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{7x+4}=5$.
4.Se consideră mulţimea A={21,22,23,24,25,26,27,28,29,30}. Determinaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulţimea A, acesta să fie multiplu de 4.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(0,4), B(6,2) şi C, mijlocul segmentului AB. Arătaţi că OC=$3\sqrt{2}$.
6.Arătaţi că $2(co30°)^2+\sin45°\cdot\cos45°=2$.

Subiectul II

1.Se consideră matricea M(a)=$\begin{pmatrix}2a & a+1\\ a-1 & a+3\end{pmatrix}$, unde a este număr real.
a)Arătaţi că $\det(M(2))=17$.
b)Arătaţi că $4M(2)-M(5)=3M(1)$.
c)Demostraţi că numărul N=$\det(M(0)\cdot M(n)-M(1)\cdot M(0))$ este pătratul unui număr natural, pentru orice număr natural n.
2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie x∘y=2x−3y+xy.
a)Arătaţi că 2∘2=6.
b)Determinaţi numărul real x pentru care x∘3=3.
c)Determinaţi numerele întregi m pentru care $m\circ(-m)>m\circ m$.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=x^3+6x^2-36x+30$.
a)Arătaţi că $f'(x)=3(x-2)(x+6)$, x∈$\mathbb{R}$.
b)Arătaţi că $\lim\limits_{x\to1}\frac{x^3-f(x)}{x^2-x}=24$.
c)Demonstraţi că $-46\le x^3+6x^2-36x\le216$, pentru orice x∈[−6,3].
2. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=3x-2$.
a)Arătaţi că $\int_{-2}^{2}(f(x)+2)\,dx=0$.
b)Arătaţi că $\int_1^2\frac{1}{\sqrt{f(x)}}dx=\frac{2}{3}$.
c)Determinaţi numărul real a pentru care $\int_1^e\frac{f(ax)}{x}\cdot\ln x\,dx=8$.

Testul 2(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\frac{1}{5}\cdot\left(3+\frac{1}{3}\right)+\frac{4}{3}=2$.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=2x-3$.Determinaţi numărul real a pentru care $f(a)-f(4)=4$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $2^{1-x}=2^{3+x}$.
4.După o scumpire cu 20%, un obiect costă 48 de lei.Determinaţi preţul obiectului înainte de scumpire.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(2,5) şi B(6,8). Arătaţi că OB=2AB.
6.Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu AB=4 şi BC=6.. Arătaţi că aria triunghiului ABC este egală cu $4\sqrt{5}$.

Subiectul II

1.Se consideră matricea A(a)=$\begin{pmatrix}1 & 3a-3\\ a-1 & 3a-2\end{pmatrix}$, unde a este număr real.
a)Arătaţi că $\det(A(2))=1$.
b)Arătaţi că $2A(2)+A(5)=3A(3)$.
c)Determinaţi matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $2X\cdot A(2)-A(2)=A(6)$.
2.Se consideră polinomul $f=X^3-4X^2-3X+m$, unde m este număr real.
a)Pentru m=10, arătaţi că $f(-1)=8$.
b)Determinaţi numărul real m pentru care 3 este rădăcină a polinomului f.
c)Ştiind că restul împărţirii polinomului f la polinomul g=X−5 este egal cu 20, determinaţi rădăcinile polinomului f.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia f:$(-2,+\infty)\to\mathbb{R}$,$f(x)=\frac{x^2-3}{x+2}$.
a)Arătaţi că $f'(x)=\frac{x^2+4x+3}{(x+2)^2}$, $x\in(-2,+\infty)$.
b)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă x=−1, situat pe graficul funcţiei f.
c)Determinaţi ecuaţia asimptotei oblice la graficul funcţiei f.
2. Se consideră funcţia f:$(-3,+\infty)\to\mathbb{R}$,$f(x)=\frac{e^x}{x+3}$.
a)Arătaţi că $\int_0^1(x+3)f(x)\,dx=e-1$.
b)Arătaţi că $\int_0^9\frac{f(x)}{e^x}dx=2\ln 2$.
c)Determinaţi numărul real a pentru care $\int_0^1\left(a-\frac{1}{f(x)}\right)dx=\frac{5}{e}$.

Testul 3 (Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $3\cdot(2,8-1,6)+0,4=4$.
2.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=2x-3$.Determinaţi numărul real m pentru care $f(0)+f(m)=0$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{2x+6}=6$.
4.Preţul unui obiect este 400 de lei.Determinaţi preţul obiectului după o scumpire cu 30%.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $M(4,0)$, $N(8,2)$ şi $P(0,4)$. Determinaţi distanţa dintre mijlocul segmentului MP şi punctul N.
6.Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu BC=10 şi 2BC=5AC.Arătaţi că $AB=2\sqrt{21}$.
Subiectul II

1.Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ şi $A(x)=\begin{pmatrix}x & x+1\\ x-1 & x+1\end{pmatrix}$, unde x este număr real.
a)Arătaţi că $\det(A(1))=2$.
b)Arătaţi că $2A(1)+A(7)=3A(3)$.
c)Determinaţi numerele reale x şi y pentru care $(A(x)-(2x+1)I_2)\cdot A(2)=yI_2$.
2. Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=x+y-xy+1$.
a)Arătaţi că $2*3=0$.
b)Determinaţi numărul real x pentru care $x*5=10$.
c)Determinaţi numerele naturale nenule n pentru care numărul $N=\frac{3}{n}*(3+n)$ este natural.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}, f(x)=\frac{4}{x}-1+4\ln x$.
a)Arătaţi că $f'(x)=\frac{4(x-1)}{x^2}, x\in(0,+\infty)$.
b)Arătaţi că $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}=0$.
c)Demostraţi că $\ln x\geq 1-\frac{1}{x}$, pentru orice $x\in(0,+\infty)$.
2. Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}, f(x)=6x+4-8\sqrt{x}$.
a)Arătaţi că $\int_1^3\left(f(x)-4+8\sqrt{x}\right)dx=24$.
b)Arătaţi că $\int_1^4\frac{6x-f(x)}{\sqrt{x}}dx=16$.
c)Demonstraţi că orice primitivă $G:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$ a funcţiei $g:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $g(x)=f(x)\cdot\sqrt{x}$ este convexă.

Testul 4(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Determinaţi termenul a_3 al progresiei aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$ în care $a_1 = 10$ şi $a_2 = 16$.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x) = 2x - 2$.Arătaţi că $f(2) + f(3) - f(4) = 0$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $7^{4-x} = 7^{4x-1}$.
4.Determinaţi probabilitatea ca, alegând un număr n din mulţimea numerelor naturale de o cifră, acesta să verifice inegalitatea $20-2n<17$.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(1,1) , M(4,2) şi B(a, b), unde a şi b sunt numere reale. Determinaţi numerele reale a şi b, ştiind că punctul M este mijlocul segmentului AB.
6.Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A,cu AC=15 şi măsura unghiului C egală cu 30°. Arătaţi că $BC=10\sqrt{3}$.

Subiectul II

1.Se consideră matricele $A(x)=\begin{pmatrix} x & x-1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
a)Arătaţi că $\det(A(4))=5$.
b)Arătaţi că $2A(1)+A(4) = 3A(2)$.
c)Determinaţi numerele reale x şi y pentru care $A(-x)\cdot A(x) = A(y)$.
2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=(5-x)(5-y)+3$.
a)Arătaţi că $0*4=8$.
b)Determinaţi numărul real x pentru care $3*x=3$.
c)Determinaţi perechile (m, n) de numere întregi pentru care $(2m)*(2n+2) = 15$.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x) = 3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + 10$.
a)Arătaţi că $f'(x) = 12x(x+1)(x-2), x\in\mathbb{R}$.
b)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă x=0, situat pe graficul funcţiei f.
c)Demostraţi că $3x^4 + 16 \geq 4x^3 + 12x^2$, pentru orice $x\in(-\infty, 0]$.
2. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x) = x + 2 + xe^x$.
a)Arătaţi că $\int_0^4 (f(x) - xe^x)\,dx = 16$.
b)Arătaţi că $\int_0^1 (f(x) - x - 2)\,dx = 1$.
c)Se consideră funcţia g:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x) = \frac{\sqrt{f'(x)}}{f(x)}$. Arătaţi că volumul corpului obţinut prin rotaţia graficului funcţiei g în jurul axei Ox este egal cu $\frac{\pi(e+1)}{2(e+3)}$.

Testul 5(prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\frac{14}{5}-2\cdot\left(1-\frac{1}{10}\right)=1$.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=7x+4$. Determinaţi numărul real m pentru care $f(m)=25$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $3^{2x-2}=3^{4-x}$.
4.După o ieftinire cu 55%, un obiect costă 90 de lei.Determinaţi preţul obiectului înainte de ieftinire.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(3,1) , B(6,8) şi C, mijlocul lui OB. Determinaţi distanţa dintre punctele A şi C.
6.Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu AB=6·AC şi aria egală cu 12. Arătaţi că AC=2.

Subiectul II

1.Se consideră matricea $A(x)=\begin{pmatrix}x & 2x\\ 2 & x+4\end{pmatrix}$, unde x este număr real.
a)Arătaţi că $\det(A(1))=1$.
b)Arătaţi că $3A(3)-A(1)=2A(4)$.
c)Determinaţi numărul real x pentru care $A(0)\cdot A(x)\cdot A(0)=4xA(0)$.
2.Se consideră polinomul $f=X^3-6X^2+aX-4$, unde a este număr real.
a)Pentru a=9, arătaţi că $f(1)=0$.
b)Pentru a=5, arătaţi că $x_1x_2x_3+4x_1x_2+4x_1x_3+4x_2x_3=24$, unde x_1,x_2 şi x_3 sunt rădăcinile polinomului f.
c)Se consideră polinoamele g=X−4 şi h=X+3. Determinaţi numărul real a pentru care restul împărţirii polinomului f la g este egal cu restul împărţirii polinomului g la h.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=\frac{4x+1}{x^2+2}$.
a)Arătaţi că $f'(x)=\frac{4(x+1)(2-x)}{(x^2+2)^2}$, $x\in\mathbb{R}$.
b)Arătaţi că $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x\cdot f(x)\right)=4$.
c)Determinaţi numerele reale a pentru care tangenta la graficul funcţiei f în punctul de abscisă x=a, situat pe graficul funcţiei f, are panta egală cu 0.
2. Se consideră funcţia f:$(-9,+\infty)\to\mathbb{R}$,$f(x)=\frac{6x}{\sqrt{x+9}}$.
a)Arătaţi că $\int_0^1 f(x)\cdot\sqrt{x+9}\,dx=3$.
b)Arătaţi că $\int_7^{16}\frac{1}{3x}\cdot f(x)\,dx=4$.
c)Se consideră $a\in(0,+\infty)$ şi funcţia g:$[a,a+18]\to\mathbb{R}$, $g(x)=\frac{f(x)}{6\sqrt{x}}$. Determinaţi $a\in(0,+\infty)$ pentru care volumul corpului obţinut prin rotaţia graficului funcţiei g în jurul axei Ox este egal cu $9\pi(2-\ln 2)$.

Testul 6(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\frac{3}{4}+3\cdot\left(\frac{5}{2}-\frac{3}{4}\right)=6$.
2. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,f(x) $=5x-8$. Determinaţi numărul real a pentru care f(a) $=$ a.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{3x-2}=x$.
4.Se consideră mulţimea A={1,2,3,4,5,6,7,8,9}.Determinaţi probabilitatea ca, alegând un număr n din mulţimea A, numărul natural $n(n+1)$ să fie multiplu de 10.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(8,6), B(4,8) şi M, mijlocul segmentului OA. Arătaţi că triunghiul OBM este isoscel.
6.Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu AB=6 şi AB=3AC. Arătaţi că BC=$2\sqrt{10}$.

Subiectul II

1.Se consideră matricea $M(a)=\begin{pmatrix}a+1 & -1\\ 4 & a-4\end{pmatrix}$, unde a este număr real.
a)Arătaţi că $\det\big(M(0)\big)=0$.
b)Arătaţi că $M(3)+2M(0)=3M(1)$.
c)Determinaţi numărul real a pentru care $M(a)\cdot M(0)=3M(0)$.
2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie x∘y=xy+3(x + y).
a)Arătaţi că 2∘3=21.
b)Determinaţi numărul real x pentru care x∘4=x.
c)Determinaţi numărul real x pentru care $3^x\circ 9=3^{x+3}$.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,f(x) $=\frac{1}{x^2+6x+10}$.
a)Arătaţi că $f'(x)=\frac{-2(x+3)}{(x^2+6x+10)^2}$, x∈$\mathbb{R}$.
b)Arătaţi că $\lim\limits_{x\to+\infty}(x^2+2)\cdot f(x)=1$
c)Demonstraţi că $10f(x)+f(-x)\le 2$, pentru orice x∈$[0,+\infty)$.
2. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,f(x) $=3x^2+4x+1$.
a)Arătaţi că $\int_0^1(f(x)-4x)\,dx=2$.
b)Arătaţi că $\int_0^1\frac{1}{f(x)-3x^2}dx=\frac{\ln 5}{4}$.
c)Determinaţi primitiva G:$(0,+\infty)\to\mathbb{R}$ a funcţiei g:$(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $g(x)=\frac{f(x)-4x}{\sqrt{x}}$, pentru care G(1) $=4$.

Testul 7(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\left(5+\frac{3}{5}\right):8+\frac{3}{10}=1$.
2.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3x-6$.Determinaţi numărul real a pentru care $f(1)+f(a)=2f(0)$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{6x-x^2}=\sqrt{5x}$.
4.Se consideră mulţimea A={0,1,2, … ,37}.Determinaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulţimea A, acesta să fie pătratul unui număr natural.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(4,0) , B(0,3) şi C(7,4).Arătaţi că triunghiul ABC este dreptunghic isoscel.
6. Arătaţi că $2\cos30^\circ+\sqrt{3}\cos60^\circ-3\sin60^\circ=0$.

Subiectul II

1.Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ şi $M(a)=\begin{pmatrix}3a & a\\ a & a-2\end{pmatrix}$, unde a este număr real.
a)Arătaţi că $\det(M(3))=0$.
b)Arătaţi că $M(1)\cdot M(1)-M(1)=5I_2$.
c)Demonstraţi că numărul N=$\det\left(M(n)-5\left(M(1)\right)^{-1}\right)$ este natural impar, pentru orice număr natural nenul n, unde $\left(M(1)\right)^{-1}$ este inversa matricei $M(1)$.
2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x*y=xy-4x-4y+20$.
a)Arătaţi că $3*6=2$.
b)Arătaţi că $e=5$ este elementul neutru al legii de compoziţie „$*$”.
c)Determinaţi numărul real a pentru care $(a-x)*(a-x)=(a+x)*(a+x)$, pentru orice număr real x.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$,$f(x)=\frac{x^2-2}{x^3}$.
a)Arătaţi că $f'(x)=\frac{6-x^2}{x^4}$, $x\in(0,+\infty)$.
b)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă x=1, situat pe graficul funcţiei f.
c)Demonstraţi că $8f(2x)-f(x)\le 3$, pentru orice $x\in[1,2]$.
2. Se consideră funcţia $f:(-3,+\infty)\to\mathbb{R}$,$f(x)=x+1+\frac{2}{\sqrt{x+4}}$.
a)Arătaţi că $\int_0^5\left(f(x)-\frac{2}{\sqrt{x+4}}\right)dx=\frac{35}{2}$.
b)Arătaţi că $\int_{-3}^0(f(x)-x-1)\,dx=4$.
c)Determinaţi numărul real a pentru care $\int_{-3}^0 f'(x)\left(1+\frac{1}{f(x)}\right)dx=\ln(3e^a)$.

Testul 8(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $5\cdot(0,8-0,3)+0,5=3$.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=6x-3$.Determinaţi numărul real m pentru care $f(m)=9$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{17-4x}=1$.
4.După o scumpire cu 70%, un obiect costă 340 de lei.Determinaţi preţul obiectului înainte de scumpire.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(0,3), B(2,3) şi C(a, b), unde a şi b sunt numere reale. Determinaţi numerele reale a şi b, ştiind că punctul B este mijlocul segmentului AC.
6.Arătaţi că $5\sin30^\circ-\cos60^\circ+4(\cos30^\circ)^2=5$.

Subiectul II

1.Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$ şi $A(x)=\begin{pmatrix}2&-x\\x&-2\end{pmatrix}$,unde x este număr real.
a)Arătaţi că $\det(A(5))=21$.
b)Arătaţi că $2A(-1)+A(5)=3A(1)$.
c)Determinaţi mulţimea numerelor reale x pentru care $\det(A(x)\cdot A(-x)-x^2I_2)\geq 0$.
2.Se consideră polinomul $f=X^3-mX^2-X+m$, unde m este număr real.
a)Arătaţi că $f(1)=0$, pentru orice număr real m.
b)Pentru m=3, arătaţi că 3 este rădăcină a polinomului f.
c)Determinaţi numărul natural m pentru care
$(x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3)^2+x_1x_2x_3(x_1+x_2+x_3)=1$,unde x_1, x_2şi $x_3$sunt rădăcinile polinomului f.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia f:$(0,+\infty)\to\mathbb{R}$,$f(x)=2x^2-2+\frac{4}{x}$.
a)Arătaţi că $f'(x)=\frac{4(x^3-1)}{x^2}$, $x\in(0,+\infty)$.
b)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă x=2, situat pe graficul funcţiei f.
c)Arătaţi că $6\leq 2x^2+\frac{4}{x}\leq 33$, pentru orice $x\in\left[\frac{1}{4},4\right]$.
2. Se consideră funcţia f:$(0,+\infty)\to\mathbb{R}$,$f(x)=x-1+4\ln x$.
a)Arătaţi că $\int_1^3(f(x)-4\ln x)\,dx=2$.
b)Arătaţi că $\int_1^e\frac{f(x)-x+1}{x}\,dx=2$.
c)Determinaţi numărul real a, ştiind că aria suprafeţei plane delimitate de graficul funcţiei g:$(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $g(x)=3x(f(x)+1)$, axa Ox şi dreptele de ecuaţii x=1 şi x=3 este egală cu $a+54\ln3$.

Testul 9(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\frac{1}{15}+7\cdot\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{5}\right)=1$.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=4x-2$.Determinaţi numărul real a pentru care $f(2)=a+f(0)$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $5^{2x}=5^{6-x}$.
4.Determinaţi probabilitatea ca, alegând un număr n din mulţimea A={0,1,2,3,4,5,6,7,8,9}, acesta să verifice inegalitatea $5n>24$.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0,2)$, $B(1,2)$ şi $C(4,6)$. Determinaţi numărul real a pentru care BC=a·AB.
6.Se consideră triunghiul MNP, dreptunghic în M, cu MP=4·MN şi MP=8.Arătaţi că aria triunghiului MNP este egală cu 8.

Subiectul II

1.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 2 & 5\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}-1 & 3\\ 3 & 5\end{pmatrix}$ şi $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.
a)Arătaţi că detA=1.
b)Determinaţi numărul real x pentru care $3A-5I_2=xB$.
c)Determinaţi mulţimea numerelor reale x pentru care $\det(A\cdot(B-A)+xI_2)\le 2$.
2.Se consideră polinomul $f=X^3-4X^2+X+m$, unde m este număr real.
a)Pentru m=2, arătaţi că $f(1)=0$.
b)Determinaţi numărul real m pentru care $2x_1+2x_2+2x_3=1+x_1x_2x_3$, unde x_1, x_2 şi x_3 sunt rădăcinile polinomului f.
c)Ştiind că restul împărţirii polinomului f la polinomul X−2 este −10, arătaţi că f este divizibil cu polinomul X^2+1.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=\frac{x-3}{e^x}$.
a)Arătaţi că $f'(x)=\frac{4-x}{e^x}$, $x\in\mathbb{R}$.
b)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă x=0, situat pe graficul funcţiei f.
c)Demostraţi că $-e^{x-2}\le x-3\le e^{x-4}$, pentru orice $x\in[2,5]$.
2. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=x^2+6x+15$.
a)Arătaţi că $\int_0^1(f(x)-x^2-15)\,dx=3$.
b)Arătaţi că $\int_0^{15}\frac{x}{f(x)-4x}dx=\ln 4$.
c)Determinaţi $a\in(0,+\infty)$ pentru care $\int_0^a\frac{1}{f(x)-6}dx=\frac{1}{6}$.

Testul 10(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Determinaţi termenul a_3 al progresiei aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$, în care $a_1 = 4$ şi $a_2 = 9$.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x) = 3x - 7$.Arătaţi că $f(4) + f(3) + f(0) = 0$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{10x - 6} = 2$.
4.După o ieftinire cu 30%, un obiect costă 63 de lei.Determinaţi preţul obiectului înainte de ieftinire.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(1,0) , B(6,5) şi C(2,7). Arătaţi că AB=AC.
6.Arătaţi că $(\cos 60^\circ + 3\sin 30^\circ)(\sin 45^\circ)^2 = 1$.

Subiectul II

1.Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ $A=\begin{pmatrix}1 & -2\\ 2 & 1\end{pmatrix}$şi $B(x)=\begin{pmatrix}2 & -1\\ x & 2x\end{pmatrix}$, unde x este număr real.
a)Arătaţi că detA=5.
b)Arătaţi că $A+3I_2 = 2B(1)$.
c)Determinaţi numerele reale x pentru care $\det(B(2x) - B(x)\cdot A) = x^2$.
2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=xy-6x-6y+6$.
a)Arătaţi că $0*1=0$.
b)Determinaţi numărul real x pentru care $x*2=2x$.
c)Determinaţi perechile (m, n) de numere naturale, cu m<n, pentru care $(6 + m) * (6 + n) = 2$.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia f:$(-4, +\infty) \to\mathbb{R}$,$f(x) = \frac{4x+9}{x+4}$.
a)Arătaţi că $f'(x) = \frac{7}{(x+4)^2}$, $x\in(-4, +\infty)$.
b)Determinaţi ecuaţia asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcţiei f.
c)Determinaţi $a\in(-4, +\infty)$, ştiind că panta tangentei la graficul funcţiei f în punctul $A\big(a, f(a)\big)$ este egală cu 1.
2. Se consideră funcţia f:$(-4, +\infty) \to\mathbb{R}$,$f(x) = 2x + \sqrt{x + 4}$.
a)Arătaţi că $\int_1^2 \big(f(x) - \sqrt{x + 4}\big)\,dx = 3$.
b)Arătaţi că $\int_0^5 \frac{1}{f(x)-2x}\,dx = 2$.
c)Arătaţi că volumul corpului obţinut prin rotaţia graficului funcţiei g:$[0,8] \to \mathbb{R}$, $g(x) = \frac{x}{f(x)-2x}$, în jurul axei Ox este egal cu $16\pi\ln 3$.

Testul 11(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\left(2+2\sqrt{3}\right)\cdot\sqrt{3}-2\sqrt{3}+4=10$.
2. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=2x+4$. Arătaţi că $f(0)+f(2)=f(4)$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{2x+1}-3=0$.
4.Preţul unui obiect este 600 de lei. Determinaţi preţul obiectului după o ieftinire cu 25%.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(3,2), B(6,5) şi C(2,6). Arătaţi că triunghiul ABC este isoscel.
6.Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu AB=4 şi măsura unghiului B este egală cu 60°. Arătaţi că BC=8.

Subiectul II

1.Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$ şi $A(x)=\begin{pmatrix}1&2\\1&x\end{pmatrix}$, unde x este număr real.
a)Arătaţi că $\det\left(A(3)\right)=1$.
b)Arătaţi că $A(2)+A(6)=2A(4)$.
c)Determinaţi numărul real x pentru care $A(x)\cdot A(x)=3I_2$.
2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie x∘y=x+y+5.
a)Arătaţi că 1∘(−3)=3.
b)Determinaţi numărul real x pentru care x∘5=3x.
c)Arătaţi că $(x^2+3)\circ(1-6x)\geq 0$, pentru orice număr real x.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia f:$(1,+\infty)\to\mathbb{R}$,$f(x)=\frac{5x-3}{x-1}$.
a)Arătaţi că $f'(x)=-\frac{2}{(x-1)^2}$, $x\in(1,+\infty)$.
b)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă x=2, situat pe graficul funcţiei f.
c)Demonstraţi că funcţia f este convexă.
2. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=2x+4$.
a)Arătaţi că $\int_0^1(f(x)-4)\,dx=1$.
b)Arătaţi că $\int_0^1 e^x f(x)\,dx=4e-6$.
c)Determinaţi $a\in(0,+\infty)$ pentru care $\int_1^2\frac{f(x)}{x(x+4)}\,dx=\ln\frac{a}{5}$.

Testul 12(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Determinaţi termenul a_3 al progresiei aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$, în care $a_1 = 3$ şi $a_2 = 11$.
2.Se consideră funcţiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = 3x - 2$ şi $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x) = x + 2$.Determinaţi numărul real a pentru care $f(a) = a + g(2)$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_2(9x - 1) = 3$.
4.După o ieftinire cu 45%, un produs costă 165 lei.Determinaţi preţul produsului înaite de ieftinire.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(4,0)$, $B(-1,0)$, $C(3,8)$.Arătaţi că AB=AM, unde punctul M este mijlocul segmentului BC.
6.Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu AB=8 şi AC=6. Arătaţi că sinB=$\frac{3}{5}$.

Subiectul II

1.Se consideră matricele $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ şi $A(a) = \begin{pmatrix} a & a \\ 3a & 2a+3 \end{pmatrix}$, unde a este număr real.
a)Arătaţi că $\det(A(2)) = 2$.
b)Determinaţi numărul real x pentru care $A(1)\cdot A(1) + 2I_2 = xA(1)$.
c)Determinaţi matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $A(2)\cdot X\cdot A(2) = A(0)$.
2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x*y=xy-3x-3y+12$.
a)Arătaţi că $0*3=3$.
b)Determinaţi numerele reale x pentru care $x*(3x)=9$.
c)Ştiind că e=4 este elementul neutru al legii de compoziţie „$*$”, determinaţi numărul real x al cărui simetric în raport cu legea de compoziţie „$*$” este 5.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$,$f(x) = 8x^2 - 8 - \ln x$.
a)Arătaţi că $f'(x) = \frac{(4x-1)(4x+1)}{x}$, $x\in(0,+\infty)$.
b)Arătaţi că $\lim\limits_{x\to 1}\frac{f(x)+\ln x}{3x-3} = \frac{16}{3}$.
c)Arătaţi că $\frac{16x^2-1}{2} \geq \ln(4x)$, pentru orice $x\in(0,+\infty)$.
2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x) = e^x + 3x + 3$.
a)Arătaţi că $\int_0^1 (f(x) - 2x)\,dx = e+2$.
b)Arătaţi că $\int_0^7 \frac{1}{f(x)-e^x}\,dx = \ln 2$.
c)Determinaţi numărul real a pentru care $\int_0^1 \frac{f(x)}{e^x}\,dx = 7 + \frac{a}{e}$.

Testul 13(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{2}\right)\cdot\frac{4}{3}=1$.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=2x-6$.Determinaţi numărul real a pentru care $f(a)=0$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{4x-3}=1$.
4.Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr n din mulţimea A={11,12,13,14,15,16,17,18,19,20}, acesta să aibă suma cifrelor egală cu 3.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(4,3) şi B(8,6). Arătaţi că OA=AB.
6.Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu AB=8, AC=12 şi punctul M mijlocul laturii AC. Arătaţi că BM=10.

Subiectul II

1.Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ şi $A(x)=\begin{pmatrix}x-1 & 1\\ 2 & x\end{pmatrix}$, unde x este număr real.
a)Arătaţi că $\det(A(2))=0$.
b)Arătaţi că $A(3)+2I_2=A(5)$.
c)Determinaţi numerele reale x pentru care $\det(A(x)+xI_2)=0$.
2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x\circ y=3x+3y-1$.
a)Arătaţi $2\circ 1=8$.
b)Determinaţi numărul real x pentru care $x\circ(x+1)=8$.
c)Arătaţi că $x\circ x\leq 9x^2$, pentru orice număr real x.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia f:$(0,+\infty)\to\mathbb{R}$,$f(x)=x-3\ln x$.
a)Arătaţi că $f'(x)=\frac{x-3}{x}$, $x\in(0,+\infty)$.
b)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă x=1 situat pe graficul funcţiei f.
c)Demonstraţi că $\ln\left(\frac{x}{3}\right)\leq\frac{x-3}{3}$, pentru orice $x\in(0,+\infty)$.
2. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=\frac{1}{x^2+2}$.
a)Arătaţi că $\int_0^3\frac{1}{f(x)}dx=15$.
b)Arătaţi că $\int_2^4 2xf(x)\,dx=\ln 3$.
c)Determinaţi numărul real a pentru care $\int_1^2\frac{e^x}{f(x)}dx=e(ae-a+1)$.

Testul 14(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $(0,4+0,3)\cdot 10+2\cdot 0,5=8$.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=3x-2$.Arătaţi că $f(1)+f(2)=5$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_5(2x+3)=\log_5 5$.
4. Determinaţi probabilitatea ca,alegând un număr n din mulţimea A={12,22,32,42,52,62,72,82,92}, acesta să fie divizibil cu 3.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(1,3), B(2, m) şi C(3,5), unde m este număr real. Determinaţi numărul real m, ştiind că punctul B este mijlocul segmentului AC.
6.Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu BC=20 şi AB=16. Arătaţi că perimetrul triunghiului ABC este egal cu 48.

Subiectul II

1.Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ şi $A(x)=\begin{pmatrix}x & 1\\ 1 & 2x+1\end{pmatrix}$,unde x este număr real.
a)Arătaţi că $\det(A(1))=2$.
b)Arătaţi că $A(1)+A(5)=2A(3)$.
c)Determinaţi matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $X\cdot A(1)=A(3)$.
2.Se consideră polinomul $f=X^3+mX^2+5X-6$, unde m este număr real.
a)Arătaţi că $f(0)=-6$, pentru orice număr real m.
b)Determinaţi numărul real m, ştiind că 1 este rădăcină a polinomului f.
c)Determinaţi numărul natural m pentru care $x_1^2+x_2^2+x_3^2=6$,unde x_1, x_2 şi x_3 sunt rădăcinile polinomului f.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=\frac{x^2}{x^2+4}$.
a)Arătaţi că $f'(x)=\frac{8x}{(x^2+1)^2}$, $x\in\mathbb{R}$.
b)Determinaţi ecuaţia asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcţiei f.
c)Determinaţi intervalele de monotonie a funcţiei f.
2. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=e^x(x+2)$.
a)Arătaţi că $\int_0^1 \frac{f(x)}{x+2}dx=e-1$.
b)Arătaţi că $\int_0^1 f(x)\,dx=2e-1$.
c)Determinaţi numărul real a, a>1, pentru care $\int_1^a \frac{2xf(x^2)}{x^2+2}dx=e(e^3-1)$.

Testul 15(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\frac{12}{5}\cdot\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{2}\right)=2$.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,f(x) $=4x+1$.Determinaţi numărul real a pentru care f(a) $=5$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{5x+1}=4$.
4.Determinaţi probabilitatea ca, alegând un număr n din mulţimea A={10,20,30,40,50,60,70,80,90}, acesta să fie divizibil cu 30.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(0,2) , B(8,8) şi C(4,11). Arătaţi că AB=2BC.
6.Arătaţi că $1+\cos 60^\circ=2\sin 60^\circ\cdot\cos 30^\circ$.

Subiectul II

1.Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ şi $A(x)=\begin{pmatrix}x & -2x\\ x-1 & 2\end{pmatrix}$, unde x este număr real.
a)Arătaţi că detA(1)=2.
b)Arătaţi că $A(2)+A(0)=2A(1)$.
c)Determinaţi numerele x pentru care $\det(A(x)+xI_2)=2$.
2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie x∘y=$3(x+y)-xy-6$.
a)Arătaţi că $1\circ 3=3$.
b)Arătaţi că legea de compoziţie „∘” este comutativă.
c)Determinaţi numerele naturale n pentru care n∘n≥n−2.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia f:$(0,+\infty)\to\mathbb{R}$,f(x) $=\frac{4x-2}{x^2}$.
a)Arătaţi că $f'(x)=\frac{4(1-x)}{x^3}$, $x\in(0,+\infty)$.
b)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă x=1, situat pe graficul funcţiei f.
c)Determinaţi intervalele de monotonie a funcţiei f.
2. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,f(x) $=\frac{2x+3}{x^2+3x+1}$.
a)Arătaţi că $\int_0^1(x^2+3x+1)\cdot f(x)\,dx=4$.
b)Arătaţi că $\int_0^1 f(x)\,dx=\ln 5$.
c)Arătaţi că suprafaţa plană delimitată de graficul funcţiei g:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=e^x(x^2+3x+1)f(x)$, axa Ox şi dreptele de ecuaţii x=0 şi x=1 are aria egală cu $3e-1$.

Testul 16(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\sqrt{2}\cdot\left(5+2\sqrt{2}\right)-5\sqrt{2}+4=8$.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=3x-4$.Determinaţi numărul real m pentru care $f(m)=5$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $5^{3x-1}=5^2$.
4.Preţul unui obiect este 400 de lei.Determinaţi preţul produsului după o ieftinire cu 30%.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,1)$, $B(m,5)$ şi $M(4,3)$. Determinaţi numărul real m, ştiind că punctul M este mijlocul segmentului AB.
6.Arătaţi că $2(\sin45°-\sin30°)(\sin45°+\sin30°)=\cos60°$.

Subiectul II

1.Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$ şi $A(x)=\begin{pmatrix}1&x+1\\x&0\end{pmatrix}$, unde x este număr real.
a)Arătaţi că $\det(A(0))=0$.
b)Arătaţi că $A(3)+A(5)=2A(4)$.
c)Determinaţi numerele naturale n pentru care $\det(A(n)+I_2)\geq 0$.
2.Se consideră polinomul $f=X^3-4X^2+mX-1$, unde m este număr real.
a)Arătaţi că $f(0)=-1$, pentru orice număr real m.
b)Arătaţi că $x_1+x_2+x_3=4x_1x_2x_3$, pentru orice număr real m, unde x_1, x_2 şi x_3 sunt rădăcinile polinomului f.
c)Determinaţi numărul real m pentru care polinomul f este divizibil cu polinomul $X-1$.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=\frac{x}{x^2+4}$.
a)Arătaţi că $f'(x)=\frac{4-x^2}{(x^2+4)^2}$, $x\in\mathbb{R}$.
b)Arătaţi că $\lim\limits_{x\to+\infty} xf(x)=1$.
c)Determinaţi intervalele de monotonie a funcţiei f.
2. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=(x^2+2)e^x$.
a)Arătaţi că $\int_0^1 \frac{f(x)}{e^x}dx=\frac{7}{3}$.
b)Demonstraţi că funcţia F:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $F(x)=(x^2-2x+4)e^x$ este o primitivă a funcţiei f.
c)Arătaţi că suprafaţa plană delimitată de graficul funcţiei f , axa Ox şi dreptele de ecuaţii x=0 şi x=2 are aria egală cu $4(e^2-1)$.

Testul 17(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\frac{2}{7}+3\cdot\left(1-\frac{3}{7}\right)=2$.

2. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=3x-3$. Determinaţi numărul real a pentru care $f(a)=0$.

3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $5^{2x}=5^{3+x}$.

4.Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulţimea A={1,2,3,4,5,6,7,8,9} acesta să verifice inegalitatea $n+8\leq 14$.

5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(5,0), B$(-5,4)$ şi C(a,b), unde a şi b sunt numere reale.Determinaţi numerele reale a şi b, ştiind că punctul C este mijlocul segmentului AB.

6.Arătaţi că $\sqrt{2}\cdot(\cos 45^\circ+\sin 45^\circ)\cdot\sin 30^\circ=1$.

Subiectul II

1.Se consideră matricele A=$\begin{pmatrix}3 & -1\\ 2 & 0\end{pmatrix}$ şi B= $\begin{pmatrix}3 & -2\\ 4 & -3\end{pmatrix}$ şi $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

a)Arătaţi că $\det A=2$.

b)Arătaţi că $B+3I_2=2A$.

c)Determinaţi numărul real x pentru care $A\cdot(xA+B)=2xI_2$.

2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x\circ y=2xy-5(x+y)-1$.

a)Arătaţi că $1\circ 0=-6$.

b)Arătaţi că legea de compoziţie „$\circ$” este comutativă.

c)Determinaţi mulţimea numerelor reale x pentru care $x\circ(-2x)\geq 0$.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia f:$(5,+\infty)\to\mathbb{R}$,$f(x)=\frac{4x-5}{x-5}$.

a)Arătaţi că $f'(x)=-\frac{15}{(x-5)^2}$, $x\in(5,+\infty)$.

b)Determinaţi ecuaţia asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcţiei f.

c)Demonstraţi că funcţia g:$(5,+\infty)\to\mathbb{R}$, $g(x)=f'(x)$ este crescătoare.

2. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=x+(x+4)^2$.

a)Arătaţi că $\int_0^2(f(x)-(x+4)^2)\,dx=2$.

b)Arătaţi că $\int_{-2}^{0}\frac{1}{f(x)-x}dx=\frac{1}{4}$.

c)Determinaţi numărul real a pentru care $\int_0^4\frac{f(x)}{x+4}dx=4(a-\ln 2)$.

Testul 18(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\left(0{,}2+\frac{7}{10}\right)\cdot 10=9$.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3x+2$.Determinaţi numărul real a pentru care $f(a)=8$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{x^2+2x+9}=3$.
4.După o scumpire cu 50%, preţul unui obiect costă 360 de lei.Determinaţi preţul produsului înaite de scumpire.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3,1)$, $B(0,5)$ şi $C(5,5)$.Arătaţi că triunghiul ABC este isoscel.
6.Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu AC=3 şi BC=5. Arătaţi că tgC=$\frac{4}{3}$.

Subiectul II

1.Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$ şi $A(x)=\begin{pmatrix}2^x&0\\0&1\end{pmatrix}$, unde x este număr real.
a)Arătaţi că $\det(A(2))=4$.
b)Arătaţi că $A(3)+2A(1)=3A(2)$.
c)Determinaţi numerele reale x pentru care $A(x^2)\cdot A(x)=I_2$.
2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x\circ y=xy-2x-2y+6$.
a)Arătaţi că $3\circ 4=4$.
b)Determinaţi numărul real x pentru care $x\circ 4=x+6$.
c)Arătaţi că $(x-3)\circ(x+3)\geq -7$, pentru orice număr real x.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia f:$(3,+\infty)\to\mathbb{R}$,$f(x)=\frac{e^x}{x^2-8}$.
a)Arătaţi că $f'(x)=\frac{e^x(x^2-2x-8)}{(x^2-8)^2}$, $x\in(3,+\infty)$.
b)Arătaţi că $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{xf(x)}{e^x}=0$.
c)Demonstraţi că $\frac{e^{x-4}}{x^2-8}\geq\frac{1}{8}$, pentru orice $x\in(3,+\infty)$.
2. Se consideră funcţia f:$(0,+\infty)\to\mathbb{R}$,$f(x)=2x+\ln x$.
a)Arătaţi că $\int_2^4(f(x)-\ln x)\,dx=12$.
b)Arătaţi că $\int_1^e\frac{f(x)-2x}{x}dx=\frac{1}{2}$.
c)Determinaţi numărul natural nenul n pentru care $\int_1^n f(x)\,dx=6+3\ln n$.

Testul 19(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\frac{1}{5}+4\cdot\left(1-\frac{4}{5}\right)=1$.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=4x+2$.Arătaţi că $f(0)\cdot f(1)=12$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $3^{2x-4}=3^x$.
4. Determinaţi probabilitatea ca, alegând un număr n din mulţimea A={0,1,2,3,4,5,6,7,8,9}, acesta să verifice inegalitatea $n^2\leq 21$.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(3,0) şi B(0,4). Arătaţi că perimetrul triunghiului OAB este egal cu 12.
6.Arătaţi că $(1+2\sin 30^\circ)\cdot\cos 60^\circ=1$.

Subiectul II

1.Se consideră matricele A=$\begin{pmatrix}1 & 1\\ 0 & 3\end{pmatrix}$ şi B(x)=$\begin{pmatrix}x & -1\\ 0 & x-2\end{pmatrix}$, unde x este număr real.
a)Arătaţi că detA=3.
b)Arătaţi că $B(8)-3B(2)=2A$.
c)Determinaţi numărul real x pentru care $A\cdot B(x)=B(x)$.
2.Se consideră polinomul f=X^3-2X^2-2X-m, unde m este număr real.
a)Pentru m=−3, arătaţi că $f(1)=0$.
b)Determinaţi numărul real m pentru care $x_1x_2+x_2x_3+x_3x_1+x_1x_2x_3=1$, unde x_1, x_2 şi x_3 sunt rădăcinile polinomului f.
c)Determinaţi numărul real m pentru care polinomul f este divizibil cu polinomul X+2.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=\frac{2x}{x^2+1}$.
a)Arătaţi că $f'(x)=\frac{2(1-x^2)}{(x^2+1)^2}$, $x\in\mathbb{R}$.
b)Determinaţi ecuaţia asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcţiei f .
c)Determinaţi intervalele de monotonie a funcţiei f.
2. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=3x^2+1$.
a)Arătaţi că $\int_0^1(f(x)-1)\,dx=1$.
b)Arătaţi că $\int_0^2\frac{6x}{f(x)}dx=\ln 13$.
c)Determinaţi numărul natural n,ştiind că $\int_1^e f\left(\frac{1}{x}\right)\cdot\ln x\,dx=f(n)-\frac{6}{e}$.

Testul 20(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $3\cdot(1-0,5)+1,5=3$.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=4-x$.Arătaţi că $f(0)-f(1)=1$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{4x-15}=1$.
4. Determinaţi probabilitatea ca, alegând un număr n din mulţimea A={1,3,5,7,9},acesta să verifice inegalitatea $2n\leq 9$.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(0,1), B(2,1) şi C(1,4). Arătaţi că triunghiul ABC este isoscel.
6.Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu aria egală cu 50 şi AB=5. Arătaţi că lungimea laturii AC este egală cu 20.

Subiectul II

1.Se consideră matricea $A(x)=\begin{pmatrix} x & -x \\ 1 & 2-x \end{pmatrix}$,unde x este număr real.
a)Arătaţi că $detA(1)=2$.
b)Arătaţi că $3A(2)+A(6)=4A(3)$.
c)Determinaţi numerele reale x pentru care $A(x)\cdot A(x)=2A(x)$.
2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=xy-x+2y-1$.
a)Arătaţi că $1*1=1$.
b)Determinaţi numerele reale x pentru care $2*x=x$.
c)Arătaţi că $x*(1-x)\leq 2$, pentru orice număr real x.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=2x+\frac{2}{e^x}-2$.
a)Arătaţi că $f'(x)=\frac{2(e^x-1)}{e^x}$, $x\in\mathbb{R}$.
b)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă x=0, situat pe graficul funcţiei f.
c)Determinaţi numerele reale m şi n, ştiind că dreapta d de ecuaţie y=mx+n este asimptota oblică spre $+\infty$ la graficul funcţiei f.
2. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=4x^3-3x$.
a)Arătaţi că $\int_1^2(f(x)+3x)\,dx=15$.
b)Arătaţi că $\int_2^5\frac{1}{f(x)-4x^3-3}\,dx=-\frac{1}{3}\ln 2$.
c)Demonstraţi că volumul corpului obţinut prin rotaţia în jurul axei Ox a graficului funcţiei g:$[1,2]\to\mathbb{R}$, $g(x)=\frac{x^3+f(x)}{x}$ este egal cu $84\pi f(1)$.

Testul 21(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $3\cdot\left(1-\frac{1}{2}\right)+\frac{1}{2}=2$.
2.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x+6$.Determinaţi numărul real a pentru care $f(a)=2$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_7(2x-1)=\log_7 9$.
4.Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr n din mulţimea A={1,2,3, … ,25}, acesta să verifice inegalitatea $n\geq 10$.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,-1)$ şi $B(6,1)$.Determinaţi coordonatele mijlocului segmentului AB.
6.Se consideră triunghiul ABC dreptunghic în A, cu $AB=\sqrt{2}$ şi BC=2. Arătaţi că triunghiul ABC este isoscel.

Subiectul II

1.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 2 & 3\end{pmatrix}$,$B=\begin{pmatrix}2 & 4\\ 4 & 0\end{pmatrix}$ şi $C=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 2 & -1\end{pmatrix}$.
a)Arătaţi că $\det A=-1$.
b)Arătaţi că $2B-A=3C$.
c)Determinaţi matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $2X\cdot A=B+2C$.
2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=(x-5)(y-5)+5$.
a)Arătaţi că $6*5=5$.
b)Determinaţi numărul real x pentru care $x*7=7x$.
c)Determinaţi numerele naturale nenule n pentru care $\frac{5}{n}*n>5$.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x^3-6x^2-15x+9$.
a)Arătaţi că $f'(x)=3(x^2-4x-5), x\in\mathbb{R}$.
b)Determinaţi intervalele de monotonie a funcţiei f.
c)Arătaţi că $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f'(x)}{e^x f''(x)}=0$.
2. Se consideră funcţia $f:(-4,+\infty)\to\mathbb{R}, f(x)=\frac{3x}{x+4}$.
a)Arătaţi că $\int_0^2 (x+4)\cdot f(x)\,dx=6$.
b)Arătaţi că $\int_1^2 \frac{1}{3x}\cdot f(x)\,dx=\ln\frac{6}{5}$.
c)Determinaţi numărul real a pentru care $\int_0^2 f(x^2)\,dx=3(2+a\pi)$.

Testul 22(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Calculaţi termenul a_3 al progresiei aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$, ştiind că $a_1 = 9$ şi $a_2 = 18$.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x) = 2x + 4$.Arătaţi că $f(1) + f(0) = 10$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_2(x - 3) = \log_2 3$.
4.Un produs costă 60 de lei.Determinaţi preţul produsului după o ieftinire cu 20%.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele M(2,0) şi N(6,3). Arătaţi că distanţa dintre punctele M şi N este egală cu 5.
6.Se consideră triunghiul ABC,dreptunghic în A, cu AC=4 şi măsura unghiului B egală cu 45°. Arătaţi că aria triunghiului ABC este egală cu 8.

Subiectul II

1.Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ şi $A(a)=\begin{pmatrix} a & -1 \\ a+3 & 2 \end{pmatrix}$, unde a este număr real.
a)Arătaţi că $\det(A(2))=9$.
b)Arătaţi că $A(a) + A(-a) = 2A(0)$, pentru orice număr real a.
c)Determinaţi numerele reale a pentru care $\det(A(a)\cdot A(-1) - aI_2) = 0$.
2.Se consideră polinomul $f=X^3 + 3X^2 + mX - 5$, unde m este număr real.
a)Arătaţi că $f(0) = -5$, pentru orice număr real m.
b)Determinaţi numărul real m, ştiind că -1 este rădăcină a polinomului f.
c)Determinaţi numerele naturale m pentru care $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 > 5$, unde x_1, x_2 şi x_3 sunt rădăcinile polinomului f.
Subiectul III

1.Se consideră funcţia f:$(0,+\infty)\to\mathbb{R}$,$f(x) = x^2 - 3x + 2 + \ln x$.
a)Arătaţi că $f'(x) = \frac{(2x-1)(x-1)}{x}$, $x\in(0,+\infty)$.
b)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă x=1, situat pe graficul funcţiei f.
c)Demonstraţi că $f(x) \leq \frac{11}{4} - \ln 2$, pentru orice $x\in[0,1]$.
2. Se consideră funcţia f:$\left(-\frac{3}{2},+\infty\right)\to\mathbb{R}$,$f(x) = e^x + \frac{4}{2x+3}$.
a)Arătaţi că $\int_1^3 \left(f(x) - \frac{4}{2x+3}\right) dx = e(e^2 - 1)$.
b)Arătaţi că $\int_{-1}^0 (f(x) - e^x)\, dx = 2\ln 3$.
c)Arătaţi că suprafaţa plană delimitată de graficul funcţiei g:$\left(-\frac{3}{2},+\infty\right)\to\mathbb{R}$, $g(x) = (2x^2 + 3x)f(x)$, axa Ox şi dreptele de ecuaţii x=0 şi x=1 are aria egală cu 2e+1.

Testul 23(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Determinaţi termenul a_1 al progresiei aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$, ştiind că $a_2 = 6$ şi $a_6 = 22$.

2. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x) = 9x - 6$. Determinaţi numărul real a pentru care punctul A(a, 3a) aparţine graficului funcţiei f.

3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_4(3x) + \log_4 x = \log_4 12$.

4.Determinaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulţimea numerelor naturale de două cifre, $\sqrt{n}$ să fie număr natural impar.

5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(2, −3), B(4,1) şi C(0,6).Determinaţi distanţa dintre mijloacele segmentelor AB şi OC.

6.Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu BC=16 şi măsura unghiului C egală cu 30°. Arătaţi că aria triunghiului ABC este egală cu $32\sqrt{3}$.

Subiectul II

1.Se consideră matricele A=$\begin{pmatrix} -3 & -2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$ şi B(x) = $\begin{pmatrix} x+1 & 2 \\ -3 & x-1 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.

a)Arătaţi că detA = 9.

b)Determinaţi numărul real x pentru care $B(4)\cdot B(3) = xB(1)$.

c)Determinaţi numărul real a pentru care matricea B(a) este inversa matricei C=$\frac{1}{9}$A.

2.Se consideră polinomul f=$X^3 + X^2 + mX - 9$, unde m este număr real.

a)Pentru m=1, arătaţi că f(2) = 5.

b)Pentru m=−9, determinaţi rădăcinile polinomului f.

c)Demonstraţi că, pentru orice număr natural nenul m, polinomul f nu are toate rădăcinile reale.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia f:$(-3,+\infty)\to\mathbb{R}$,$f(x) = \frac{x^2-4x+4}{x+3}$.

a)Arătaţi că $f'(x) = \frac{x^2+6x-16}{(x+3)^2}$, $x\in(-3,+\infty)$.

b)Arătaţi că $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{e^x} = 0$.

c)Demonstraţi că funcţia f este convexă.

2. Se consideră funcţia f:$(-1,+\infty)\to\mathbb{R}$,$f(x) = x + 1 + \frac{2}{\sqrt{x+1}}$.

a)Arătaţi că $\int_1^3 \left(f(x) - \frac{2}{\sqrt{x+1}}\right) dx = 6$.

b)Arătaţi că $\int_0^8 (f(x) - x - 1)\, dx = 8$.

c)Arătaţi că volumul corpului obţinut prin rotaţia în jurul axei Ox a graficului funcţiei g:$[0,3]\to\mathbb{R}$, $g(x) = f(x)$, este egal cu $\pi\left(\frac{119}{3} + 4\ln 4\right)$.

Testul 24(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $(1-0,6):2+0,4\cdot 2=1$.
2.Se consideră funcţiile f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-4x+3$ şi g:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=x+m$, unde m este număr real.Determinaţi numărul real m pentru care $f(3)=g(3)$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $5^{x+3}=25^x$.
4.După o ieftinire cu 30%, un produs costă 280 lei.Determinaţi preţul produsului înaite de ieftinire.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(5,0)$ şi $B(-1,2)$. Arătaţi că triunghiul OMB este dreptunghic în O, unde M este mijlocul segmentului AB.
6.Arătaţi că $\sqrt{3}\cos 45^\circ+2\cos 60^\circ-\sqrt{2}\sin 60^\circ=1$.

Subiectul II

1.Se consideră matricea $A(x)=\begin{pmatrix} x+2 & 2 \\ -2 & x-1 \end{pmatrix}$,unde x este număr real.
a)Arătaţi că $\det(A(2))=8$.
b)Determinaţi numărul real x,pentru care $A(0)\cdot A(0)=A(x)$.
c)Arătaţi că, dacă x şi y sunt numere reale distincte astfel încât $\det(A(x))=\det(A(y))$, atunci $x+y=-1$.
2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=4xy+2x-3y-1$.
a)Arătaţi că $2*1=8$.
b)Determinaţi numărul real x pentru care $(-1)*x=4$.
c)Determinaţi numărul real a pentru care $a*x=-x$, pentru orice număr real x.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia f:$(0,+\infty)\to\mathbb{R}$,$f(x)=2x+1+\frac{8}{x}$.
a)Arătaţi că $f'(x)=\frac{2(x^2-4)}{x^2}$, $x\in(0,+\infty)$.
b)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă x=2, situat pe graficul funcţiei f.
c)Demonstraţi că $f(1-x)\geq f(1+x)$, pentru orice $x\in(0,1)$.
2. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=3x^2+5x+3$.
a)Arătaţi că $\int_0^2 (f(x)-5x)\,dx=14$.
b)Arătaţi că $\int_0^1 (f(x)-3x^2-3)e^x\,dx=5$.
c)Determinaţi numărul real $a\in(0,+\infty)$ pentru care $\int_{-1}^0 a\cdot f'(x)\cdot (f(x))^{a-1}\,dx=80$.

Testul 25(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $1+6\cdot\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{2}\right)=6$.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=x+2$.Arătaţi că $f(3)-f(2)=1$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{4x+1}=3$.
4. Determinaţi probabilitatea ca, alegând un număr n din mulţimea A={1,2,3,4,5,6,7,8,9},numărul $10-n$ să fie impar.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0,a)$ şi $B(6,a)$, unde a este număr real. Arătaţi că AB=6, pentru orice număr real a.
6.Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu AC=5 şi AB=2AC. Arătaţi că aria triunghiului ABC este egală cu 25.

Subiectul II

1.Se consideră matricele A=$\begin{pmatrix}1 & 3\\ 3 & 7\end{pmatrix}$, B=$\begin{pmatrix}-1 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}$ şi I_2=$\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.
a)Arătaţi că detA=-2.
b)Arătaţi că $A-4I_2=3B$.
c)Determinaţi matricea X$\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care X+X·B=A.
2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=xy(x+y-9)$.
a)Arătaţi că $3*4=-24$.
b)Determinaţi numerele reale x pentru care $1*x=9$.
c)Determinaţi numărul real x pentru care $3^x*3^x=3^{3x}$.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=x^3-9x^2+5$.
a)Arătaţi că $f'(x)=3x(x-6)$, x$\in\mathbb{R}$.
b)Determinaţi intervalele de monotonie a funcţiei f.
c)Arătaţi că $\lim\limits_{x\to 1}\frac{f'(x)-f'(1)}{5f(x)-xf'(x)}=\frac{1}{4}$.
2. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=(x-1)e^x$.
a)Arătaţi că $\int_0^4\frac{f(x)}{e^x}dx=4$.
b)Arătaţi că $\int_0^2 f(x)\,dx=2$.
c)Determinaţi numărul natural n, n>2, pentru care $\int_2^n\frac{x}{f(x)\cdot f(-x)}dx=\frac{1}{2}\ln\frac{3}{80}$.

Testul 26(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $4-2\cdot\left(1+\frac{1}{2}\right)=1$.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=x-3$.Determinaţi numărul real a pentru care $f(a)=3$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{9+3x}=3$.
4.Un produs costă 80 de lei.Determinaţi preţul produsului după o scumpire cu 10%.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(4,1) , B(0,5) şi M(a, b), unde a şi b sunt numere reale.Determinaţi numerele reale a şi b, ştiind că punctul M este mijlocul segmentului AB.
6.Se consideră triunghiul ABC dreptunghic în A, în care măsura unghiului B este egală cu $30°$ şi AC=3. Arătaţi că BC=6 .

Subiectul II

1.Se consideră matricele A=$\begin{pmatrix}2 & 4\\ 1 & 3\end{pmatrix}$,B=$\begin{pmatrix}2 & 1\\ -2 & 3\end{pmatrix}$ şi C = $\begin{pmatrix}2 & 2\\ -1 & 3\end{pmatrix}$.
a)Arătaţi că detA=2.
b)Arătaţi că A+2B=3C.
c)Determinaţi numerele reale x pentru care $\det\left(B\cdot C+x(A-C)\right)=0$.
2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=(2x+y)(2y+x)+2$.
a)Arătaţi că $1*1=11$.
b)Determinaţi numerele reale x pentru care x∗0=4.
c)Demonstraţi că $x*\frac{1}{x}>7$, pentru orice număr real nenul x.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=2x^5+5x^4-10x^3+2$.
a)Arătaţi că $f'(x)=10x^2(x^2+2x-3), x\in\mathbb{R}$.
b)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă x=0, situat pe graficul funcţiei f.
c)Demonstraţi că $2x^5+5x^4-10x^3+3\geq 0$,pentru orice $x\in[-3,+\infty)$.
2. Se consideră funcţia f:$(-2,+\infty)\to\mathbb{R}$,$f(x)=6x+\frac{2}{x+2}$.
a)Arătaţi că $\int_0^2\left(f(x)-\frac{2}{x+2}\right)dx=12$.
b)Arătaţi că $\int_0^2(f(x)-6x)\,dx=2\ln 2$.
c)Determinaţi numărul real a pentru care $\int_1^e\left(f(x)-\frac{2}{x+2}\right)\cdot\ln^2 x\,dx=\frac{a(e^2-1)}{2}$.

Testul 27 (Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $(1{,}5-0{,}5)\cdot 4-2\cdot 0{,}5=3$.
2.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=2x-5$. Determinaţi numărul real a pentru care $f(a)=7$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_5(2x-1)=\log_5 3$.
4.Determinaţi probabilitatea ca, alegând un număr n din mulţimea A={0,1,2,3,4,5,6,7,8,9}, acesta să verifice inegalitatea $6n\leq 25$.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,-2)$ şi $B(3,6)$. Determinaţi coordonatele mijlocului segmentului AB.
6.Se consideră triunghiul ABC,dreptunghic în A, cu AB=4 şi BC=5.Arătaţi că aria triunghiului ABC este egală cu 6.

Subiectul II

1.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}3 & 1\\ 1 & 2\end{pmatrix}$ şi $B(x)=\begin{pmatrix}2 & x\\ x & 2-x\end{pmatrix}$, unde x este număr real.
a)Arătaţi că detA=5.
b)Arătaţi că $2A-B(2)=2B(0)$.
c)Determinaţi numerele naturale x pentru care $\det(B(x)\cdot B(1)-(x+1)A)=1$.
2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x\circ y=x+y+6xy$.
a)Arătaţi că $1\circ 1=8$.
b)Arătaţi că e=0 este elementul neutru al legii de compoziţie „$\circ$”.
c)Determinaţi numerele întregi m pentru care $m\circ(3-m)>3$.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=2x^3-3x^4+3$.
a)Arătaţi că $f'(x)=6x^2(1-2x), x\in\mathbb{R}$.
b)Arătaţi că $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)+3x^4}{x^3+4}=2$.
c)Demonstraţi că $-32\leq 2x^3-3x^4\leq\frac{1}{16}$, pentru orice $x\in[0,2]$.
2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=2x+4e^x$.
a)Arătaţi că $\int_3^4(f(x)-4e^x)\,dx=7$.
b)Arătaţi că $\int_0^1 x(f(x)-2x)\,dx=4$.
c)Determinaţi numărul real a, ştiind că $\int_0^1\frac{f'(x)-x}{2f(x)-x^2}dx=a\ln\left(e+\frac{3}{8}\right)$.

Testul 28(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\left(\sqrt{8}-1\right)\left(2\sqrt{2}+1\right)-\sqrt{36}=1$.
2. Se consideră funcţiile f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,f(x) $=6x-1$ şi g:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,g(x) $=8+3x$. Determinaţi coordonatele punctului de intersecţie a graficelor funcţiilor f şi g.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{x^2+4x}=x$.
4.Determinaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulţimea A={0,1,2,3,4,5,6,7,8,9}, numărul 3·n să fie element al mulţimii A.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(1,2), B(4,3) şi C, astfel încât punctul A este mijlocul segmentului BC. Arătaţi că triunghiul AOC este dreptunghic isoscel.
6.Se consideră triunghiul ascuţitunghic ABC în care sin60°·sinA=cos30° · cosA. Calculaţi tgA.

Subiectul II

1.Se consideră matricele A=$\begin{pmatrix}3 & 2\\ -6 & -3\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ şi B(a) $=\begin{pmatrix}0 & 1\\ a-2 & 3a\end{pmatrix}$, unde a este număr real.
a)Arătaţi că detA $=3$.
b)Determinaţi numărul real x pentru care A·A+A=2B(x).
c)Determinaţi numărul real a pentru care det$\left(B(a)\cdot A+B(3a)\right)=4$.
2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=(x+y)(xy+1)$.
a)Arătaţi că $1*2=9$.
b)Arătaţi că e=0 este elementul neutru al legii de compoziţie „$*$”.
c)Determinaţi numerele naturale nenule n pentru care numărul N=n$*\frac{1}{n}$ este întreg.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,f(x) $=\frac{x^2}{2}-(x-1)e^x$.
a)Arătaţi că $f'(x)=x(1-e^x), x\in\mathbb{R}$.
b)Arătaţi că $\lim\limits_{x\to 0}\frac{f(x)-f(0)}{x^2}=0$.
c)Arătaţi că $f(x)\geq f(x^2)$, pentru orice $x\in(-\infty,0]$.
2. Se consideră funcţia f:$(-6,+\infty)\to\mathbb{R}$,f(x) $=\frac{6x}{x+6}$.
a)Arătaţi că $\int_1^3(x+6)f(x)\,dx=24$.
b)Arătaţi că $\int_1^6\frac{1}{x}\cdot f(x^2)\,dx=3\ln 6$.
c)Demonstraţi că orice primitivă a funcţiei f este convexă.

Testul 29(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Calculaţi termenul a_1 al progresiei aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$, ştiind că $a_3 = 4$ şi $a_4 = 6$.
2.Se consideră funcţiile f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + 3x - 4$ şi g:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x) = 2x - 4$. Determinaţi numerele reale a pentru care $f(a) = g(a)$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_5(x + 5) = 2$.
4.În urma unei scumpiri cu 40%, preţul unui produs a crescut cu 80 de lei.Determinaţi preţul produsului după scumpire.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,-4)$, $B(3,2)$şi dreapta d de ecuaţie $y=2x-a$, unde a este număr real.Determinaţi numărul real a, ştiind că mijlocul segmentului AB aparţine dreptei d.
6.Se consideră triunghiul ABC, cu AB=AC, BC=12 şi măsura unghiului C este egală cu 45°. Arătaţi că aria triunghiului ABC este egală cu 36.

Subiectul II

1.Se consideră matricele $A(x) = \begin{pmatrix} x & 1 \\ x & 2x+1 \end{pmatrix}$, ,unde x este număr real.
a)Arătaţi că $\det(A(0)) = 0$.
b)Determinaţi numărul real a,pentru care $2A(4) + A(-2) = aA(2)$.
c)Arătaţi că, dacă $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ astfel încât $A(1)\cdot X=A(m)$, unde m este număr întreg, atunci matricea X are toate elementele numere întregi.
2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=(x+y)(x+1)(y+1)-1$.
a)Arătaţi că $2*(-1)=-1$.
b)Arătaţi că legea de compoziţie „$*$” este comutativă.
c)Determinaţi numerele naturale n pentru care $n*(1-n)\geq n^2$.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia f:$(0,+\infty)\to\mathbb{R}$,$f(x) = \frac{2x+4}{x^2} + \ln x$.
a)Arătaţi că $f'(x) = \frac{x^2-2x-8}{x^3}$, $x\in(0,+\infty)$.
b)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă x=1, situat pe graficul funcţiei f.
c)Demonstraţi că $\ln\frac{x}{4} \geq \frac{3}{4} - \frac{2}{x} - \frac{4}{x^2}$, pentru orice $x\in(0,+\infty)$.
2. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x) = -x + \frac{e^x}{2} - 1$.
a)Arătaţi că $\int_0^2 \left(f(x) - \frac{e^x}{2}\right) dx = -4$.
b)Arătaţi că $\int_0^1 2x(f(x)+1)\,dx = \frac{1}{3}$.
c)Determinaţi numărul real a pentru care $\int_{-1}^0 (f(x)+x)\cdot f(x)\,dx = \frac{(e+1)(e+a)}{8e^2}$.

Testul 30(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Determinaţi termenul a_3 al progresiei aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$, ştiind că $a_1 = 5$ şi raţia este r=4.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x) = x^2 + x - 1$.Arătaţi că $f(0) = f(-1)$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_4(3x + 6) = \log_4 18$.
4.După o scumpire cu 25%, un produs costă 375 de lei.Determinaţi preţul produsului înainte de scumpire.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,-4)$ şi $B(b,a)$, unde a şi b sunt numere reale.Determinaţinumerele reale a şi b, ştiind că punctul O este mijlocul segmentului AB.
6.Se consideră triunghiul isoscel ABC, dreptunghic în A.Ştiind că aria triunghiului ABC este egală cu 6, determinaţi lungimea laturii AB.

Subiectul II

1.Se consideră matricele A=$\begin{pmatrix} 9 & -3 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ şi B(x)=$\begin{pmatrix} x & -3x \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$, unde x este un număr real.
a)Arătaţi că detA=6.
b)Arătaţi că 3B(2)+B(6)=4B(3).
c)Determinaţi numărul întreg x pentru care $\big(B(-x) - B(x)\big)\cdot\big(B(-x) + B(x)\big) = A + B(3)$.
2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie x∘y=4x+3y−25.
a)Arătaţi că $4\circ 3 = 0$.
b)Determinaţi numărul real x pentru care x∗(2x)=5.
c)Determinaţi numerele întregi m pentru care $m^2 \circ 1 \leq 1 \circ m^2$.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia f:$\left(\frac{1}{3},+\infty\right)\to\mathbb{R}$,$f(x) = \frac{2x}{3x-1}$.
a)Arătaţi că $f'(x) = \frac{-2}{(3x-1)^2}, x\in\left(\frac{1}{3},+\infty\right)$.
b)Determinaţi ecuaţia asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcţiei f.
c)Arătaţi că funcţia f este convexă.
2. Se consideră funcţia f:$(0,+\infty)\to\mathbb{R}$,$f(x) = x^2 + \ln x - 2$.
a)Arătaţi că $\int_1^4 (f(x) - \ln x + 2)\,dx = 21$.
b)Arătaţi că $\int_2^4 \frac{x}{f(x)-\ln x}\,dx = \frac{1}{2}\ln 7$.
c)Determinaţi $a\in(1,+\infty)$ pentru care $\int_1^a \frac{f(x)}{x^2}\,dx = \frac{3a-\ln a}{a}$.

Testul 31 (Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\frac{1}{4}\cdot\left(1-\frac{1}{5}\right)+\frac{4}{5}=1$.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=2x-1$.Arătaţi că $f(1)\cdot f(4)=7$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{5x-6}=3$.
4.Determinaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulţimea numerelor naturale de două cifre, acesta să fie multiplu de 20.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0,4)$, $B(2,0)$ şi $C(-2,0)$.Determinaţi distanţa de la punctul A la mijlocul segmentului BC.
6.Se consideră $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ astfel încât $\sin x=\frac{1}{4}$ .Arătaţi că $\cos x=\frac{\sqrt{15}}{4}$.

Subiectul II

1.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}4 & 2\\ -3 & 1\end{pmatrix}$ şi $B(x)=\begin{pmatrix}x & -1\\ 1 & x\end{pmatrix}$, unde x este un număr real.
a)Arătaţi că $\det A=10$.
b)Arătaţi că $2B(5)+B(-1)=3B(3)$.
c)Determinaţi numărul întreg x pentru care $\det\left(A\cdot B(x)-B(4x)\right)=0$.
2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=x(y-3)+y(x-3)$.
a)Arătaţi că $3*5=6$.
b)Determinaţi numerele reale x pentru care $x*x=0$.
c)Determinaţi numărul real x pentru care $(x*2)*(x+2)=4$.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=\frac{3}{3x^2+1}$.
a)Arătaţi că $f'(x)=\frac{-18x}{(3x^2+1)^2}$, $x\in\mathbb{R}$.
b)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă x=0, situat pe graficul funcţiei f.
c)Arătaţi că $\lim\limits_{x\to\infty}(xf(x)\ln x)=0$.
2. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=x^3+4x+1$.
a)Arătaţi că $\int_1^2(f(x)-x^3-1)\,dx=6$.
b)Arătaţi că $\int_0^1\frac{x^2}{f(x)-4x}dx=\frac{1}{3}\ln 2$.
c)Determinaţi numărul real a pentru care $\int_0^1 f\left(\sqrt{x}\right)dx=\frac{a^3-3}{15}$.

Testul 32(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $2\cdot\left(3-\frac{5}{4}:\frac{1}{2}\right)=1$.
2.Se consideră funcţiile f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=x+3$ şi g:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$g(x)=x-5$.Arătaţi că $f(1)+g(1)=0$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $2^{5-x}=8$.
4.Un produs costă 80 de lei.Determinaţi preţul produsului după o scumpire cu 30%.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(4,-3)$, $B(0,-3)$ şi $C(4,0)$.Calculaţi perimetrul triunghiul ABC.
6.Se consideră triunghiul ABC, în care AC=2,BC=3 şi unghiul A are măsura egală cu 30°. Arătaţi că sinB=$\frac{1}{3}$.

Subiectul II

1.Se consideră matricele A=$\begin{pmatrix}3&2\\-2&1\end{pmatrix}$,B=$\begin{pmatrix}4&3\\-3&1\end{pmatrix}$ şi $I_2=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$.
a)Arătaţi că detA=7.
b)Arătaţi că $2B+I_2=3A$.
c)Determinaţi matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $A\cdot X-B\cdot X=I_2-X$.
2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=4-(x-4)(y-4)$.
a)Arătaţi că $1*4=4$.
b)Arătaţi că e=3 este elementul neutru al legii de compoţitie „$*$”.
c)Determinaţi mulţimea valorilor reale ale lui x pentru care $x*(x+8)\geq 4$.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia f:$(0,+\infty)\to\mathbb{R}$,$f(x)=\frac{4}{x}+\ln x-6$.
a)Arătaţi că $f'(x)=\frac{x-4}{x^2}$, $x\in(0,+\infty)$.
b)Determinaţi intervalele de monotonie a funcţiei f.
c)Arătaţi că nu există asimptotă spre $+\infty$ la graficul funcţiei f.
2. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=e^x+4x^2+4$.
a)Arătaţi că $\int_1^2(f(x)-e^x-4)\,dx=\frac{28}{3}$.
b)Arătaţi că $\int_0^1 x(f(x)-4x^2)\,dx=3$.
c)Determinaţi $a\in(0,1)$,ştiind că $\int_0^a\frac{1}{f(x)-f'(x)}\,dx=\frac{1}{12}$.

Testul 33(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\left(0{,}25\cdot 10+\frac{1}{2}\right)\left(0{,}25\cdot 10-\frac{1}{2}\right)=6$.
2. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=x^2+ax+1$, unde a este număr real. Determinaţi numărul real a, ştiind că punctul $A(2,1)$ aparţine graficului funcţie f.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $3^{x+2}-3^x=24$.
4.Un obiect costă 400 de lei.Determinaţi preţul obectului după o scumpire cu 30%.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3,0)$ şi $B(3,8)$.Punctul M este mijlocul segmentului AB.Calculaţi distanţa de la punctul M la punctul $O(0,0)$.
6.Se consideră triunghiul ABC dreptunghic în A, cu AB=10 şi AC=5.Calculaţi aria triunghiului ABC.

Subiectul II

1.Se consideră matricele A=$\begin{pmatrix}1 & 1\\ 3 & 2\end{pmatrix}$ şi $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.
a)Arătaţi că $detA=-1$.
b)Arătaţi că $A\cdot A-3A=I_2$.
c)Se consideră matricea X=$\begin{pmatrix}1 & y\\ x & 1\end{pmatrix}$, unde x şi y sunt numere reale.Determinaţi numerele reale x şi y pentru care $A\cdot X-X\cdot A=\begin{pmatrix}2 & 1\\ -1 & -2\end{pmatrix}$.

.

2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x\circ y=3xy+x+y$.
a)Arătaţi că $3\circ 2=23$.
b)Demostraţi că $x\circ y=\frac{(3x+1)(3y+1)-1}{3}$, pentru orice numere reale x şi y.
c)Determinaţi mulţimea valorilor reale ale lui x pentru care $x\circ x\leq 8$.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=e^x+\frac{x}{x^2+4}$.
a)Arătaţi că $f'(x)=e^x+\frac{4-x^2}{(x^2+4)^2}$, $x\in\mathbb{R}$.
b)Determinaţi ecuaţia asimptotei orizontale spre $-\infty$ la graficul funcţiei f.
c)Demonstraţi că $\frac{4-e^2}{4e^2}\leq f(x)\leq\frac{4e^2+1}{4}$, pentru orice $x\in[-2,2]$.
2. Se consideră funcţia f:$[0,+\infty)\to\mathbb{R}$,$f(x)=(x+2)\sqrt{x}$.
a)Arătaţi că $\int_1^2\frac{f(x)}{\sqrt{x}}dx=\frac{7}{2}$.
b)Arătaţi că volumul corpului obţinut prin rotaţia în jurul axei Ox a graficului funcţiei g:$[0,1]\to\mathbb{R}$, $g(x)=f(x)$, este egal cu $\frac{49\pi}{12}$.
c)Determinaţi numărul real a, ştiind că $\int_1^e\frac{f(x)\sqrt{x}\ln x}{x+2}dx=\frac{e^2+a}{4}$.

Testul 34(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $(1-3i)^2+6i=-8$, unde $i^2=-1$.
2.Se consideră funcţiile f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x-1$ şi g:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=3x+7$. Determinaţi coordonatele punctului de intersecţie a graficelor celor două funcţii.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{8-x}=3x$.
4.Arătaţi că numărul de submulţimi cu trei elemente ale mulţimii A={1,2,3,4,5} este egal cu numărul de submulţimi cu două elemente ale mulţimii A.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,1)$, $B(0,-1)$şi $C(a,0)$, unde a este număr real. Determinaţi numărul real a, ştiind că dreapta AB conţine punctul C.
6.Se consideră numărul real $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ astfel încât $\cos x+\cos\frac{\pi}{3}=1$.Calculaţi sinx.

Subiectul II

1.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}2&-1\\4&-2\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}-2&1\\-6&3\end{pmatrix}$ şi $M(x)=A+xB$, unde x este număr real.
a)Arătaţi că $\det A=0$.
b)Demonstraţi că $M(1)\cdot M(x)=xM(1)$, pentru orice număr real x.
c)Determinaţi numărul natural n, ştiind că $M(1)\cdot M(2)\cdot M(3)\cdot M(4)=nM(1)$.
2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=x+y-x^2y^2$.
a)Arătaţi că $1*2=-1$.
b)Demonstraţi că e=0 este elementul neutru al legii de compoziţie „$*$”.
c)Determinaţi numerele întregi x pentru care $(-2)*x\geq -7$.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=e^x+x^4-3x+3$.
a)Arătaţi că $f'(x)=e^x+4x^3-3$, $x\in\mathbb{R}$.
b)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă x=0, situat pe graficul funcţiei f.
c)Demonstraţi că funcţia f este convexă.
2. Se consideră funcţia f:$(0,+\infty)\to\mathbb{R}$,$f(x)=x-\frac{2}{x}$.
a)Arătaţi că $\int_1^3\left(f(x)+\frac{2}{x}\right)dx=4$.
b)Arătaţi că $\int_1^2\left(f(x)+\frac{2}{x}\right)\ln x\,dx=2\ln 2-\frac{3}{4}$.
c)Determinaţi cel mai mare număr natural nenul n pentru care $\int_{\sqrt{2}}^{\sqrt{3}}x^{n+1}f^n(x)\,dx\geq\frac{1}{2022}$.

Testul 35(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\left(10-\frac{1}{2}\right)\left(10+\frac{1}{2}\right)=\frac{399}{4}$.
2.Determinaţi abscisa punctului de intersecţie a graficelor funcţiilor f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,
$f(x)=2x+1$ şi g:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=13-x$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_7(x^2+24)=2$.
4.După o ieftinire cu 30%, preţul unei tablete este 700 de lei.Determinaţi preţul tabletei înainte de ieftinire.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(1,2) şi B(7,2) .Punctul M este mijlocul segmentului AB.Calculaţi lungimea segmentului AM.
6.Arătaţi că $2\sin^2 30^\circ-\cos^2 45^\circ=0$.

Subiectul II

1.Se consideră matricea $A(a)=\begin{pmatrix} a-1 & 1 \\ 1 & a+1 \end{pmatrix}$, unde a este număr real.
a)Arătaţi că $\det(A(0))=-2$.
b)Arătaţi că $A(a)\cdot A(-a)=(2-a^2)I_2$, pentru orice număr real a, unde $I_2=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
c)Determinaţi matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, ştiind că $A(1)\cdot X=A(2)$.
2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=x^2+xy-x-y+2$.
a)Arătaţi că $3*2=12$.
b)Demonstraţi că $x*(-x)=2$, pentru orice număr real x.
c)Determinaţi numărul real x pentru care $2^x*4=2$.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=\frac{x^2-2x+3}{x^2-2x+2}$.
a)Arătaţi că $f'(x)=\frac{-2(x-1)}{(x^2-2x+2)^2}$, $x\in\mathbb{R}$.
b)Determinaţi ecuaţia asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcţiei f.
c)Determinaţi imaginea funcţiei f.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=\frac{x-2}{\sqrt{x^2+4}}$.
a)Arătaţi că $\int_0^1 f(x)\sqrt{x^2+4}\,dx=-\frac{3}{2}$.
b)Arătaţi că $\int_0^1 (f^2(x)-1)\,dx=-2\ln\frac{5}{4}$.
c)Determinaţi F:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, primitiva funcţiei f pentru care $F(0)=0$.

Testul 36(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\sqrt{5}\left(3\sqrt{5}+1\right)-\sqrt{5}=15$.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=x^2-4x+3$.Determinaţi numerele reale a pentru care $f(a)=3$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{x-2}=3$.
4.După o ieftinire cu 10%, un obiect costă 270 de lei.Determinaţi preţul iniţial al obiectului.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,4)$, $B(1,-4)$ şi $C(4,0)$.Determinaţi lungimea înălţimii din vârful C în triunghiul ABC.
6.Arătaţi că $\sqrt{3}\cdot\sin 60^\circ-\sqrt{2}\cdot\sin 45^\circ=\frac{1}{2}$.

Subiectul II

1.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 3 & 2\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.
a)Arătaţi că detA=2.
b)Arătaţi că $3A-A\cdot A=2I_2$.
c)Determinaţi numărul real x pentru care $(xA-I_2)(xA-I_2)=5A-I_2$.
2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x\circ y=x^2-(x+1)(y+1)+y^2$.
a)Arătaţi că $4\circ 1=7$.
b)Demonstraţi că legea de compoziţie „$\circ$” este comutativă.
c)Demonstraţi că $x\circ 1\geq -2$, pentru orice număr real x.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia f:$(0,+\infty)\to\mathbb{R}$,$f(x)=(1-x)\ln x$.
a)Arătaţi că $f'(x)=\frac{1}{x}-\ln x-1, x\in(0,+\infty)$.
b)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă x=1, situat pe graficul funcţiei f.
c)Demonstraţi că funcţia f, este crescătoare pe intervalul $(0,1]$.
2. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=2+\frac{x}{x^2+1}-\frac{2}{x^2+1}$.
a)Arătaţi că $\int_0^1(x^2+1)f(x)\,dx=\frac{7}{6}$.
b)Determinaţi primitiva F a funcţiei f pentru care care $F(0)=0$.
c)Arătaţi că $\int_1^2\left(f(x)+f\left(\frac{1}{x}\right)\right)dx=2+\ln\frac{5}{2}$.

Testul 37(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\sqrt{7}(1+2\sqrt{7})-\sqrt{7}=14$.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=x^2-5x+4$. Arătaţi că $f(2)=f(3)$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_5(x^2-19)=\log_5 6$.
4.După o scumpire cu 10%, un obiect costă 330 de lei.Determinaţi preţul iniţial al obiectului.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(8,4) şi B(4,0). Știind că punctul M este mijlocul segmentului AB, determinaţi coordonatele punctului M.
6.În triunghiul ABC, $m(\sphericalangle A)=m(\sphericalangle B)=60°$.Calculaţi cosinusul unghiului C.

Subiectul II

1.Se consideră matricele A=$\begin{pmatrix}1 & 10\\ -1 & -6\end{pmatrix}$, B=$\begin{pmatrix}1 & 2\\ 2 & 4\end{pmatrix}$ şi O_2=$\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$.
a)Arătaţi că detA=4.
b)Arătaţi că B·A+B=O_2.
c)Determinaţi numerele naturale n pentru care $\det(B+nA)=\det B+n\det A$.
2.Pe mulţimea numerelor reale se definește legea de compoziţie x∘y=x−2y+1.
a)Arătaţi că $1\circ 1=0$.
b)Demonstraţi că $x\circ\frac{1}{2}=x$, pentru orice număr real real x.
c)Arătaţi că legea de compoziţie „∘” **nu** admite element neutru.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=\frac{x^2+3}{x^2+1}$.
a)Arătaţi că $f'(x)=\frac{-4x}{(x^2+1)^2}$, $x\in\mathbb{R}$.
b)Determinaţi ecuaţia asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcţiei f.
c)Demonstraţi că $f(x)+\ln(x^2+1)<3$, pentru orice $x\in[0,1]$.
2. Se consideră funcţia f:$(-2,+\infty)\to\mathbb{R}$,$f(x)=\frac{e^x}{x+2}$.
a)Arătaţi că $\int_0^3(x+2)f(x)\,dx=e^3-1$.
b)Arătaţi că $\int_0^1\frac{f'(x)}{f(x)}dx=1-\ln\frac{3}{2}$.
c)Arătaţi $\int_0^1 f(x)\,dx+\int_0^1 e^x\ln(x+2)\,dx=e\ln 3-\ln 2$.

Testul 38(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1. Arătaţi că $(10+2\cdot 3)(10-2\cdot 3)=64$.
2. Se consideră x_1 și x_2 soluțiile ecuației $x^2+7x+10=0$. Arătați că $2(x_1+x_2)+x_1x_2=-4$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_2(x-2021)=2\log_2 3$.
4.Un obiect costă 300 de lei.Determinaţi preţul obectului după o scumpire cu 10%.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(4,2) , B(4,4).Calculaţi distanţa de la punctul O(0,0) la mijlocul segmentului AB.
6.Arătaţi că $\sin 30^\circ+\cos 120^\circ=0$.

Subiectul II

1.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}-2 & 0\\ 9 & -2\end{pmatrix}$ și $B(x)=\begin{pmatrix}x & 0\\ -3x & x\end{pmatrix}$, unde x este număr real.
a)Arătaţi că $\det A=4$.
b)Determinaţi numărul real x pentru care $B(x)\cdot B(-x)+B(x)=A$.
c)Rezolvaţi în $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ ecuaţia $B(1)\cdot X=A$.

.

2.Pe mulţimea $M=(0,+\infty)$ se defineşte legea de compoziţie $x\circ y=\frac{x^2+y^2}{2xy}$.
a)Arătaţi că $3\circ\frac{1}{3}=\frac{41}{9}$.
b)Demostraţi că $x\circ y\geq 1$, pentru orice $x,y\in M$.
c)Determinaţi $a\in M$, pentru care $a^2\circ\frac{1}{a^2}=1$.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x(x^2-12)+4$.
a)Arătaţi că $f'(x)=3(x-2)(x+2), x\in\mathbb{R}$.
b)Arătaţi că $\lim\limits_{x\to 3}\frac{f(x)+5}{x-3}=15$.
c)Demonstraţi că $-12\leq f(x)\leq 20$, pentru orice $x\in[-2,2]$.
2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x^5+x+2$.
a)Arătaţi că $\int_{-1}^{1}(f(x)-x^5-2)\,dx=0$.
b)Calculaţi $\int_0^1 x^{2020}(f(x)-x-2)\,dx$.
c)Arătaţi că volumul corpului obţinut prin rotaţia în jurul axei Ox a graficului funcţiei $g:[1,2]\to\mathbb{R}$, $g(x)=\frac{1}{x}(f(x)-x^5)$ este egal cu $\pi(4\ln 2+3)$.

Testul 39(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $6\sqrt{3}-2\left(\sqrt{27}-1\right)=2$.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-4$.Calculaţi $f(0)\cdot f(-1)\cdot f(-2)$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_5(20x-5)=\log_5 15$.
4.După o scumpire cu 10%, un obiect costă 550 de lei.Determinaţi preţul iniţial al obiectului.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(4,3),B(6,0) şi C(0,6).Calculaţi distanţa de la punctul A la mijlocul segmentului BC.
6.Arătaţi că $\frac{\sin 60^\circ}{1+\cos 60^\circ}=\operatorname{ctg}60^\circ$.

Subiectul II

1.Se consideră matricele M=$\begin{pmatrix}-1 & -6\\ 2 & -9\end{pmatrix}$ şi A(a)=$\begin{pmatrix}a+1 & a-2\\ a+2 & a+1\end{pmatrix}$, unde a este număr real.
a)Arătaţi că detM=21.
b)Demonstraţi că $A(-a)+A(a)=2A(0)$, pentru orice număr real a.
c)Determinaţi numerele reale a şi b pentru care $A(a)\cdot A(b)=M$.
2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x\circ y=-2(x+y)-\frac{xy}{2}$.
a)Arătaţi că $2\circ(-2)=2$.
b)Determinaţi numărul natural nenul n pentru care $n\circ\frac{1}{n}=-\frac{11}{2}$.
c)Determinaţi numărul real y astfel încât $x\circ y=8$, pentru orice număr real x.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=\frac{x}{x^2+9}$.
a)Arătaţi că $f'(x)=\frac{(3-x)(3+x)}{(x^2+9)^2}$, $x\in\mathbb{R}$.
b)Determinaţi ecuaţia asimptotei orizontale spre $-\infty$ la graficul funcţiei f.
c)Determinaţi mulţimea valorilor funcţiei f.
2.Se consideră funcţia f:$(-2,+\infty)\to\mathbb{R}$,$f(x)=\frac{1}{x+2}-\frac{1}{x+3}$.
a)Arătaţi că $\int_0^2 x(x+2)\left(f(x)+\frac{1}{x+3}\right)dx=2$.
b)Arătaţi că $\int_0^1 xf(x)\,dx=\ln\frac{256}{243}$.
c)Determinaţi numărul natural p, ştiind că suprafaţa plană delimitată de graficul funcţiei f, axa Ox şi dreptele de ecuaţii x=0 şi x=1 are aria egală cu $\ln\left(p^2+\frac{1}{8}\right)$.

Testul 40(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\left(\frac{3}{2}+\frac{2}{3}\right):\left(\frac{3}{2}-\frac{2}{3}\right)\cdot\frac{5}{13}=1$.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x-6$.Determinaţi numărul real m, ştiind că $f(m+1)=m$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_7(2x+5)=\log_7 9$.
4.Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulţimea A={10,20,30,40,50,60,70,80,90}, acesta să fie multiplu de 4.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele M(1,4),N(5,1) şi P(5,4).Calculaţi aria triunghiului MNP.
6.Arătaţi că $\frac{1}{\sqrt{3}}\cdot\cos30^\circ+\cos^2 45^\circ=1$.

Subiectul II

1.Se consideră matricele A=$\begin{pmatrix}1 & 3\\ 2 & 4\end{pmatrix}$ şi M(a)=$\begin{pmatrix}1+a & a\\ -a & 1-a\end{pmatrix}$, unde a este număr real.
a)Arătaţi că detA=-2.
b)Demonstraţi că $M(a)\cdot M(b)=M(a+b)$, pentru orice numere reale a şi b.
c)Determinaţi matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $M(1)\cdot X\cdot M(2)=A$.
2.Se consideră polinomul $f=2X^3+4X^2+4X-3$.
a)Arătaţi că $f(0)=-3$.
b)Demonstraţi că numărul $a=\frac{3}{x_1}+\frac{3}{x_2}+\frac{3}{x_3}$ este natural,unde x_1, x_2 şi x_3 sunt rădăcinile polinomului f.
c)Demonstraţi că polinomul f **nu** are toate rădăcinile reale.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=\frac{x}{5+x^6}$.
a)Arătaţi că $f'(x)=\frac{5(1+x^3)(1-x^3)}{(x^6+5)^2}$, $x\in\mathbb{R}$.
b)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă x=0, situat pe graficul funcţiei f.
c)Determinaţi mulţimea valorilor funcţiei f.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=(x-2)e^x$.
a)Arătaţi că $\int_0^1\frac{f(x)}{e^x}dx=-\frac{3}{2}$.
b)Demonstraţi că F:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $F(x)=(x-3)e^x+2020$ este o primitivă a funcţiei f.
c)Calculaţi $\int_0^2 f^2(x)f'(x)\,dx$.

Testul 41(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\sqrt{10}\left(\sqrt{10}+1\right)-\sqrt{10}=10$.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=x^2+6x+8$.Determinaţi coordonatele punctului de intersecţie a graficului funcţiei f cu axa Oy.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_5(x^2+16)=2$.
4.După o ieftinire cu 60%, preţul unui obiect este 320 de lei. Calculaţi preţul obiectului înainte de ieftinire.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-3,2)$, $B(3,2)$ şi $C(0,6)$.Determinaţi, în triunghiul ABC, lungimea medianei din vârful C.
6.Arătaţi că $\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\cos30^\circ-\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\cos45^\circ=\frac{1}{4}$.

Subiectul II

1.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}6 & 3\\ -10 & -5\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ şi $M(a)=I_2+aA$, unde a este număr real.
a)Arătaţi că detA=0.
b)Demonstraţi că $M(a)\cdot M(b)=M(a+b-ab)$, pentru orice numere reale a şi b.
c)Determinaţi numărul real a pentru care $M(1)+M(2)+\cdots+M(2019)=2019M(a)$.
2.Se consideră polinomul $f=-mX^3+2X^2+mX-2$, unde m este număr real nenul.
a)Arătaţi că $f(1)=0$, pentru orice număr real nenul m.
b)Pentru $m=-3$, determinaţi rădăcinile polinomului f.
c)Determinaţi numărul real nenul m pentru care $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_3}=-4$, unde x_1, x_2 şi x_3 sunt rădăcinile polinomului f.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=x^3-12x+15$.
a)Arătaţi că $f'(x)=3(x-2)(x+2)$, $x\in\mathbb{R}$.
b)Demonstraţi că funcţia f este convexă pe $[0,+\infty)$.
c)Demonstraţi că $f(x)\leq31$, pentru orice $x\in(-\infty,2]$.
2. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=\sqrt{3x^2+6x+8}$.
a)Arătaţi că $\int_0^1 f^2(x)\,dx=12$.
b)Calculaţi $\int_{-1}^1\frac{x+1}{f(x)}dx$.
c)Demonstraţi că, pentru orice $a\in(0,+\infty)$, suprafaţa plană delimitată de graficul funcţiei f, axa Ox şi dreptele de ecuaţii x=0 şi x=a are aria mai mare sau egală cu $a\sqrt{8}$.

Testul 42(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\left(1+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right):\left(1+\frac{1}{12}\right)=1$.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=x^2+9$. Arătaţi că $f(-3)+f(3)=4f(0)$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_{27}(x^2-8)=\log_{27}(x-2)^2$.
4.Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr n din mulţimea M={10,11,12,13,14,15,16,17,18,29}, acesta să fie număr par.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(3,4) şi B(3,8). Determinaţi coordonatele punctului C, ştiind că punctul B este mijlocul segmentului AC.
6. Arătaţi că $\sin^2 60^\circ+\cos^2 30^\circ-2\sin 60^\circ\cdot\cos 30^\circ=0$.

Subiectul II

1.Se consideră matricele M=$\begin{pmatrix}2 & 1\\ 1 & 2\end{pmatrix}$, I_2=$\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ şi A(a)=$\begin{pmatrix}a & 3\\ 1 & 2\end{pmatrix}$, unde a este număr real.
a)Arătaţi că detM=3.
b)Determinaţi numărul real a pentru care $A(a)\cdot A(a)=4A(a)-I_2$.
c)Determinaţi numărul real a pentru care $\det(aA(a)+M)=0$.
2.Se consideră polinomul f=X^3-4X^2-mX+2 , unde m este număr real.
a)Arătaţi că $f(2)=-2m-6$, pentru orice număr real m.
b)Demonstraţi că , pentru orice număr real m, numărul E=$x_1^2x_2x_3+x_1x_2^2x_3+x_1x_2x_3^2$ este întreg, unde x_1, x_2 şi x_3 sunt rădăcinile polinomului f.
c)Pentru m=-3, determinaţi rădăcinile polinomului f.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=5x^3-4x^2+x+1$.
a)Arătaţi că $f'(x)=(3x-1)(5x-1), x\in\mathbb{R}$.
b)Calculaţi $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x\,f'(x)}{f(x)}$.
c)Demonstraţi că $f(x)\le\frac{27}{25}$, pentru orice $x\in(-\infty,\frac{1}{3}]$.
2. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=\begin{cases}x^2+12x-3, x\in(-\infty,0]\\ x-3, x\in(0,+\infty)\end{cases}$
a)Arătaţi că $\int_1^2 f(x)\,dx=-\frac{3}{2}$.
b)Demonstraţi că funcţia f admite primitive pe $\mathbb{R}$.
c)Demonstraţi că suprafaţa plană delimitată de graficul funcţiei f, axa Ox şi dreptele de ecuaţii x=-1 şi x=0 are aria egală cu $\frac{26}{3}$.

Testul 43(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1. Arătaţi că numărul N=$(4-3i)^2+(3+4i)^2$ este natural, unde $i^2=-1$.
2. Determinaţi numerele reale a , ştiind că punctul A(a, a) aparţine graficului funcţiei f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=6-x^2$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $7^x+7^{x+1}=56$.
4.Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulţimea M=$\{\sqrt{1},\sqrt{2},\sqrt{3},\dots,\sqrt{64}\}$, acesta să fie număr natural.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(5,2) , B(5,3) şi C(1,2).Determinaţi lungimea medianei din B a triunghiului ABC.
6.Demonstraţi că $(\sin x-\cos x)^2+(\sin x+\cos x)^2=2$, pentru orice număr real x.

Subiectul II

1.Se consideră matricea A(x, y)=$\begin{pmatrix} x & y \\ -y & x \end{pmatrix}$,unde x şi y sunt numere reale.
a)Arătaţi că $\det(A(1,1))=2$.
b)Determinaţi numărul natural n pentru care $A(n+1,0)+A(n-1,0)=A(2020,0)$.
c)Determinaţi numărul real a , ştiind că există un număr real x pentru care $A(x,1)\cdot A(x,1)=A(a,-2)$.
2.Se consideră polinomul f=X^3-7X^2-mX-8 , unde m este număr real.
a)Arătaţi că $f(-1)+f(1)=-30$.
b)Determinaţi câtul şi restul împărţirii polinomului f la X^2+3X+1 , ştiind că f se divide cu X+2.
c)Determinaţi numărul real m pentru care polinomul f are trei rădăcini reale pozitive, în progresie geometrică.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia f:$(2,+\infty)\to\mathbb{R}$,$f(x)=\frac{x^2-2x+1}{x-2}$.
a)Arătaţi că $f'(x)=\frac{(x-1)(x-3)}{(x-2)^2}$, $x\in(2,+\infty)$.
b)Determinaţi ecuaţia asimptotei oblice spre $+\infty$ la graficul funcţiei f.
c)Demonstraţi că funcţia f este convexă pe $(2,+\infty)$.
2. Se consideră funcţia f:$(0,+\infty)\to\mathbb{R}$,$f(x)=x^2-\frac{1}{x}$.
a)Determinaţi primitiva F a funcţiei f pentru care $F(1)=0$.
b)Arătaţi că volumul corpului obţinut prin rotaţia în jurul axei Ox a graficului funcţiei g:$[1,2]\to\mathbb{R}$, $g(x)=f(x)$ este egal cu $\frac{37\pi}{10}$.
c)Determinaţi numărul m$\in(1,+\infty)$, ştiind că $\int_1^m(f(x)-x^2)\ln x\,dx=-\frac{1}{2}$.

Testul 44(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\left(1-\sqrt{5}\right)^2+\sqrt{20}=6$.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-2x-3$. Calculaţi distanţa dintre punctele de intersecţie a graficului funcţiei f cu axa Ox.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $9^x\cdot 27^{x+1}=81^{2x}$.
4.Determinaţi numerele naturale de trei cifre care au produsul cifrelor egal cu 12.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctul $A(a,a-1)$, unde a este număr real. Determinaţi numărul real a, ştiind că punctul A se află pe dreapta de ecuaţie y=2x+1.
6.Demonstraţi că $(2\sin x-3\cos x)^2+(3\sin x+2\cos x)^2=13$, pentru orice număr real x.

Subiectul II

1.Se consideră matricea $A(x)=\begin{pmatrix} x+1 & x \\ x & x+1 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
a)Arătaţi că $\det(A(1))=3$.
b)Demonstraţi că $A(x)\cdot A(y)=A(2xy+x+y)$, pentru orice numere reale x şi y.
c)Determinaţi numărul real a, ştiind că $A(a)=A(x)\cdot A\left(-\frac{1}{2}\right)\cdot A(y)$, pentru orice numere reale x şi y.
2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x*y=x+y-\frac{xy}{5}$.
a)Arătaţi că 10∗1=9.
b)Determinaţi numerele reale x, pentru care x∗(5x)=8.
c)Calculaţi 1∗2∗3∗...∗2021.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=4+\frac{x-4}{e^x}$.
a)Arătaţi că $f'(x)=\frac{5-x}{e^x}$, x$\epsilon\mathbb{R}$.
b)Arătaţi că funcţia f este convexă pe $[6,+\infty)$.
c)Demonstraţi că $x-4\leq e^{x-5}$, pentru orice număr real x.
2. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=3x^2+2x+1$.
a)Arătaţi că $\int_0^1 f(x)\,dx=3$.
b)Demonstraţi că orice primitivă a funcţiei f este crescătoare pe $\mathbb{R}$.
c)Determinaţi numărul real a , a>1, pentru care $\int_1^a \frac{f(x)}{x}dx=16+\ln a$.

Testul 45(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Rezultatul calculului $\frac{1}{\sqrt{2}-1}-\frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}+\left(\sqrt{3}-2\right)$ este:

A. $2\sqrt{2}-1$ B. -1 C. $1+\sqrt{3}$ D. 3

2.Punctul de intersecţie a graficelor funcţiilor f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3x-1$ şi g:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=-2x+9$ este:

A. $P(1,1)$ B. $P(2,1)$ C. $P(2,5)$ D. $P(5,2)$

3.Mulţimea soluţiilor ecuaţiei $3\cdot 2^x+2^{x+3}=88$ este:

A. $\{0\}$ B. $\{1\}$ C. $\{2\}$ D. $\{3\}$

4.Probabilitatea ca, alegând un număr din mulţimea numerelor naturale de două cifre,acesta să aibă produsul cifrelor egal cu 3 este egală cu:

A. $\frac{9}{10}$ B. $\frac{8}{9}$ C. $\frac{1}{45}$ D. $\frac{1}{10}$

5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(a,0)$,$B(4,3)$ şi $C(0,6)$, unde a este număr real.Dacă $OB\parallel AC$, atunci numărul real a este egal cu:

A. 8 B. $-\frac{9}{2}$ C. $\frac{9}{2}$ D. -8

6.Se consideră triunghiul ABC dreptunghic în A cu AB=5 şi BC=13.Tangenta unghiului C este egală cu:

A. $\frac{5}{13}$ B. $\frac{5}{12}$ C. $\frac{13}{12}$ D. $\frac{12}{5}$

Subiectul II

1.Se consideră determinantul $D(a)=\begin{vmatrix}2a+2 & a+1 & a^2-1\\ 3 & 2 & 5\\ 2 & 1 & 4\end{vmatrix}$, unde a este număr real.

a)Arătaţi că $D(0)=5$.

b)Demonstraţi că $D(a)=(5-a)(a+1)$, pentru orice număr real a.

c)Determinaţi numerele întregi a pentru care $D(a)>-3a-3$.

2.Se consideră matricea $M(x)=\begin{pmatrix}1-x & -x\\ x & 1+x\end{pmatrix}$, unde x este număr real.

a)Arătaţi că $M(-1)+M(1)=2M(0)$.

b)Demonstraţi că $M(x)\cdot M(y)=M(x+y)$, pentru orice numere reale x şi y.

c)Determinaţi că pentru orice număr real a, există un număr real x astfel încât $M(x)\cdot M(x)=M(a)$.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=x^2-6x+5$.

a)Arătaţi că $\lim\limits_{x\to 1}\frac{f(x)}{x-1}=-4$.

b)Calculaţi $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{f(x+1)}$.

c)Determinaţi ecuaţia asimptotei oblice spre $+\infty$ la graficul funcţiei g:$(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $g(x)=\frac{f(x)}{x}$.

2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases}\sqrt{1-x}, x\in(-\infty,1)\\ \frac{3-2x-x^2}{x},\ x\in[1,+\infty)\end{cases}$.

a)Demonstraţi că funcţia f este continuă în punctul x=1.

b)Calculaţi că $\lim\limits_{x\to-8}\frac{f(x)-3}{x+8}$.

c)Demonstraţi că, pentru orice număr real a, ecuaţia $f(x)=a$ are cel puţin o soluţie.

Testul 46(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\left(2-\frac{1}{2}\right)\cdot\left(3-\frac{1}{3}\right)\cdot\left(4-\frac{1}{4}\right)\cdot\left(5-\frac{1}{5}\right)\cdot\frac{1}{8}=9$.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+5$.Determinaţi numerele reale a pentru care $f(a)+f(a+1)=11$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $7^{2x-6}=49$.
4.Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr n din mulţimea M={10,15,20,25,30,35,40,45,50,55,60,65,70}, acesta să fie un număr divizibil cu 10.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(6,1),B(4,7).Calculaţi lungimea segmentului OM, unde M este mijlocul segmentului AB.
6.Arătaţi că $2\sin45^\circ\cdot\cos45^\circ+\sin^230^\circ=\frac{5}{4}$.

Subiectul II

1.Se consideră matricele A=$\begin{pmatrix}5 & 4\\ 1 & 8\end{pmatrix}$ şi M(a)=$\begin{pmatrix}a-2 & 4\\ 1 & a+1\end{pmatrix}$, unde a este număr real.
a)Arătaţi că detA=36.
b)Determinaţi valorile reale ale lui a pentru care matricea M(a) este inversabilă.
c)Determinaţi numerele reale x şi y pentru care $M(x)\cdot M(y)=A$.
2.Se consideră polinomul $f=X^3+mX-7$.
a)Arătaţi că $f(1)=m-6$, pentru orice număr real m.
b)Determinaţi numărul real m pentru care $x_1^2+x_2^2+x_3^2=6$, unde x_1, x_2 şi x_3 sunt rădăcinile polinomului f.
c)Pentru $m=-8$, determinaţi numerele reale p şi q, pentru care $f=(X+1)(X^2+pX+q)$.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=x^3-3x^2+2$.
a)Arătaţi că $f'(x)=3x(x-2), x\in\mathbb{R}$.
b)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă x=1, situat pe graficul funcţiei f.
c)Demonstraţi că $f(x)\geq-2$,pentru orice $x\in[0,+\infty)$.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=\begin{cases}3x^2-x+1, x\in(-\infty,1]\\ 3+\frac{1}{x}\cdot\ln x, x\in(1,+\infty)\end{cases}$.
a)Arătaţi că $\int_{-1}^{1}f(x)\,dx=4$.
b)Arătaţi că funcţia f admite primitive pe $\mathbb{R}$.
c)Determinaţi numărul natural n pentru care $\int_0^2 f(x)\,dx=\frac{n^2-16+\ln^22}{2}$.

Testul 47 (Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\left(1+\frac{1}{2}\right)(1-0{,}5)=\frac{3}{4}$.
2. Determinaţi abscisa punctului de intersecţie a graficelor funcţiilor f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=3x-1$ şi g:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=5-3x$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_5(x+4)=\log_5 9$.
4.După o ieftinire cu 20%, preţul unui obiect este 800 de lei.Determinaţi preţul obiectului înainte de ieftinire.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0,8)$ şi $B(6,0)$.Determinaţi lungimea medianei din vârful O în triunghiul AOB.
6.Arătaţi că $\sqrt{2}\cdot\sin45^\circ-(\cos60^\circ+\sin30^\circ)=0$.

Subiectul II

1.Se consideră matricele A=$\begin{pmatrix}1 & -1\\ 3 & 2\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ şi B(x)=$\begin{pmatrix}2 & 1\\ x & 1\end{pmatrix}$, unde x este număr real.
a)Arătaţi că detA=5.
b)Arătaţi că, dacă $A+B(x)=3I_2$, atunci $A\cdot B(x)=5I_2$.
c)Determinaţi numerele reale x pentru care $\det(B(x)\cdot B(x)-I_2)=0$.
2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x\circ y=xy-8(x+y)+72$.
a)Arătaţi că $9\circ 7=7$.
b)Demonstraţi că $x\circ y=(x-8)(y-8)+8$, pentru orice numere reale x şi y.
c)Determinaţi numerele naturale n pentru care $n\circ n\leq 9$.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=\frac{x-2}{x^2+5}$.
a)Arătaţi că $f'(x)=\frac{(5-x)(x+1)}{(x^2+5)^2}$, $x\in\mathbb{R}$.
b)Determinaţi ecuaţia asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcţiei f.
c)Demonstraţi că $-1\leq f(x)+f(y)\leq\frac{1}{5}$, pentru orice numere reale x şi y.
2. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=\frac{1}{e^x}+x$.
a)Arătaţi că $\int_{-1}^{1}\left(f(x)-\frac{1}{e^x}\right)dx=0$.
b)Demonstraţi că orice primitivă a funcţiei f este convexă pe intervalul $[0,+\infty)$.
c)Calculaţi $\int_0^1 e^x f(x)\,dx$.

Testul 48(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $60 \cdot \left(\frac{1}{3} - 0{,}3\right) = 2$.
2.Se consideră x_1 şi x_2 soluţiile ecuaţiei $x^2 - 2x + a = 0$, unde a este număr real.Determinaţi valorile reale ale lui a pentru care $x_1x_2 - 2 < 0$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $5^{x+1} = 25^x$.
4.Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulţimea numerelor naturale de două cifre, acesta să aibă cifra unităţilor egală cu 4.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-2,-2)$ şi $B(5,5)$.Demonstraţi că punctele A, O şi B sunt coliniare.
6.Demonstraţi că $(\sin x - \cos x)^2 + \sin 2x = 1$, pentru orice număr real x.

Subiectul II

1.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -5 & 6 \end{pmatrix}$ şi $B=\begin{pmatrix} 6 & -2 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$ şi $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
a)Arătaţi că $\det A=16$.
b)Determinaţi numărul real a pentru care $A \cdot B=aI_2$.
c)Demonstraţi că $\det\left(xA + \frac{1}{x}B\right) \geq 49$, pentru orice număr real nenul x.
2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x \circ y=5xy+20(x+y)+76$.
a)Arătaţi că $(-3) \circ (-3)=1$.
b)Demonstraţi că $x \circ y=5(x+4)(y+4)-4$, pentru orice numere reale x şi y.
c)Determinaţi numărul real x, pentru care $(x-4) \circ (x-4) \circ (x-4) = 196$.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = (x-3)e^x$.
a)Arătaţi că $f'(x) = (x-2)e^x, x \in \mathbb{R}$.
b) Arătaţi că $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 0$.
c)Demonstraţi că $-e^2 \leq f(x) \leq 0$, pentru orice $x \in (-\infty, 3]$.
2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = 3x^2 + 2$.
a)Arătaţi că $\int_{-1}^{1} (f(x) - 2)\, dx = 2$.
b)Demonstraţi că orice primitivă a funcţiei f este crescătoare pe $\mathbb{R}$.
c)Calculaţi $\int_1^e f(x) \ln x\, dx$.

Testul 49(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\sqrt{2}(\sqrt{3}-\sqrt{6})+\sqrt{3}(2-\sqrt{2})=0$.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=x^2-2$.Determinaţi numerele reale a, ştiind că $f(a)=-a$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $2^{6x-4}=4^x$.
4.Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr n din mulţimea A={1,2,3,4,5}, acesta să verifice relaţia $2^n\leq 8$.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele M(2,1), N(3,4) şi P(1,6). Determinaţi lungimea segmentului MQ, unde Q este mijlocul segmentului NP.
6. Arătaţi că $\sin60^\circ+\sin45^\circ-\cos30^\circ-\cos45^\circ=0$.

Subiectul II

1.Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ şi $A(x)=\begin{pmatrix}x & -1\\ 1 & 2\end{pmatrix}$, unde x este număr real.
a)Arătaţi că $\det(A(2))=5$.
b)Determinaţi numerele reale x şi y pentru care $A(x)\cdot A(y)=3I_2$.
c)Determinaţi numărul întreg p pentru care $\det(A(p)\cdot A(p)+I_2)=5$.
2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x*y=xy-2(x+y)+6$.
a)Arătaţi că $3*3=3$.
b)Demonstraţi că $x*y=(x-2)(y-2)+2$, pentru orice numere reale x şi y.
c)Calculaţi $1*2*3*...*2019$.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=\frac{x^2+x+1}{x^2+3x+3}$.
a)Arătaţi că $f'(x)=\frac{2x(x+2)}{(x^2+3x+3)^2}$, $x\in\mathbb{R}$.
b)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă $x=-1$, situat pe graficul funcţiei f.
c)Demonstraţi că $\frac{2}{3}\leq f(x)+f(y)\leq 6$, pentru orice numere reale x şi y.
2. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=x^3-6x^2+12x+6$.
a)Arătaţi că $\int_0^1(f(x)-x^3)\,dx=10$.
b)Demonstraţi că orice primitivă a funcţiei f este o funcţie convexă pe $\mathbb{R}$.
c)Arătaţi că $\int_2^4\frac{3}{f'(x)+12}dx=\frac{\pi}{8}$.

Testul 50(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1. Arătaţi că numărul n=$\sqrt{8}\left(\sqrt{2}-1\right)+2\sqrt{2}$ este pătratul unui număr natural.
2. Se consideră funcţiile f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,f(x) $= x^2 + x + 2$ şi g:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,g(x) $= -x + 1$.Determinaţi numărul real a pentru care f(a) $=$ g(a).
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{2x^2 + 6x + 5} = x + 2$.
4.Determinaţi câte numere naturale de trei cifre distincte au cifrele elemente ale mulţimii $\{2,3,4,5,6\}$.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(1,2) şi B(0,3).Determinaţi ecuaţia dreptei d care trece prin mijlocul segmentului AO şi este paralelă cu dreapta AB.
6.Arătaţi că $(\sin x - 7\cos x)^2 + (7\sin x + \cos x)^2 = 50$, pentru orice număr real x.

Subiectul II

1.Se consideră matricea A(m)=$\begin{pmatrix} 1 & m \\ 2 & m+1 \end{pmatrix}$,unde m este număr real.
a)Arătaţi că $\det\left(A(0)\right) = 1$.
b)Demonstraţi că $A(m) + A(-m) = 2A(0)$, pentru orice număr real m.
c)Determinaţi matricea X$\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $A(2)\cdot X = A(5)$.
2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie x$\circ$y=4xy+4x+4y+3.
a)Arătaţi că x$\circ$y $=4(x+1)(y+1)-1$, pentru orice numere reale x şi y.
b)Arătaţi că $x\circ\left(-\frac{3}{4}\right) = x$, pentru orice număr real x.
c)Determinaţi numerele naturale n pentru care $n\circ(n-1) < 23$.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia f:$(3,+\infty)\to\mathbb{R}$,f(x) $= \frac{x^2+9x}{x-3}$.
a)Arătaţi că $f'(x) = \frac{(x-9)(x+3)}{(x-3)^2}$, x$\in(3,+\infty)$.
b)Determinaţi ecuaţia asimptotei oblice spre $+\infty$ la graficul funcţiei f.
c)Demonstraţi că funcţia f nu are puncte de inflexiune.
2. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,f(x) $= \frac{1}{e^x+1}$.
a)Arătaţi că $\int_0^2 (e^x + 1)f(x)\,dx = 2$.
b)Arătaţi că $\int_0^2 \frac{x}{f(x)}\,dx = 3 + e^2$.
c)Determinaţi volumul corpului obţinut prin rotaţia în jurul axei Ox a graficului funcţiei g:$[0,2]\to\mathbb{R}$, $g(x) = \sqrt{e^x f(x)}$.

Testul 51(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Calculaţi raţia progresiei geometrice $(b_n)_{n\geq 1}$, ştiind că $b_1 = 2$ şi $b_4 = 54$.
2.Determinaţi numărul real a pentru care punctul $A(a, 2)$ aparţine graficului funcţiei $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + 2x + 3$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_3(x-1) + \log_3(x+1) = \log_3 8$.
4.Determinaţi numerele naturale de trei cifre care au produsul cifrelor egal cu 5.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(2,1),B(5,5) şi C(10,7).Arătaţi că AC=2AB.
6.Calculaţi aria triunghiului MNP, ştiind că MN=6 şi $m(\sphericalangle N) = m(\sphericalangle P) = 75°$.

Subiectul II

1.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}3 & 2\\ 7 & 5\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}5 & -2\\ -7 & 3\end{pmatrix}$ şi $I_2 = \begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.
a)Arătaţi că $5A-3B=8\begin{pmatrix}0 & 2\\ 7 & 2\end{pmatrix}$.
b)Demonstraţi că matricea B este inversa matricei A.
c)Determinaţi numerele reale x şi y, ştiind că $xA\cdot A-8A=-xI_2$.
2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x*y=xy-3(x+y)+12$.
a)Demonstraţi că $x*y=(x-3)(y-3)+3$, pentru orice numere reale x şi y.
b)Determinaţi numărul real x, pentru care $x*4=2019$.
c)Calculaţi $\log_2 2 * \log_2 3 * \log_2 4 * \ldots * \log_2 2019$.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x) = x^6 - 6x + 11$.
a)Arătaţi că $\lim\limits_{x\to 1}\frac{f(x)-6}{x-1} = 0$.
b)Determinaţi intervalele de monotonie a funcţiei f.
c)Demonstraţi că $f(0,9) + f(1,1) \geq 12$.
2. Se consideră funcţiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x) = xe^x$.
a)Arătaţi că $\int_1^3 \frac{f(x)}{x}dx=e(e-1)(e+1)$.
b)Determinaţi primitiva $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ a funcţiei f pentru care $F(1) = 2$.
c)Determinaţi numărul real a pentru care $\int_0^1 f(x)f'(x)\,dx = \frac{1}{2}e^{2a}$.

Testul 52(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că numărul n= $\frac{1}{\sqrt{6}-2}-\frac{1}{\sqrt{6}+2}$ este natural.
2.Determinaţi numărul real m pentru care punctul A(1,4) aparţine graficului funcţiei f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-3x+2m$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_3 x+\log_x 3=2$.
4.Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr n din mulţimea M={1,2,3,4,5}, acesta să verifice inegalitatea $\frac{(n+2)!}{n!}\leq 30$.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(a, 1),B(7, b) şi C(5,2), unde a şi b sunt numere reale.Ştiind că punctul C este mijlocul segmentului AB, determinaţi numerele reale a şi b.
6.Calculaţi lungimea laturii AB a ΔABC, ştiind că AC=6, $m(\sphericalangle C)=45^\circ$ şi $m(\sphericalangle B)=30^\circ$.

Subiectul II

1.Se consideră determinantul $D(x)=\begin{vmatrix} x & x & x \\ x & 3 & -1 \\ -1 & 2 & x \end{vmatrix}$, unde x este număr real.
a)Arătaţi că $D(-2)=16$.
b)Demonstraţi că $D(x)=x(x+1)(6-x)$, pentru orice număr real x.
c)Determinaţi numerele naturale a pentru care $D(\sqrt{a})=0$.
2.Se consideră matricea $M(m)=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2-m & 1 \end{pmatrix}$, unde m este număr real.
a)Arătaţi că $M(1)+M(3)=2M(2)$.
b)Demonstraţi că $M(m)\cdot M(n)=M(m+n-2)$, pentru orice numere reale m şi n.
c)Determinaţi numărul real x, ştiind că $M(x)\cdot M(x)=M(x^2-1)$.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia f:$(3,+\infty)\to\mathbb{R}$,$f(x)=\frac{x^2-5x+4}{x-3}$.
a)Arătaţi că $\lim\limits_{x\to 4}\frac{f(x)}{x-4}=3$.
b)Calculaţi $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(2x)}{f(x)}$.
c)Determinaţi ecuaţia asimptotei oblice spre $+\infty$ la graficul funcţiei f.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases} 2x^2-3x+5, & x\in(-\infty,1) \\ 4x, & x\in[1,+\infty) \end{cases}$.
a)Demonstraţi că funcţia f este continuă în punctul x=1.
b)Calculaţi că $\lim\limits_{x\to 4}\frac{\sqrt{f(x)}-4}{x-4}$.
c)Se consideră funcţia g:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=1+x^3-x^4$.Demonstraţi că ecuaţia $(f+g)(x)=0$ are cel puţin o soluţie în intervalul (0,3)

Testul 53(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\left(3-\frac{1}{3}\right)\cdot\frac{15}{8}=5$.
2.Determinaţi numărul real m, ştiind că punctul A(1,9) aparţine graficului funcţiei f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+m$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{x^2+2x+9}=3$.
4.Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr n din mulţimea A={1,2,3,4,5,6,7,8,9}, acesta să verifice egalitatea $(n-2)(n-6)=0$.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele M(0,6),N(8,6) şi P(8,0).Calculaţi perimetrul triunghiului MNP.
6.Arătaţi că $\sin^2 135^\circ-\cos^2 45^\circ=0$.

Subiectul II

1.Se consideră matricele A=$\begin{pmatrix}1 & 5\\ 5 & -6\end{pmatrix}$ şi B=$\begin{pmatrix}4 & 4\\ 4 & 4\end{pmatrix}$.
a)Arătaţi că detA=−31.
b)Arătaţi că A·B−B·A=$\begin{pmatrix}0 & 28\\ -28 & 0\end{pmatrix}$.
c)Determinaţi numerele reale x pentru care $\det(B\cdot B-xI_2)=0$,unde $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.
2.Se consideră polinomul $f=X^3+4X^2-X-4$.
a)Arătaţi că $f(1)=0$.
b)Determinaţi câtul şi restul împărţirii polinomului f la polinomul X−3.
c)Demonstraţi că $x_1^2+x_2^2+x_3^2=18$, unde x_1, x_2 şi x_3 sunt rădăcinile polinomului f.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=x^3-12x+16$.
a)Arătaţi că $f'(x)=3(x-2)(x+2), x\in\mathbb{R}$.
b)Arătaţi că $\lim\limits_{x\to 2}\frac{f(x)}{x-2}=0$.
c)Demănstraţi că $0\le f(x)\le 32$,pentru orice $x\in[-2,2]$
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=x^2+7x$.
a)Arătaţi că $\int_0^1(f(x)-7x)\,dx=\frac{1}{3}$.
b)Arătaţi că funcţia F:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$F(x)=\frac{1}{3}x^3+\frac{7}{2}x^2+2018$ este o primitivă a funcţiei f.
c)Demonstraţi că volumul corpului obţinut prin rotaţia în jurul axei Ox a graficului funcţiei g:[1,2]$\to\mathbb{R}$,$g(x)=\frac{f(x)}{x}$ este egal cu $\frac{217\pi}{3}$.

Testul 54(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\left(4-\frac{1}{4}\right):\frac{1}{4}=15$.
2. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=x^2+2$.Calculaţi $f(-2)\cdot f(2)$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $2^{3x+3}=8$.
4.Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulţimea A={12,23,34,45,56,67,78,89}, acesta să fie multiplu de 2.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(3,1) şi B(3, −1).Arătaţi că AO=OB.
6.Arătaţi că $\cos^2 45^\circ-\sin^2 60^\circ=-\frac{1}{4}$.

Subiectul II

1.Se consideră matricele A=$\begin{pmatrix}1 & 2\\ 2 & 1\end{pmatrix}$ şi B=$\begin{pmatrix}0 & 3\\ 3 & x\end{pmatrix}$, unde x este număr real.
a)Arătaţi că detA=−3.
b)Arătaţi că A·A−2A=3I_2,unde $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.
c)Demonstraţi că $\det(A\cdot B-B\cdot A)\geq 0$, pentru orice număr real x.
2.Se consideră polinomul f=$2X^3+3X^2-3X-2$.
a)Arătaţi că $f(2)=20$.
b)Determinaţi câtul şi restul împărţirii polinomului f la polinomul X+2.
c)Determinaţi rădăcinile polinomului f.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=x^4-8x^2+6$.
a)Arătaţi că $f'(x)=4x(x-2)(x+2), x\in\mathbb{R}$.
b)Arătaţi că $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x^2+2}{f(x)-x^4}=-\frac{1}{8}$.
c)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă x=2, situat pe graficul funcţiei f.
2. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=3x^2+4x-8$.
a)Arătaţi că $\int_2^3 (f(x)-4x+8)\,dx=19$.
b)Determinaţi primitiva F a funcţiei f pentru care $F(1)=2018$.
c)Determinaţi numărul real a pentru care $\int_1^a f(x)\,dx=a^3-3$.

Testul 55(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\left(3+\frac{1}{3}\right)\cdot\frac{9}{10}=3$.
2.Arătaţi că $\frac{x_1+x_2-1}{x_1x_2}=1$, unde x_1 şi x_2 sunt soluţiile ecuaţiei $x^2-5x+4=0$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $3^{x+1}=27$.
4.Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulţimea A={1,2,3,4,5,6,7,8,9}, acesta să fie multiplu de 3.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(0,6) şi B(8,0).Calculaţi perimetrul triunghiului OAB.
6.Arătaţi că $\cos^2 150^\circ+\cos^2 60^\circ=1$.

Subiectul II

1.Se consideră matricele A=$\begin{pmatrix}2 & 3\\ 3 & 2\end{pmatrix}$ şi B=$\begin{pmatrix}a & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}$,unde a este număr real.
a)Arătaţi că detA=-5.
b)Determinaţi numărul real a pentru care B·B=2B.
c)Arătaţi că $\det(A\cdot B-B\cdot A)\geq 0$, pentru orice număr real a.
2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie x∘y=xy+3x+3y+6.
a)Arătaţi că $1\circ(-3)=-3$.
b)Demonstraţi că $x\circ y=(x+3)(y+3)-3$, pentru orice numere reale x şi y.
c)Determinaţi numărul real x, pentru care $(x\circ x)\circ x=-3$.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=x^3+9x+4$.
a)Arătaţi că $f'(x)=3(x^2+3), x\in\mathbb{R}$.
b) Arătaţi că $\lim\limits_{x\to 0}\frac{f'(x)}{x+3}=3$.
c)Demonstraţi că $-6\leq f(x)\leq 14$, pentru orice $x\in[-1,1]$.
2. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=4x^3-2x$.
a)Arătaţi că $\int_0^1(f(x)+2x)\,dx=1$.
b)Arătaţi că $\int_0^1\left(4x^3-f(x)\right)e^x\,dx=2$.
c)Determinaţi aria suprafeţei plane delimitate de graficul funcţiei f, axa Ox şi dreptele de ecuaţii x=1 şi x=3.

Testul 56(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\left(3+\frac{1}{2}\right):\frac{7}{6}=3$.
2.Arătaţi că $(x_1+x_2)^2-5x_1x_2=1$, unde x_1 şi x_2 sunt soluţiile ecuaţiei $x^2-6x+7=0$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{4x-7}=3$.
4.După o ieftinire cu 25%, preţul unui televizor este 900 de lei.Determinaţi preţul televizorului înainte de ieftinire.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $O(0,0)$ şi $M(4,3)$.Calculaţi distanţa dintre punctele O şi M.
6. Arătaţi că $\cos^2 135^\circ+\cos^2 45^\circ=1$.

Subiectul II

1.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 2 & 2\end{pmatrix}$ şi $B=\begin{pmatrix}-1 & 2\\ -2 & 0\end{pmatrix}$.
a)Arătaţi că detA=2.
b)Arătaţi că $(B-A)(A+B)=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & -12\end{pmatrix}$.
c)Determinaţi matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, ştiind că A·X=B.
2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x*y=x+y-4$.
a)Arătaţi că $1*3=0$.
b)Determinaţi numerele reale x pentru care $(x^2)*x=-2$.
c)Determinaţi numerele naturale nenule n pentru care $n*n*n*n<4$.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x^3+4x^2+4x$.
a)Arătaţi că $f'(x)=(x+2)(3x+2), x\in\mathbb{R}$.
b)Arătaţi că $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{xf'(x)}=\frac{1}{3}$.
c)Demonstraţi că $f(x)\geq-\frac{32}{27}$, pentru orice $x\in[-2,+\infty)$.
2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x^2-x+1$.
a)Arătaţi că $\int_0^1(f(x)-x^2-1)\,dx=-\frac{1}{2}$.
b)Demonstraţi că funcţia $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, F(x)=\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{2}x^2+x-2017$ este o primitivă a funcţiei f.
c)Determinaţi numărul natural n, ştiind că suprafaţa plană delimitată de graficul funcţiei f, axa Ox şi dreptele de ecuaţii x=0 şi x=2 are aria egală cu $n^2-\frac{19}{3}$.

Testul 57 (Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1. Arătaţi că $\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\right):\frac{7}{12}=1$.
2. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,f(x) $=3x+4$.Determinaţi coordonatele punctului de intersecţie a graficului funcţiei f cu axa Oy.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\lg(x^2+7)=\lg 16$.
4.După o ieftinire cu 10%, preţul unui obiect este 360 de lei.Calculaţi preţul obiectului înainte de ieftinire.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(4,2) şi B(4,6).Calculaţi distanţa de la punctul O(0,0) la mijlocul segmentului AB.
6.Dacă $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ şi sinx=$\frac{\sqrt{2}}{2}$, arătaţi că tgx=1.

Subiectul II

1.Se consideră matricele A=$\begin{pmatrix}1 & 4\\ 2 & 8\end{pmatrix}$,B=$\begin{pmatrix}8 & 2\\ 4 & 1\end{pmatrix}$ şi $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.
a)Calculaţi detA.
b)Arătaţi că $9(A+B)-(A\cdot B+B\cdot A)=45I_2$.
c)Determinaţi numerele reale x, pentru care $\det(A+xI_2)=0$.
2.Se consideră polinomul f=X^3-4X^2-6X+9.
a)Arătaţi că $f(3)=-18$.
b)Determinaţi câtul şi restul împărţirii polinomului f la polinomul X−1.
c)Demonstraţi că $(x_1+1)^2+(x_2+1)^2+(x_3+1)^2=39$, unde x_1, x_2 şi x_3 sunt rădăcinile polinomului f.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,f(x) $=2x^3-12x^2+18x+1$.
a)Arătaţi că $f'(x)=6(x-1)(x-3), x\in\mathbb{R}$.
b)Calculaţi $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{2x^3-f(x)}{f'(x)}$.
c)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă x=1, situat pe graficul funcţiei f.
2. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,f(x) $=x^2-3x$.
a)Arătaţi că $\int_{-1}^{1}(f(x)+3x)\,dx=\frac{2}{3}$.
b)Calculaţi $\int_0^1 e^x\left(x^2-f(x)\right)dx$.
c)Demonstraţi că suprafaţa plană delimitată de graficul funcţiei f,axa Ox şi dreptele de ecuaţii x=0 şi x=1 aria egală cu $\frac{7}{6}$.

Testul 58(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\left(2-\sqrt{3}\right)^2+\left(1+2\sqrt{3}\right)^2=20$.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=x^2-4x$.Calculaţi $f(1)\cdot f(2)\cdot f(3)\cdot f(4)\cdot f(5)$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $16^x=8^{2x+2}$.
4.După o scumpire cu 25%, preţul unui obiect este 375 de lei.Calculaţi preţul obiectului înainte de scumpire.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(2,6),B(2,2) şi C(6,6).Arătaţi că triunghiul ABC este isoscel.
6.Arătaţi că $\cos60^\circ+\text{ctg}45^\circ=\sin30^\circ+\text{tg}45^\circ$.

Subiectul II

1.Se consideră matricea $A(x)=\begin{pmatrix}x & x\\ 2 & x\end{pmatrix}$, unde x este număr real.
a)Arătaţi că $\det\left(A(4)\right)=8$.
b)Arătaţi că $A(2018+x)+A(2018-x)=2A(2018)$, pentru orice număr real x.
c)Determinaţi numerele reale m pentru care $\det\left(A(2)+mA(1)\right)=0$.
2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=2xy-6x-6y+21$.
a)Arătaţi că $x*y=2(x-3)(y-3)+3$, pentru orice numere reale x şi y.
b)Arătaţi că $13*103=2003$.
c)Determinaţi numerele reale x, pentru care $x*(x+4)=-3$.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia f:$(2,+\infty)\to\mathbb{R}$,$f(x)=x+4+\frac{1}{x-2}$.
a)Arătaţi că $\lim\limits_{x\to3}\frac{f(x)-f(3)}{x-3}=0$.
b)Determinaţi ecuaţia asimptotei oblice spre $+\infty$ la graficul funcţiei f.
c)Demonstraţi că funcţia f este convexă pe intervalul $(2,+\infty)$.
2. Se consideră funcţiile f:$(0,+\infty)\to\mathbb{R}$,$f(x)=1+\ln x$ şi F:$(0,+\infty)\to\mathbb{R}$,$F(x)=x\ln x$.
a)Calculaţi $\int_1^{e^2}(f(x)-\ln x)\,dx$
b)Arătaţi că F este o primitivă a funcţiei f.
c)Arătaţi că $\int_1^{e^2}f(x)F(x)\,dx=2e^4$.

Testul 59(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Calculaţi raţia progresiei aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$, ştiind că $a_1 = a_4 - 9$.

2. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x) = 3x + m$, unde m este număr real.Determinaţi numărul real m pentru care punctul $A(1,4)$ este situat pe graficul funcţiei f.

3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $5^x + 5^{x+2} = 26$.

4.După o ieftinire cu 15%, preţul unui stilou este de 34 lei.Calculaţi preţul stiloului înainte de ieftinire.

5.În reperul cartezian xOy se consideră dreapta d de ecuaţie $y=-x+4$.Determinaţi numărul real a, ştiind că dreapta d′de ecuaţie $y=ax-6$ este perpendiculară pe dreapta d.

6.Calculaţi aria triunghiului ABC, ştiind că $m(\sphericalangle A) = 90°$,$tgB=\frac{3}{5}$ şi AC=30.

Subiectul II

1.Se consideră determinantul $D(a) = \begin{vmatrix} 4 & 1 & 2 \\ a+1 & a & 2 \\ 1 & 4 & 2 \end{vmatrix}$, unde a este număr real.

a)Arătaţi că $D(0) = -24$.

b)Determinaţi numerele reale a pentru care $D(a) = a^2 + 8$.

c)În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(4,1)$,$B(n+1,n)$, unde n este număr natural şi $C(1,4)$.Determinaţi numerele naturale n, ştiind că punctele A,B şi C sunt vârfurile unui triunghi care are aria egală cu 6.

2.Se consideră matricea $A(x) = \begin{pmatrix} x-3 & 2 \\ x & -1 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.

a)Arătaţi că $A(0) + A(2) = 2A(1)$.

b)Demonstraţi că $A(1)\cdot A(x) + 3A(1) = O_2$, pentru orice număr real x, unde $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

c)Determinaţi valorile reale ale lui a pentru care matricea $B=I_2 + aA(1)$ este inversabilă, unde $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Subiectul III

1. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x) = \frac{x+9}{x^2+x+3}$.

a)Arătaţi că $\lim\limits_{x\to 1} f(x) = 2$.

b)Calculaţi $\lim\limits_{x\to+\infty}\big((3x-1)f(x)\big)$.

c)Determinaţi ecuaţia asimptotei spre $+\infty$ la graficul funcţiei f.

2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x) = \begin{cases} x^3+1, x\in(-\infty,1] \\ \sqrt{3x+1}, x\in(1,+\infty) \end{cases}$

a)Arătaţi că $f(-2)\cdot f(5) = -28$.

b)Demonstraţi că funcţia f este continuă în punctul x=1.

c)Arătaţi că, dacă p şi q sunt numere reale astfel încât $(p+1)\cdot(q+1) < 0$, atunci $f(p)\cdot f(q) < 0$.

Testul 60(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\left(1-\frac{4}{5}\right):\frac{1}{5}=1$.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=x^2-4$.Calculaţi $f(-2)+f(2)$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{4x+5}=5$.
4.Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulţimea A={1,2,3,4,5,6,7,8,9,10}, acesta să fie multiplu de 4.
5.În reperul cartezian xOy se consideră O(0,0),A(0,4) şi B(4,0).Arătaţi că triunghiul AOB este isoscel.
6.Calculaţi aria triunghiului ABC, dreptunghic în A cu AB=5 şi AC=6.

Subiectul II

1.Se consideră matricele A=$\begin{pmatrix}1 & 1\\ 2 & 1\end{pmatrix}$ şi $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.
a)Arătaţi că detA=-1.
b)Arătaţi că $A\cdot A-2A=I_2$.
c)Determinaţi numărul real x,pentru care $A\cdot B=I_2$, unde B=$\begin{pmatrix}-1 & x-1\\ x & -1\end{pmatrix}$.
2.Se consideră polinomul $f=X^3+4X^2-3$.
a)Arătaţi că $f(1)=2$.
b)Determinaţi câtul şi restul împărţirii polinomului f la polinomul X+1.
c)Demonstraţi că $\frac{x_2+x_3}{x_1}+\frac{x_3+x_1}{x_2}+\frac{x_1+x_2}{x_3}=-3$, unde x_1, x_2 şi x_3 sunt rădăcinile polinomului f.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=12x-x^3$.
a)Arătaţi că $f'(x)=3(4-x^2)$,$x\in\mathbb{R}$.
b)Arătaţi că $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{f(x)}=0$.
c)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă x=2 situat pe graficul funcţiei f.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=x^3-2x^2+4x-8$.
a)Arătaţi că $\int_{-1}^{1}(f(x)+2x^2-4x+8)\,dx=0$.
b)Arătaţi că funcţia F:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$F(x)=\frac{x^4}{4}-\frac{2x^3}{3}+2x^2-8x$ este o primitivă a funcţiei f.
c)Determinaţi volumul corpului obţinut prin rotaţia în jurul axei Ox a graficului funcţiei g:$[2,3]\to\mathbb{R}$, $g(x)=\frac{f(x)}{x^2+4}$.

Testul 61(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $0{,}5 : \frac{1}{2} - 1 = 0$.
2.Arătaţi că $2(x_1 + x_2) - x_1x_2 = 2$, unde x_1 şi x_2 sunt soluţiile ecuaţiei $x^2 - 7x + 12 = 0$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{5x+1} = 4$.
4.Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulţimea A={1,2,3,4,5,6,7,8,9},acesta să fie divizibil cu 3.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(0,6) şi B(8,0).Calculaţi lungimea segmentului AB.
6.Calculaţi lungimea laturii AC a triunghiului ABC, dreptunghic în A, ştiind că BC=$3\sqrt{2}$ şi $m(\sphericalangle C) = 45°$.

Subiectul II

1.Se consideră matricele A=$\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ şi $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
a)Arătaţi că detA=1.
b)Arătaţi că $A \cdot A + I_2 = 2A$.
c)Determinaţi numerele reale a,b şi c, pentru care $A \cdot \begin{pmatrix} a-2 & c+1 \\ b & 1 \end{pmatrix} = I_2$.
2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie x∘y=xy+4x+4y+12.
a)Arătaţi că $1 \circ (-4) = -4$.
b)Demonstraţi că $x \circ y = (x+4)(y+4) - 4$, pentru orice numere reale x şi y.
c)Determinaţi valorile reale ale lui x,pentru care x∘x≥x.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x) = 2x^3 - 6x^2 + 9$.
a)Arătaţi că $f'(x) = 6x(x-2), x \in \mathbb{R}$.
b)Arătaţi că $\lim\limits_{x\to 3} \frac{f(x)-9}{x-3} = 18$.
c)Demonstraţi că $f(x) \geq 1$, pentru orice $x \in [0, +\infty)$.
2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x) = x^2 + 4x$.
a)Arătaţi că $\int_{-2}^{2} (f(x) - 4x)\, dx = \frac{16}{3}$.
b)Arătaţi că $\int_0^1 (f(x) - x^2)e^x\, dx = 4$.
c)Determinaţi volumul corpului obţinut prin rotaţia în jurul axei Ox a graficului funcţiei $g:[1,2] \to \mathbb{R}, g(x) = \frac{3f(x)}{x}$.

Testul 62 (Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{5}\right):\frac{1}{20}=1$.
2.Arătaţi că $5(x_1+x_2)-3x_1x_2=-5$, unde x_1 şi x_2 sunt soluţiile ecuaţiei $x^2-8x+15=0$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{x-2}=3$.
4.După o ieftinire cu 10%, preţul unui obiect este 81 de lei.Determinaţi preţul obiectului înaite de ieftinire.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(2,6) şi B(2,3).Calculaţi lungimea segmentului AB.
6.Dacă $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ şi $\cos x=\frac{3}{5}$, arătaţi că $\sin x=\frac{4}{5}$.

Subiectul II

1.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}2 & 4\\ 4 & 2\end{pmatrix}$ şi $B=\begin{pmatrix}x & 4\\ 4 & x\end{pmatrix}$, unde x este număr real.
a)Arătaţi că $\det A=-12$.
b)Arătaţi că $A\cdot B=B\cdot A$, pentru orice număr real x.
c)Determinaţi numărul real x, pentru care $A\cdot A-2(A+B)=2I_2$, unde $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.
2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=\frac{1}{5}xy+x+y$.
a)Arătaţi că $1*(-5)=-5$.
b)Demonstraţi că $x*y=\frac{1}{5}(x+5)(y+5)-5$, pentru orice numere reale x şi y.
c)Determinaţi numerele reale nenule x, pentru care $x*\frac{1}{x}=-5$.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x^3-12x$.
a)Arătaţi că $f'(x)=3(x-2)(x+2), x\in\mathbb{R}$.
b)Arătaţi că $\lim\limits_{x\to 0}\frac{f(x)+12x}{x}=0$.
c)Demonstraţi că $f(x)\geq -16$, pentru orice $x\in[-2,+\infty)$.
2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x^4+2x+1$.
a) Arătaţi că $\int_0^1(f(x)-2x-1)\,dx=\frac{1}{5}$.
b) Arătaţi că $\int_1^e(f(x)-x^4-1)\ln x\,dx=\frac{e^2+1}{2}$.
c)Determinaţi aria suprafeţei plane delimitate de graficul funcţiei f, axa Ox şi dreptele de ecuaţii x=0 şi x=1.

Testul 63(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{5}\right)\cdot\frac{15}{2}=1$.
2.Determinaţi numărul real a, ştiind că punctul A(2,0) aparţine graficului funcţiei f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x-a$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{x+2}=6$.
4.Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulţimea M={10,20,30,40,50,60,70,80,90}, acesta să fie multiplu de 20.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(2,6) şi B(8,6).Determinaţi coordonatele mijlocului segmentului AB.
6.Dacă $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ şi cosx=$\frac{12}{13}$, arătaţi că tgx=$\frac{5}{12}$.

Subiectul II

1.Se consideră matricele A=$\begin{pmatrix}0&2\\-2&2\end{pmatrix}$ şi B=$\begin{pmatrix}2&-2\\2&0\end{pmatrix}$.
a)Arătaţi că detA=4.
b)Arătaţi că B·B+2A=O_2, unde $O_2=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$.
c)Determinaţi numerele reale x şi y, pentru care A+B=$\begin{pmatrix}4^x&0\\0&2^y\end{pmatrix}$.
2.Se consideră polinomul f=X^3-3X^2-3X+1.
a)Arătaţi că $f(1)=-4$.
b)Determinaţi câtul şi restul împărţirii polinomului f la polinomul X+1.
c)Demonstraţi că $(x_2+x_3)(x_3+x_1)(x_1+x_2)=-8$, unde x_1,x_2 şi x_3 sunt rădăcinile polinomului f.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=-x^3+12x-9$.
a)Arătaţi că $f'(x)=3(2-x)(2+x)$,$x\in\mathbb{R}$.
b)Arătaţi că $\lim\limits_{x\to3}\frac{f(x)}{x-3}=-15$.
c)Demonstraţi că $f(x)\le7$, pentru orice $x\in[-2,+\infty)$.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=x+3$.
a)Arătaţi că $\int_{-1}^{1}(f(x)-3)\,dx=0$.
b)Arătaţi că $\int_0^1 e^x f(x)\,dx=3e-2$.
c)Determinaţi numărul real a, ştiind că $\int_0^a f(x)\,dx=\int_0^{4-a}(f(x)-6)\,dx$.

Testul 64(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $1-0{,}25:\frac{1}{4}=0$.
2.Calculaţi $f(-1)\cdot f(1)$, unde $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x-1$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{2x+1}=3$.
4.Un obiect costă 200 de lei.Determinaţi preţul obiectului după o ieftinire cu 20%.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3,2)$ şi $B(5,4)$.Calculaţi distanţa de la punctul A la punctul B.
6.Calculaţi lungimea laturii AC a triunghiului ABC, dreptunghic în A, ştiind că AB=8 şi $C=\frac{\pi}{4}$.

Subiectul II

1.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}2 & 1\\ -2 & 1\end{pmatrix}$ şi $B=\begin{pmatrix}1 & x\\ -1 & y\end{pmatrix}$, unde x şi y sunt numere reale.
a)Arătaţi că detA=4.
b)Arătaţi că $\det(2B-A)=0$, pentru orice numere reale x şi y.
c)Determinaţi numerele reale x şi y, pentru care A·B=B·A.
2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x\circ y=xy-2x-2y+6$.
a)Arătaţi că $1\circ 2=2$.
b)Demonstraţi că $x\circ y=(x-2)(y-2)+2$, pentru orice numere reale x şi y.
c)Determinaţi numerele reale nenule x, pentru care $x\circ\frac{1}{x}=x$.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x^3-x^2+x-1$.
a)Arătaţi că $f'(x)=3x^2-2x+1, x\in\mathbb{R}$.
b)Arătaţi că $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x\,f'(x)}{f(x)}=3$.
c)Determinaţi abscisele punctelor situate pe graficul funcţiei f în care tangenta la graficul funcţiei f este paralelă cu dreapta y=2x+3.
2.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x^5+x^3+4x$.
a)Arătaţi că $\int_{-2}^{2}(f(x)-x^3-4x)\,dx=0$.
b)Arătaţi că $\int_{0}^{2}e^x(f(x)-x^5-x^3+1)\,dx=5e^2+3$.
c)Demonstraţi că orice primitivă a funcţiei f este convexă pe $\mathbb{R}$.

Testul 65(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1-\frac{1}{4}\right)\left(1-\frac{1}{5}\right)=\frac{1}{5}$.

2.Determinaţi abscisele punctelor de intersecţie a graficului funcţiei f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-4x+3$ cu axa Ox.

3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_3(2x+1)=2$.

4.Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulţimea A={10,20,30,40,50,60,70,80,90,100}, acesta să fie divizor al lui 1000.

5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele O(0,0),A(3,0) şi B(0,4).Calculaţi perimetrul triunghiului AOB.

6.Arătaţi că sinx=$\frac{4}{5}$, ştiind că x$\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ şi cosx=$\frac{3}{5}$.

Subiectul II

1.Se consideră matricele A=$\begin{pmatrix}-1 & 0\\ 1 & 0\end{pmatrix}$ şi $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

a)Arătaţi că detA=0.

b)Verificaţi dacă $A\cdot(A+I_2)=O_2$, unde $O_2=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$.

c)Determinaţi numerele reale m pentru care detB=0, unde B=A·A+mI_2.

2.Se consideră polinomul f=X^3+X^2+5X+5.

a)Arătaţi că $f(-1)=0$.

b)Determinaţi câtul şi restul împărţirii polinomului f la polinomul X^2+4X+3.

c)Demonstraţi că $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_3}+\frac{1}{x_1x_2}+\frac{1}{x_2x_3}+\frac{1}{x_3x_1}=-\frac{4}{5}$, unde x_1, x_2 şi x_3 sunt rădăcinile polinomului f.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=x^3-27x$.

a)Arătaţi că $f'(x)=3(x-3)(x+3)$,x$\in\mathbb{R}$.

b)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă x=3, situat pe graficul funcţiei f.

c)Arătaţi că $-54\leq f(x)\leq 54$, pentru orice x$\in[-3,3]$.

2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=5x^4+3x^2+2$.

a)Arătaţi că $\int_0^1(f(x)-3x^2-2)\,dx=1$.

b)Calculaţi aria suprafeţei plane delimitate de graficul funcţiei f, axa Ox şi dreptele de ecuaţii x=1 şi x=2.

c)Demonstraţi că orice primitivă a funcţiei f este crescătoare pe $\mathbb{R}$.

Testul 66(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Determinaţi numerele reale a şi b, pentru care $\frac{15}{4+i} = a + ib$, unde $i^2 = -1$.

2.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x) = x^2 - 1$.Calculaţi $\big(f(1) + f(0)\big)^{2017}$.

3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $5^{x^2+3x+5} = 125$.

4.Calculaţi în câte moduri poate fi aleasă o echipă formată din 4 elevi din totalul de 6 elevi pe care îi are la dispoziţie un antrenor.

5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3,0)$ şi $B(2m-1,0)$, unde m este număr real.Determinaţi numărul real m, ştiind că punctul $C(8,0)$ este mijlocul segmentului AB.

6.Se consideră triunghiul ABC în care AB=5,AC=12 şi BC=13.Calculaţi cosB.

Subiectul II

1.Se consideră matricea $A=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 2 & 1 & 0\\ 4 & 3 & 1\end{pmatrix}$.

a)Calculaţi detA.

b)Arătaţi că $(A-I_3)(A-I_3)(A-I_3) = O_3$, unde $I_3 = \begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$ şi $O_3 = \begin{pmatrix}0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\end{pmatrix}$.

c)Rezolvaţi ecuaţia matriceală $AX=\begin{pmatrix}2\\ 1\\ 0\end{pmatrix}$, unde $X=\begin{pmatrix}x\\ y\\ z\end{pmatrix}\in\mathcal{M}_{3,1}(\mathbb{R})$.

2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x*y=xy-2x-2y+6$.

a)Arătaţi că $x*y=(x-2)(y-2)+2$, pentru orice numere reale x şi y.

b)Calculaţi $1*2*3*4$.

c)Determinaţi numerele reale a, ştiind că $a*a*2017=2017$.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}, f(x) = \frac{x+2}{x}$.

a)Calculaţi $\lim\limits_{x\to 3}\frac{f(x)-f(3)}{x-3}$.

b)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă x=1, situat pe graficul funcţiei f.

c)Demonstraţi că $\frac{2020}{2018} \le f(x) \le 3$, pentru orice $x\in[1,2018]$.

2.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x) = x^3 - 6x^2 + 7x + 2$.

a)Calculaţi $\int_0^2 (f(x) + 6x^2 - 7x - 2)\,dx$.

b)Arătaţi că $\int_0^1 (f(x) - x^3 + 6x^2 - 6x)e^x\,dx = 2e - 1$.

c)Demonstraţi că $\int_{2-a}^{2+a} f(x)\,dx = 0$, pentru orice număr real a.

Testul 67 (Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Se consideră progresia geometrică $(b_n)_{n\geq 1}$ cu $b_1 = 2$ şi $b_2 = 6$.Calculaţi $b_1 + b_2 + b_3$.
2.Determinaţi numerele reale a pentru care $f(a-6) = f(6)$, unde $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 5x + 1$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $3\cdot 3^x = 9^{x-2}$.
4.Determinaţi câte numere naturale de trei cifre se pot forma cu cifrele din mulţimea A={0,2,4,7}.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(6,-1)$ şi $B(-2,5)$.Determinaţi coordonatele punctului M, ştiind că $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MB}$.
6.Se consideră triunghiul ABC cu $m(\sphericalangle ACB) = 30°$, AC=6 şi BC=10.Calculaţi aria triunghiului ABC.

Subiectul II

1.Se consideră determinantul $d(x) = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & 3 \\ 1 & x+1 & x^2+2 \end{vmatrix}$, unde x este număr real.
a)Calculaţi d(0).
b)Demonstraţi că $d(x) = -2(x-1)(x+1)$, pentru orice număr real x.
c)Arătaţi că, dacă x şi y sunt două numere reale diferite astfel încât $d(x) = d(y)$, atunci x+y=0.
2.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ şi $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
a)Calculaţi $A+I_2$.
b)Arătaţi că inversa matricei $M=A+I_2 + A\cdot A$ este matricea –A.
c)Determinaţi numărul real x, pentru care avem $(A + I_2)(B + I_2) = 2I_2$, unde $B=\begin{pmatrix} 0 & x^2 \\ x & 0 \end{pmatrix}$.

Subiectul III

1. Se consideră funcţia $f:(-3,+\infty)\to\mathbb{R}, f(x) = \frac{\sqrt{x^2+4x+6}}{x+3}$.
a)Calculaţi $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$.
b)Determinaţi ecuaţia asimptotei verticale la graficul funcţiei f.
c)Determinaţi ecuaţia asimptotei orizontale la graficul funcţiei f.
2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} 4x+8, x\in(-\infty,0] \\ 8-x^3, x\in(0,+\infty) \end{cases}$.
a)Calculaţi $f(-2) + f(2)$.
b)Demonstraţi că funcţia f este continuă în punctul x=0.
c)Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale inecuaţia $f(x) \geq 0$.

Testul 68(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că media geometrică a numerelor a=25 şi b=9 este egală cu 15.
2.Determinaţi numărul real m pentru care $f(3) = 0$, unde $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = x + m$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $5^{2x+1} = 5^3$.
4.Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulţimea A={1,2,3,4,5,6,7,8,9}, acesta să fie multiplu de 3.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-1,4)$ şi $B(7,4)$.Determinaţi coordonatele mijlocului segmentului AB:
6.Arătaţi că $\sin x=\frac{\sqrt{3}}{2}$, ştiind că $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ şi $\cos x=\frac{1}{2}$.

Subiectul II

1.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 3 & 1\end{pmatrix}$,$B=\begin{pmatrix}4 & 0\\ 0 & -4\end{pmatrix}$ şi $C(x)=\begin{pmatrix}x & 2\\ 1 & 3\end{pmatrix}$, unde x este număr real.
a)Arătaţi că $\det A=-5$.
b)Arătaţi că $\det\left(A + C(-1)\right) = \det B$.
c)Determinaţi numărul real x pentru care $C(x)\cdot A - A\cdot C(x) = B$.
2.Se consideră polinomul $f=X^3 + 3X^2 - 8X + 4$.
a)Arătaţi că $f(1) = 0$.
b)Determinaţi câtul şi restul împărţirii polinomului f la polinomul $X^2 + 4X - 4$.
c)Demonstraţi că $x_1 + x_2 + x_3 + \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} = -1$, unde x_1, x_2 şi x_3 sunt rădăcinile polinomului f.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x) = x^3 - 3x + 2$.
a) Arătaţi că $f'(x) = 3(x - 1)(x + 1)$,$x\in\mathbb{R}$.
b)Calculaţi $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)-x^3}{x}$.
c)Arătaţi că $0\le f(x)\le 4$, pentru orice $x\in[-1,1]$.
2. Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$,$f(x) = 2x - \frac{1}{x}$.
a)Arătaţi că $\int_2^3\left(f(x) + \frac{1}{x}\right)dx = 5$.
b)Demonstraţi că funcţia $F:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $F(x) = x^2 - \ln x + 2017$ este o primitivă a funcţiei f.
c)Determinaţi volumul corpului obţinut prin rotaţia în jurul axei Ox a graficului funcţiei $g:[1,2]\to\mathbb{R}$, $g(x) = 2x - f(x)$.

Testul 69(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $1-\frac{1}{2}:0,5=0$.
2.Calculaţi $f(-2)+f(0)+f(2)$, unde $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+2x$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{4x+1}=5$.
4.Un obiect costă 240 lei.Calculaţi preţul obiectului după o scumpire cu 30%.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(1,6) şi B(4,6).Determinaţi distanţa de la punctul A la punctul B.
6.Calculaţi lungimea laturii AC a triunghiului ABC dreptunghic în A, ştiind că AB=7 şi $m(\sphericalangle C)=45°$.

Subiectul II

1.Se consideră matricele $M=\begin{pmatrix}-2 & -1\\ 2 & -1\end{pmatrix}$ şi $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.
a)Arătaţi că detM=4.
b)Arătaţi că $M\cdot M+3M+4I_2=O_2$, unde $O_2=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$.
c)Determinaţi numerele reale a şi b astfel încât $M\cdot M\cdot M=aM+bI_2$.
2.Se consideră polinomul $f=X^3-4X^2+4X-1$.
a)Arătaţi că $f(1)=0$.
b)Arătaţi că $f(a)+f(-a)+2\leq 0$, pentru orice număr real a.
c)Demonstraţi că $x_1^2+x_2^2+x_3^2=8x_1x_2x_3$, unde x_1, x_2 şi x_3 sunt rădăcinile polinomului f.

Subiectul III

1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=2x^3-6x+2$.
a)Arătaţi că $f'(x)=6(x-1)(x+1), x\in\mathbb{R}$.
b)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă x=1, situat pe graficul funcţiei f.
c)Demonstraţi că $f(2016)+f(2018)\leq f(2017)+f(2019)$.
2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x^2-16$.
a)Arătaţi că $\int_0^3 (f(x)+16)\,dx=9$.
b)Determinaţi aria suprafeţei plane delimitate de graficul funcţiei $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=\frac{1}{f(x)+17}$, axa Ox şi dreptele de ecuaţii x=0 şi x=1.
c)Determinaţi numărul real a, a>1, pentru care $\int_1^a \frac{f(x)+16}{x}\,dx=24$.

Testul 70(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\frac{5}{\sqrt{6}-1}-\sqrt{6}=1$.
2.Determinaţi coordonatele punctului de intersecţie a graficului funcţiei f cu axa Oy, unde $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=2x^2+x+2018$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{x+5}=5$.
4.După o reducere cu 10% un obiect costă 180 de lei.Calculaţi preţul obiectului înainte de reducere.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele M(1,2) şi N(1,4).Determinaţi lungimea segmentului MN.
6.Arătaţi că $\sin x=\frac{5}{13}$, ştiind că $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ şi $\cos x=\frac{12}{13}$.

Subiectul II

1.Se consideră matricea $A=\begin{pmatrix}4 & 1\\ 4 & 1\end{pmatrix}$.
a)Arătaţi că detA=0.
b)Determinaţi numărul real x pentru care A·A=xA.
c)Arătaţi că $\det(A+I_2)+\det(A-I_2)=2$, unde $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.
2.Se consideră polinomul $f=X^3-5X^2-5X+1$.
a)Arătaţi că $f(1)=-8$.
b)Arătaţi că polinomul f este divizibil cu polinomul X+1.
c)Determinaţi numărul real a pentru care $\frac{1}{x_1x_2}+\frac{1}{x_2x_3}+\frac{1}{x_3x_1}=a(x_1x_2+x_2x_3+x_3x_1)$, unde x_1, x_2 şi x_3 sunt rădăcinile polinomului f.

Subiectul III

1. Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}, f(x)=5x-\frac{1}{x}$.
a) Arătaţi că $f'(x)=5+\frac{1}{x^2}, x\in(0,+\infty)$.
b)Determinaţi ecuaţia asimptotei oblice spre $+\infty$ la graficul funcţiei f.
c)Demonstraţi că funcţia f este concavă pe intervalul $(0,+\infty)$.
2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x^2+5$.
a)Arătaţi că $\int_0^1(f(x)-5)\,dx=\frac{1}{3}$.
b)Determinaţi primitiva F a funcţiei f pentru care $F(3)=5$.
c)Arătaţi că suprafaţa delimitată de graficul funcţiei $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, g(x)=e^x\cdot f(x)$, axa Ox şi dreptele de ecuaţii x=0 şi x=1, are aria egală cu 6e−7.

Testul 71(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{5}\right)\cdot\frac{15}{4}=2$.
2.Determinaţi numărul real a, ştiind că punctul $A(a,0)$ aparţine graficului funcţiei $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x-3$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{x+2}=3$.
4.Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulţimea M={10,20,30,40,50,60,70,80,90,100,110,120}, acesta să fie multiplu de 15.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(4,2) şi B(8,2).Determinaţi coordonatele mijlocului segmentului AB.
6.Arătaţi că $\sin x=\frac{7}{25}$, ştiind că $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ şi $\cos x=\frac{24}{25}$.

Subiectul II

1.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1&2\\3&4\end{pmatrix}$,$B=\begin{pmatrix}4&3\\2&1\end{pmatrix}$ şi $C=\begin{pmatrix}1&1\\1&1\end{pmatrix}$.
a)Arătaţi că $\det A=-2$.
b)Arătaţi că $A+B=5C$.
c)Demonstraţi că $AB+BA+4I_2=25C$, unde $I_2=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$.
2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x\circ y=xy+4x+4y+12$.
a)Arătaţi că $5\circ(-4)=-4$.
b)Arătaţi că $x\circ y=(x+4)(y+4)-4$, pentru orice numere reale x şi y.
c)Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $x\circ x=x$.

Subiectul III

1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=2x^3+6x^2+7$.
a)Arătaţi că $f'(x)=6x(x+2), x\in\mathbb{R}$.
b)Calculaţi $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f'(x)}{f(x)-2x^3}$.
c)Determinaţi intervalele de monotonie a funcţiei f.
2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=4x^3+5x^2$.
a)Arătaţi că $\int_1^2(f(x)-5x^2)\,dx=15$.
b)Determinaţi primitiva F a funcţiei f pentru care $F(1)=2018$.
c)Determinaţi numărul natural n,n>1, ştiind că $\int_1^n\frac{f(x)}{x^2}dx=26$.

Testul 72(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\left(4-\frac{1}{4}\right):\frac{3}{4}=5$.
2.Calculaţi $f(-5)+f(5)$, unde $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x^2-25$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{5x+1}=4$.
4.Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulţimea A={1,2,3,4,5,6,7,8,9,10}, acesta să fie multiplu de 4.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele O(0,0),M(0,6) şi N(6,0).Arătaţi că triunghiul MON este isoscel.
6.Calculaţi aria triunghiului ABC dreptunghic în A, ştiind că AB=10 şi AC=14.

Subiectul II

1.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}-3 & 5\\ -2 & 3\end{pmatrix}$ şi $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.
a)Arătaţi că detA=1.
b)Arătaţi că $A\cdot A+I_2=O_2$, unde $O_2=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$.
c)Demonstraţi că $\det(A-aI_2)\geq 1$, pentru orice număr real a.
2.Se consideră polinomul $f=X^3+4X^2+X+4$.
a)Arătaţi că $f(-4)=0$.
b)Determinaţi câtul şi restul împărţirii polinomului f la polinomul X^2+5X+4.
c)Demonstraţi că $\frac{x_3}{x_1x_2}+\frac{x_2}{x_1x_3}+\frac{x_1}{x_2x_3}=-\frac{7}{2}$, unde x_1, x_2 şi x_3 sunt rădăcinile polinomului f.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x^4-4x^2+4$.
a)Arătaţi că $f'(x)=4x\left(x-\sqrt{2}\right)\left(x+\sqrt{2}\right), x\in\mathbb{R}$.
b)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă $x=\sqrt{2}$, situat pe graficul funcţiei f.
c)Demonstraţi că $0\leq f(x)\leq 4$, pentru orice $x\in\left[-\sqrt{2},\sqrt{2}\right]$.
2.Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}, f(x)=x^2+2\sqrt{x}$.
a)Arătaţi că $\int_1^3\left(f(x)-2\sqrt{x}\right)dx=\frac{26}{3}$.
b)Demonstraţi că funcţia $F:(0,+\infty)\to\mathbb{R}, F(x)=\frac{x^3}{3}+\frac{4x\sqrt{x}}{3}+2017$ este o primitivă a funcţiei f.
c)Arătaţi că suprafaţa delimitată de graficul funcţiei $g:(0,+\infty)\to\mathbb{R}, g(x)=\left(f(x)-2\sqrt{x}\right)e^x$, axa Ox şi dreptele de ecuaţii x=1 şi x=2, are aria egală cu $e(2e-1)$.

Testul 73(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Calculaţi media aritmetică a numerelor a=$4\left(3-\sqrt{3}\right)$ şi b=$4\sqrt{3}$.
2.Determinaţi abscisele punctelor de intersecţie a graficului funcţiei f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,
$f(x)=x^2-3x+2$ cu axa Ox.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_3(2x-1)-\log_3 5=0$.
4.Calculaţi probabilitatea ca alegând un număr din mulţimea numerelor naturale de o cifră, acesta să fie multiplu de 5.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(4,6) şi B(2,4).Determinaţi coordonatele mijlocului segmentului AB.
6.Arătaţi că $\sin(a+b)=\frac{63}{65}$, ştiind că a,b$\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$,$\sin a=\frac{12}{13}$ şi $\sin b=\frac{3}{5}$.

Subiectul II

1.Se consideră matricea A=$\begin{pmatrix}2 & 1\\ -2 & -1\end{pmatrix}$.
a)Calculaţi detA.
b)Determinaţi numerele reale p pentru care A·A=pA.
c)Determinaţi matricele B=$\begin{pmatrix}0 & b\\ b & 0\end{pmatrix}$, ştiind că $\det(A+B)=0$, unde b este un număr real.
2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie dată de x∘y=−xy+5x+5y−20.
a)Calculaţi 5∘2018.
b)Arătaţi că x∘y=$-(x-5)(y-5)+5$, pentru orice numere reale x şi y.
c)Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $5^x\circ 25^x=5$.

Subiectul III

1. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=\frac{4x}{x^2+1}$.
a)Calculaţi $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$.
b)Arătaţi că $f'(x)=-\frac{4(x-1)(x+1)}{(x^2+1)^2}$,x$\in\mathbb{R}$.
c)Determinaţi intervalele de monotonie ale funcţiei f.
2. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=x^9+x$.
a)Calculaţi $\int_{-1}^{1} x^9\,dx$.
b)Arătaţi că $\int_0^1 (f(x)-x^9)e^x\,dx=1$.
c)Determinaţi volumul corpului obţinut prin rotaţia în jurul axei Ox a graficului funcţiei g:$[1,2]\to\mathbb{R}$, definită prin $g(x)=\frac{f(x)-x}{x^6}$.

Testul 74(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Calculaţi suma primilor trei termeni ai unei progresii aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$, ştiind că $a_1 = 1$ şi $a_3 = 9$.
2.Determinaţi abscisele punctelor de intersecţie a graficelor funcţiilor $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x) = x^2 - x$ şi $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, g(x) = 3x - 3$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $2^{3-x} = \frac{1}{8}$.
4.După o ieftinire cu 15%, preţul unui obiect este 51 de lei.Calculaţi preţul obiectului înainte de ieftinire.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3,6), B(-3,4)$ şi $C(7,4)$.Calculaţi lungimea medianei din vârful A al triunghiului ABC.
6.Arătaţi că $tg60^\circ ctg30^\circ + tg30^\circ ctg60^\circ = \frac{10}{3}$.

Subiectul II

1.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 6 & 2 \end{pmatrix}$ şi $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
a)Calculaţi detA.
b)Determinaţi numărul real x, ştiind că $A\cdot A = xA$.
c)Determinaţi numerele reale a pentru care $\det(A + aI_2) = 0$.
2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x*y=xy+3x+3y+6$.
a)Arătaţi că $x*y=(x + 3)(y + 3) - 3$, pentru orice numere reale x şi y.
b)Calculaţi $(-2019) * (-3) * 0 * 3 * 2019$.
c)Determinaţi numerele naturale n, ştiind că numărul $n*(-n)$ este natural.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia $f:(-4, +\infty)\to\mathbb{R}, f(x) = \frac{x-4}{x+4}$.
a)Calculaţi $f'(x)$, $x\in(-4, +\infty)$.
b)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă x=0, situat pe graficul funcţiei f.
c)Determinaţi ecuaţia asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcţiei f.
2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x) = 2x - 4$ şi $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, F(x) = x^2 - 4x + 2$.
a)Calculaţi $\int_0^1 (f(x) + 4)\, dx$.
b)Arătaţi că funcţia F este o primitivă a funcţiei f.
c)Determinaţi numărul natural nenul n, ştiind că $\int_0^n F(x)\, dx = \frac{n^3}{3}$.

Testul 75(Prelucrare de bacalaureat)

Subiectul I

1.Calculaţi media aritmetică a numerelor a=5 şi b=$\sqrt{49}$.
2.Calculaţi $(f \circ g)(-3)$, unde f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x) = 4x - 5$ şi g:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$g(x) = 2x + 7$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{4x^2 + 2} = 3\sqrt{2}$.
4.Determinaţi numărul elementelor care sunt divizibile cu 10 şi nu sunt divizibile cu 20, din mulţimea M={1,2,3, … ,50}.
5.Determinaţi numărul real m, ştiind că punctul $A(4, m - 2)$ este situat pe dreapta de ecuaţie x+y−4=0.
6.Se consideră triunghiul ABC cu AB=10,AC=10 şi BC=12.Calculaţi cosB.

Subiectul II

1.Se consideră determinantul $D(m) = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 3 \\ -1 & m & -2 \\ -1 & -1 & m \end{vmatrix}$, unde m este număr real.
a)Calculaţi D(0).
b)Arătaţi că $D(m) = (m + 1)(m + 3)$, pentru orice număr real m.
c)Determinaţi numerele naturale n pentru care $D(n^2 - 4n) = 0$.
2.Se consideră matricea $A(a) = \begin{pmatrix} 1 & a \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$, unde a este număr real.
a)Arătaţi că $A(-1) + A(1) = 2A(0)$.
b)Determinaţi numărul real a pentru care $A(a) \cdot \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = 5I_2$, unde $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
c)Determinaţi matricea $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, ştiind că $A(1) \cdot X = 4A(2)$.

Subiectul III

1. Se consideră funcţia f:$(3, +\infty)\to\mathbb{R}$,$f(x) = x + \frac{5}{x-3}$.
a)Calculaţi $\lim\limits_{x\to 4} f(x)$.
b)Determinaţi ecuaţia asimptotei oblice spre $+\infty$ la graficul funcţiei f.
c)Calculaţi $\lim\limits_{x\to 3}\big((x - 3)f(x)\big)$.
2. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x) = \begin{cases} 3x^2 + 2x - 1, x \le 1 \\ x + 3, x > 1 \end{cases}$.
a)Calculaţi $f(0) + f(2)$.
b)Arătaţi că funcţia f este continuă în x=1.
c)Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale inecuaţia $f(x) \le 0$.

Testul 76(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\left(1-\sqrt{2}\right)^2+2\sqrt{2}=3$.
2.Determinaţi coordonatele punctului de intersecţie a graficului funcţiei f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,
$f(x)=x-2$ cu axa Ox.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $3^{x+3}=3^5$.
4.Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulţimea numerelor naturale de o cifră, acesta să fie divizor al lui 4.
5.În reperul cartezian xOy se consideră A(1,1), B(1,3) şi C(3,3).Arătaţi că triunghiul ABC este isoscel.
6.Determinaţi lungimea laturii AC a triunghiului ABC dreptunghic în A, ştiind că BC=10 şi $m(\sphericalangle B)=30°$.

Subiectul II

1.Se consideră matricele A=$\begin{pmatrix} a & 8 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ şi B = $\begin{pmatrix} 1 & 8 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$, unde a este număr întreg.
a)Arătaţi că detB=-5.
b)Arătaţi că detA$\neq 0$ pentru orice număr întreg a.
c)Determinaţi numărul întreg a ştiind că inversa matricei A are toate elementele numere întregi.
2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=xy-4x-4y+20$.
a)Arătaţi că $1*4=4$.
b)Arătaţi că $x*y=(x-4)(y-4)+4$ pentru orice numere reale x şi y.
c)Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $x*x=x$.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=x^2+x$.
a)Arătaţi că $f'(x)=2x+1,x\in\mathbb{R}$.
b)Calculaţi $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x^2}$.
c)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă $x_0=1$ situat pe graficul funcţiei f.
2.Se consideră funcţia f:$(0,+\infty)\to\mathbb{R}$,$f(x)=8x+\frac{1}{x}$.
a)Arătaţi că $\int_1^{e^3}\frac{1}{x}dx=3$.
b)Arătaţi că funcţia F:$(0,+\infty)\to\mathbb{R}$,$F(x)=4x^2+\ln x+5$ este o primitivă a funcţiei f.
c)Arătaţi că suprafaţa plană delimitată de graficul funcţiei f, axa Ox şi dreptele de ecuaţii x=1 şi x=2 are aria mai mică strict decât 13.

Testul 77 (Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Pentru a=4 arătaţi că $\frac{a}{3}-\frac{3}{a}=\frac{7}{12}$.
2.Determinaţi abscisa punctului de intersecţie a graficelor funcţiilor f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3x-2$ şi g:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=x+2$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{x^2+16}=5$.
4.Preţul unei imprimante este 150 de lei.Determinaţi preţul imprimantei după o scumpire cu 10%.
5.În sistemul cartezian xOy se consideră punctele A(3,3), B(3,6) şi C(7,6).Determinaţi perimetrul triunghiului ABC.
6.Calculaţi cosA ştiind că sinA=$\frac{\sqrt{2}}{2}$ şi unghiul A este ascuţit.

Subiectul II

1.Se consideră matricele A=$\begin{pmatrix}1 & 3\\ 1 & 0\end{pmatrix}$,B=$\begin{pmatrix}b & b\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ şi C=$\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$, unde b este număr real.
a)Arătaţi că detA=-3.
b)Determinaţi numărul real b pentru care A+B=AB+C.
c)Arătaţi că $\det(B+3C)=\det B-\det A$ pentru orice număr real b.
2.Se consideră polinomul f=X^3-5X^2+X+3.
a)Arătaţi că $f(1)=0$.
b)Determinaţi câtul şi restul împărţirii polinomului f prin X-1.
c)Arătaţi că $(x_1+x_2+x_3)\left(\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_3}\right)=-\frac{5}{3}$ ştiind că x_1, x_2 şi x_3 sunt rădăcinile polinomului f.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia f:$(0,+\infty)\to\mathbb{R}$,$f(x)=2x^2-\ln x$.
a)Arătaţi că $\lim\limits_{x\to 1} f(x)=2$.
b)Arătaţi că $f'(x)=4x-\frac{1}{x}$,$x\in(0,+\infty)$.
c)Arătaţi că funcţia f este convexă pe intervalul $(0,+\infty)$.
2. Se consideră funcţia f:$(-2,+\infty)\to\mathbb{R}$,$f(x)=\frac{x^2}{x+2}$.
a)Arătaţi că $\int_0^3 x^2\,dx=9$.
b)Determinaţi aria suprafeţei plane delimitate de graficul funcţiei f, axa Ox şi dreptele de ecuaţii x=0 şi x=1.
c)Arătaţi că orice primitivă a funcţiei f este funcţie crescătoare pe intervalul $(-2,+\infty)$.

Testul 78(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\left(1-\frac{1}{3}\right)^2+\frac{5}{9}=1$.
2.Determinaţi coordonatele punctului de intersecţie a graficului funcţiei f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,
$f(x)=x+3$ cu axa Oy.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $2^{4x-1}=8$.
4.Calculaţi probabilitatea ca alegând un număr din mulţimea numerelor naturale de o cifră, acesta să fie mai mic sau egal cu 5.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(1,1),B(5,1) şi C(5,5).Arătaţi că AB=BC.
6.Determinaţi aria triunghiului ABC dreptunghic în A ştiind că AB=3 şi BC=5.

Subiectul II

1.Se consideră matricele A=$\begin{pmatrix}4 & 2\\ 2 & 1\end{pmatrix}$ şi $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.
a)Arătaţi că detA=0.
b)Arătaţi că A·A=5A.
c)Determinaţi numerele reale x şi y pentru care A+$\begin{pmatrix}-3 & y\\ y & x\end{pmatrix}=I_2$.
2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie x∘y=2x+2y+xy+2.
a)Arătaţi că $(-2)\circ 2=-2$.
b)Arătaţi că x∘y=$(x+2)(y+2)-2$ pentru orice numere reale x şi y.
c)Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $(x+2)\circ(x-4)=3$.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia f:$(3,+\infty)\to\mathbb{R}$,$f(x)=\frac{x-2}{x-3}$.
a)Arătaţi că $\lim\limits_{x\to 4} f(x)=2$.
b)Arătaţi că $f'(x)=-\frac{1}{(x-3)^2}$, $x\in(3,+\infty)$.
c)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă $x_0=4$, situat pe graficul funcţiei f.
2. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=x^2+6x+9$.
a)Arătaţi că $\int_{-1}^{1}(6x+9)\,dx=18$.
b)Determinaţi volumul corpului obţinut prin rotaţia în jurul axei Ox a graficului funcţiei
g:$[0,1]\to\mathbb{R}$, $g(x)=f(x)-6x-9$.
c)Demonstraţi că orice primitivă a funcţiei f este o funcţie crescătoare pe $\mathbb{R}$.

Testul 79(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $5(2-\sqrt{3})+5\sqrt{3}=10$.
2.Determinaţi numărul real a ştiind că $f(1)=a$, unde $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x+2$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_3(2x+3)=\log_3 11$.
4.Calculaţi probabilitatea ca alegând un număr din mulţimea numerelor naturale de două cifre, acesta să fie divizibil cu 20.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(2,6) şi B(4,6).Calculaţi distanţa de la punctul A la punctul B.
6.Arătaţi că $\cos^2 30^\circ+\sin^2 45^\circ=\frac{5}{4}$.

Subiectul II

1.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}4 & 1\\ 8 & 2\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1 & -1\\ 2 & -2\end{pmatrix}$ şi $C=\begin{pmatrix}3 & 2\\ x & 4\end{pmatrix}$, unde x este număr real.
a)Arătaţi că detA=0.
b)Determinaţi numărul real x ştiind că B+C=A.
c)Arătaţi că $B\cdot B+B=O_2$, unde $O_2=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$.
2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x\circ y=xy+3x+3y+6$.
a)Arătaţi că $0\circ(-3)=-3$.
b)Arătaţi că $x\circ y=(x+3)(y+3)-3$ pentru orice numere reale x şi y.
c)Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $x\circ x=13$.

Subiectul III

1. Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}, f(x)=\frac{1}{x}-\ln x$.
a) Arătaţi că $f'(x)=-\frac{x+1}{x^2}$, $x\in(0,+\infty)$.
b)Arătaţi că $\lim\limits_{x\to 2}\frac{f(x)-f(2)}{x-2}=-\frac{3}{4}$.
c)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă $x_0=1$, situat pe graficul funcţiei f.
2.Se consideră funcţiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=e^x-2x$ şi $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, F(x)=e^x-x^2-3$.
a)Arătaţi că $\int_0^2 e^x\,dx=e^2-1$.
b)Arătaţi că funcţia F este o primitivă a funcţiei f.
c)Calculaţi $\int_0^1 F(x)\,dx$.

Testul 80(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $4\cdot\left(\frac{3}{4}-\frac{1}{4}\right)=2$.
2.Determinaţi numărul real m ştiind că $f(m)=4$, unde $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x-5$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{3x^2+1}=7$.
4.În anul 2016, profitul anual al unei firme a fost de 120000 de lei, ceea ce reprezintă 6% din valoarea veniturilor anuale ale firmei.Determinaţi valoarea veniturilor anuale ale firmei în anul 2016.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,6)$, $B(5,2)$ şi $C(5,6)$.Arătaţi că triunghiul ABC este dreptunghic.
6.Arătaţi că $tg^2 30^\circ + tg^2 45^\circ = \frac{4}{3}$.

Subiectul II

1.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}3 & -5\\ 1 & -2\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}2 & -5\\ 1 & -3\end{pmatrix}$ şi $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.
a)Arătaţi că $detA=-1$.
b)Arătaţi că $3A\cdot B-2B\cdot A=I_2$.
c)Determinaţi numărul real x ştiind că $A\cdot A-xA=I_2$.
2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=3(x+y-2)-xy$.
a)Arătaţi că $1*3=3$.
b)Arătaţi că $x*3=3*x=3$ pentru orice număr real x.
c)Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $x*x=x$.

Subiectul III

1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=(x-3)e^x$.
a)Arătaţi că $\lim\limits_{x\to 0} f(x)=-3$.
b)Arătaţi că $f'(x)=e^x+f(x)$ pentru orice număr real x.
c) Arătaţi că $\lim\limits_{x\to 0}\frac{f(x)+3}{x}=-2$.
2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=3x^2+4x$.
a)Arătaţi că $\int_1^3 3x^2\,dx=26$.
b)Determinaţi primitiva $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ a funcţiei f pentru care $F(1)=2018$.
c)Determinaţi numărul natural $n, n\geq 2$ ştiind că $\int_1^n \frac{f(x)}{x}dx=\frac{17}{2}$.

Testul 81 (Prelucrare de bacalaureat)

Subiectul I

1.Să se arate că numărul $3\left(5+\sqrt{3}\right)-\sqrt{27}$ este natural.
2.Calculaţi $f(1)+f(2)+\cdots+f(10)$ pentru funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=2x+5$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_5(x^2+12)=\log_5(7x)$.
4.După o scumpire cu 30% preţul unui obiect este 390 de lei.Determinaţi preţul obiectului înainte de scumpire.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $P(2,4)$ şi $R(4,4)$.Determinaţi coordonatele punctului Q , ştiind că R este mijlocul segmentului PQ.
6.Arătaţi că $\sin 20^\circ+\sin 30^\circ-\sin 160^\circ=\frac{1}{2}$.

Subiectul II

1.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}-3 & 2\\ 1 & -2\end{pmatrix}$ şi $B=\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix}$.
a)Calculaţi detA.
b)Arătaţi că $B\cdot A-A\cdot B=\begin{pmatrix}-1 & 1\\ -1 & 1\end{pmatrix}$.
c)Determinaţi numerele reale x pentru care $\det(A+xB)=0$.
2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă
$x\circ y=xy-4(x+y)+20$.
a)Arătaţi că $x\circ 4=4\circ x=4$, pentru orice număr real x.
b)Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $x\circ x=x$.
c)Calculaţi $1\circ 2\circ\ldots\circ 2018$.

Subiectul III

1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=e^x-x-1$.
a)Calculaţi $f'(x)$, $x\in\mathbb{R}$.
b)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă $x_0=0$, situat pe graficul funcţiei f.
c)Demonstraţi că $e^x\geq x+1$, pentru orice $x\in\mathbb{R}$.
2. Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}, f(x)=4-\frac{1}{x}$.
a)Calculaţi $\int_1^3\left(4-f(x)\right)dx$.
b)Determinaţi primitiva $F:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$ a funcţiei f pentru care $F(1)=4$.
c)Determinaţi volumul corpului obţinut prin rotaţia în jurul axei Ox a graficului funcţiei $g:[1,3]\to\mathbb{R}, g(x)=xf(x)$.

Testul 82(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Calculaţi suma primilor trei termeni ai unei progresii aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$, ştiind că $a_2 = 5$.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x) = 2018x - 2017$.Calculaţi $\big(f(1)\big)^{2019}$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $5^{2-4x} = 5^{x+7}$.
4.Calculaţi probabilitatea ca alegând un număr din mulţimea numerelor naturale de o cifră, acesta să fie divizor al lui 12.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(2,4) şi B(−2,2).Determinaţi ecuaţia dreptei AB.
6.Arătaţi că $\sqrt{3}\sin 60^\circ + \sqrt{2}\cos 45^\circ = \frac{5}{2}$.

Subiectul II

1.Se consideră matricea A=$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 9 \end{pmatrix}$.
a)Calculaţi detA.
b)Determinaţi numărul real m pentru care matricele A+mI_3 şi $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 4 \\ 1 & 3 & 8 \end{pmatrix}$ sunt egale,
unde $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.
c)Rezolvaţi ecuaţia matriceală AX=$\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$, unde X=$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ $\in\mathcal{M}_{3,1}(\mathbb{R})$.
2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie comutativă x∗y=x+y−6.
a)Arătaţi că $3*(-3) = 2018 * (-2018)$.
b)Verificaţii dacă legea „∗” este asociativă.
c)Calculaţi $(-4) * (-3) * (-2) * (-1) * 0 * 1 * 2 * 3 * 4$.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x) = x^3 - 12x + 9$.
a)Arătaţi că $\lim\limits_{x\to 0} \frac{f(x)-f(0)}{x} = -12$.
b)Calculaţi $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x(3x+1)(2x+3)}$.
c)Demonstraţi că $f(x) \geq -7$ pentru orice x$\in[-2,+\infty)$.
2.Se consideră funcţiile f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x) = e^x + 4x$ şi F:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$F(x) = e^x + 2x^2 + 2020$.
a)Calculaţi $\int_1^2 (f(x) - e^x)\,dx$.
b)Arătaţi că funcţia F este o primitivă a funcţiei f.
c)Calculaţi $\int_0^1 f(x)F(x)\,dx$.

Testul 83(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Determinaţi numărul real m din egalitatea $m+4^3=\sqrt{36}-4$.
2.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x^2-4x+3$.Determinaţi numerele reale x pentru care $f(x)=3$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $27^x=3^{x-4}$.
4.O firmă foloseşte pentru publicitate 4000 de lei, ceea ce repezintă 5% din profitul anual. Determinaţi profitul anual al firmei.
5.În reperul cartezian xOy se consideră dreapta d de ecuaţie $x-3y+2=0$.Determinaţi numărul real a, ştiind că punctul $A(a,3)$ aparţine dreptei d.
6.În triunghiul ABC dreptunghic în A, AB=8 şi AC=6.Determinaţi sinB.

Subiectul II

1.Se consideră determinanţii $d=\begin{vmatrix}2&4&1\\1&1&1\\3&8&1\end{vmatrix}$ şi $D(a)=\begin{vmatrix}4-a&a+1\\a-1&4-a\end{vmatrix}$, unde a este număr real.
a)Arătaţi că $d=-1$.
b)Determinaţi numărul real a pentru care $D(a)=1$.
c)În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,4), B(1,1)$ şi $C(3,m)$.Determinaţi numerele reale m ştiind că $\mathcal{A}_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}$.
2.Se consideră matricea $A(x)=\begin{pmatrix}1&2\\x&1\end{pmatrix}$, unde x este număr real.
a)Calculaţi $A(2)+A(-2)$.
b)Determinaţi numerele reale p şi q pentru care $A(2)\cdot\begin{pmatrix}p\\q\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4\\5\end{pmatrix}$.
c)Arătaţi că matricea A(x) este inversabilă pentru orice număr întreg x.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=\frac{x}{x^2+4}$.
a)Calculaţi $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$.
b)Calculaţi $\lim\limits_{x\to+\infty} xf(x)$.
c)Determinaţi ecuaţia asimptotei spre $+\infty$ la graficul funcţiei f.
2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=\begin{cases}x-3, x<3\\x^2-6x+9, x\geq 3\end{cases}$.
a)Calculaţi $f(2)\cdot f(4)$.
b)Arătaţi că funcţia f este continuă în punctul x=3.
c)Demonstraţi că $f(a)\cdot f(b)<0$, pentru orice a<3 şi b>3.

Testul 84(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $3\left(2+\sqrt{5}\right)-3\sqrt{5}=6$.
2.Calculaţi $f(4)+f(-4)$ pentru funţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x-4$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $6^{2x}=36$.
4.Preţul unui obiect este 2000 de lei.Determinaţi preţul obiectului după o scumpire cu 10%.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(5,2) şi B(5,1).Calculaţi distanţa de la punctul A la punctul B.
6.Calculaţi $\sin 135^\circ-\sin 45^\circ$.

Subiectul II

1.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 2 & -1\end{pmatrix}$, $O_2=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$ şi $B=\begin{pmatrix}m+1 & m\\ m & 1\end{pmatrix}$, unde m este număr real.
a)Calculaţi detA.
b)Pentru $m=-2$, arătaţi că $A+B=O_2$.
c)Determinaţi numărul real m pentru care $A\cdot B=\begin{pmatrix}16 & 7\\ 7 & 9\end{pmatrix}$.
2.Se consideră polinomul $f=X^3+3X^2+2X$.
a)Arătaţi că $f(-1)=0$.
b)Determinaţi câtul şi restul împărţirii polinomului f la polinomul $g=X^2+2X$.
c)Calculaţi $x_1^2+x_2^2+x_3^2$, ştiind că x_1,x_2,x_3 sunt rădăcinile polinomului f.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$,$f(x)=x+11-\frac{12}{x}$.
a)Verificaţi dacă $f'(x)=\frac{x^2+12}{x^2}$, pentru orice $x\in(0,+\infty)$.
b)Arătaţi că funcţia f este crescătoare pe intervalul $(0,+\infty)$.
c)Arătaţi că funcţia f este concavă pe intervalul $(0,+\infty)$.
2.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=x^2+4$.
a)Calculaţi $\int_1^3 f'(x)\,dx$.
b)Arătaţi că $\int_1^3 \frac{f(x)}{x}dx=4+4\ln 3$.
c)Arătaţi că volumul corpului obţinut prin rotaţia în jurul axei Ox a graficului funcţiei $g:[0,1]\to\mathbb{R}$, $g(x)=f(x)-x^2$ este egal cu 16π.

Testul 85(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi $3\left(5+\sqrt{3}\right)-3\sqrt{3}=15$.
2.Calculaţi $f(-5)+f(5)$ pentru funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-25$.
3.Rezolvaţi, în mulţimea numerelor reale, ecuaţia $(x-4)^2-x^2+16=0$.
4.Preţul unui obiect este 200 de lei.Determinaţi preţul obiectului după o ieftinire cu 40%.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(3,5) şi B(3,1).Calculaţi distanţa de la punctul A la punctul B.
6.Calculaţi cosA, ştiind că $\sin A=\frac{\sqrt{3}}{2}$ şi unghiul A este ascuţit.

Subiectul II

1.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}2 & 0\\ -2 & 2\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ şi $B=\begin{pmatrix}b & 0\\ 1 & b\end{pmatrix}$, unde b este număr real.
a)Calculaţi detA.
b)Determinaţi numărul real b pentru care $A\cdot B=2I_2$.
c)Determinaţi numărul real b pentru care $\det(A+B)=0$.
2.Se consideră polinomul $f=X^3-4X^2+3X$.
a)Calculaţi $f(1)$.
b)Determinaţi câtul şi restul împărţirii polinomului f la $X-3$.
c)Calculaţi $x_1^2+x_2^2+x_3^2$, unde că x_1, x_2, x_3 sunt rădăcinile polinomului f.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=(x+4)^3$.
a)Verificaţi dacă $f'(x)=3x^2+24x+48$, pentru orice $x\in\mathbb{R}$.
b)Arătaţi că funcţia f este crescătoare pe $\mathbb{R}$.
c)Calculaţi $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{f'(x)}{x^2}$.
2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x^2+2$.
a)Verificaţi dacă funcţia $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, F(x)=\frac{x^3}{3}+2x$ este o primitivă a funcţiei f.
b)Calculaţi aria suprafeţei plane delimitate de graficul funcţiei f, axa Ox şi dreptele de ecuaţie $x=0$ şi $x=1$.
c)Arătaţi că $\int_1^2\frac{f(x)}{x}dx=\frac{3}{2}+2\ln 2$.

Testul 86(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $2\left(5+\sqrt{2}\right)-2\sqrt{2}=10$.
2.Calculaţi $f(-2)+f(2)$ pentru funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-4$.
3.Rezolvaţi, în mulţimea numerelor reale, ecuaţia $7^{2x}=49$.
4.Preţul unui obiect este 100 de lei.Determinaţi preţul obiectului după o scumpire cu 30%.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,1)$ şi $B(4,1)$.Calculaţi distanţa de la punctul A la punctul B.
6.Calculaţi $\cos 10^\circ+\cos 170^\circ$.

Subiectul II

1.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 0\\ -1 & 1\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ şi $B=\begin{pmatrix}x & 0\\ -1 & x\end{pmatrix}$, unde x este număr real.
a)Calculaţi detA.
b)Pentru $x=0$ arătaţi că $A-B=I_2$.
c)Determinaţi numărul real x pentru care $\det(A+B)=0$.
2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă dată de $x\circ y=x+y+4$.
a)Calculaţi $3\circ(-3)$.
b)Arătaţi că $e=-4$ este elementul neutru al legii de compoziţie „$\circ$”.
c)Determinaţi numărul real x pentru care $2018\circ(-2018)=x\circ x$.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$,$f(x)=\frac{x+2}{x}$.
a)Calculaţi $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.
b)Arătaţi că funcţia f este descrescătoare pe intervalul $(0,+\infty)$
c)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă $x_0=2$, situat pe graficul funcţiei f.
2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=3x^2+2$.
a)Calculaţi $\int_0^1 f'(x)\,dx$.
b)Arătaţi că funcţia $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$F(x)=x^3+2x+3$ este o primitivă a funcţiei f.
c)Calculaţi aria suprafeţei delimitate de graficul funcţiei f, axa Ox şi dreptele de ecuaţie $x=0$ şi $x=1$.

Testul 87 (Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $4\left(3-\sqrt{5}\right)+4\sqrt{5}=12$.
2.Calculaţi $f(0)\cdot f(-3)$ pentru funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x-3$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $5^{x-3}=125$.
4.Preţul unui obiect este 500 de lei.Determinaţi preţul obiectului după o scumpire cu 10%.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,2)$ şi $B(2,6)$.Calculaţi distanţa de la punctul A la punctul B.
6.Calculaţi $\cos 25^\circ+\cos 155^\circ$.

Subiectul II

1.Pentru fiecare număr real a se consideră matricea $M(a)=\begin{pmatrix}3a & 0\\ 0 & 3a\end{pmatrix}$.
a)Arătaţi că $M\left(\frac{1}{3}\right)+M\left(-\frac{1}{3}\right)=M(0)$.
b)Determinaţi numărul real a pentru care $\det M(a)=0$.
c)Determinaţi matricea $M(-2)+M(-1)+M(0)+M(1)+M(2)$.
2.Se consideră polinomul $f=X^3-4X^2+4$.
a)Arătaţi că $f(1)=1$.
b)Determinaţi câtul şi restul împărţirii polinomului f la polinomul $g=X^2-4X+4$.
c)Calculaţi $x_1^2+x_2^2+x_3^2$, unde x_1, x_2, x_3, sunt rădăcinile polinomului f.

Subiectul III

1. Se consideră funcţia $f:[0,+\infty)\to\mathbb{R}, f(x)=\sqrt{x}-2$.
a)Arătaţi că $2\sqrt{x}f'(x)=1$ pentru orice $x\in(0,+\infty)$.
b)Verificaţi dacă dreapta de ecuaţie $y=\frac{1}{6}x-\frac{1}{2}$ este tangentă la graficul funcţiei f în punctul de abscisă $x_0=9$, situat pe graficul funcţiei f.
c)Arătaţi că funcţia f este concavă pe intervalul $(0,+\infty)$.
2. Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}, f(x)=2x+2+\frac{1}{x}$.
a)Calculaţi $\int_1^2\left(f(x)-\frac{1}{x}\right)dx$.
b)Arătaţi că funcţia $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, F(x)=x^2+2x+\ln x$ este o primitivă a funcţiei f.
c)Calculaţi aria suprafeţei delimitate de graficul funcţiei f,axa Ox şi dreptele de ecuaţie x=1 şi x=2.

Testul 88(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $3\left(2-\sqrt{2}\right)+3\sqrt{2}=6$.
2.Calculaţi $f(-3)\cdot f(0)$ pentru funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x+2$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_5(x^2+4)=\log_5 4$.
4.Preţul unui obiect este 2000 de lei.Determinaţi preţul obiectului după o ieftinire cu 20%.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $P(1,3)$ şi $R(1,5)$.Determinaţi coordonatele mijlocului segmentului PR.
6.Calculaţi cosB ştiind că $\sin B=\frac{12}{13}$ şi unghiul B este ascuţit.

Subiectul II

1.Se consideră matricea $A=\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}$.
a)Calculaţi detA.
b)Determinaţi numărul real x pentru care $A\cdot A-xI_2=A$, unde $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.
c)Determinaţi matricele $M=\begin{pmatrix}1 & m\\ m & m\end{pmatrix}$, ştiind că $\det(M+A)=0$, unde m este număr real.
2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă dată de $x*y=x+y-3$.
a)Calculaţi $4*(-4)$.
b)Arătaţi că legea de compoziţie „$*$” este comutativă.
c)Calculaţi $(-3)*(-2)*(-1)*0*1*2*3$.

Subiectul III

1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=(x+1)e^x$.
a)Arătaţi că $f'(x)=(x+2)e^x$ pentru orice $x\in\mathbb{R}$.
b)Verificaţi dacă $f''(x)+f(x)=2f'(x)$, pentru orice $x\in\mathbb{R}$.
c)Arătaţi că funcţia f are un punct de extrem.
2. Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}, f(x)=\frac{1}{x}$.
a)Calculaţi $\int_1^3 xf(x)\,dx$.
b)Arătaţi că funcţia $F:(0,+\infty)\to\mathbb{R}, F(x)=5+\ln x$ este o primitivă a funcţiei f.
c)Determinaţi numărul real a,$a>4$, pentru care aria suprafeţei delimitate de graficul funcţiei f, axa Ox şi dreptele de ecuaţie $x=4$ şi $x=a$, este egală cu $\ln 4$.

Testul 89(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $(3x-2)^2=4$.
2.Determinaţi numărul real m pentru care vârful parabolei asociate funcţiei f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=-x^2+5mx+1$ are abscisa egală cu $\frac{5}{2}$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $5^{2x}=25$.
4.Calculaţi $6C_5^2-A_6^2$.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A$(-8,1)$ şi B$(4,5)$.Determinaţi coordonatele mijlocului segmentului (AB).
6.Calculaţi lungimea diagonalei BD a rombului ABCD în care AB=6 şi $m(\sphericalangle ABC)=120°$.

Subiectul II

1.Pentru fiecare număr real x se consideră matricea $A(x)=\begin{pmatrix}2 & x & x\\ x & -1 & 2\\ x & 2 & -1\end{pmatrix}$ şi se notează determinantul ei cu $\Delta(x)$.
a)Calculaţi $\Delta(1)$.
b)Arătaţi că $\Delta(x)=6(x^2-1)$, pentru orice număr real x.
c)Determinaţi inversa matricei $A(0)$.
2.În $\mathbb{R}[X]$ se consideră polinomul $f=X^3-2X^2+aX+b$.
a)Calculaţi a+b, ştiind că $f(1)=0$.
b)Pentru $a=-1$ şi b=2,determinaţi rădăcinile polinomului f.
c)Determinaţi numerele reale a şi b, ştiind că $x_1=1$ şi $x_2=2$ sunt rădăcini ale polinomului f.

Subiectul III

1. Se consideră funcţia f:$(0,+\infty)\to\mathbb{R}$,$f(x)=-x\ln x$.
a)Verificaţi dacă $f'(x)=-1-\ln x$, pentru orice $x\in(0,+\infty)$.
b)Arătaţi că funcţia f este descrescătoare pe $\left[\frac{1}{e},+\infty\right)$.
c)Demonstraţi că $f(x)\le\frac{1}{e}$,oricare ar fi $x\in(0,+\infty)$.
2. Se consideră funcţia f: $(0,+\infty)\to\mathbb{R}$,$f(x)=1-\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}$.
a)Verificaţi dacă funcţia F: $(0,+\infty)\to\mathbb{R}$,$F(x)=x-\frac{1}{x}-\ln x$ este o primitivă a funcţiei f.
b)Calculaţi $\int_1^e x\cdot f(x^2)\,dx$.
c)Determinaţi numărul real a>1, pentru care $\int_1^a\left(f(x)+\frac{1}{x}\right)dx=\frac{3}{2}$.

Testul 90(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $3\left(3-2\sqrt{3}\right)+2\left(2+3\sqrt{3}\right)=13$.
2.Calculaţi $f(5)+f(-5)$ pentru funţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x+10$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $8^{2x}=64$.
4.Preţul unui obiect este 1000 de lei.Determinaţi preţul obiectului după o scumpire cu 20%.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(5,2) şi B(5,6).Calculaţi distanţa de la punctul A la punctul B.
6.Calculaţi $\sin 35^\circ-\sin 145^\circ$.

Subiectul II

1.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}-2 & 3\\ 3 & 2\end{pmatrix}$, $O_2=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$ şi $B=\begin{pmatrix}2 & m\\ m & m+1\end{pmatrix}$, unde m este număr real.
a)Calculaţi detA.
b)Pentru $m=-3$, arătaţi că $A+B=O_2$.
c)Determinaţi numărul real m pentru care $A\cdot B=\begin{pmatrix}2 & 5\\ 10 & 12\end{pmatrix}$.
2.Se consideră polinomul $f=X^3+4X^2+3X$.
a)Arătaţi că $f(-1)=0$.
b)Determinaţi câtul şi restul împărţirii polinomului f la polinomul $g=X^2+3X$.
c)Calculaţi $x_1^2+x_2^2+x_3^2$, ştiind că x_1,x_2,x_3 sunt rădăcinile polinomului f.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$,$f(x)=x+6-\frac{7}{x}$.
a)Verificaţi dacă $f'(x)=\frac{x^2+7}{x^2}$, pentru orice $x\in(0,+\infty)$.
b)Arătaţi că funcţia f este crescătoare pe intervalul $(0,+\infty)$.
c)Arătaţi că funcţia f este concavă pe intervalul $(0,+\infty)$.
2.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=x^2+16$.
a)Calculaţi $\int_1^3 f'(x)\,dx$.
b)Arătaţi că $\int_1^3 \frac{f(x)}{x}dx=4+16\ln 3$.
c)Arătaţi că volumul corpului obţinut prin rotaţia în jurul axei Ox a graficului funcţiei $g:[0,1]\to\mathbb{R}$, $g(x)=f(x)-x^2$ este egal cu 256π.

Testul 91 (Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\left(3-\frac{1}{3}\right):\frac{8}{15}=5$.
2.Calculaţi $f(-3)+f(3)$, unde $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x^2-9$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{3x+1}=4$.
4.Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulţimea A={1,2,3,4,5,6,7,8,9,10}, acesta să fie multiplu de 3.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele O(0,0),M(0,5) şi N(5,0).Arătaţi că triunghiul MON este isoscel.
6.Calculaţi aria triunghiului ABC dreptunghic în A, ştiind că AB=8 şi AC=10.

Subiectul II

1.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}3 & 5\\ -2 & -3\end{pmatrix}$ şi $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.
a)Arătaţi că detA=1.
b)Arătaţi că $A\cdot A+I_2=O_2$, unde $O_2=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$.
c)Demonstraţi că $\det(A-aI_2)\geq 1$, pentru orice număr real a.
2.Se consideră polinomul $f=X^3+6X^2+X+6$.
a)Arătaţi că $f(-6)=0$.
b)Determinaţi câtul şi restul împărţirii polinomului f la polinomul X^2+7X+6.
c)Demonstraţi că $\frac{x_3}{x_1x_2}+\frac{x_2}{x_1x_3}+\frac{x_1}{x_2x_3}=-\frac{17}{5}$, unde x_1, x_2 şi x_3 sunt rădăcinile polinomului f.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x^4-6x^2+9$.
a)Arătaţi că $f'(x)=4x\left(x-\sqrt{3}\right)\left(x+\sqrt{3}\right)$, $x\in\mathbb{R}$.
b)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă $x=\sqrt{3}$, situat pe graficul funcţiei f.
c)Demonstraţi că $0\leq f(x)\leq 9$, pentru orice $x\in\left[-\sqrt{3},\sqrt{3}\right]$.
2.Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}, f(x)=x^2-\sqrt{x}$.
a)Arătaţi că $\int_1^3\left(f(x)+\sqrt{x}\right)dx=\frac{26}{3}$.
b)Demonstraţi că funcţia $F:(0,+\infty)\to\mathbb{R}, F(x)=\frac{x^3}{3}-\frac{2x\sqrt{x}}{3}+2018$ este o primitivă a funcţiei f.
c)Arătaţi că suprafaţa delimitată de graficul funcţiei $g:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $g(x)=\left(f(x)+\sqrt{x}\right)e^x$, axa Ox şi dreptele de ecuaţii x=1 şi x=2, are aria egală cu $e(2e-1)$.

Testul 92(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că media geometrică a numerelor a=25 şi b=16 este egală cu 20.
2.Determinaţi numărul real m pentru care $f(4) = 0$, unde f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = x + m$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $5^{3x+1} = 5^{13}$.
4.Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulţimea A={1,2,3,4,5,6,7,8,9}, acesta să fie multiplu de 3.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-2,4)$ şi $B(6,4)$.Determinaţi coordonatele mijlocului segmentului AB:
6.Arătaţi că $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$, ştiind că $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ şi $\cos x = \frac{1}{2}$.

Subiectul II

1.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 4\\ 3 & 1\end{pmatrix}$,$B=\begin{pmatrix}-5 & 0\\ 0 & 5\end{pmatrix}$ şi $C(x)=\begin{pmatrix}x & 1\\ 2 & 4\end{pmatrix}$, unde x este număr real.
a)Arătaţi că $\det A=-11$.
b)Arătaţi că $\det\big(A + C(-1)\big) = \det B$.
c)Determinaţi numărul real x pentru care $C(x)\cdot A - A\cdot C(x) = B$.
2.Se consideră polinomul $f=X^3 + 3X^2 - 8X + 4$.
a)Arătaţi că $f(1) = 0$.
b)Determinaţi câtul şi restul împărţirii polinomului f la polinomul $X^2 + X - 4$.
c)Demonstraţi că $x_1 + x_2 + x_3 + \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} = -1$, unde x_1, x_2 şi x_3 sunt rădăcinile polinomului f.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x) = 3x - x^3 - 1$.
a) Arătaţi că $f'(x) = 3(1 - x)(x + 1)$,$x\in\mathbb{R}$.
b)Calculaţi $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)+x^3}{x}$.
c)Arătaţi că $-3\le f(x)\le 1$, pentru orice $x\in[-1,1]$.
2. Se consideră funcţia f:$(0,+\infty)\to\mathbb{R}$,$f(x) = 4x + \frac{1}{x}$.
a)Arătaţi că $\int_3^4 \left(f(x) - \frac{1}{x}\right) dx = 14$.
b)Demonstraţi că funcţia F:$(x) \to \mathbb{R}$, $F(x) = 2x^2 + \ln x + 2017$ este o primitivă a funcţiei f.
c)Determinaţi volumul corpului obţinut prin rotaţia în jurul axei Ox a graficului funcţiei g:$[1,2] \to \mathbb{R}$, $g(x) = f(x) - 4x$.

Testul 93(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Calculaţi suma primilor trei termeni ai unei progresii aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$, ştiind că $a_2 = 6$.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x) = 2015x + 2014$.Calculaţi $\big(f(-1)\big)^{2015}$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $2^{4-3x} = 2^{3x-4}$.
4.Calculaţi probabilitatea ca alegând un număr din mulţimea numerelor naturale de o cifră, acesta să fie divizor al lui 12.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,4)$ şi $B(-2,2)$.Determinaţi ecuaţia dreptei AB.
6.Arătaţi că $\sqrt{3}\cos 30^\circ - \sqrt{2}\sin 45^\circ = \frac{1}{2}$.

Subiectul II

1.Se consideră matricea $A=\begin{pmatrix}1 & 1 & 1\\ 1 & 1 & 2\\ 1 & 2 & 4\end{pmatrix}$.
a)Calculaţi detA.
b)Determinaţi numărul real m pentru care matricele $A+mI_3$ şi $\begin{pmatrix}0 & 1 & 1\\ 1 & 0 & 2\\ 1 & 2 & 3\end{pmatrix}$ sunt egale,
unde $I_3 = \begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$.
c)Rezolvaţi ecuaţia matriceală $AX=\begin{pmatrix}3\\ 5\\ 10\end{pmatrix}$, unde $X=\begin{pmatrix}x\\ y\\ z\end{pmatrix}\in\mathcal{M}_{3,1}(\mathbb{R})$.
2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie comutativă $x*y=x+y-6$.
a)Arătaţi că $3*(-3) = 2015 * (-2015)$.
b)Verificaţii dacă legea „$*$” este asociativă.
c)Calculaţi $(-4) * (-3) * (-2) * (-1) * 0 * 1 * 2 * 3 * 4$.

Subiectul III
1.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x) = x^3 - 3x + 2$.
a)Arătaţi că $\lim\limits_{x\to 1}\frac{f(x)-f(1)}{x-1} = 0$.
b)Calculaţi $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x(3x-1)(2x+3)}$.
c)Demonstraţi că $f(x)\geq 0$ pentru orice $x\in[-1,+\infty)$.
2.Se consideră funcţiile f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x) = e^x - 2x$ şi F:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$F(x) = e^x - x^2 + 2015$.
a)Calculaţi $\int_1^2\big(e^x - f(x)\big)\,dx$.
b)Arătaţi că funcţia F este o primitivă a funcţiei f.
c)Calculaţi $\int_0^1 f(x)F(x)\,dx$.

Testul 94(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1. Arătaţi că $\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\right):\frac{7}{12}=1$.
2. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,f(x) $=3x+4$.Determinaţi coordonatele punctului de intersecţie a graficului funcţiei f cu axa Oy.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\lg(x^2+6)=\lg 15$.
4.După o ieftinire cu 20%, preţul unui obiect este 240 de lei.Calculaţi preţul obiectului înainte de ieftinire.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(4,2) şi B(4,6).Calculaţi distanţa de la punctul O(0,0) la mijlocul segmentului AB.
6.Dacă $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ şi cosx=$\frac{\sqrt{2}}{2}$, arătaţi că tgx=1.

Subiectul II

1.Se consideră matricele A=$\begin{pmatrix}1 & 4\\ 2 & 8\end{pmatrix}$,B=$\begin{pmatrix}8 & 2\\ 4 & 1\end{pmatrix}$ şi $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.
a)Calculaţi detA.
b)Arătaţi că $9(A+B)-(A\cdot B+B\cdot A)=45I_2$.
c)Determinaţi numerele reale x, pentru care $\det(A-xI_2)=0$.
2.Se consideră polinomul f=$X^3-6X^2-12X+8$.
a)Arătaţi că $f(2)=-32$.
b)Determinaţi câtul şi restul împărţirii polinomului f la polinomul X+1.
c)Demonstraţi că $(x_1+2)^2+(x_2+2)^2+(x_3+2)^2=96$, unde x_1, x_2 şi x_3 sunt rădăcinile polinomului f.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=2x^3-15x^2+36x+1$.
a)Arătaţi că $f'(x)=6(x-2)(x-3), x\in\mathbb{R}$.
b)Calculaţi $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{2x^3-f(x)}{f'(x)}$.
c)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă x=2, situat pe graficul funcţiei f.
2. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=x^2-4x$.
a)Arătaţi că $\int_{-2}^{2}(f(x)+4x)\,dx=\frac{16}{3}$.
b)Calculaţi $\int_0^1 e^x\left(x^2-f(x)\right)dx$.
c)Demonstraţi că suprafaţa plană delimitată de graficul funcţiei f,axa Ox şi dreptele de ecuaţii x=0 şi x=1 aria egală cu $\frac{5}{3}$.

Testul 95(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\left(1+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{4}=3$.
2.Determinaţi coordonatele punctului de intersecţie a graficului funcţiei f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,
$f(x)=x+5$ cu axa Oy.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $5^{3x-1}=25$.
4.Calculaţi probabilitatea ca alegând un număr din mulţimea numerelor naturale de o cifră, acesta să fie mai mic sau egal cu 4.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(2,2),B(5,2) şi C(5,5).Arătaţi că AB=BC.
6.Determinaţi aria triunghiului ABC dreptunghic în A ştiind că AB=8 şi BC=10.

Subiectul II

1.Se consideră matricele A=$\begin{pmatrix}1 & 3\\ 3 & 9\end{pmatrix}$ şi $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.
a)Arătaţi că detA=0.
b)Arătaţi că A·A=10A.
c)Determinaţi numerele reale x şi y pentru care A+$\begin{pmatrix}x & y\\ y & -8\end{pmatrix}=I_2$.
2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie x∘y=2+2x+2y+xy.
a)Arătaţi că $(-2)\circ 2=-2$.
b)Arătaţi că $x\circ y=(x+2)(y+2)-2$ pentru orice numere reale x şi y.
c)Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $(x-1)\circ(x-3)=6$.

Subiectul III

1. Se consideră funcţia f:$(4,+\infty)\to\mathbb{R}$,$f(x)=\frac{x-3}{x-4}$.
a)Arătaţi că $\lim\limits_{x\to 5} f(x)=2$.
b)Arătaţi că $f'(x)=-\frac{1}{(x-4)^2}$, $x\in(4,+\infty)$.
c)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă $x_0=5$, situat pe graficul funcţiei f.
2. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=x^2-6x+9$.
a)Arătaţi că $\int_{-1}^{1}(-6x+9)\,dx=18$.
b)Determinaţi volumul corpului obţinut prin rotaţia în jurul axei Ox a graficului funcţiei
g:$[0,1]\to\mathbb{R}$, $g(x)=f(x)+6x-9$.
c)Demonstraţi că orice primitivă a funcţiei f este o funcţie crescătoare pe $\mathbb{R}$.

Testul 96(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\frac{4}{\sqrt{5}-1}-\sqrt{5}=1$.
2.Determinaţi coordonatele punctului de intersecţie a graficului funcţiei f cu axa Oy, unde f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3x^2+x+2017$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{x+3}=3$.
4.După o reducere cu 20% un obiect costă 96 de lei.Calculaţi preţul obiectului înainte de reducere.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele M(3,2) şi N(5,2).Determinaţi lungimea segmentului MN.
6.Arătaţi că sinx $=\frac{3}{5}$, ştiind că x$\epsilon\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ şi cosx $=\frac{4}{5}$.

Subiectul II

1.Se consideră matricea A=$\begin{pmatrix}3 & 1\\ 3 & 1\end{pmatrix}$.
a)Arătaţi că detA=0.
b)Determinaţi numărul real x pentru care A·A=xA.
c)Arătaţi că $\det(A+I_2)+\det(A-I_2)=2$, unde $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.
2.Se consideră polinomul f=X^3-3X^2-3X+1.
a)Arătaţi că $f(1)=-8$.
b)Arătaţi că polinomul f este divizibil cu polinomul X+1.
c)Determinaţi numărul real a pentru care $\frac{1}{x_1x_2}+\frac{1}{x_2x_3}+\frac{1}{x_3x_1}=a(x_1x_2+x_2x_3+x_3x_1)$, unde x_1, x_2 şi x_3 sunt rădăcinile polinomului f.

Subiectul III

1. Se consideră funcţia f:$(0,+\infty)\to\mathbb{R}$,$f(x)=\frac{1}{x}-x$.
a) Arătaţi că $f'(x)=-\frac{1}{x^2}-1$,x$\epsilon(0,+\infty)$.
b)Determinaţi ecuaţia asimptotei oblice spre $+\infty$ la graficul funcţiei f.
c)Demonstraţi că funcţia f este convexă pe intervalul $(0,+\infty)$.
2. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=x^2+3$.
a)Arătaţi că $\int_0^1(f(x)-3)\,dx=\frac{1}{3}$.
b)Determinaţi primitiva F a funcţiei f pentru care $F(2)=6$.
c)Arătaţi că suprafaţa delimitată de graficul funcţiei g:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=e^x\cdot f(x)$, axa Ox şi dreptele de ecuaţii x=0 şi x=1, are aria egală cu 4e−5.

Testul 97 (Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{5}\right)\cdot\frac{20}{3}=3$.
2.Determinaţi numărul real a, ştiind că punctul $A(a,1)$ aparţine graficului funcţiei $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x-1$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{x+4}=5$.
4.Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulţimea M={10,15,20,25,30,35,40,45,50}, acesta să fie multiplu de 15.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3,5)$ şi $B(1,-1)$.Determinaţi coordonatele mijlocului segmentului AB.
6.Arătaţi că $\sin x=\frac{5}{13}$, ştiind că $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ şi $\cos x=\frac{12}{13}$.

Subiectul II

1.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1&4\\3&6\end{pmatrix}$,$B=\begin{pmatrix}6&3\\4&1\end{pmatrix}$ şi $C=\begin{pmatrix}1&1\\1&1\end{pmatrix}$.
a)Arătaţi că $\det A=-6$.
b)Arătaţi că $A+B=7C$.
c)Demonstraţi că $AB+BA+12I_2=49C$, unde $I_2=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$.
2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x\circ y=xy-4x-4y+20$.
a)Arătaţi că $5\circ 4=4$.
b)Arătaţi că $x\circ y=(x-4)(y-4)+4$, pentru orice numere reale x şi y.
c)Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $x\circ x=x$.

Subiectul III

1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=2x^3-3x^2+4$.
a)Arătaţi că $f'(x)=6x(x-1), x\in\mathbb{R}$.
b)Calculaţi $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f'(x)}{f(x)-2x^3}$.
c)Determinaţi intervalele de monotonie a funcţiei f.
2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=4x^3-3x^2$.
a)Arătaţi că $\int_1^2(f(x)+3x^2)\,dx=15$.
b)Determinaţi primitiva F a funcţiei f pentru care $F(1)=2017$.
c)Determinaţi numărul natural n,n>1, ştiind că $\int_1^n\frac{f(x)}{x^2}dx=10$.

Testul 98(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1. Arătaţi că $\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right):\frac{1}{6}=1$.
2. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,f(x) $=2x-3$.Determinaţi coordonatele punctului de intersecţie a graficului funcţiei f cu axa Oy.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\lg(x^2+16)=\lg 25$.
4.După o ieftinire cu 20%, preţul unui obiect este 320 de lei.Calculaţi preţul obiectului înainte de ieftinire.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(2,4) şi B(6,2).Calculaţi distanţa de la punctul O(0,0) la mijlocul segmentului AB.
6.Dacă $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ şi cosx= $\frac{\sqrt{2}}{2}$, arătaţi că tgx= $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Subiectul II

1.Se consideră matricele A=$\begin{pmatrix}1 & 4\\ 2 & 8\end{pmatrix}$,B=$\begin{pmatrix}8 & 2\\ 4 & 1\end{pmatrix}$ şi $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.
a)Calculaţi detA.
b)Arătaţi că $8(A+B)-(A\cdot B+B\cdot A)=60I_2$.
c)Determinaţi numerele reale x, pentru care $\det(A-xI_2)=0$.
2.Se consideră polinomul f=X^3-2X^2-4X+5.
a)Arătaţi că $f(3)=2$.
b)Determinaţi câtul şi restul împărţirii polinomului f la polinomul X−1.
c)Demonstraţi că $(x_1-1)^2+(x_2-1)^2+(x_3-1)^2=31$, unde x_1, x_2 şi x_3 sunt rădăcinile polinomului f.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,f(x) $=2x^3-15x^2+36x+9$.
a)Arătaţi că $f'(x)=6(x-2)(x-3)$, $x\in\mathbb{R}$.
b)Calculaţi $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{2x^3-f(x)}{f'(x)}$.
c)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă x=2, situat pe graficul funcţiei f.
2. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,f(x) $=x^2-4x$.
a)Arătaţi că $\int_{-1}^{1}(f(x)+4x)\,dx=\frac{2}{3}$.
b)Calculaţi $\int_0^1 e^x\left(x^2-f(x)\right)dx$.
c)Demonstraţi că suprafaţa plană delimitată de graficul funcţiei f,axa Ox şi dreptele de ecuaţii x=0 şi x=1 aria egală cu $\frac{5}{3}$.

Testul 99(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $4\left(2+\sqrt{3}\right)-4\sqrt{3}=8$.
2.Determinaţi numărul real a ştiind că $f(3)=a$, unde $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x+4$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_4(3x+2)=\log_4 5$.
4.Calculaţi probabilitatea ca alegând un număr din mulţimea numerelor naturale de două cifre, acesta să fie divizibil cu 30.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(3,4) şi B(4,4).Calculaţi distanţa de la punctul A la punctul B.
6.Arătaţi că $\cos^2 60^\circ+\sin^2 45^\circ=\frac{3}{4}$.

Subiectul II

1.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}4 & 1\\ 8 & 2\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}-1 & 1\\ -2 & 2\end{pmatrix}$ şi $C=\begin{pmatrix}3 & 2\\ x & 4\end{pmatrix}$, unde x este număr real.
a)Arătaţi că detA=0.
b)Determinaţi numărul real x ştiind căC− B=A.
c)Arătaţi că B·B−B=O_2, unde $O_2=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$.
2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie x∘y=xy+4x+4y+12.
a)Arătaţi că $0\circ(-4)=-4$.
b)Arătaţi că $x\circ y=(x+4)(y+4)-4$ pentru orice numere reale x şi y.
c)Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia x∘x=5.

Subiectul III

1. Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}, f(x)=\ln x+\frac{1}{x}$.
a) Arătaţi că $f'(x)=\frac{x-1}{x^2}, x\in(0,+\infty)$.
b)Arătaţi că $\lim\limits_{x\to 3}\frac{f(x)-f(3)}{x-3}=\frac{2}{9}$.
c)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă $x_0=3$, situat pe graficul funcţiei f.
2.Se consideră funcţiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=e^x+x$ şi $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, F(x)=e^x+\frac{x^2}{2}-3$.
a)Arătaţi că $\int_0^1 (f(x)-x)\,dx=e-1$.
b)Arătaţi că funcţia F este o primitivă a funcţiei f.
c)Calculaţi $\int_0^1 F(x)\,dx$.

Testul 100(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\frac{1}{4}:0,25-1=0$.
2.Calculaţi $f(-2)+f(0)+f(2)$, unde $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-x$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{4x+1}=7$.
4.Un obiect costă 160 lei.Calculaţi preţul obiectului după o scumpire cu 40%.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(2,6) şi B(3,7).Determinaţi distanţa de la punctul A la punctul B.
6.Calculaţi lungimea laturii AC a triunghiului ABC dreptunghic în A, ştiind că AB=6 şi $m(\sphericalangle C)=45°$.

Subiectul II

1.Se consideră matricele $M=\begin{pmatrix}-3 & 3\\ -1 & -1\end{pmatrix}$ şi $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.
a)Arătaţi că detM=6.
b)Arătaţi că $M\cdot M+4M+6I_2=O_2$, unde $O_2=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$.
c)Determinaţi numerele reale a şi b astfel încât $M\cdot M\cdot M=aM+bI_2$.
2.Se consideră polinomul $f=X^3-6X^2+6X-1$.
a)Arătaţi că $f(1)=0$.
b)Arătaţi că $f(a)+f(-a)+2\leq 0$, pentru orice număr real a.
c)Demonstraţi că $x_1^2+x_2^2+x_3^2=24x_1x_2x_3$, unde x_1, x_2 şi x_3 sunt rădăcinile polinomului f.

Subiectul III

1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=3x^3-9x+1$.
a)Arătaţi că $f'(x)=9(x-1)(x+1), x\in\mathbb{R}$.
b)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă x=1, situat pe graficul funcţiei f.
c)Demonstraţi că $f(2014)+f(2016)\leq f(2015)+f(2017)$.
2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x^2-9$.
a)Arătaţi că $\int_0^1 (f(x)+9)\,dx=\frac{1}{3}$.
b)Determinaţi aria suprafeţei plane delimitate de graficul funcţiei $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=\frac{1}{f(x)+10}$, axa Ox şi dreptele de ecuaţii x=0 şi x=1.
c)Determinaţi numărul real a, a>1, pentru care $\int_1^a \frac{f(x)+9}{x}\,dx=24$.

Testul 101(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\left(1-\sqrt{5}\right)^2+2\sqrt{5}=6$.
2.Determinaţi coordonatele punctului de intersecţie a graficului funcţiei f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x-5$ cu axa Ox.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $2^{x-3}=2^5$.
4.Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulţimea numerelor naturale de o cifră, acesta să fie divizor al lui 9.
5.În reperul cartezian xOy se consideră A(4,4), B(4,3) şi C(3,3).Arătaţi că triunghiul ABC este isoscel.
6.Determinaţi lungimea laturii AB a triunghiului ABC dreptunghic în A, ştiind că BC=14 şi $m(\sphericalangle C)=30°$.

Subiectul II

1.Se consideră matricele A=$\begin{pmatrix}a & 1\\ 5 & 3\end{pmatrix}$ şi B = $\begin{pmatrix}1 & 1\\ 5 & 3\end{pmatrix}$, unde a este număr întreg.
a)Arătaţi că detB=-2.
b)Arătaţi că detA$\neq 0$ pentru orice număr întreg a.
c)Determinaţi numărul întreg a ştiind că inversa matricei A are toate elementele numere întregi.
2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=xy-2x-2y+6$.
a)Arătaţi că $1*2=2$.
b)Arătaţi că $x*y=(x-2)(y-2)+2$ pentru orice numere reale x şi y.
c)Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $x*x=x$.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=x^2+3x$.
a)Arătaţi că $f'(x)=2x+3$,$x\in\mathbb{R}$.
b)Calculaţi $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{f(x)}{x^2}$.
c)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă $x_0=-1$ situat pe graficul funcţiei f.
2.Se consideră funcţia f:$(0,+\infty)\to\mathbb{R}$,$f(x)=2x+\frac{2}{x}$.
a)Arătaţi că $\int_1^e\frac{2}{x}dx=2$.
b)Arătaţi că funcţia F:$(0,+\infty)\to\mathbb{R}$,$F(x)=x^2+2\ln x+5$ este o primitivă a funcţiei f.
c)Arătaţi că suprafaţa plană delimitată de graficul funcţiei f, axa Ox şi dreptele de ecuaţii x=1 şi x=2 are aria mai mică strict decât 5.

Testul 102(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $3\left(6-\sqrt{2}\right)+3\sqrt{2}=18$.
2.Calculaţi $f(-4)+f(4)$ pentru funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-16$.
3.Rezolvaţi, în mulţimea numerelor reale, ecuaţia $5^{2x+2}=\frac{1}{25}$.
4.Preţul unui obiect este 210 de lei.Determinaţi preţul obiectului după o scumpire cu 20%.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,2)$ şi $B(5,2)$.Calculaţi distanţa de la punctul A la punctul B.
6.Calculaţi $\cos 20^\circ+\cos 160^\circ$.

Subiectul II

1.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}4 & -4\\ 0 & 4\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ şi $B=\begin{pmatrix}x & -4\\ 0 & x\end{pmatrix}$, unde x este număr real.
a)Calculaţi detA.
b)Pentru $x=0$ arătaţi că $A-B=4I_2$.
c)Determinaţi numărul real x pentru care $\det(A+B)=0$.
2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă dată de $x\circ y=x+y-4$.
a)Calculaţi $3\circ(-3)$.
b)Arătaţi că $e=4$ este elementul neutru al legii de compoziţie „$\circ$”.
c)Determinaţi numărul real x pentru care $2015\circ(-2015)=x\circ x$.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$,$f(x)=\frac{x+2015}{x}$.
a)Calculaţi $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.
b)Arătaţi că funcţia f este descrescătoare pe intervalul $(0,+\infty)$
c)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă $x_0=1$, situat pe graficul funcţiei f.
2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=3x^2+2015$.
a)Calculaţi $\int_0^1 f'(x)\,dx$.
b)Arătaţi că funcţia $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$F(x)=x^3+2015x+2014$ este o primitivă a funcţiei f.
c)Calculaţi aria suprafeţei delimitate de graficul funcţiei f, axa Ox şi dreptele de ecuaţie $x=0$ şi $x=1$.

Testul 103(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $5\cdot\left(\frac{4}{5}-\frac{3}{5}\right)=1$.
2.Determinaţi numărul real m ştiind că $f(m)=2$, unde $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x-4$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{3x^2+4}=2$.
4.În anul 2014, profitul anual al unei firme a fost de 10000 de lei, ceea ce reprezintă 5% din valoarea veniturilor anuale ale firmei.Determinaţi valoarea veniturilor anuale ale firmei în anul 2014.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(6,2)$, $B(2,5)$ şi $C(6,5)$.Arătaţi că triunghiul ABC este dreptunghic.
6.Arătaţi că $tg^2 60^\circ - tg^2 45^\circ = 2$.

Subiectul II

1.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}2 & -5\\ 1 & -3\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}3 & -5\\ 1 & -2\end{pmatrix}$ şi $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.
a)Arătaţi că $detA=-1$.
b)Arătaţi că $2A\cdot B-B\cdot A=I_2$.
c)Determinaţi numărul real x ştiind că $A\cdot A-xA=I_2$.
2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=4(x+y-3)-xy$.
a)Arătaţi că $3*4=4$.
b)Arătaţi că $x*4=4*x=4$ pentru orice număr real x.
c)Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $x*x=x$.

Subiectul III

1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=(x-2)e^x$.
a)Arătaţi că $\lim\limits_{x\to 0} f(x)=-2$.
b)Arătaţi că $f'(x)=e^x+f(x)$ pentru orice număr real x.
c) Arătaţi că $\lim\limits_{x\to 0}\frac{f(x)+2}{x}=-1$.
2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=3x^2-4x$.
a)Arătaţi că $\int_1^3 (f(x)+4x)\,dx=26$.
b)Determinaţi primitiva $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ a funcţiei f pentru care $F(1)=2014$.
c)Determinaţi numărul natural n,$n\geq 2$ ştiind că $\int_1^n \frac{f(x)}{x}\,dx=\frac{1}{2}$.

Testul 104(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Calculaţi suma primilor trei termeni ai unei progresii aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$,ştiind că $a_1 = 1$ şi $a_3 = 7$.
2.Determinaţi abscisele punctelor de intersecţie a graficelor funcţiilor f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,
$f(x) = x^2 - 2x$ şi g:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$g(x) = 3x - 4$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $5^{3-x} = \frac{1}{25}$.
4.După o ieftinire cu 16%, preţul unui obiect este 128 de lei.Calculaţi preţul obiectului înainte de ieftinire.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3,6)$, $B(-5,4)$ şi $C(7,4)$.Calculaţi lungimea medianei din vârful A al triunghiului ABC.
6.Arătaţi că $tg30^\circ ctg60^\circ - tg60^\circ ctg30^\circ = -\frac{8}{3}$.

Subiectul II

1.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix} 4 & 8 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ şi $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
a)Calculaţi detA.
b)Determinaţi numărul real x, ştiind că A·A=xA.
c)Determinaţi numerele reale a pentru care $det(A - aI_2) = 0$.
2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă x∗y=xy+4x+4y+12.
a)Arătaţi că $x*y=(x + 4)(y + 4) - 4$, pentru orice numere reale x şi y.
b)Calculaţi $(-2017) * (-4) * 0 * 4 * 2017$.
c)Determinaţi numerele naturale n, ştiind că numărul $n*(-n)$ este natural.

Subiectul III

1. Se consideră funcţia f:$(-3, +\infty)\to\mathbb{R}$,$f(x) = \frac{x-3}{x+3}$.
a)Calculaţi $f'(x)$, $x\in(-3, +\infty)$.
b)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă x=0, situat pe graficul funcţiei f.
c)Determinaţi ecuaţia asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcţiei f.
2. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x) = 2x - 2$ şi F:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$F(x) = x^2 - 2x + 1$.
a)Calculaţi $\int_0^1 (f(x) + 2)\,dx$.
b)Arătaţi că funcţia F este o primitivă a funcţiei f.
c)Determinaţi numărul natural nenul n, ştiind că $\int_0^n F(x)\,dx = \frac{n^3}{3}$.

Testul 105(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Calculaţi media aritmetică a numerelor a=$3(4-\sqrt{3})$ şi b=$\sqrt{27}$.
2.Determinaţi abscisele punctelor de intersecţie a graficului funcţiei f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-5x+4$ cu axa Ox.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_6(3x-2)-\log_6 7=0$.
4.Calculaţi probabilitatea ca alegând un număr din mulţimea numerelor naturale de o cifră, acesta să fie multiplu de 4.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(3,5) şi B(7,5).Determinaţi coordonatele mijlocului segmentului AB.
6.Arătaţi că $\sin(a+b)=\frac{56}{65}$, ştiind că a,b$\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$,sina $=\frac{3}{5}$ şi sinb $=\frac{5}{13}$.

Subiectul II

1.Se consideră matricea A=$\begin{pmatrix}3 & -3\\ 1 & -1\end{pmatrix}$.
a)Calculaţi detA.
b)Determinaţi numerele reale p pentru care A·A=pA.
c)Determinaţi matricele B=$\begin{pmatrix}0 & b\\ b & 0\end{pmatrix}$, ştiind că $\det(A+B)=0$, unde b este un număr real.
2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie dată de x∘y=$-xy+2x+2y-2$.
a)Calculaţi 2∘2017.
b)Arătaţi că x∘y=$-(x-2)(y-2)+2$, pentru orice numere reale x şi y.
c)Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $2^x\circ 4^x=2$.

Subiectul III

1. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=\frac{5x}{x^2+1}$.
a)Calculaţi $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$.
b)Arătaţi că $f'(x)=-\frac{5(x-1)(x+1)}{(x^2+1)^2}$,x$\in\mathbb{R}$.
c)Determinaţi intervalele de monotonie ale funcţiei f.
2. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=x^7+x$.
a)Calculaţi $\int_{-1}^{1} x^7\,dx$.
b)Arătaţi că $\int_0^1 (f(x)-x^7)e^x\,dx=1$.
c)Determinaţi volumul corpului obţinut prin rotaţia în jurul axei Ox a graficului funcţiei g:$[1,2]\to\mathbb{R}$, definită prin $g(x)=\frac{f(x)-x}{x^4}$.

Testul 106(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{5}\right):\frac{1}{20}=1$.
2.Arătaţi că $5(x_1+x_2)-3x_1x_2=6$, unde x_1 şi x_2 sunt soluţiile ecuaţiei $x^2-6x+8=0$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{x-3}=4$.
4.După o ieftinire cu 10%, preţul unui obiect este 180 de lei.Determinaţi preţul obiectului înaite de ieftinire.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(6,2) şi B(4,2).Calculaţi lungimea segmentului AB.
6.Dacă $x\epsilon\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ şi cosx=$\frac{3}{5}$, arătaţi că sinx=$\frac{4}{5}$.

Subiectul II

1.Se consideră matricele A=$\begin{pmatrix}4 & 5\\ 5 & 4\end{pmatrix}$ şi B=$\begin{pmatrix}x & 3\\ 3 & x\end{pmatrix}$, unde x este număr real.
a)Arătaţi că detA=-9.
b)Arătaţi că A·B=B·A, pentru orice număr real x.
c)Determinaţi numărul real x, pentru care $A\cdot A-5(A+B)=I_2$, unde $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.
2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=\frac{1}{5}xy+x+y$.
a)Arătaţi că $1*(-5)=-5$.
b)Demonstraţi că $x*y=\frac{1}{5}(x+5)(y+5)-5$, pentru orice numere reale x şi y.
c)Determinaţi numerele reale nenule x, pentru care $x*\frac{1}{x}=-5$.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=x^3-12x$.
a)Arătaţi că $f'(x)=3(x-2)(x+2)$,$x\epsilon\mathbb{R}$.
b)Arătaţi că $\lim\limits_{x\to 0}\frac{f(x)+12x}{x}=0$.
c)Demonstraţi că $f(x)\geq -16$, pentru orice $x\epsilon[-2,+\infty)$.
2. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=x^4+2x+2$.
a) Arătaţi că $\int_0^1(f(x)-2x-2)\,dx=\frac{1}{5}$.
b) Arătaţi că $\int_1^e(f(x)-x^4-2)\ln x\,dx=\frac{e^2+1}{2}$.
c)Determinaţi aria suprafeţei plane delimitate de graficul funcţiei f, axa Ox şi dreptele de ecuaţii x=0 şi x=1.

Testul 107 (Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $0{,}5 : \frac{1}{2} - 1 = 0$.
2.Arătaţi că $3(x_1 + x_2) - x_1x_2 = 10$, unde x_1 şi x_2 sunt soluţiile ecuaţiei $x^2 - 6x + 18 = 0$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{6x + 1} = 5$.
4.Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulţimea A={1,2,3,4,5,6,7,8,9},acesta să fie divizibil cu 3.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3,0)$ şi $B(0,4)$.Calculaţi lungimea segmentului AB.
6.Calculaţi lungimea laturii AC a triunghiului ABC, dreptunghic în A, ştiind că $BC=4\sqrt{2}$ şi $m(\sphericalangle C) = 45°$.

Subiectul II

1.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix} 1 & -4 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ şi $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
a)Arătaţi că $\det A=1$.
b)Arătaţi că $A\cdot A+I_2 = 2A$.
c)Determinaţi numerele reale a,b şi c, pentru care $A\cdot\begin{pmatrix} a-3 & b \\ c+2 & 1 \end{pmatrix} = I_2$.
2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x\circ y=xy-3x-3y+12$.
a)Arătaţi că $1\circ 3 = 3$.
b)Demonstraţi că $x\circ y=(x-3)(y-3)+3$, pentru orice numere reale x şi y.
c)Determinaţi valorile reale ale lui x,pentru care $x\circ x\geq x$.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x) = x^3 - 12x + 5$.
a)Arătaţi că $f'(x) = 3(x^2 - 4), x\in\mathbb{R}$.
b) Arătaţi că $\lim\limits_{x\to 0} \frac{f'(x)}{x+2} = -2$.
c)Demonstraţi că $-11\leq f(x)\leq 21$, pentru orice $x\in[-2,2]$.
2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x) = 4x^3 - 3x$.
a)Arătaţi că $\int_0^1 (f(x) + 3x)\,dx = 1$.
b)Arătaţi că $\int_0^1 \left(4x^3 - f(x)\right)e^x\,dx = 3$.
c)Determinaţi aria suprafeţei plane delimitate de graficul funcţiei f, axa Ox şi dreptele de ecuaţii x=1 şi x=2.

Testul 108(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1. Arătaţi că $\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{5}\right):\frac{3}{10}=1$.
2. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=2x-3$.Determinaţi coordonatele punctului de intersecţie a graficului funcţiei f cu axa Oy.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\lg(x^2+3)=\lg 7$.
4.După o scumpire cu 10%, preţul unui obiect este 330 de lei.Calculaţi preţul obiectului înainte de scumpire.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(2,5) şi B(4,3).Calculaţi distanţa de la punctul O(0,0) la mijlocul segmentului AB.
6.Dacă $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ şi $\cos x=\frac{1}{2}$, arătaţi că $\operatorname{tg}x=\sqrt{3}$.

Subiectul II

1.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 3\\ 6 & 9\end{pmatrix}$,$B=\begin{pmatrix}9 & 6\\ 3 & 1\end{pmatrix}$ şi $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.
a)Calculaţi detA.
b)Arătaţi că $10(A+B)-(A\cdot B+B\cdot A)=37I_2$.
c)Determinaţi numerele reale x, pentru care $\det(A+xI_2)=0$.
2.Se consideră polinomul $f=X^3+X^2-10X+8$.
a)Arătaţi că $f(3)=14$.
b)Determinaţi câtul şi restul împărţirii polinomului f la polinomul X−1.
c)Demonstraţi că $(x_1+1)^2+(x_2+1)^2+(x_3+1)^2=22$, unde x_1, x_2 şi x_3 sunt rădăcinile polinomului f.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=2x^3-6x^2-18x+2$.
a)Arătaţi că $f'(x)=6(x+1)(x-3), x\in\mathbb{R}$.
b)Calculaţi $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{2x^3-f(x)}{f'(x)}$.
c)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă x=3, situat pe graficul funcţiei f.
2. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=x^2-6x$.
a)Arătaţi că $\int_{-1}^{1}(f(x)+6x)\,dx=\frac{2}{3}$.
b)Calculaţi $\int_0^1 e^x\left(x^2-f(x)\right)dx$.
c)Demonstraţi că suprafaţa plană delimitată de graficul funcţiei f,axa Ox şi dreptele de ecuaţii x=0 şi x=2 aria egală cu $\frac{28}{3}$.

Testul 109(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\left(3+\frac{1}{4}\right):\frac{13}{12}=3$.
2.Arătaţi că $(x_1+x_2)^2-7x_1x_2=1$, unde x_1 şi x_2 sunt soluţiile ecuaţiei $x^2-6x+5=0$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{4x-6}=3$.
4.După o ieftinire cu 30%, preţul unui televizor este 812 de lei.Determinaţi preţul televizorului înainte de ieftinire.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele O(0,0) şi M(6,8).Calculaţi distanţa dintre punctele O şi M.
6. Arătaţi că $\sin^2 120^\circ+\cos^2 60^\circ=1$.

Subiectul II

1.Se consideră matricele A=$\begin{pmatrix}1 & 3\\ 0 & 3\end{pmatrix}$ şi B=$\begin{pmatrix}1 & -3\\ 3 & 0\end{pmatrix}$.
a)Arătaţi că detA=3.
b)Arătaţi că $(A+B)(B-A)=\begin{pmatrix}0 & -12\\ 9 & -27\end{pmatrix}$.
c)Determinaţi matricea X$\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, ştiind că A·X=B.
2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x*y=x+y-4$.
a)Arătaţi că $1*3=0$.
b)Determinaţi numerele reale x pentru care $(x^2)*x=-2$.
c)Determinaţi numerele naturale nenule n pentru care $n*n*n*n<4$.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x^3+4x^2+4x$.
a)Arătaţi că $f'(x)=(x+2)(3x+2), x\in\mathbb{R}$.
b)Arătaţi că $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{xf'(x)}=\frac{1}{3}$.
c)Demonstraţi că $f(x)\geq-\frac{32}{27}$, pentru orice $x\in[-2,+\infty)$.
2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x^2+x+2$.
a)Arătaţi că $\int_0^1(f(x)-x^2-2)\,dx=\frac{1}{2}$.
b)Demonstraţi că funcţia $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, F(x)=\frac{1}{3}x^3+\frac{1}{2}x^2+2x+2018$ este o primitivă a funcţiei f.
c)Determinaţi numărul natural n, ştiind că suprafaţa plană delimitată de graficul funcţiei f, axa Ox şi dreptele de ecuaţii x=0 şi x=2 are aria egală cu $n^2-\frac{22}{3}$.

Testul 110(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $4\left(3+2\sqrt{5}\right)+\left(4-4\sqrt{5}\right)=20$.
2.Determinaţi numărul real a ştiind că f(2) = a, unde f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,f(x) = x + 4.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_3(4x+3)=\log_3 7$.
4.Calculaţi probabilitatea ca alegând un număr din mulţimea numerelor naturale de două cifre, acesta să fie divizibil cu 11.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(5,7) şi B(6,8).Calculaţi distanţa de la punctul A la punctul B.
6.Arătaţi că $\sin^2 60^\circ+\sin^2 45^\circ=\frac{5}{4}$.

Subiectul II

1.Se consideră matricele A=$\begin{pmatrix}2 & 8\\ 1 & 4\end{pmatrix}$,B=$\begin{pmatrix}-2 & 2\\ -1 & 1\end{pmatrix}$ şi C=$\begin{pmatrix}4 & x\\ 2 & 3\end{pmatrix}$, unde x este număr real.
a)Arătaţi că detA=0.
b)Determinaţi numărul real x ştiind că B+C=A.
c)Arătaţi că B·B+B=O_2, unde $O_2=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$.
2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie x∘y=xy+5x+5y+20.
a)Arătaţi că $0\circ(-5)=-5$.
b)Arătaţi că x∘y=(x + 5)(y + 5) − 5 pentru orice numere reale x şi y.
c)Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia x∘x=11.

Subiectul III

1. Se consideră funcţia f:$(0,+\infty)\to\mathbb{R}$,$f(x)=2\ln x-\frac{1}{x}$.
a) Arătaţi că $f'(x)=\frac{2x+1}{x^2}$, $x\in(0,+\infty)$.
b)Arătaţi că $\lim\limits_{x\to 3}\frac{f(x)-f(3)}{x-3}=\frac{7}{9}$.
c)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă $x_0=3$, situat pe graficul funcţiei f.
2.Se consideră funcţiile f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=e^x-x+1$ şi F:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$F(x)=e^x-\frac{x^2}{2}+x$.
a)Arătaţi că $\int_0^1(f(x)+x)\,dx=e$.
b)Arătaţi că funcţia F este o primitivă a funcţiei f.
c)Calculaţi $\int_0^1 F(x)\,dx$.

Testul 111(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi $5(2-\sqrt{3})+3(3+\sqrt{3})+2\sqrt{3}=19$.
2.Calculaţi $f(-6)+f(6)$ pentru funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-36$.
3.Rezolvaţi, în mulţimea numerelor reale, ecuaţia $(x-3)^2-x^2+10=0$.
4.Preţul unui obiect este 300 de lei.Determinaţi preţul obiectului după o ieftinire cu 40%.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(3,5) şi B(4,2).Calculaţi distanţa de la punctul A la punctul B.
6.Calculaţi cosA, ştiind că $\sin A=\frac{1}{3}$ şi unghiul A este ascuţit.

Subiectul II

1.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}4 & -4\\ 0 & 4\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ şi $B=\begin{pmatrix}b & 1\\ 0 & b\end{pmatrix}$, unde b este număr real.
a)Calculaţi detA.
b)Determinaţi numărul real b pentru care $A\cdot B=4I_2$.
c)Determinaţi numărul real b pentru care $\det(A+B)=0$.
2.Se consideră polinomul $f=X^3-5X^2+4X$.
a)Calculaţi f(1).
b)Determinaţi câtul şi restul împărţirii polinomului f la X−4.
c)Calculaţi $x_1^2+x_2^2+x_3^2$, unde că x_1, x_2, x_3 sunt rădăcinile polinomului f.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=(x+3)^3$.
a)Verificaţi dacă $f'(x)=3x^2+18x+27$, pentru orice $x\in\mathbb{R}$.
b)Arătaţi că funcţia f este crescătoare pe $\mathbb{R}$.
c)Calculaţi $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{f'(x)}{x^2}$.
2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x^2+4$.
a)Verificaţi dacă funcţia $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, F(x)=\frac{x^3}{3}+4x+2$ este o primitivă a funcţiei f.
b)Calculaţi aria suprafeţei plane delimitate de graficul funcţiei f, axa Ox şi dreptele de ecuaţie x=0 şi x=1.
c)Arătaţi că $\int_1^2\frac{f(x)}{x}dx=\frac{3}{2}+4\ln 2$.

Testul 112(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $2\left(2-2\sqrt{2}\right)+2\left(3+3\sqrt{2}\right)=12$.
2.Calculaţi $f(0)\cdot f(3)$ pentru funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x-2$.
3.Rezolvaţi, în mulţimea numerelor reale, ecuaţia $2^{x-4}=16$.
4.Preţul unui obiect este 300 de lei.Determinaţi preţul obiectului după o scumpire cu 10%.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(3,5) şi B(4,2).Calculaţi distanţa de la punctul A la punctul B.
6.Calculaţi $\cos 15^\circ+\cos 175^\circ$.

Subiectul II

1.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}2 & 0\\ -2 & 2\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ şi $B=\begin{pmatrix}x & 0\\ -2 & x\end{pmatrix}$, unde x este număr real.
a)Calculaţi detA.
b)Pentru x=0 arătaţi că $A-B=I_2$.
c)Determinaţi numărul real x pentru care $\det(A+B)=0$.
2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă dată de $x\circ y=x+y+7$.
a)Calculaţi $3\circ(-3)$.
b)Arătaţi că $e=-7$ este elementul neutru al legii de compoziţie „$\circ$”.
c)Determinaţi numărul real x pentru care $2017\circ(-2017)=x\circ x$.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$,$f(x)=\frac{x-3}{x}$.
a)Calculaţi $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.
b)Arătaţi că funcţia f este crescătoare pe intervalul $(0,+\infty)$
c)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă $x_0=3$, situat pe graficul funcţiei f.
2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=3x^2+5$.
a)Calculaţi $\int_0^1 f'(x)\,dx$.
b)Arătaţi că funcţia $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$F(x)=x^3+5x+4$ este o primitivă a funcţiei f.
c)Calculaţi aria suprafeţei delimitate de graficul funcţiei f, axa Ox şi dreptele de ecuaţie x=0 şi x=1.

Testul 113(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $(5+\sqrt{3})(5-\sqrt{3})=22$.
2.Calculaţi $f(1)\cdot f(2)\cdot \ldots \cdot f(9)$ pentru funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x-5$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_3(x^2+5)=\log_3 9$.
4.Preţul unui obiect este 3000 de lei.Determinaţi preţul obiectului după o ieftinire cu 20%.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele P(5,6) şi R(3,4).Determinaţi coordonatele mijlocului segmentului PR.
6.Calculaţi cosB ştiind că $\sin B=\frac{3}{5}$ şi unghiul B este ascuţit.

Subiectul II

1.Se consideră matricea $A=\begin{pmatrix}3 & 0\\ 0 & 3\end{pmatrix}$.
a)Calculaţi detA.
b)Determinaţi numărul real x pentru care $A\cdot A+xI_2=A$, unde $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.
c)Determinaţi matricele $M=\begin{pmatrix}1 & m\\ m & m\end{pmatrix}$, ştiind că $\det(M+A)=0$, unde m este număr real.
2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă dată de $x*y=x+y-5$.
a)Calculaţi $10*(-10)$.
b)Arătaţi că legea de compoziţie „$*$” este comutativă.
c)Calculaţi $(-4)*(-3)*(-2)*(-1)*0*1*2*3*4$.

Subiectul III

1. Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}, f(x)=\frac{e^x}{x}$.
a)Arătaţi că $f'(x)=\frac{e^x(x-1)}{x^2}$ pentru orice $x\in(0,+\infty)$.
b)Calculaţi $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.
c)Arătaţi că funcţia f are un punct de extrem.
2. Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}, f(x)=x+\frac{1}{x}$.
a)Calculaţi $\int_5^6 x(f(x)-x)\,dx$.
b)Arătaţi că funcţia $F:(0,+\infty)\to\mathbb{R}, F(x)=\frac{x^2}{2}+\ln x$ este o primitivă a funcţiei f.
c)Determinaţi numărul real a,a>4, pentru care aria suprafeţei delimitate de graficul funcţiei $g:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $g(x)=f(x)-x$, axa Ox şi dreptele de ecuaţie x=4 şi x=a, este egală cu ln4.

Testul 114(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Calculaţi suma primilor trei termeni ai unei progresii aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$, ştiind că $a_2 = 5$.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x) = 11x - 10$.Calculaţi $\big(f(1)\big)^{2016}$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $4^{2-3x} = 4^{3x-2}$.
4.Calculaţi probabilitatea ca alegând un număr din mulţimea numerelor naturale de o cifră, acesta să fie divizor al lui 15.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(2,4) şi B$(-2,2)$.Determinaţi ecuaţia dreptei AB.
6.Arătaţi că $\sqrt{2}\sin 45^\circ + \sqrt{3}\cos 30^\circ = \frac{5}{2}$.

Subiectul II

1.Se consideră matricele A=$\begin{pmatrix}4 & 2\\ 3 & 1\end{pmatrix}$,B=$\begin{pmatrix}1 & 3\\ 2 & 4\end{pmatrix}$ şi C=$\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}$.
a)Arătaţi că detA$=-2$.
b)Arătaţi că A+B=5C.
c)Demonstraţi că $AB+BA+4I_2 = 25C$, unde $I_2 = \begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.
2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x\circ y=xy+3x+3y+6$.
a)Arătaţi că $4\circ(-3) = -3$.
b)Arătaţi că $x\circ y=(x+3)(y+3)-3$, pentru orice numere reale x şi y.
c)Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $x\circ x=x$.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x) = x^4 - 6x^2 + 9$.
a)Arătaţi că $f'(x) = 4x\big(x-\sqrt{3}\big)\big(x+\sqrt{3}\big)$,$x\in\mathbb{R}$.
b)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă $x=\sqrt{3}$, situat pe graficul funcţiei f.
c)Demonstraţi că $0\leq f(x) \leq 4$, pentru orice $x\in\big[-\sqrt{3},\sqrt{3}\big]$.
2.Se consideră funcţia f:$(0,+\infty)\to\mathbb{R}$,$f(x) = 3x^2 + \sqrt{x}$.
a)Arătaţi că $\int_1^3 \big(f(x) - \sqrt{x}\big)\,dx = 26$.
b)Demonstraţi că funcţia F:$(0,+\infty)\to\mathbb{R}$,$F(x) = x^3 + \frac{2x\sqrt{x}}{3} + 2015$ este o primitivă a funcţiei f.
c)Arătaţi că suprafaţa delimitată de graficul funcţiei g:$(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $g(x) = \frac{(f(x)-\sqrt{x})e^x}{3}$, axa Ox şi dreptele de ecuaţii $x=1$ şi $x=2$, are aria egală cu $e(2e-1)$.

Testul 115(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\right)\cdot\frac{12}{7}=1$.
2.Determinaţi numărul real a, ştiind că punctul $A(a,0)$ aparţine graficului funcţiei f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x-2015$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{x+4}=3$.
4.Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulţimea M={10,20,30,40,50,60,70,80,90}, acesta să fie multiplu de 20.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(3,1) şi B(3,5).Determinaţi coordonatele mijlocului segmentului AB.
6.Arătaţi că sinx $=\frac{4}{5}$, ştiind că x$\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ şi cosx $=\frac{3}{5}$.

Subiectul II

1.Se consideră matricele A=$\begin{pmatrix}5 & -2\\ 13 & -5\end{pmatrix}$ şi $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.
a)Arătaţi că detA=1.
b)Arătaţi că A·A+$I_2=O_2$, unde $O_2=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$.
c)Demonstraţi că $\det(A-aI_2)\geq 1$, pentru orice număr real a.
2.Se consideră polinomul f=X^3+6X^2+X+6.
a)Arătaţi că $f(-6)=0$.
b)Determinaţi câtul şi restul împărţirii polinomului f la polinomul X^2+7X+6.
c)Demonstraţi că $\frac{x_3}{x_1x_2}+\frac{x_2}{x_1x_3}+\frac{x_1}{x_2x_3}=-\frac{17}{3}$, unde x_1,x_2 şi x_3 sunt rădăcinile polinomului f.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=4x^3+6x^2+10$.
a)Arătaţi că $f'(x)=12x(x+1)$,x$\in\mathbb{R}$.
b)Calculaţi $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f'(x)}{f(x)-4x^3}$.
c)Determinaţi intervalele de monotonie a funcţiei f.
2. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=4x^3+x^2$.
a)Arătaţi că $\int_1^2(f(x)-x^2)\,dx=15$.
b)Determinaţi primitiva F a funcţiei f pentru care $F(1)=2019$.
c)Determinaţi numărul natural n,n>1, ştiind că $\int_1^n\frac{f(x)}{x^2}dx=18$.

Testul 116(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\left(3-\frac{1}{3}\right):\frac{2}{3}=4$.
2.Calculaţi $f(3)+f(-3)$, unde $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x^2-9$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{3x+1}=4$.
4.Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulţimea A={1,2,3,4,5,6,7,8,9,10}, acesta să fie multiplu de 3.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele O(0,0),M(0,3) şi N(3,0).Arătaţi că triunghiul MON este isoscel.
6.Calculaţi aria triunghiului ABC dreptunghic în A, ştiind că AB=6 şi AC=8.

Subiectul II

1.Se consideră matricea $A=\begin{pmatrix}1&1&1\\1&2&4\\1&3&9\end{pmatrix}$.

a)Calculaţi detA.

b)Determinaţi numărul real m pentru care matricele $A-mI_3$ şi $\begin{pmatrix}0&1&1\\1&1&4\\1&3&8\end{pmatrix}$ sunt egale, unde $I_3=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$.

c)Rezolvaţi ecuaţia matriceală $AX=\begin{pmatrix}1\\4\\9\end{pmatrix}$, unde $X=\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}\in\mathcal{M}_{3,1}(\mathbb{R})$.

2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie comutativă $x*y=x+y-3$.
a)Arătaţi că $3*(-3)=2015*(-2015)$.
b)Verificaţii dacă legea „$*$” este asociativă.
c)Calculaţi $(-5)*(-3)*(-1)*1*3*5$.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x^3-12x+7$.
a)Arătaţi că $\lim\limits_{x\to0}\frac{f(x)-f(0)}{x}=-12$.
b)Calculaţi $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x(2x+3)(3x+1)}$.
c)Demonstraţi că $f(x)\geq-9$ pentru orice $x\in[-2,+\infty)$.
2.Se consideră funcţiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=e^x+2x$ şi $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, F(x)=e^x+x^2+2018$.
a)Calculaţi $\int_1^2(f(x)-e^x)\,dx$.
b)Arătaţi că funcţia F este o primitivă a funcţiei f.
c)Calculaţi $\int_0^1 f(x)F(x)\,dx$.

Testul 117(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $4\left(5-\sqrt{3}\right)+4\sqrt{3}=20$.
2.Determinaţi numărul real a ştiind că $f(2)=a$, unde $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x+2015$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_3(4x+1)=\log_3 5$.
4.Calculaţi probabilitatea ca alegând un număr din mulţimea numerelor naturale de două cifre, acesta să fie divizibil cu 25.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(4,6) şi B(6,2).Calculaţi distanţa de la punctul A la punctul B.
6.Arătaţi că $\sin^2 45^\circ+\sin^2 30^\circ=\frac{1}{4}$.

Subiectul II

1.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}-4 & 1\\ -9 & 2\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}-2 & 1\\ -9 & 4\end{pmatrix}$ şi $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.
a)Arătaţi că $\det A=-1$.
b)Arătaţi că $A\cdot B-2B\cdot A=I_2$.
c)Determinaţi numărul real x ştiind că $A\cdot A-xA=-I_2$.
2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=3(x+y-2)-xy$.
a)Arătaţi că $1*3=3$.
b)Arătaţi că $x*3=3*x=3$ pentru orice număr real x.
c)Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $x*x=x$.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia $f:(3,+\infty)\to\mathbb{R}, f(x)=\frac{x-2}{x-3}$.
a)Arătaţi că $\lim\limits_{x\to 4} f(x)=2$.
b)Arătaţi că $f'(x)=-\frac{1}{(x-3)^2}$, $x\in(3,+\infty)$.
c)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă $x_0=4$, situat pe graficul funcţiei f.
2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x^2+6x+9$.
a)Arătaţi că $\int_{-1}^{1}(6x+9)\,dx=18$.
b)Determinaţi volumul corpului obţinut prin rotaţia în jurul axei Ox a graficului funcţiei $g:[0,1]\to\mathbb{R}, g(x)=f(x)-6x-9$.
c)Demonstraţi că orice primitivă a funcţiei f este o funcţie crescătoare pe $\mathbb{R}$.

Testul 118(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $4\left(3+\sqrt{3}\right)-4\sqrt{3}=12$.
2.Calculaţi $f(-3)+f(3)$ pentru funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+3$.
3.Rezolvaţi, în mulţimea numerelor reale, ecuaţia $8^{2x}=64$.
4.Preţul unui obiect este 2000 de lei.Determinaţi preţul obiectului după o scumpire cu 10%.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(5,4) şi B(5,2).Calculaţi distanţa de la punctul A la punctul B.
6.Calculaţi $\sin 125^\circ-\sin 55^\circ$.

Subiectul II

1.Pentru fiecare număr real a se consideră matricea $M(a)=\begin{pmatrix}a^2 & 0\\ 0 & a^2\end{pmatrix}$.
a)Arătaţi că $M\left(\frac{1}{3}\right)+M\left(-\frac{1}{3}\right)=M(0)$.
b)Determinaţi numărul real a pentru care $\det M(a)=0$.
c)Determinaţi matricea $M(-2)+M(-1)+M(0)+M(1)+M(2)$.
2.Se consideră polinomul $f=X^3-5X^2+4$.
a)Arătaţi că $f(1)=0$.
b)Determinaţi câtul şi restul împărţirii polinomului f la polinomul $g=X^2-5X+4$.
c)Calculaţi $x_1^2+x_2^2+x_3^2$, unde x_1,x_2,x_3, sunt rădăcinile polinomului f.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$,$f(x)=\frac{x+2015}{x}$.
a)Calculaţi $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.
b)Arătaţi că funcţia f este descrescătoare pe intervalul $(0,+\infty)$
c)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă $x_0=1$, situat pe graficul funcţiei f.
2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=3x^2+3$.
a)Calculaţi $\int_0^1 f'(x)\,dx$.
b)Arătaţi că funcţia $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$F(x)=x^3+3x+4$ este o primitivă a funcţiei f.
c)Calculaţi aria suprafeţei delimitate de graficul funcţiei f, axa Ox şi dreptele de ecuaţie x=0 şi x=1.

Testul 119(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{5}\right):\frac{6}{10}=\frac{1}{2}$.
2.Determinaţi numărul real a, ştiind că punctul $A(a,5)$ aparţine graficului funcţiei $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x-5$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{x+3}=3$.
4.Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulţimea M={10,11,12, … ,20}, acesta să fie multiplu de 4.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(3,5) şi B(5,3).Determinaţi coordonatele mijlocului segmentului AB.
6.Arătaţi că $\sin x=\frac{3}{5}$, ştiind că $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ şi $\cos x=\frac{4}{5}$.

Subiectul II

1.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}4 & -3\\ 5 & -4\end{pmatrix}$ şi $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.
a)Arătaţi că $\det A=-1$.
b)Arătaţi că $A\cdot A-I_2=O_2$, unde $O_2=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$.
c)Demonstraţi că $\det(A-aI_2)\geq -1$, pentru orice număr real a.
2.Se consideră polinomul $f=X^3+4X^2+X+4$.
a)Arătaţi că $f(-4)=0$.
b)Determinaţi câtul şi restul împărţirii polinomului f la polinomul X^2+5X+4.
c)Demonstraţi că $\frac{x_3}{x_1x_2}+\frac{x_2}{x_1x_3}+\frac{x_1}{x_2x_3}=-\frac{7}{2}$, unde x_1, x_2 şi x_3 sunt rădăcinile polinomului f.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x^2-3x+2$.
a)Arătaţi că $\lim\limits_{x\to 1}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}=-1$.
b)Calculaţi $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{(2x+3)(3x+2)}$.
c)Demonstraţi că $f(x)\geq -\frac{1}{4}$ pentru orice $x\in\mathbb{R}$.
2.Se consideră funcţiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=e^x+4x$ şi $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, F(x)=e^x+2x^2+2015$.
a)Calculaţi $\int_1^2 (f(x)-e^x)\,dx$.
b)Arătaţi că funcţia F este o primitivă a funcţiei f.
c)Calculaţi $\int_0^1 f(x)F(x)\,dx$.

Testul 120(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi $2\left(4-\sqrt{3}\right)+2\left(4+\sqrt{3}\right)=16$.
2.Calculaţi $f(-5)+f(5)$ pentru funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-25$.
3.Rezolvaţi, în mulţimea numerelor reale, ecuaţia $(x-3)^2-x^2+9=0$.
4.Preţul unui obiect este 200 de lei.Determinaţi preţul obiectului după o ieftinire cu 20%.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(3,5) şi B(3,6).Calculaţi distanţa de la punctul A la punctul B.
6.Calculaţi cosA, ştiind că $\sin A=\frac{1}{3}$ şi unghiul A este ascuţit.

Subiectul II

1.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}-1 & 3\\ 3 & 1\end{pmatrix}$, $O_2=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$ şi $B=\begin{pmatrix}1 & m\\ m & m+2\end{pmatrix}$, unde m este număr real.
a)Calculaţi detA.
b)Pentru $m=-3$, arătaţi că $A+B=O_2$.
c)Determinaţi numărul real m pentru care $A\cdot B=-10I_2$.
2.Se consideră polinomul $f=X^3-2X^2+X$.
a)Arătaţi că $f(1)=0$.
b)Determinaţi câtul şi restul împărţirii polinomului f la polinomul $g=X^2-X$.
c)Calculaţi $x_1^2+x_2^2+x_3^2$, ştiind că x_1,x_2,x_3 sunt rădăcinile polinomului f.

Subiectul III

1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=(x+2015)e^x$.
a)Arătaţi că $f'(x)=(x+2016)e^x$ pentru orice $x\in\mathbb{R}$.
b)Verificaţi dacă $f''(x)+f(x)=2f'(x)$, pentru orice $x\in\mathbb{R}$.
c)Arătaţi că funcţia f are un punct de extrem.
2. Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}, f(x)=\frac{2015}{x}$.
a)Calculaţi $\int_3^4 xf(x)\,dx$.
b)Arătaţi că funcţia $F:(0,+\infty)\to\mathbb{R}, F(x)=2015+2015\ln x$ este o primitivă a funcţiei f.
c)Determinaţi numărul real a,$a>5$, pentru care aria suprafeţei delimitate de graficul funcţiei f, axa Ox şi dreptele de ecuaţie $x=5$ şi $x=a$, este egală cu $2015\ln 3$.

Testul 121 (Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $2\left(1+\sqrt{3}\right)-\sqrt{12}=2$.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,f(x) = x + 4.Arătaţi că $f(4)+f(-4)=8$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_3(x^2+2)=\log_3 6$.
4.După o scumpire cu 10% preţul unui obiect creşte cu 60 de lei.Determinaţi preţul obiectului după scumpire.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele P(3,5) şi R(5,1).Determinaţi coordonatele mijlocului segmentului PR.
6.Determinaţi lungimea laturii BC a triunghiului ABC dreptunghic în A, ştiind că AC=20 şi cosC=$\frac{2}{5}$.

Subiectul II

1.Se consideră matricele A=$\begin{pmatrix}1 & 2\\ 2 & -4\end{pmatrix}$ şi B=$\begin{pmatrix}3 & 3\\ 3 & 3\end{pmatrix}$.
a)Arătaţi că detA=−8.
b)Arătaţi că A·B−B·A=$\begin{pmatrix}0 & 15\\ -15 & 0\end{pmatrix}$.
c)Determinaţi numerele reale x pentru care $\det(B\cdot B+xI_2)=0$,unde $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.
2.Se consideră polinomul f=X^3+6X^2-X-6.
a)Arătaţi că f(1) = 0.
b)Determinaţi câtul şi restul împărţirii polinomului f la polinomul X−3.
c)Demonstraţi că $x_1^2+x_2^2+x_3^2=38$, unde x_1, x_2 şi x_3 sunt rădăcinile polinomului f.
Subiectul III

1.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=x^3+8x^2+16x$.
a)Arătaţi că $f'(x)=(x+4)(3x+4), x\in\mathbb{R}$.
b)Arătaţi că $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{xf'(x)}=\frac{1}{3}$.
c)Demonstraţi că $f(x)\geq-\frac{256}{27}$, pentru orice $x\in[-4,+\infty)$.
2. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=x^2+x+3$.
a)Arătaţi că $\int_0^1(f(x)-x^2-3)\,dx=\frac{1}{2}$.
b)Demonstraţi că funcţia F:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$F(x)=\frac{1}{3}x^3+\frac{1}{2}x^2+3x+2018$ este o primitivă a funcţiei f.
c)Determinaţi numărul natural n, ştiind că suprafaţa plană delimitată de graficul funcţiei f, axa Ox şi dreptele de ecuaţii x=0 şi x=2 are aria egală cu $n^2+\frac{5}{3}$.

Testul 122(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\left(1-\sqrt{6}\right)^2+\sqrt{24}=7$.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-5x-6$. Calculaţi distanţa dintre punctele de intersecţie a graficului funcţiei f cu axa Ox.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $25^x\cdot 125^{x+1}=625^{2x}$.
4.Determinaţi numerele naturale de trei cifre care au produsul cifrelor egal cu 18.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctul $A(a,a-2)$, unde a este număr real. Determinaţi numărul real a, ştiind că punctul A se află pe dreapta de ecuaţie y=3x+2.
6.Demonstraţi că $(3\sin x-4\cos x)^2+(4\sin x+3\cos x)^2=25$, pentru orice număr real x.

Subiectul IIaici

1.Se consideră matricea $A(x)=\begin{pmatrix}x-1 & x-2\\ x-2 & x-1\end{pmatrix}$, unde x este număr real.
a)Arătaţi că $\det\big(A(3)\big)=3$.
b)Demonstraţi că $A(x)\cdot A(y)=A(2xy-3x-3y+6)$, pentru orice numere reale x şi y.
c)Determinaţi numărul real a, ştiind că $A(a)=A(x)\cdot A\left(\frac{3}{2}\right)\cdot A(y)$, pentru orice numere reale x şi y.
2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x*y=x+y-\frac{xy}{7}$.
a)Arătaţi că 14∗2=12.
b)Determinaţi numerele reale x, pentru care x∗(7x)=9.
c)Calculaţi 1∗2∗3∗...∗2017.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=7+\frac{x-7}{e^x}$.
a)Arătaţi că $f'(x)=\frac{8-x}{e^x}$, x$\epsilon\mathbb{R}$.
b)Arătaţi că funcţia f este concavă pe $(-\infty,9]$.
c)Demonstraţi că $e^{x-8}\geq x-7$, pentru orice număr real x.
2. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=6x^2-2x+1$.
a)Arătaţi că $\int_0^1 f(x)\,dx=2$.
b)Demonstraţi că orice primitivă a funcţiei f este crescătoare pe $\mathbb{R}$.
c)Determinaţi numărul real a , a>1, pentru care $\int_1^a \frac{f(x)}{x}dx=39+\ln a$.

Testul 123(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1. Arătaţi că numărul $N=(5+3i)^2+(3-5i)^2$ este natural, unde $i^2=-1$.
2. Determinaţi numerele reale a , ştiind că punctul $A(a,a)$ aparţine graficului funcţiei $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=30-x^2$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $8^x+8^{x+1}=72$.
4.Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulţimea $M=\{\sqrt{1},\sqrt{2},\sqrt{3},\dots,\sqrt{144}\}$, acesta să fie număr natural.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,5)$, $B(3,3)$ şi $C(2,1)$.Determinaţi lungimea medianei din C a triunghiului ABC.
6.Demonstraţi că $(\sin x+\cos x)^2+(\cos x-\sin x)^2=2$, pentru orice număr real x.

Subiectul II

1.Se consideră matricea $A(x,y)=\begin{pmatrix} x & y \\ -y & x \end{pmatrix}$,unde x şi y sunt numere reale.
a)Arătaţi că $\det(A(2,2))=8$.
b)Determinaţi numărul natural n pentru care $A(n+3,1)+A(n-3,1)=A(2018,2)$.
c)Determinaţi numărul real a , ştiind că există un număr real x pentru care $A(x,3)\cdot A(x,3)=A(a,-18)$.
2.Se consideră polinomul $f=X^3+3X^2-mX-8$, unde m este număr real.
a)Arătaţi că $f(-1)+f(1)=-10$, pentru orice numere reale x şi y.
b)Determinaţi câtul şi restul împărţirii polinomului f la X^2-3X+2 , ştiind că f se divide cu X+2.
c)Determinaţi numărul real m pentru care polinomul f are trei rădăcini reale pozitive, în progresie geometrică.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia $f:(-\infty,-2)\to\mathbb{R}, f(x)=\frac{x^2+2x+1}{x+2}$.
a)Arătaţi că $f'(x)=\frac{(x+1)(x+3)}{(x+2)^2}$, $x\in(-\infty,-2)$.
b)Determinaţi ecuaţia asimptotei oblice spre $-\infty$ la graficul funcţiei f.
c)Demonstraţi că funcţia feste concavă pe $(-\infty,-2)$.
2. Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}, f(x)=x^3+\frac{1}{x}$.
a)Determinaţi primitiva F a funcţiei f pentru care $F(1)=\frac{13}{4}$.
b)Arătaţi că volumul corpului obţinut prin rotaţia în jurul axei Ox a graficului funcţiei $g:[1,2]\to\mathbb{R}$, $g(x)=f(x)$ este egal cu $\frac{979\pi}{42}$.
c)Determinaţi numărul $m\in(1,+\infty)$, ştiind că $\int_1^m (f(x)-x^3)\ln x\,dx=\frac{1}{2}$.

Testul 124(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\sqrt{3}(2+\sqrt{2})-\sqrt{2}(\sqrt{3}+\sqrt{6})=0$.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=x^2-7$.Determinaţi numerele reale a, ştiind că $f(a)=6a$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $6^{8x-6}=36^x$.
4.Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr n din mulţimea A={1,2,3,4,5,6}, acesta să verifice relaţia $2^n\geq 16$.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele M(2,1), N(3,4) şi P(1,6). Determinaţi lungimea segmentului NQ, unde Q este mijlocul segmentului MP.
6. Arătaţi că $\sin60^\circ-\sin45^\circ-\cos30^\circ+\cos45^\circ=0$.

Subiectul II

1.Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ şi $A(x)=\begin{pmatrix}-x & -1\\ 1 & 2\end{pmatrix}$, unde x este număr real.
a)Arătaţi că $\det(A(2))=-3$.
b)Determinaţi numerele reale x şi y pentru care $A(x)\cdot A(y)=3I_2$.
c)Determinaţi numărul întreg p pentru care $\det(A(p)\cdot A(p)+I_2)=5$.
2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x*y=xy-7(x+y)+56$.
a)Arătaţi că $7*7=7$.
b)Demonstraţi că $x*y=(x-7)(y-7)+7$, pentru orice numere reale x şi y.
c)Calculaţi $1*2*3*...*2028$.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=\frac{x^2-x+1}{x^2-2x+2}$.
a)Arătaţi că $f'(x)=\frac{x(2-x)}{(x^2-2x+2)^2}$, $x\in\mathbb{R}$.
b)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă $x=-1$, situat pe graficul funcţiei f.
c)Demonstraţi că $1\leq f(x)+f(y)\leq 3$, pentru orice numere reale x şi y.
2. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=x^3-6x^2+12x+6$.
a)Arătaţi că $\int_0^1(f(x)-x^3)\,dx=10$.
b)Demonstraţi că orice primitivă a funcţiei f este o funcţie convexă pe $\mathbb{R}$.
c)Arătaţi că $\int_2^4\frac{6}{f'(x)+12}dx=\frac{\pi}{4}$.

Testul 125(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\left(1-\frac{1}{30}+\frac{1}{6}\right):\left(1-\frac{1}{5}+\frac{1}{6}\right)=1$.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=x^2+49$. Arătaţi că $f(-7)+f(7)=4f(0)$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_8(x^2-216)=\log_8(x-6)^2$.
4.Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr n din mulţimea M={10,11,12,13,14,15,16,17,18,89}, acesta să fie număr par.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(4,3) şi B(8,3). Determinaţi coordonatele punctului C, ştiind că punctul A este mijlocul segmentului BC.
6. Arătaţi că $2\sin30^\circ\cdot\sin60^\circ-\cos^230^\circ-\sin^260^\circ=0$.

Subiectul II

1.Se consideră matricele $M=\begin{pmatrix}2&1\\1&2\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$ şi $A(a)=\begin{pmatrix}-a&1\\3&2\end{pmatrix}$, unde a este număr real.
a)Arătaţi că detM=3.
b)Determinaţi numărul real a pentru care $A(a)\cdot A(a)=4A(a)-I_2$.
c)Determinaţi numărul real a pentru care $\det(aA(a)+M)=0$.
2.Se consideră polinomul $f=X^3-4X^2+mX+12$, unde m este număr real.
a)Arătaţi că $f(2)=3m+3$, pentru orice număr real m.
b)Demonstraţi că , pentru orice număr real m, numărul $E=x_1^2x_2x_3+x_1x_2^2x_3+x_1x_2x_3^2$ este întreg, unde x_1, x_2 şi x_3 sunt rădăcinile polinomului f.
c)Pentru m=−1, determinaţi rădăcinile polinomului f.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=-7x^3+5x^2-x-1$.
a)Arătaţi că $f'(x)=(3x-1)(1-7x), x\in\mathbb{R}$.
b)Calculaţi $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{x\,f'(x)}{f(x)}$.
c)Demonstraţi că $f(x)\geq\frac{52}{49}$, pentru orice $x\in(-\infty,\frac{1}{3}]$.
2. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=\begin{cases}x^2+6x-2, x\in(-\infty,0]\\ x-2, x\in(0,+\infty)\end{cases}$
a)Arătaţi că $\int_1^3 f(x)\,dx=0$.
b)Demonstraţi că funcţia f admite primitive pe $\mathbb{R}$.
c)Demonstraţi că suprafaţa plană delimitată de graficul funcţiei f, axa Ox şi dreptele de ecuaţii x=−1 şi x=0 are aria egală cu $\frac{14}{3}$.

Testul 126(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\sqrt{8}(\sqrt{8}-1)+\sqrt{8}=8$.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=x^2-6x-8$.Determinaţi coordonatele punctului de intersecţie a graficului funcţiei f cu axa Oy.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_{10}(x^2+36)=2$.
4.După o ieftinire cu 40%, preţul unui obiect este 150 de lei. Calculaţi preţul obiectului înainte de ieftinire.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3,-2)$, $B(3,2)$ şi $C(4,0)$.Determinaţi, în triunghiul ABC, lungimea medianei din vârful C.
6.Arătaţi că $\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\sin45^\circ-\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\sin60^\circ=-\frac{1}{4}$.

Subiectul II

1.Se consideră matricele A=$\begin{pmatrix}6 & 3\\ -8 & -4\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ şi $M(a)=I_2+aA$, unde a este număr real.
a)Arătaţi că detA=0.
b)Demonstraţi că $M(a)\cdot M(b)=M(a+b+2ab)$, pentru orice numere reale a şi b.
c)Determinaţi numărul real a pentru care $M(1)+M(2)+\cdots+M(2022)=2022M(a)$.
2.Se consideră polinomul f=mX^3+4X^2-mX-4, unde m este număr real nenul.
a)Arătaţi că $f(1)=0$, pentru orice număr real nenul m.
b)Pentru m=5, determinaţi rădăcinile polinomului f.
c)Determinaţi numărul real nenul m pentru care $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_3}=-8$, unde x_1, x_2 şi x_3 sunt rădăcinile polinomului f.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=-x^3+3x-5$.
a)Arătaţi că $f'(x)=3(1-x)(x+1), x\in\mathbb{R}$.
b)Demonstraţi că funcţia f este concavă pe $[0,+\infty)$.
c)Demonstraţi că $f(x)\geq 7$, pentru orice $x\in(-\infty,1]$.
2. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=\sqrt{4x^2+8x+7}$.
a)Arătaţi că $\int_0^1 f^2(x)\,dx=\frac{37}{3}$.
b)Calculaţi $\int_{-1}^1 \frac{x+1}{f(x)}\,dx$.
c)Demonstraţi că, pentru orice $a\in(0,+\infty)$, suprafaţa plană delimitată de graficul funcţiei f, axa Ox şi dreptele de ecuaţii x=0 şi x=a are aria mai mare sau egală cu $a\sqrt{7}$.

Testul 127(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\left(\frac{5}{4}-\frac{4}{5}\right):\left(\frac{5}{4}+\frac{4}{5}\right)\cdot\frac{41}{16}=1$.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x-2$.Determinaţi numărul real m, ştiind că $f(m+2)=m$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_7(2x-3)=\log_7 9$.
4.Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulţimea A={10,20,30,40,50,60,70,80,90}, acesta să fie multiplu de 6.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele M(3,1),N(2,4) şi P(5,6).Calculaţi aria triunghiului MNP.
6.Arătaţi că $\sin^2 45^\circ+\frac{1}{\sqrt{3}}\cdot\sin 60^\circ=1$.

Subiectul II

1.Se consideră matricele A=$\begin{pmatrix}4 & 2\\ 3 & 1\end{pmatrix}$ şi M(a)=$\begin{pmatrix}2-a & -a\\ a & 2+a\end{pmatrix}$, unde a este număr real.
a)Arătaţi că detA=-2.
b)Demonstraţi că $M(a)\cdot M(b)=2M(a+b)$, pentru orice numere reale a şi b.
c)Determinaţi matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $M(1)\cdot X\cdot M(2)=A$.
2.Se consideră polinomul f=$2X^3-4X^2+4X-7$.
a)Arătaţi că $f(0)=-7$.
b)Demonstraţi că numărul a=$\frac{7}{x_1}+\frac{7}{x_2}+\frac{7}{x_3}$ este natural,unde x_1, x_2 şi x_3 sunt rădăcinile polinomului f.
c)Demonstraţi că polinomul f **nu** are toate rădăcinile reale.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=\frac{x}{x^8+7}$.
a)Arătaţi că $f'(x)=\frac{7(1-x^4)(1+x^4)}{(x^8+7)^2}$, $x\in\mathbb{R}$.
b)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă x=0, situat pe graficul funcţiei f.
c)Determinaţi mulţimea valorilor funcţiei f.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=(x-5)e^x$.
a)Arătaţi că $\int_0^1\frac{f(x)}{e^x}dx=-\frac{9}{2}$.
b)Demonstraţi că F:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $F(x)=(x-6)e^x+2050$ este o primitivă a funcţiei f.
c)Calculaţi $\int_4^5 f^5(x)f'(x)\,dx$.

Testul 128(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $6\sqrt{3}+2\left(2-\sqrt{27}\right)=4$.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-4$.Calculaţi $f(1)\cdot f(2)\cdot f(3)$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_5(30x+6)=\log_5 36$.
4.După o scumpire cu 10%, un obiect costă 880 de lei.Determinaţi preţul iniţial al obiectului.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(0,4),B(1,2) şi C(4,0).Calculaţi distanţa de la punctul B la mijlocul segmentului AC.
6.Arătaţi că $\frac{\sin 60^\circ}{1+\sin 30^\circ}=\text{tg}30^\circ$.

Subiectul II

1.Se consideră matricele M=$\begin{pmatrix}-19 & -12\\ -4 & -3\end{pmatrix}$ şi A(a)=$\begin{pmatrix}a-1 & a+2\\ a-2 & a-1\end{pmatrix}$, unde a este număr real.
a)Arătaţi că detM=9.
b)Demonstraţi că $A(-a)+A(a)=2A(0)$, pentru orice număr real a.
c)Determinaţi numerele reale a şi b pentru care $A(a)\cdot A(b)=M$.
2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x\circ y=2(x+y)-\frac{xy}{2}$.
a)Arătaţi că $2\circ(-2)=2$.
b)Determinaţi numărul natural nenul n pentru care $n\circ\frac{1}{n}=\frac{9}{2}$.
c)Determinaţi numărul real y astfel încât $x\circ y=8$, pentru orice număr real x.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=\frac{x}{x^2+36}$.
a)Arătaţi că $f'(x)=\frac{(6-x)(6+x)}{(x^2+36)^2}$, $x\in\mathbb{R}$.
b)Determinaţi ecuaţia asimptotei orizontale spre $-\infty$ la graficul funcţiei f.
c)Determinaţi mulţimea valorilor funcţiei f.
2.Se consideră funcţia f:$(-1,+\infty)\to\mathbb{R}$,$f(x)=\frac{1}{x+1}-\frac{1}{x+3}$.
a)Arătaţi că $\int_0^2 x(x+1)\left(f(x)+\frac{1}{x+3}\right)dx=2$.
b)Arătaţi că $\int_0^1 xf(x)\,dx=\ln\frac{32}{27}$.
c)Determinaţi numărul natural p, ştiind că suprafaţa plană delimitată de graficul funcţiei f, axa Ox şi dreptele de ecuaţii x=0 şi x=1 are aria egală cu $\ln\left(p^2+\frac{1}{2}\right)$.

Testul 129(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1. Arătaţi că $(10-3\cdot 2)(10+3\cdot 2)=64$.
2. Se consideră x_1 şi x_2 soluţiile ecuaţiei $x^2-8x+15=0$. Arătaţi că $3(x_1+x_2)-x_1x_2=9$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_3(x-2020)=3\log_3 2$.
4.Un obiect costă 300 de lei.Determinaţi preţul obectului după o scumpire cu 10%.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(6,2) , B(2,2).Calculaţi distanţa de la punctul O(0,0) la mijlocul segmentului AB.
6.Arătaţi că $\cos 60^\circ-\sin 150^\circ=0$.

Subiectul II

1.Se consideră matricele A=$\begin{pmatrix}-2 & 24\\ 0 & -2\end{pmatrix}$ şi B(x) = $\begin{pmatrix}x & -4x\\ 0 & x\end{pmatrix}$, unde x este număr real.
a)Arătaţi că $\det A=4$.
b)Determinaţi numărul real x pentru care $B(x)\cdot B(-x)+B(x)=A$.
c)Rezolvaţi în $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ ecuaţia $B(1)\cdot X=A$.

.

2.Pe mulţimea M=$(0,+\infty)$ se defineşte legea de compoziţie $x\circ y=\frac{2x^2+2y^2}{xy}$.
a)Arătaţi că $3\circ\frac{1}{3}=\frac{164}{9}$.
b)Demostraţi că $x\circ y\geq 4$, pentru orice $x,y\in M$.
c)Determinaţi $a\in M$, pentru care $a^2\circ\frac{1}{a^2}=4$.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x(x^2-12)+6$.
a)Arătaţi că $f'(x)=3(x-2)(x+2), x\in\mathbb{R}$.
b)Arătaţi că $\lim\limits_{x\to 3}\frac{f(x)+3}{x-3}=15$.
c)Demonstraţi că $-10\leq f(x)\leq 22$, pentru orice $x\in[-2,2]$.
2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x^5+x+3$.
a)Arătaţi că $\int_{-1}^{1}(f(x)-x^5-3)\,dx=0$.
b)Calculaţi $\int_0^1 x^{2021}(f(x)-x-3)\,dx$.
c)Arătaţi că volumul corpului obţinut prin rotaţia în jurul axei Ox a graficului funcţiei $g:[1,3]\to\mathbb{R}$, $g(x)=\frac{1}{x}(f(x)-x^5)$ este egal cu $\pi(6\ln 3+4)$.

Testul 130(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\sqrt{5}(2\sqrt{5}-1)+\sqrt{5}=10$.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=x^2-3x+4$. Arătaţi că $f(1)=f(2)$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_3(x^2-20)=\log_3 5$.
4.După o scumpire cu 10%, un obiect costă 440 de lei.Determinaţi preţul iniţial al obiectului.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(4,6) şi B(0,2). Ştiind că punctul M este mijlocul segmentului AB, determinaţi coordonatele punctului M.
6.În triunghiul ABC, $m(\sphericalangle B)=m(\sphericalangle C)=60°$.Calculaţi sinusul unghiului A.

Subiectul II

1.Se consideră matricele A=$\begin{pmatrix}-1 & -6\\ 1 & 4\end{pmatrix}$, B=$\begin{pmatrix}1 & 2\\ 2 & 4\end{pmatrix}$ şi O_2=$\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$.
a)Arătaţi că detA=2.
b)Arătaţi că $B\cdot A-B=O_2$.
c)Determinaţi numerele naturale n pentru care $\det(B-nA)=\det B+n\det A$.
2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x\circ y=x+3y+2$.
a)Arătaţi că $1\circ(-1)=0$.
b)Demonstraţi că $x\circ\left(-\frac{2}{3}\right)=x$, pentru orice număr real real x.
c)Arătaţi că legea de compoziţie „$\circ$” **nu** admite element neutru.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=\frac{x^2+4}{x^2+1}$.
a)Arătaţi că $f'(x)=\frac{-2x}{(x^2+1)^2}$, $x\in\mathbb{R}$.
b)Determinaţi ecuaţia asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcţiei f.
c)Demonstraţi că $f(x)+\ln(x^2+1)<\frac{7}{2}$, pentru orice $x\in[0,1]$.
2. Se consideră funcţia f:$(-3,+\infty)\to\mathbb{R}$,$f(x)=\frac{e^x}{x+3}$.
a)Arătaţi că $\int_0^2(x+3)f(x)\,dx=e^2-1$.
b)Arătaţi că $\int_0^1\frac{f'(x)}{f(x)}dx=1-\ln\frac{4}{3}$.
c)Arătaţi $\int_0^1 f(x)\,dx+\int_0^1 e^x\ln(x+3)\,dx=e\ln 4-\ln 3$.

Testul 131(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\sqrt{3}\left(3\sqrt{3}+1\right)-\sqrt{3}=9$.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=x^2-4x+4$.Determinaţi numerele reale a pentru care $f(a)=4$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{x-1}=4$.
4.După o ieftinire cu 10%, un obiect costă 270 de lei.Determinaţi preţul iniţial al obiectului.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(5,1)$, $B(-5,1)$ şi $C(0,5)$.Determinaţi lungimea înălţimii din vârful C în triunghiul ABC.
6.Arătaţi că $\sqrt{3}\cdot\cos30^\circ-\sqrt{2}\cdot\cos45^\circ=\frac{1}{2}$.

Subiectul II

1.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 4\\ 0 & 3\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.
a)Arătaţi că detA=3.
b)Arătaţi că $4A-A\cdot A=3I_2$.
c)Determinaţi numărul real x pentru care $(xA-I_2)(xA-I_2)=6A-2I_2$.
2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x\circ y=x^2+(x+2)(y+2)+y^2$.
a)Arătaţi că $3\circ(-2)=13$.
b)Demonstraţi că legea de compoziţie „$\circ$” este comutativă.
c)Demonstraţi că $x\circ 2\geq 8$, pentru orice număr real x.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia f:$(0,+\infty)\to\mathbb{R}$,$f(x)=(x-1)\ln x^2$.
a)Arătaţi că $f'(x)=2-\frac{2}{x}+2\ln x, x\in(0,+\infty)$.
b)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă x=1, situat pe graficul funcţiei f.
c)Demonstraţi că funcţia f, este descrescătoare pe intervalul $(0,1]$.
2. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=3+\frac{x}{x^2+1}-\frac{2}{x^2+1}$.
a)Arătaţi că $\int_0^1(x^2+1)f(x)\,dx=\frac{5}{6}$.
b)Determinaţi primitiva F a funcţiei f pentru care care $F(0)=0$.
c)Arătaţi că $\int_1^2\left(f(x)+f\left(\frac{1}{x}\right)\right)dx=4+\ln\frac{5}{2}$.

Testul 132(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\left(9+\frac{1}{2}\right)\left(9-\frac{1}{2}\right)=\frac{323}{4}$.
2.Determinaţi abscisa punctului de intersecţie a graficelor funcţiilor f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,
$f(x)=4x+1$ şi g:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=16-x$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_7(x^2+33)=2$.
4.După o ieftinire cu 20%, preţul unei tablete este 800 de lei.Determinaţi preţul tabletei înainte de ieftinire.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(6,3) şi B(2,3) .Punctul M este mijlocul segmentului AB.Calculaţi lungimea segmentului AM.
6.Arătaţi că $\sin^2 45^\circ-2\sin^2 30^\circ=0$.

Subiectul II

1.Se consideră matricea $A(a)=\begin{pmatrix} a+3 & 1 \\ 1 & a-3 \end{pmatrix}$, unde a este număr real.
a)Arătaţi că $\det(A(0))=-10$.
b)Arătaţi că $A(a)\cdot A(-a)=(10-a^2)I_2$, pentru orice număr real a, unde $I_2=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
c)Determinaţi matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, ştiind că $A(1)\cdot X=A(2)$.
2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=x^2+xy-x-y+5$.
a)Arătaţi că $3*2=15$.
b)Demonstraţi că $x*(-x)=5$, pentru orice număr real x.
c)Determinaţi numărul real x pentru care $2^x*4=5$.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=\frac{x^2+2x+5}{x^2+2x+2}$.
a)Arătaţi că $f'(x)=\frac{-6(x+1)}{(x^2+2x+2)^2}$, $x\in\mathbb{R}$.
b)Determinaţi ecuaţia asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcţiei f.
c)Determinaţi imaginea funcţiei f.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=\frac{x+5}{\sqrt{x^2+25}}$.
a)Arătaţi că $\int_0^1 f(x)\sqrt{x^2+25}\,dx=\frac{11}{2}$.
b)Arătaţi că $\int_0^1 (f^2(x)-1)\,dx=5\ln\frac{26}{25}$.
c)Determinaţi F:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, primitiva funcţiei f pentru care $F(0)=0$.

Testul 133(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\left(0{,}75\cdot 10-\frac{1}{2}\right)\left(0{,}75\cdot 10+\frac{1}{2}\right)=56$.
2. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=x^2-ax+3$, unde a este număr real. Determinaţi numărul real a, ştiind că punctul A(2,3) aparţine graficului funcţie f.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $3^{x-2}+3^x=30$.
4.Un obiect costă 600 de lei.Determinaţi preţul obectului după o scumpire cu 15%.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A$(0,-3)$ şi B$(8,-3)$.Punctul M este mijlocul segmentului AB.Calculaţi distanţa de la punctul M la punctul O$(0,0)$.
6.Se consideră triunghiul ABC dreptunghic în B, cu AB=3 şi BC=4.Calculaţi aria triunghiului ABC.

Subiectul II

1.Se consideră matricele A=$\begin{pmatrix}1 & 5\\ 1 & 4\end{pmatrix}$ şi $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.
a)Arătaţi că det$A=-1$.
b)Arătaţi că $A\cdot A-5A=I_2$.
c)Se consideră matricea X=$\begin{pmatrix}1 & x\\ y & 1\end{pmatrix}$, unde x şi y sunt numere reale.Determinaţi numerele reale x şi y pentru care $A\cdot X-X\cdot A=\begin{pmatrix}9 & -3\\ 6 & -9\end{pmatrix}$.

.

2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x\circ y=7xy+x+y$.
a)Arătaţi că $3\circ 2=47$.
b)Demostraţi că $x\circ y=\frac{(7x+1)(7y+1)-1}{7}$, pentru orice numere reale x şi y.
c)Determinaţi mulţimea valorilor reale ale lui x pentru care $x\circ x\leq 5$.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=e^x+\frac{x}{x^2+25}$.
a)Arătaţi că $f'(x)=e^x+\frac{25-x^2}{(x^2+25)^2}$, $x\in\mathbb{R}$.
b)Determinaţi ecuaţia asimptotei orizontale spre $-\infty$ la graficul funcţiei f.
c)Demonstraţi că $\frac{10-e^5}{10e^5}\leq f(x)\leq\frac{10e^5+1}{10}$, pentru orice $x\in[-5,5]$.
2. Se consideră funcţia f:$[0,+\infty)\to\mathbb{R}$,$f(x)=(x+5)\sqrt{x}$.
a)Arătaţi că $\int_1^2\frac{f(x)}{\sqrt{x}}dx=\frac{13}{2}$.
b)Arătaţi că volumul corpului obţinut prin rotaţia în jurul axei Ox a graficului funcţiei g:$[0,1]\to\mathbb{R}$, $g(x)=f(x)$, este egal cu $\frac{173\pi}{12}$.
c)Determinaţi numărul real a, ştiind că $\int_1^e\frac{f(x)\sqrt{x}\ln x}{x+5}dx=\frac{e^2+a}{4}$.

Testul 134(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $2\cdot\left(6-\frac{11}{4}:\frac{1}{2}\right)=1$.
2.Se consideră funcţiile f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=x-4$ şi g:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$g(x)=x+2$.Arătaţi că $f(1)+g(1)=0$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $2^{6-x}=64$.
4.Un produs costă 90 de lei.Determinaţi preţul produsului după o scumpire cu 30%.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-2,3)$, $B(-2,0)$ şi $C(0,3)$.Calculaţi perimetrul triunghiul ABC.
6.Se consideră triunghiul ABC, în care AC=4,AB=2 şi unghiul B are măsura egală cu 30°. Arătaţi că sinC=$\frac{1}{4}$.

Subiectul II

1.Se consideră matricele A=$\begin{pmatrix}4 & -3\\ 3 & 1\end{pmatrix}$,B=$\begin{pmatrix}3 & -2\\ 2 & 1\end{pmatrix}$ şi $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.
a)Arătaţi că detA=13.
b)Arătaţi că $2A+I_2=3B$.
c)Determinaţi matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $B\cdot X-A\cdot X=I_2-X$.
2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=7-(x-7)(y-7)$.
a)Arătaţi că $1*7=7$.
b)Arătaţi că e=6 este elementul neutru al legii de compoţitie „$*$”.
c)Determinaţi mulţimea valorilor reale ale lui x pentru care $x*(x+12)\geq 6$.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia f:$(0,+\infty)\to\mathbb{R}$,$f(x)=\frac{3}{x}+\ln x-4$.
a)Arătaţi că $f'(x)=\frac{x-3}{x^2}$, $x\in(0,+\infty)$.
b)Determinaţi intervalele de monotonie a funcţiei f.
c)Arătaţi că nu există asimptotă spre $+\infty$ la graficul funcţiei f.
2. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=e^x+7x^2+7$.
a)Arătaţi că $\int_1^2(f(x)-e^x-7)\,dx=\frac{49}{3}$.
b)Arătaţi că $\int_0^1 x(f(x)-7x^2)\,dx=\frac{9}{2}$.
c)Determinaţi $a\in(0,1)$,ştiind că $\int_0^a\frac{1}{f(x)-f'(x)}\,dx=\frac{1}{42}$.

Testul 135(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\frac{1}{6}\cdot\left(1-\frac{1}{6}\right)+\frac{5}{6}=1$.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=4x-3$.Arătaţi că $f(1)\cdot f(3)=9$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{4x-3}=7$.
4.Determinaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulţimea numerelor naturale de două cifre, acesta să fie multiplu de 26.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,0)$, $B(0,4)$ şi $C(0,-4)$.Determinaţi distanţa de la punctul A la mijlocul segmentului BC.
6.Se consideră $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ astfel încât $\cos x=\frac{1}{5}$. Arătaţi că $\sin x=\frac{2\sqrt{6}}{5}$.

Subiectul II

1.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}5 & -4\\ 3 & 2\end{pmatrix}$ şi $B(x)=\begin{pmatrix}x & 1\\ -1 & x\end{pmatrix}$, unde x este un număr real.
a)Arătaţi că $\det A=22$.
b)Arătaţi că $B(-1)+2B(5)=3B(3)$.
c)Determinaţi numărul întreg x pentru care $\det(A\cdot B(x)-B(5x))=0$.
2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=x(y-2)+y(x-2)$.
a)Arătaţi că $2*4=4$.
b)Determinaţi numerele reale x pentru care $x*x=0$.
c)Determinaţi numărul real x pentru care $(x*1)*(x+1)=4$.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=\frac{6}{6x^2+1}$.
a)Arătaţi că $f'(x)=\frac{-72x}{(6x^2+1)^2}$, $x\in\mathbb{R}$.
b)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă x=0, situat pe graficul funcţiei f.
c)Arătaţi că $\lim\limits_{x\to\infty}(xf(x)\ln x)=0$.
2. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=x^3+5x+1$.
a)Arătaţi că $\int_1^2(f(x)-x^3-1)\,dx=\frac{15}{2}$.
b)Arătaţi că $\int_0^1\frac{x^2}{f(x)-5x}dx=\frac{1}{3}\ln 2$.
c)Determinaţi numărul real a pentru care $\int_0^1 f\left(\sqrt{x}\right)dx=\frac{a^3+14}{15}$.

Testul 136(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Determinaţi termenul a_3 al progresiei aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$, ştiind că $a_1 = 3$ şi raţia este r=2.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x) = x^2 - 3x - 2$.Arătaţi că $f(0) = f(3)$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_3(4x + 5) = \log_3 25$.
4.După o scumpire cu 25%, un produs costă 750 de lei.Determinaţi preţul produsului înainte de scumpire.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-3,1)$ şi $B(a, b)$, unde a şi b sunt numere reale.Determinaţinumerele reale a şi b, ştiind că punctul O este mijlocul segmentului AB.
6.Se consideră triunghiul isoscel ABC, dreptunghic în A.Ştiind că aria triunghiului ABC este egală cu 12, determinaţi lungimea laturii AB.

Subiectul II

1.Se consideră matricele A=$\begin{pmatrix} 13 & -10 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$ şi B(x)=$\begin{pmatrix} x & -2x \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$, unde x este un număr real.
a)Arătaţi că detA=6.
b)Arătaţi că 3B(2)+B(6)=4B(3).
c)Determinaţi numărul întreg x pentru care $\big(B(-x) - B(x)\big) \cdot \big(B(-x) + B(x)\big) = A + B(3)$.
2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x\circ y=3x-4y-25$.
a)Arătaţi că $3\circ(-4) = 0$.
b)Determinaţi numărul real x pentru care $(2x)*x=5$.
c)Determinaţi numerele întregi m pentru care $m^2 \circ 1 \leq 1 \circ m^2$.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia f:$\left(-\frac{1}{5}, +\infty\right)\to\mathbb{R}$,$f(x) = \frac{4x}{5x+1}$.
a)Arătaţi că $f'(x) = \frac{4}{(5x+1)^2}$, $x\in\left(-\frac{1}{5}, +\infty\right)$.
b)Determinaţi ecuaţia asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcţiei f.
c)Arătaţi că funcţia f este concavă.
2. Se consideră funcţia f:$(0, +\infty)\to\mathbb{R}$,$f(x) = x^2 + \ln x + 1$.
a)Arătaţi că $\int_1^4 (f(x) - \ln x - 1)\, dx = 21$.
b)Arătaţi că $\int_2^3 \frac{x}{f(x)-\ln x}\, dx = \frac{1}{2}\ln 2$.
c)Determinaţi $a\in(1, +\infty)$ pentru care $\int_1^a \frac{f(x)}{x^2}\, dx = \frac{a-\ln a+2}{a}$.

Testul 137 (Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $(2,5-1,5)\cdot 3-2\cdot 0,5=2$.
2.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=2x-1$. Determinaţi numărul real a pentru care $f(a)=9$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_4(3x-2)=\log_4 7$.
4.Determinaţi probabilitatea ca, alegând un număr n din mulţimea A={0,1,2,3,4,5,6,7,8,9}, acesta să verifice inegalitatea $4n\leq 25$.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-3,1)$ şi $B(5,3)$. Determinaţi coordonatele mijlocului segmentului AB.
6.Se consideră triunghiul ABC,dreptunghic în A, cu AC=12 şi BC=13.Arătaţi că aria triunghiului ABC este egală cu 30.

Subiectul II

1.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}2 & 1\\ 1 & 3\end{pmatrix}$ şi $B(x)=\begin{pmatrix}2-x & x\\ x & 2\end{pmatrix}$, unde x este număr real.
a)Arătaţi că detA=5.
b)Arătaţi că $B(2)-2A=-2B(0)$.
c)Determinaţi numerele naturale x pentru care $\det\big((x+1)A-B(x)\cdot B(1)\big)=-1$.
2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x\circ y=x+y-10xy$.
a)Arătaţi că $1\circ 1=-8$.
b)Arătaţi că e=0 este elementul neutru al legii de compoziţie „$\circ$”.
c)Determinaţi numerele întregi m pentru care $m\circ(5-m)\leq 5$.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=2x^3-3x^4-2$.
a)Arătaţi că $f'(x)=6x^2(1-2x), x\in\mathbb{R}$.
b)Arătaţi că $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)+3x^4}{x^3+4}=2$.
c)Demonstraţi că $-1\leq 2x^3-3x^4\leq\frac{1}{16}$, pentru orice $x\in[0,1]$.
2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=2x+5e^x$.
a)Arătaţi că $\int_4^5(f(x)-5e^x)\,dx=9$.
b)Arătaţi că $\int_0^1 x(f(x)-2x)\,dx=5$.
c)Determinaţi numărul real a, ştiind că $\int_0^1\frac{f'(x)-x}{2f(x)-x^2}dx=a\ln\left(e+\frac{3}{10}\right)$.

Testul 138(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $5-2\cdot\left(1+\frac{1}{2}\right)=2$.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=x-4$.Determinaţi numărul real a pentru care $f(a)=2$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{16+8x}=4$.
4.Un produs costă 100 de lei.Determinaţi preţul produsului după o scumpire cu 10%.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3,2)$, $B(5,0)$ şi $M(a,b)$, unde a şi b sunt numere reale.Determinaţi numerele reale a şi b, ştiind că punctul M este mijlocul segmentului AB.
6.Se consideră triunghiul ABC dreptunghic în A, în care măsura unghiului C este egală cu $30°$ şi AB=5. Arătaţi că BC=10 .

Subiectul II

1.Se consideră matricele A=$\begin{pmatrix}2 & 1\\ 3 & 4\end{pmatrix}$,B=$\begin{pmatrix}2 & -2\\ 3 & 1\end{pmatrix}$ şi C = $\begin{pmatrix}2 & -1\\ 3 & 2\end{pmatrix}$.
a)Arătaţi că detA=5.
b)Arătaţi că A+2B=3C.
c)Determinaţi numerele reale x pentru care $\det\left(B\cdot C+x(A-C)\right)=0$.
2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=(x+4y)(y+4x)+4$.
a)Arătaţi că $1*1=29$.
b)Determinaţi numerele reale x pentru care x∗0=8.
c)Demonstraţi că $x*\frac{1}{x}>21$, pentru orice număr real nenul x.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=2x^5-5x^4-10x^3+1$.
a)Arătaţi că $f'(x)=10x^2(x^2-2x-3), x\in\mathbb{R}$.
b)Determinaţi ecuaţia tangentei la funcţiei f în punctul de abscisă x=0, situat pe graficul funcţiei f.
c)Demonstraţi că $2x^5-5x^4-10x^3+189\geq 0$,pentru orice $x\in[-1,+\infty)$.
2. Se consideră funcţia f:$(-5,+\infty)\to\mathbb{R}$,$f(x)=6x+\frac{2}{x+5}$.
a)Arătaţi că $\int_0^2\left(f(x)-\frac{2}{x+5}\right)dx=12$.
b)Arătaţi că $\int_0^5(f(x)-6x)\,dx=2\ln 2$.
c)Determinaţi numărul real a pentru care $\int_1^e\left(f(x)-\frac{2}{x+5}\right)\cdot\ln^2 x\,dx=\frac{a(e^2-1)}{2}$.

Testul 139(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $1+6\cdot\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)=0$.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=2-x$.Arătaţi că $f(3)-f(2)=-1$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{3x-1}=2$.
4. Determinaţi probabilitatea ca, alegând un număr n din mulţimea A={1,2,3,4,5,6,7,8,9},numărul $12-n$ să fie par.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(a, 1) şi B(a, 6), unde a este număr real. Arătaţi că AB=5, pentru orice număr real a.
6.Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu AB=4 şi AC=2AB. Arătaţi că aria triunghiului ABC este egală cu 16.

Subiectul II

1.Se consideră matricele A=$\begin{pmatrix}9 & 4\\ 4 & 1\end{pmatrix}$, B=$\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & -1\end{pmatrix}$ şi I_2=$\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.
a)Arătaţi că detA=-7.
b)Arătaţi că $A-5I_2=4B$.
c)Determinaţi matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $X+X\cdot B=A$.
2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=xy(x+y-3)$.
a)Arătaţi că $2*3=12$.
b)Determinaţi numerele reale x pentru care $1*x=3$.
c)Determinaţi numărul real x pentru care $3^x*3^x=3^{3x}$.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=x^3-12x^2+4$.
a)Arătaţi că $f'(x)=3x(x-8), x\in\mathbb{R}$.
b)Determinaţi intervalele de monotonie a funcţiei f.
c)Arătaţi că $\lim\limits_{x\to 1}\frac{f'(x)-f'(1)}{3f(x)-xf'(x)}=\frac{3}{4}$.
2. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=(x-3)e^x$.
a)Arătaţi că $\int_0^4\frac{f(x)}{e^x}dx=-4$.
b)Arătaţi că $\int_0^1 f(x)\,dx=4-3e$.
c)Determinaţi numărul natural n, n>4, pentru care $\int_4^n\frac{x}{f(x)\cdot f(-x)}dx=\frac{1}{2}\ln\frac{7}{16}$.

Testul 140(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Calculaţi termenul a_3 al progresiei aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$, ştiind că $a_1 = 11$ şi $a_2 = 22$.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x) = 2x - 4$.Arătaţi că $f(0) + f(1) = -6$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_2(x - 7) = \log_2 7$.
4.Un produs costă 180 de lei.Determinaţi preţul produsului după o ieftinire cu 20%.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele M(1,2) şi N(4,6). Arătaţi că distanţa dintre punctele M şi N este egală cu 5.
6.Se consideră triunghiul ABC,dreptunghic în A, cu AB=8 şi măsura unghiului C egală cu 45°. Arătaţi că aria triunghiului ABC este egală cu 32.

Subiectul II

1.Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ şi $A(a)=\begin{pmatrix} a & a+5 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$, unde a este număr real.
a)Arătaţi că $\det(A(2))=20$.
b)Arătaţi că $A(a) + A(-a) = 2A(0)$, pentru orice număr real a.
c)Determinaţi numerele reale a pentru care $\det(A(a)\cdot A(-1) - aI_2) = 0$.
2.Se consideră polinomul $f=X^3 + 3X^2 + mX - 7$, unde m este număr real.
a)Arătaţi că $f(0) = -7$, pentru orice număr real m.
b)Determinaţi numărul real m, ştiind că -3 este rădăcină a polinomului f.
c)Determinaţi numerele naturale m pentru care $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 > 1$, unde x_1, x_2 şi x_3 sunt rădăcinile polinomului f.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia f:$(0,+\infty)\to\mathbb{R}$,$f(x) = x^2 - 3x + 6 + \ln x$.
a)Arătaţi că $f'(x) = \frac{(2x-1)(x-1)}{x}$, $x\in(0,+\infty)$.
b)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă x=1, situat pe graficul funcţiei f.
c)Demonstraţi că $f(x) \leq \frac{11}{4} - \ln 2$, pentru orice $x\in[0,1]$.
2. Se consideră funcţia f:$\left(-\frac{3}{2},+\infty\right)\to\mathbb{R}$,$f(x) = e^x + \frac{10}{2x+3}$.
a)Arătaţi că $\int_1^3 \left(f(x) - \frac{10}{2x+3}\right) dx = e(e^2 - 1)$.
b)Arătaţi că $\int_{-1}^0 (f(x) - e^x)\, dx = 5\ln 3$.
c)Arătaţi că suprafaţa plană delimitată de graficul funcţiei g:$\left(-\frac{3}{2},+\infty\right)\to\mathbb{R}$, $g(x) = (2x^2 + 3x)f(x)$, axa Ox şi dreptele de ecuaţii x=0 şi x=1 are aria egală cu $2(e + 2)$.

Testul 141 (Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $5\cdot\left(1+\frac{1}{2}\right)-\frac{1}{2}=7$.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,f(x) $= x-2$.Determinaţi numărul real a pentru care f(a) $= 6$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_5(2x+1)=\log_5 9$.
4.Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr n din mulţimea A={1,2,3, … ,24}, acesta să verifice inegalitatea n≤10.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A$(-2,4)$ şi B(2,6).Determinaţi coordonatele mijlocului segmentului AB.
6.Se consideră triunghiul ABC dreptunghic în A, cu AC=2 şi BC=$2\sqrt{2}$. Arătaţi că triunghiul ABC este isoscel.

Subiectul II

1.Se consideră matricele A=$\begin{pmatrix}10 & 3\\ 3 & 1\end{pmatrix}$,B=$\begin{pmatrix}0 & 9\\ 9 & 5\end{pmatrix}$ şi C $=\begin{pmatrix}-2 & 3\\ 3 & 1\end{pmatrix}$.
a)Arătaţi că detA=-1.
b)Arătaţi că 2B−A=5C.
c)Determinaţi matricea X∈$\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care 2X·A=B+3C.
2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie x∗y=$(x-7)(y-7)+7$.
a)Arătaţi că $8*7=7$.
b)Determinaţi numărul real x pentru care x∗9=9x.
c)Determinaţi numerele naturale nenule n pentru care $\frac{7}{n}*n>7$.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,f(x) $= x^3+9x^2-24x+12$.
a)Arătaţi că $f'(x)=3(x^2+6x-8), x\in\mathbb{R}$.
b)Determinaţi intervalele de monotonie a funcţiei f.
c)Arătaţi că $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f'(x)}{e^x f''(x)}=0$.
2. Se consideră funcţia f:$(-9,+\infty)\to\mathbb{R}$,f(x) $=\frac{6x}{x+9}$.
a)Arătaţi că $\int_0^1(x+9)\cdot f(x)\,dx=3$.
b)Arătaţi că $\int_1^6\frac{1}{6x}\cdot f(x)\,dx=\ln\frac{3}{2}$.
c)Determinaţi numărul real a pentru care $\int_0^3 f(x^2)\,dx=3(6-a\pi)$.

Testul 142 (Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $1,5+3\cdot(3-0,5)=9$.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=2-x$.Arătaţi că $f(0)-f(1)=1$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{3x-8}=1$.
4. Determinaţi probabilitatea ca, alegând un număr n din mulţimea A={1,3,5,7,9},acesta să verifice inegalitatea 3n>9.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(3,2), B(3,5) şi C(6,3). Arătaţi că triunghiul ABC este isoscel.
6.Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu aria egală cu 40 şi AC=4. Arătaţi că lungimea laturii AB este egală cu 20.

Subiectul II

1.Se consideră matricea $A(x)=\begin{pmatrix} -x & 1 \\ x & x+2 \end{pmatrix}$,unde x este număr real.
a)Arătaţi că $\det A(1)=-4$.
b)Arătaţi că $3A(2)+A(6)=4A(3)$.
c)Determinaţi numerele reale x pentru care $A(x)\cdot A(x)=2A(x)$.
2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=xy+2x-y-1$.
a)Arătaţi că $1*1=1$.
b)Determinaţi numerele reale x pentru care $x*2=x$.
c)Arătaţi că $(1-x)*x\leq 2$, pentru orice număr real x.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=2x+\frac{2}{e^x}-5$.
a)Arătaţi că $f'(x)=\frac{2(e^x-1)}{e^x}$, $x\in\mathbb{R}$.
b)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă x=0, situat pe graficul funcţiei f.
c)Determinaţi numerele reale m şi n, ştiind că dreapta d de ecuaţie y=mx+n este asimptota oblică spre $+\infty$ la graficul funcţiei f.
2. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=4x^3+9x$.
a)Arătaţi că $\int_1^2 (f(x)-9x)\,dx=15$.
b)Arătaţi că $\int_2^5 \frac{1}{f(x)-4x^3+9}\,dx=\frac{1}{9}\ln 2$.
c)Demonstraţi că volumul corpului obţinut prin rotaţia în jurul axei Ox a graficului funcţiei g:$[1,2]\to\mathbb{R}$, $g(x)=\frac{x^3+f(x)}{x}$ este egal cu 244π.

Testul 143 (Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $4\cdot\left(3-\frac{4}{5}\right)+\frac{1}{5}=10$.
2.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=5x-2$.Arătaţi că $f(0)\cdot f(1)=-6$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $3^{3x-4}=3^x$.
4. Determinaţi probabilitatea ca, alegând un număr n din mulţimea A={0,1,2,3,4,5,6,7,8,9}, acesta să verifice inegalitatea $n^2<23$.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(3,0) şi B(0,4). Arătaţi că perimetrul triunghiului OAB este egal cu 12.
6.Arătaţi că $(3+2\cos 60^\circ)\cdot\sin 30^\circ=2$.

Subiectul II

1.Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 1 & 3\end{pmatrix}$ şi $B(x)=\begin{pmatrix}-x & 0\\ -1 & -x-2\end{pmatrix}$, unde x este număr real.
a)Arătaţi că detA=3.
b)Arătaţi că $B(-8)-3B(-2)=2A$.
c)Determinaţi numărul real x pentru care $A\cdot B(x)=B(x)$.
2.Se consideră polinomul $f=X^3-2X^2+2X+m$, unde m este număr real.
a)Pentru $m=-1$, arătaţi că $f(1)=0$.
b)Determinaţi numărul real m pentru care $x_1x_2+x_2x_3+x_3x_1+x_1x_2x_3=1$, unde x_1, x_2 şi x_3 sunt rădăcinile polinomului f.
c)Determinaţi numărul real m pentru care polinomul f este divizibil cu polinomul X−2.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=\frac{6x}{x^2+1}$.
a)Arătaţi că $f'(x)=\frac{6(1-x^2)}{(x^2+1)^2}, x\in\mathbb{R}$.
b)Determinaţi ecuaţia asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcţiei f .
c)Determinaţi intervalele de monotonie a funcţiei f.
2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=6x^2+1$.
a)Arătaţi că $\int_0^1 (f(x)-1)\,dx=2$.
b)Arătaţi că $\int_0^2 \frac{12x}{f(x)}dx=2\ln 5$.
c)Determinaţi numărul natural n,ştiind că $\int_1^e f\left(\frac{1}{x}\right)\cdot\ln x\,dx=f(n)-\frac{12}{e}$.

Testul 144(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\sqrt{5}\cdot\left(3+2\sqrt{5}\right)-3\sqrt{5}+3=13$.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=3x-3$.Determinaţi numărul real m pentru care $f(m)=3$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $5^{2x-2}=5^4$.
4.Preţul unui obiect este 600 de lei.Determinaţi preţul produsului după o ieftinire cu 30%.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,1)$, $B(3,m)$ şi $M(2,4)$. Determinaţi numărul real m, ştiind că punctul M este mijlocul segmentului AB.
6.Arătaţi că $2(\cos45°+\sin30°)(\cos45°-\sin30°)=\cos60°$.

Subiectul II

1.Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$ şi $A(x)=\begin{pmatrix}6&x\\x+1&0\end{pmatrix}$, unde x este număr real.
a)Arătaţi că $\det(A(0))=0$.
b)Arătaţi că $A(3)+A(5)=2A(4)$.
c)Determinaţi numerele naturale n pentru care $\det(A(n)+I_2)\geq 0$.
2.Se consideră polinomul $f=X^3-5X^2+mX-1$, unde m este număr real.
a)Arătaţi că $f(0)=-1$, pentru orice număr real m.
b)Arătaţi că $x_1+x_2+x_3=5x_1x_2x_3$, pentru orice număr real m, unde x_1, x_2 şi x_3 sunt rădăcinile polinomului f.
c)Determinaţi numărul real m pentru care polinomul f este divizibil cu polinomul $X-1$.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=\frac{x}{x^2+25}$.
a)Arătaţi că $f'(x)=\frac{25-x^2}{(x^2+25)^2}$, $x\in\mathbb{R}$.
b)Arătaţi că $\lim\limits_{x\to+\infty} xf(x)=1$.
c)Determinaţi intervalele de monotonie a funcţiei f.
2. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=(x^2+5)e^x$.
a)Arătaţi că $\int_0^1\frac{f(x)}{e^x}dx=\frac{16}{3}$.
b)Demonstraţi că funcţia F:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $F(x)=(x^2-2x+7)e^x$ este o primitivă a funcţiei f.
c)Arătaţi că suprafaţa plană delimitată de graficul funcţiei f , axa Ox şi dreptele de ecuaţii $x=0$ şi $x=2$ are aria egală cu $7(e^2-1)$.

Testul 145(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\frac{12}{5}\cdot\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)=2$.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=5x+1$.Determinaţi numărul real a pentru care $f(a)=6$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{4x+1}=3$.
4.Determinaţi probabilitatea ca, alegând un număr n din mulţimea A={10,20,30,40,50,60,70,80,90}, acesta să fie divizibil cu 20.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(2,0) , B(8,8) şi C(11,4). Arătaţi că AB=2BC.
6.Arătaţi că $1+\sin 30^\circ=2\sin 60^\circ\cdot\cos 30^\circ$.

Subiectul II

1.Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$ şi $A(x)=\begin{pmatrix}x&x-1\\-2x&3\end{pmatrix}$, unde x este număr real.
a)Arătaţi că detA(1)=3.
b)Arătaţi că $A(2)+A(0)=2A(1)$.
c)Determinaţi numerele x pentru care $\det(A(x)+xI_2)=8$.
2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x\circ y=6(x+y)-xy-12$.
a)Arătaţi că $1\circ 3=9$.
b)Arătaţi că legea de compoziţie „$\circ$” este comutativă.
c)Determinaţi numerele naturale n pentru care $n\circ n\geq n-2$.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia f:$(0,+\infty)\to\mathbb{R}$,$f(x)=\frac{5x-1}{x^2}$.
a)Arătaţi că $f'(x)=\frac{2-5x}{x^3}$, $x\in(0,+\infty)$.
b)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă x=1, situat pe graficul funcţiei f.
c)Determinaţi intervalele de monotonie a funcţiei f.
2. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=\frac{2x+6}{x^2+6x+1}$.
a)Arătaţi că $\int_0^1(x^2+6x+1)\cdot f(x)\,dx=7$.
b)Arătaţi că $\int_0^1 f(x)\,dx=\ln 8$.
c)Arătaţi că suprafaţa plană delimitată de graficul funcţiei g:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=e^x(x^2+6x+1)f(x)$, axa Ox şi dreptele de ecuaţii x=0 şi x=1 are aria egală cu $6e-4$.

Testul 146(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $(0,2+0,4)\cdot 10+2\cdot 0,5=7$.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=2x+1$.Arătaţi că $f(1)+f(2)=7$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_7(3x+1)=\log_7 7$.
4. Determinaţi probabilitatea ca,alegând un număr n din mulţimea A={15,26,36,46,56,66,76,86,96}, acesta să fie divizibil cu 3.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(3,2), B(m, 3) şi C(5,4), unde m este număr real. Determinaţi numărul realm, ştiind că punctul B este mijlocul segmentului AC.
6.Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu BC=13 şi AC=12. Arătaţi că perimetrul triunghiului ABC este egal cu 30.

Subiectul II

1.Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$ şi A(x)=$\begin{pmatrix}4x+1&1\\1&x\end{pmatrix}$,unde x este număr real.
a)Arătaţi că $\det(A(1))=4$.
b)Arătaţi că $A(1)+A(5)=2A(3)$.
c)Determinaţi matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $A(1)\cdot X=A(3)$.
2.Se consideră polinomul $f=X^3+mX^2+7X-2$, unde m este număr real.
a)Arătaţi că $f(0)=-2$, pentru orice număr real m.
b)Determinaţi numărul real m, ştiind că 1 este rădăcină a polinomului f.
c)Determinaţi numărul natural m pentru care $x_1^2+x_2^2+x_3^2=2$,unde x_1, x_2şi $x_3$sunt rădăcinile polinomului f.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=\frac{x^2}{x^2+5}$.
a)Arătaţi că $f'(x)=\frac{10x}{(x^2+1)^2}$, $x\in\mathbb{R}$.
b)Determinaţi ecuaţia asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcţiei f.
c)Determinaţi intervalele de monotonie a funcţiei f.
2. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=e^x(x+5)$.
a)Arătaţi că $\int_0^1\frac{f(x)}{x+5}dx=e-1$.
b)Arătaţi că $\int_0^1 f(x)\,dx=5e-1$.
c)Determinaţi numărul real a, a>1, pentru care $\int_1^a\frac{2xf(x^2)}{x^2+5}dx=e(e^3-1)$.

Testul 147 (Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\right)\cdot\frac{4}{3}=1$.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=2x-8$.Determinaţi numărul real a pentru care $f(a)=0$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{3x-2}=1$.
4.Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr n din mulţimea A={11,12,13,14,15,16,17,18,19,20}, acesta să aibă suma cifrelor egală cu 2.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(3,4) şi B(6,8). Arătaţi că OA=AB.
6.Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu AB=12, AC=8 şi punctul M mijlocul laturii AB. Arătaţi că CM=10.

Subiectul II

1.Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ şi $A(x)=\begin{pmatrix}x & 2\\ 1 & x-1\end{pmatrix}$, unde x este număr real.
a)Arătaţi că $\det(A(2))=0$.
b)Arătaţi că $A(3)+2I_2=A(5)$.
c)Determinaţi numerele reale x pentru care $\det(A(x)+xI_2)=0$.
2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x\circ y=6x+6y-1$.
a)Arătaţi $2\circ 1=17$.
b)Determinaţi numărul real x pentru care $x\circ(x+1)=17$.
c)Arătaţi că $x\circ x\leq 36x^2$, pentru orice număr real x.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia f:$(0,+\infty)\to\mathbb{R}$,$f(x)=x-2\ln x$.
a)Arătaţi că $f'(x)=\frac{x-2}{x}$, $x\in(0,+\infty)$.
b)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă x=1 situat pe graficul funcţiei f.
c)Demonstraţi că $\ln\left(\frac{x}{2}\right)\leq\frac{x-2}{2}$, pentru orice $x\in(0,+\infty)$.
2. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=\frac{1}{x^2+6}$.
a)Arătaţi că $\int_0^3\frac{1}{f(x)}dx=27$.
b)Arătaţi că $\int_2^8 2xf(x)\,dx=\ln 7$.
c)Determinaţi numărul real a pentru care $\int_1^2\frac{e^x}{f(x)}dx=e(ae-a+1)$.

Testul 148(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Determinaţi termenul a_3 al progresiei aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$, în care $a_1 = 4$ şi $a_2 = 9$.
2.Se consideră funcţiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = 3x - 1$ şi $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x) = x + 2$.Determinaţi numărul real a pentru care $f(a) = a + g(3)$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_5(13x - 1) = 2$.
4.După o ieftinire cu 25%, un produs costă 150 lei.Determinaţi preţul produsului înaite de ieftinire.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0,-4)$, $B(0,1)$, $C(-8,-3)$.Arătaţi că AB=AM, unde punctul M este mijlocul segmentului BC.
6.Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu AB=12 şi AC=16. Arătaţi că sinC=$\frac{3}{5}$.

Subiectul II

1.Se consideră matricele $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ şi $A(a) = \begin{pmatrix} a & 5a \\ a & 4a+3 \end{pmatrix}$, unde a este număr real.
a)Arătaţi că $\det(A(2)) = 2$.
b)Determinaţi numărul real x pentru care $A(1)\cdot A(1) + 2I_2 = xA(1)$.
c)Determinaţi matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $A(2)\cdot X\cdot A(2) = A(0)$.
2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x*y=xy-6x-6y+42$.
a)Arătaţi că $0*6=6$.
b)Determinaţi numerele reale x pentru care $x*(6x)=42$.
c)Ştiind că e=7 este elementul neutru al legii de compoziţie „$*$”, determinaţi numărul real x al cărui simetric în raport cu legea de compoziţie „$*$” este 8.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$,$f(x) = 2x^2 - 18 - \ln x$.
a)Arătaţi că $f'(x) = \frac{(2x-1)(2x+1)}{x}$, $x\in(0,+\infty)$.
b)Arătaţi că $\lim\limits_{x\to 3}\frac{f(x)+\ln x}{3x-9} = 4$.
c)Arătaţi că $\frac{4x^2-1}{2} \geq \ln(2x)$, pentru orice $x\in(0,+\infty)$.
2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x) = e^x + 6x + 6$.
a)Arătaţi că $\int_0^1 (f(x) - 6x)\,dx = e+5$.
b)Arătaţi că $\int_0^{63}\frac{1}{f(x)-e^x}dx = \ln 2$.
c)Determinaţi numărul real a pentru care $\int_0^1\frac{f(x)}{e^x}dx = 13 + \frac{a}{e}$.

Testul 149(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\left(3-3\sqrt{2}\right)\cdot\sqrt{2}-3\sqrt{2}+6=0$.
2. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=4x+8$. Arătaţi că $f(0)+f(2)=f(4)$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{4x+1}-5=0$.
4.Preţul unui obiect este 800 de lei. Determinaţi preţul obiectului după o ieftinire cu 25%.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(6,2), B(5,6) şi C(2,3). Arătaţi că triunghiul ABC este isoscel.
6.Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu AC=6 şi măsura unghiului C este egală cu 60°. Arătaţi că BC=12.

Subiectul II

1.Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$ şi $A(x)=\begin{pmatrix}1&1\\4&x\end{pmatrix}$, unde x este număr real.
a)Arătaţi că $\det\left(A(5)\right)=1$.
b)Arătaţi că $A(2)+A(6)=2A(4)$.
c)Determinaţi numărul real x pentru care $A(x)\cdot A(x)=3I_2$.
2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x\circ y=x+y+10$.
a)Arătaţi că $1\circ(-3)=8$.
b)Determinaţi numărul real x pentru care $x\circ 2=3x$.
c)Arătaţi că $(x^2-2)\circ(1+6x)\geq 0$, pentru orice număr real x.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia f:$(1,+\infty)\to\mathbb{R}$,$f(x)=\frac{5x-7}{x-1}$.
a)Arătaţi că $f'(x)=\frac{2}{(x-1)^2}$, $x\in(1,+\infty)$.
b)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă x=2, situat pe graficul funcţiei f.
c)Demonstraţi că funcţia f este convexă.
2. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=2x+7$.
a)Arătaţi că $\int_0^1(f(x)-7)\,dx=1$.
b)Arătaţi că $\int_0^1 e^x f(x)\,dx=7e-5$.
c)Determinaţi $a\in(0,+\infty)$ pentru care $\int_1^2\frac{f(x)}{x(x+7)}\,dx=\ln\frac{a}{4}$.

Testul 150(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Determinaţi termenul a_3 al progresiei aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$, în care $a_1 = 2$ şi $a_2 = 7$.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x) = 3x - 3$.Arătaţi că $f(2) + f(1) + f(0) = 0$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{7x-3} = 2$.
4.După o ieftinire cu 20%, un obiect costă 72 de lei.Determinaţi preţul obiectului înainte de ieftinire.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(0,1) , B(4,5) şi C(6,1). Arătaţi că AB=AC.
6.Arătaţi că $(3\cos 60^\circ + \sin 30^\circ)(\sin 45^\circ)^2 = 1$.

Subiectul II

1.Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ $A=\begin{pmatrix}3 & 3\\ -3 & 3\end{pmatrix}$şi $B(x)=\begin{pmatrix}2 & x\\ -1 & 2x\end{pmatrix}$, unde x este număr real.
a)Arătaţi că detA=18.
b)Arătaţi că $A+3I_2 = 3B(1)$.
c)Determinaţi numerele reale x pentru care $\det(B(2x) - B(x)\cdot A) = 5x^2$.
2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=xy-7x-7y+7$.
a)Arătaţi că $0*1=0$.
b)Determinaţi numărul real x pentru care $x*2=2x$.
c)Determinaţi perechile (m, n) de numere naturale, cu m<n, pentru care $(7 + m) * (7 + n) = 2$.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia f:$(-5,+\infty)\to\mathbb{R}$,$f(x) = \frac{5x+16}{x+5}$.
a)Arătaţi că $f'(x) = \frac{9}{(x+5)^2}$, $x\in(-5,+\infty)$.
b)Determinaţi ecuaţia asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcţiei f.
c)Determinaţi $a\in(-5,+\infty)$, ştiind că panta tangentei la graficul funcţiei f în punctul $A\big(a, f(a)\big)$ este egală cu 1.
2. Se consideră funcţia f:$(-2,+\infty)\to\mathbb{R}$,$f(x) = 2x + \sqrt{x+2}$.
a)Arătaţi că $\int_1^2 \big(f(x) - \sqrt{x+2}\big)\,dx = 3$.
b)Arătaţi că $\int_2^7 \frac{1}{f(x)-2x}\,dx = 2$.
c)Arătaţi că volumul corpului obţinut prin rotaţia graficului funcţiei g:$[0,4]\to\mathbb{R}$, $g(x) = \frac{x}{f(x)-2x}$, în jurul axei Ox este egal cu $4\pi\ln 3$.

Testul 151(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\frac{1}{35}+17\cdot\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{7}\right)=1$.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=5x-3$.Determinaţi numărul real a pentru care $f(2)=a+f(0)$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $3^{2x}=3^{9-x}$.
4.Determinaţi probabilitatea ca, alegând un număr n din mulţimea A={0,1,2,3,4,5,6,7,8,9}, acesta să verifice inegalitatea 3n>19.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(3,0) , B(3,1) şi C(6,5). Determinaţi numărul real a pentru care BC=a·AB.
6.Se consideră triunghiul MNP, dreptunghic în M, cu MN=5·MP şi MN=10.Arătaţi că aria triunghiului MNP este egală cu 10.

Subiectul II

1.Se consideră matricele A=$\begin{pmatrix}7 & 3\\ 3 & 1\end{pmatrix}$, B = $\begin{pmatrix}5 & 3\\ 3 & -1\end{pmatrix}$ şi $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.
a)Arătaţi că detA=-2.
b)Determinaţi numărul real x pentru care $2A-4I_2=xB$.
c)Determinaţi numerele x pentru care $\det(A\cdot(B-A)+xI_2)\le 9$.
2.Se consideră polinomul f=X^3-7X^2+X+m, unde m este număr real.
a)Pentru m=5, arătaţi că $f(1)=0$.
b)Determinaţi numărul real m pentru care $2x_1+2x_2+2x_3=1+x_1x_2x_3$, unde x_1, x_2 şi x_3 sunt rădăcinile polinomului f.
c)Ştiind că restul împărţirii polinomului f la polinomul X-2 este -25, arătaţi că f este divizibil cu polinomul X^2+1.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=\frac{x-6}{e^x}$.
a)Arătaţi că $f'(x)=\frac{7-x}{e^x}$, $x\in\mathbb{R}$.
b)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă x=0, situat pe graficul funcţiei f.
c)Demostraţi că $-e^{x-5}\le x-6\le e^{x-7}$, pentru orice $x\in[5,8]$.
2. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=x^2+12x+48$.
a)Arătaţi că $\int_0^1(f(x)-x^2-48)\,dx=2$.
b)Arătaţi că $\int_0^{48}\frac{x}{f(x)-12x}dx=\ln 7$.
c)Determinaţi $a\in(0,+\infty)$ pentru care $\int_0^a\frac{1}{f(x)-12}dx=\frac{1}{12}$.

Testul 152(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $5\cdot(0,3+0,2)+0,5=3$.
2.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=5x-3$.Determinaţi numărul real m pentru care $f(m)=12$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{13-3x}=2$.
4.După o scumpire cu 60%, un obiect costă 640 de lei.Determinaţi preţul obiectului înainte de scumpire.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(3,0), B(5,3) şi C(a, b), unde a şi b sunt numere reale. Determinaţi numerele reale a şi b, ştiind că punctul B este mijlocul segmentului AC.
6.Arătaţi că $5\sin30^\circ-\cos60^\circ+4(\sin60^\circ)^2=5$.

Subiectul II

1.Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$ şi $A(x)=\begin{pmatrix}3&x\\-x&-3\end{pmatrix}$,unde x este număr real.
a)Arătaţi că $\det(A(4))=7$.
b)Arătaţi că $2A(-1)+A(5)=3A(1)$.
c)Determinaţi mulţimea numerelor reale x pentru care $\det(A(x)\cdot A(-x)-x^2I_2)\geq 0$.
2.Se consideră polinomul $f=2X^3+mX^2-2X-m$, unde m este număr real.
a)Arătaţi că $f(1)=0$, pentru orice număr real m.
b)Pentru $m=-4$, arătaţi că 2 este rădăcină a polinomului f.
c)Determinaţi numărul natural m pentru care
$(x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3)^2+x_1x_2x_3(x_1+x_2+x_3)=1$,unde x_1, x_2şi $x_3$sunt rădăcinile polinomului f.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}, f(x)=2x^2-5+\frac{4}{x}$.
a)Arătaţi că $f'(x)=\frac{4(x^3-1)}{x^2}$, $x\in(0,+\infty)$.
b)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă x=2, situat pe graficul funcţiei f.
c)Arătaţi că $6\leq 2x^2+\frac{4}{x}\leq 33$, pentru orice $x\in\left[\frac{1}{4},4\right]$.
2. Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}, f(x)=x-1+10\ln x$.
a)Arătaţi că $\int_1^3(f(x)-10\ln x)\,dx=2$.
b)Arătaţi că $\int_1^e\frac{f(x)-x+1}{x}\,dx=5$.
c)Determinaţi numărul real a, ştiind că aria suprafeţei plane delimitate de graficul funcţiei $g:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $g(x)=3x(f(x)+1)$, axa Ox şi dreptele de ecuaţii x=1 şi x=3 este egală cu $a+135\ln3$.

Testul 153(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\frac{23}{3}-2\cdot\left(1-\frac{1}{16}\right)=1$.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=7x+2$. Determinaţi numărul real m pentru care $f(m)=23$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $3^{2x-5}=3^{1-x}$.
4.După o ieftinire cu 35%, un obiect costă 130 de lei.Determinaţi preţul obiectului înainte de ieftinire.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(1,2) , B(8,4) şi C, mijlocul lui OB. Determinaţi distanţa dintre punctele A şi C.
6.Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu AC=8·AB şi aria egală cu 16. Arătaţi că AB=2.

Subiectul II

1.Se consideră matricea $A(x)=\begin{pmatrix} x & 2 \\ 4x & x+8 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
a)Arătaţi că $\det(A(1))=1$.
b)Arătaţi că $3A(1)+A(5)=2A(4)$.
c)Determinaţi numărul real x pentru care $A(0)\cdot A(x)\cdot A(0)=8xA(0)$.
2.Se consideră polinomul $f=X^3-9X^2+aX-7$, unde a este număr real.
a)Pentru a=15, arătaţi că $f(1)=0$.
b)Pentru a=8, arătaţi că $x_1x_2x_3+7x_1x_2+7x_1x_3+7x_2x_3=63$, unde x_1,x_2 şi x_3 sunt rădăcinile polinomului f.
c)Se consideră polinoamele g=X−2 şi h=X+5. Determinaţi numărul real a pentru care restul împărţirii polinomului f la g este egal cu restul împărţirii polinomului g la h.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=\frac{2x+6}{x^2+2}$.
a)Arătaţi că $f'(x)=\frac{-2x^2-12x+4}{(x^2+2)^2}$, $x\in\mathbb{R}$.
b)Arătaţi că $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x\cdot f(x)\right)=2$.
c)Determinaţi numerele reale a pentru care tangenta la graficul funcţiei f în punctul de abscisă x=a, situat pe graficul funcţiei f, are panta egală cu 0.
2. Se consideră funcţia f:$(-36,+\infty)\to\mathbb{R}$,$f(x)=\frac{10x}{\sqrt{x+36}}$.
a)Arătaţi că $\int_0^3 f(x)\cdot\sqrt{x+36}\,dx=45$.
b)Arătaţi că $\int_{13}^{28}\frac{1}{5x}\cdot f(x)\,dx=4$.
c)Se consideră $a\in(0,+\infty)$ şi funcţia g:$[a,a+72]\to\mathbb{R}$, $g(x)=\frac{f(x)}{10\sqrt{x}}$. Determinaţi $a\in(0,+\infty)$ pentru care volumul corpului obţinut prin rotaţia graficului funcţiei g în jurul axei Ox este egal cu $36\pi(2-\ln 2)$.

Testul 154(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Determinaţi termenul a_3 al progresiei aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$ în care $a_1 = 13$ şi $a_2 = 17$.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x) = 4x - 4$.Arătaţi că $f(4) - f(3) - f(2) = 0$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $5^{3-x} = 5^{4x-2}$.
4.Determinaţi probabilitatea ca, alegând un număr n din mulţimea numerelor naturale de o cifră, acesta să verifice inegalitatea $22-2n>17$.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(3,1) , M(5,4) şi B(a, b), unde a şi b sunt numere reale. Determinaţi numerele reale a şi b, ştiind că punctul M este mijlocul segmentului AB.
6.Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A,cu AB=21 şi măsura unghiului B egală cu 30°. Arătaţi că $BC=14\sqrt{3}$.

Subiectul II

1.Se consideră matricele $A(x)=\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ x-2 & x \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
a)Arătaţi că $\det(A(5))=12$.
b)Arătaţi că $2A(2)+A(5) = 3A(3)$.
c)Determinaţi numerele reale x şi y pentru care $A(-x)\cdot A(x) = A(y)$.
2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=(10-x)(10-y)+4$.
a)Arătaţi că $0*9=14$.
b)Determinaţi numărul real x pentru care $8*x=4$.
c)Determinaţi perechile (m, n) de numere întregi pentru care $(2m)*(2n+1) = 10$.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x) = 3x^4 + 4x^3 - 12x^2 - 1$.
a)Arătaţi că $f'(x) = 12x(x-1)(x+2), x\in\mathbb{R}$.
b)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă x=0, situat pe graficul funcţiei f.
c)Demostraţi că $3x^4 + 5 \geq -4x^3 + 12x^2$, pentru orice $x\in[0,+\infty)$.
2. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x) = x + 5 + xe^x$.
a)Arătaţi că $\int_0^2 (f(x) - xe^x)\,dx = 12$.
b)Arătaţi că $\int_0^1 (f(x) - x - 5)\,dx = 1$.
c)Se consideră funcţia g:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x) = \frac{\sqrt{f'(x)}}{f(x)}$. Arătaţi că volumul corpului obţinut prin rotaţia graficului funcţiei g în jurul axei Ox este egal cu $\frac{\pi(e+1)}{5(e+6)}$.

Testul 155(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $3\cdot(3,9-2,7)+0,4=4$.
2.Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=2x-5$.Determinaţi numărul real m pentru care $f(0)+f(m)=0$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{5x+6}=6$.
4.Preţul unui obiect este 600 de lei.Determinaţi preţul obiectului după o scumpire cu 30%.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele $M(0,8)$, $N(4,6)$ şi $P(8,0)$. Determinaţi distanţa dintre mijlocul segmentului MP şi punctul N.
6.Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu $BC=12$ şi $5BC=6AB$.Arătaţi că $AC=2\sqrt{11}$.
Subiectul II

1.Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ şi $A(x)=\begin{pmatrix}x+1 & x\\ x+2 & x+2\end{pmatrix}$, unde x este număr real.
a)Arătaţi că $\det(A(1))=3$.
b)Arătaţi că $2A(0)+A(6)=3A(2)$.
c)Determinaţi numerele reale x şi y pentru care $(A(x-1)-(2x+1)I_2)\cdot A(1)=yI_2$.
2. Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=x+y-xy+4$.
a)Arătaţi că $2*6=0$.
b)Determinaţi numărul real x pentru care $x*2=4$.
c)Determinaţi numerele naturale nenule n pentru care numărul $N=\frac{6}{n}*(6+n)$ este natural.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}, f(x)=\frac{2}{x}-3+2\ln x$.
a)Arătaţi că $f'(x)=\frac{2(x-1)}{x^2}, x\in(0,+\infty)$.
b)Arătaţi că $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}=0$.
c)Demostraţi că $\ln x\geq 1-\frac{1}{x}$, pentru orice $x\in(0,+\infty)$.
2. Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}, f(x)=16x+5-20\sqrt{x}$.
a)Arătaţi că $\int_1^2(f(x)-5+20\sqrt{x})\,dx=24$.
b)Arătaţi că $\int_1^4\frac{16x-f(x)}{\sqrt{x}}dx=20$.
c)Demonstraţi că orice primitivă $G:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$ a funcţiei $g:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $g(x)=f(x)\cdot\sqrt{x}$ este convexă.

Testul 156(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\frac{1}{5}\cdot\left(4+\frac{1}{4}\right)+\frac{5}{4}=2$.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=2x-1$.Determinaţi numărul real a pentru care $f(a)-f(4)=4$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $5^{3-x}=5^{7+x}$.
4.După o scumpire cu 30%, un obiect costă 65 de lei.Determinaţi preţul obiectului înainte de scumpire.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(6,8) şi B(12,16). Arătaţi că OB=2AB.
6.Se consideră triunghiul ABC, dreptunghic în A, cu AC=6 şi BC=9. Arătaţi că aria triunghiului ABC este egală cu $9\sqrt{5}$.

Subiectul II

1.Se consideră matricea $A(a)=\begin{pmatrix}1 & a-1\\ 2a-2 & 2a-1\end{pmatrix}$, unde a este număr real.
a)Arătaţi că $\det(A(2))=1$.
b)Arătaţi că $2A(2)+A(5)=3A(3)$.
c)Determinaţi matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $2X\cdot A(2)-A(2)=A(6)$.
2.Se consideră polinomul $f=X^3-5X^2-4X+m$, unde m este număr real.
a)Pentru m=20, arătaţi că $f(1)=12$.
b)Determinaţi numărul real m pentru care 2 este rădăcină a polinomului f.
c)Ştiind că restul împărţirii polinomului f la polinomul g=X−6 este egal cu 32, determinaţi rădăcinile polinomului f.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia f:$(-6,+\infty)\to\mathbb{R}$,$f(x)=\frac{x^2-11}{x+6}$.
a)Arătaţi că $f'(x)=\frac{x^2+12x+11}{(x+6)^2}$, $x\in(-6,+\infty)$.
b)Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă x=−1, situat pe graficul funcţiei f.
c)Determinaţi ecuaţia asimptotei oblice la graficul funcţiei f.
2. Se consideră funcţia f:$(-7,+\infty)\to\mathbb{R}$,$f(x)=\frac{e^x}{x+7}$.
a)Arătaţi că $\int_0^1(x+7)f(x)\,dx=e-1$.
b)Arătaţi că $\int_0^{21}\frac{f(x)}{e^x}dx=2\ln 2$.
c)Determinaţi numărul real a pentru care $\int_0^1\left(a-\frac{1}{f(x)}\right)dx=\frac{9}{e}$.

Testul 157(Prelucrare bacalaureat)

Subiectul I

1.Arătaţi că $\left(1+\frac{1}{3}\right):2+\frac{1}{3}=1$.
2.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=12-6x$.Determinaţi numărul real a pentru care $f(a)=6\cdot f(1)$.
3.Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{6x+7}=5$.
4.Se consideră mulţimea A={12,13,14,15,16,17,18,19,20,21}. Determinaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulţimea A, acesta să fie multiplu de 4.
5.În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(11,0), B(1,10) şi C, mijlocul segmentului AB. Arătaţi că OC=$5\sqrt{2}$.
6.Arătaţi că $\sin45^\circ\cdot\cos45^\circ+2(\sin60^\circ)^2=2$.

Subiectul II

1.Se consideră matricea M(a)=$\begin{pmatrix}2a-2 & a-2\\ a & a+2\end{pmatrix}$, unde a este număr real.
a)Arătaţi că $\det(M(3))=17$.
b)Arătaţi că $4M(3)-M(6)=3M(2)$.
c)Demostraţi că numărul N=$\det(M(1)\cdot M(n+1)-M(2)\cdot M(1))$ este pătratul unui număr natural, pentru orice număr natural n.
2.Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie x∘y=5x−2y+xy.
a)Arătaţi că 3∘3=12.
b)Determinaţi numărul real x pentru care 5∘x=7.
c)Determinaţi numerele întregi m pentru care $(-m)\circ m>m\circ m$.

Subiectul III

1.Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=x^3-6x^2+9x+6$.
a)Arătaţi că $f'(x)=3(x-1)(x-3), x\in\mathbb{R}$.
b)Arătaţi că $\lim\limits_{x\to2}\frac{x^3-f(x)}{x^2-2x}=\frac{15}{2}$.
c)Demonstraţi că $0\le x^3-6x^2+9x\le10$, pentru orice $x\in[1,4]$.
2. Se consideră funcţia f:$\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,$f(x)=4x-3$.
a)Arătaţi că $\int_{-3}^{3}(f(x)+3)\,dx=0$.
b)Arătaţi că $\int_{1}^{3}\frac{1}{\sqrt{f(x)}}dx=1$.
c)Determinaţi numărul real a pentru care $\int_{1}^{e}\frac{f(ax)}{x}\cdot\ln x\,dx=\frac{5}{2}$.

Bibliografie

[1].....subiecte.edu.ro