Simulare, Bacalaureat, 7 decembrie 2016
Proba E. c)
Matematică *M_mate_info*

Filiera teoretică: profilul real, specializarea matematică-informatică.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p **1.** Determinaţi numerele complexe z ştiind că $z\cdot\overline{z}-3z=-1-3i$.

5p **2.** Se consideră funcţiile $f,g:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=x+2m, g(x)=x-3m+1$. Determinaţi numărul real m ştiind că $(g\circ f)(1)=3$.

5p **3.** Să se rezolve în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_2(x+1)-\log_2(x-1)=2$.

5p **4.** Determinaţi probabilitatea ca, alegând un număr de trei cifre, acesta să aibă toate cifrele distincte.

5p **5.** În sistemul de axe ortogonale xOy se consideră punctele $A(1,2)$ şi $B(2,1)$. Determinaţi ecuaţia dreptei $A'B'$, unde punctele A' şi B' sunt simetricele punctelor A şi B faţă de punctul O.

5p **6.** Arătaţi că $\sin\left(\frac{3\pi}{2}+x\right)\sin x+\cos\left(\frac{3\pi}{2}+x\right)\cos x=0$, pentru orice număr real x.

SUBIECTUL II (30 de puncte)

1. Fie matricea $A\in M_3(\mathbb{R})$, care are toate elementele egale cu 1.

7p **a)** Să se arate că $A^2=3A$.

8p **b)** Să se calculeze A^{2016}.

2. Se consideră mulţimea $M=\left\{a+b\sqrt{5}\,\middle|\,a^2-5b^2=1,\ a,b\in\mathbb{Z}\right\}$.

7p **a)** Arătaţi că $9+4\sqrt{5}\in M$.

8p **b)** Demonstraţi că M în raport cu înmulţirea numerelor reale este grup abelian.

SUBIECTUL III (30 de puncte)

1. Se consideră funcţia $f:(0,\infty)\to\mathbb{R}, f(x)=\frac{\ln^2 x}{x}$.

7p **a)** Determinaţi intervalele de monotonie ale funcţiei f.

8p **b)** Arătaţi că $e\ln x\le 2\sqrt{x}$, oricare ar fi $x\in[1,\infty)$.

2. Se consideră funcţiile $f,F:(0,\infty)\to\mathbb{R},\ F(x)=\frac{x^2}{2}+x-x\ln x$, unde F este o primitivă a funcţiei f.

7p **a)** Arătaţi că $f(x)=x-\ln x,\ x\in(0,\infty)$.

8p **b)** Determinaţi o primitivă a funcţiei $g:(0,\infty)\to\mathbb{R},\ g(x)=f(x)\cdot F(x)$.