BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Varianta 27

Prof: Dogaru Ion

Filiera teoretica,profilul real,specializarea matematica – informatica.
Filiera voctionala,profilul militar,specializarea matematica - informatica

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea punctajului obţinut la 10.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

1.	$k=[(\sqrt{5}+\sqrt{11})^2]=16+[2\sqrt{55}]=16+[\sqrt{220}]$ $k = 30$	**3p** **2p**
2.	$y = 7 - x$ $3x^2 - 21x + 36 = 0$ $x_1 = 4 \Rightarrow y_1 = 3$ $x_2 = 3 \Rightarrow y_2 = 4$	**1p** **2p** **1p** **1p**
3.	$x \in N, x \geq 2;$ $2C_x^{x-2} = x(x-1)$ $2x(x-1) = 1524$ $x = 28$	**1p** **1p** **2p** **1p**
4.	d = divizor natural al lui 2012 $\Rightarrow$ d $\in\{1,2,4,503\}$ $p=\frac{\text{nr.caz.favorabile}}{\text{nr.caz.posibile}}=\frac{1}{2}$	**2p** **3p**
5.	$\vec{u}+\vec{v}=-4\vec{i}+3\vec{j}$ $\lvert\vec{u}+\vec{v}\rvert=5$	**2p** **3p**
6.	$\sin 2x=\frac{2tgx}{1+tg^2x}, \forall x\in \mathbf{R}$ $2tg^2 x + 5tgx + 2 = 0$ tgx = -2; tgx = -1/2 $x \in\left(\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{4}\right)\Rightarrow tgx=-2$	**2p** **1p** **1p** **1p**

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. a)	$A^*=\begin{pmatrix}-6 & 2 & 2\\ 6 & -2 & -2\\ 6 & -2 & -2\end{pmatrix}$ $A^*\neq O_3 \Rightarrow$ rang $A^*\geq 1$ A^* are liniile (coloanele) proporţionale rang $A^* = 1$	**1p** **2p** **1p** **1p**

b)	$A^2 = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 2 \\ 6 & 8 & -2 \\ 6 & -2 & 8 \end{pmatrix}$	**3p**
	$A^3 = \begin{pmatrix} 10 & 20 & -10 \\ 20 & 20 & 0 \\ 10 & 40 & -30 \end{pmatrix}$ =10A;	**2p**
c)	$\det A = 0$;	**1p**
	$d_p = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} = -2 \Rightarrow \text{rang}A = 2$;	**1p**
	minorul caracteristic $d_c = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 7 \\ 1 & 4 & -1 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow$ sistemul este compatibil;	**1p**
	Ecuaţia are soluţiile: $X_z = \begin{pmatrix} 5-z \\ z - 3/2 \\ z \end{pmatrix}$, $z \in \mathbf{C}$	**2p**
2. a)	$a_{100} = 2C_{100}^0 = 2$; $a_{99} = 0$ $a_{100} + a_{99} = 2$	**2p** **2p** **1p**
b)	$f = (X^2 - 1)g + aX + b$, $a,b \in \mathbf{C}$; $f(1) = (1+i)^{100} + (1-i)^{100} = f(-1) = -2^{51}$ $a = 0$; $b = 2^{50}$	**1p** **2p** **2p**
c)	$f(x) = 0$ $\left(\dfrac{x+i}{x-i}\right)^{100} = \cos\pi + i\sin\pi$	**1p**
	$x + i = (x-i)(\cos\dfrac{(2k+1)\pi}{100} + i\sin\dfrac{(2k+1)\pi}{100}), k \in \{0,1,\ldots,99\}$	**2p**
	Rădăcinile $x_k = \text{ctg}\dfrac{(2k+1)\pi}{200}, k \in \{0,1,...,99\}$ sunt toate reale	**2p**

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. a)	$f'(x) = -3x^2 + 10x - 3$, $\forall x \in \mathbf{R}$ $f'(x) = 0 \Rightarrow x_1 = 1/3, x_2 = 3$ f este strict crescătoare pe $[1/3, 3]$ f este strict descrescătoare pe $(-\infty, 1/3]$,respectiv pe $[3, +\infty)$	**1p** **2p** **1p** **1p**
b)	$f''(x) = -6x + 10$ $\forall x \in \mathbf{R}$	**1p**
	$f''(x) = 0 \Rightarrow x = 5/3$	**2p**
	f este convexă pe $(-\infty, 5/3]$;	**1p**
	f este concavă pe $[5/3, +\infty)$	**1p**

c)	Folosind punctul **a)** , obţinem x = 1/3 este punct de minim, iar x = 3 este punct de maxim f(1/3) = m – 13/27 ; f(3) = m+9 f are trei rădăcini reale distincte $\Leftrightarrow \begin{cases} m-13/27<0 \\ m+9>0 \end{cases}$ $m \in (-9, 13/27)$	**1p** **1p** **2p** **1p**
2. a)	$f(x) \geq 0, \forall x \in [0,1] \Rightarrow \text{Aria}\Gamma_f = \int_0^1 (1-x)^n dx$; $\text{Aria}\Gamma_f = (-1)^n \left.\frac{(x-1)^{n+1}}{n+1}\right\|_0^1 = \frac{1}{n+1}$	**2p** **3p**
b)	$I_n = \int_0^1 xf(x)dx = (-1)^n \int_0^1 x(x-1)^n dx$ $I_n = \frac{(-1)^{n+1}}{n+1} \int_0^1 (x-1)^{n+1} dx$ $I_n = \frac{(-1)^{n+1}}{n+1} \cdot \frac{(-1)^{n+3}}{n+2} = \frac{1}{(n+1)(n+2)}, \forall n \in \mathbf{N}$	**1p** **2p** **2p**
c)	$I_n = \int_0^1 f_n(\frac{x}{n})dx = \int_0^1 f_n(\frac{x}{n})dx = (-1)^n \frac{n}{n+1} \left.\left(\frac{x}{n}-1\right)^{n+1}\right\|_0^1$; $\lim_{n\to\infty} I_n = \lim_{n\to\infty} \frac{(-1)^n n}{n+1}\left[(\frac{1}{n}-1)^{n+1} + (-1)^{n+2}\right] = \lim_{n\to\infty} \frac{n}{n+1}\left[\left(\frac{1}{n}-1\right)\left(1-\frac{1}{n}\right)^n + 1\right] = 1-e$	**2p** **3p**