BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Varianta 28

Prof: Gaga Loghin

- Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea punctajului obţinut la 10.

SUBIECTUL I (30 de puncte)

1.	$\varepsilon^2=-\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i$ $\varepsilon^3=1$	3p 2p
2.	$y_{\max}=-\frac{\Delta}{4a}$ $\begin{cases}3x^2-4x-14\geq 0\\ x-2\geq 0\end{cases}$; $\Rightarrow 12m^2+8m+1=0$ Rezolvare. Cel mai mare este $m=-\frac{1}{6}$	1p 2p 2p
3.	Condiții de existență: $\begin{cases}3x^2-4x-15\geq 0\\ x-2\geq 0\end{cases}$ Rezolvare sistem de inecuații și soluție: $x\in[3,+\infty)$ Rezolvare: $2x^2=19; x_1=\sqrt{\frac{19}{2}}; x_2=-\sqrt{\frac{19}{2}}$ *nu convine*;	1p 2p 2p
4.	$p=\frac{cf}{cp}$ $cf=5;\ cp=100\quad p=\frac{5}{100}=\frac{1}{20}$	2p 3p
5.	$\overline{AB}+\overline{BC}=\overline{AC}$ $\overline{AC}=\overline{i}-\overline{j}\Rightarrow\left(\overline{AB}+\overline{BC}\right)(1,-1)$	3p 2p

6.	$\cos 90^0 = 0$ $\Rightarrow \cos 1^0 \cdot \cos 2^0 \cdot \ldots \cdot \cos 179^0 = 0$	3p 2p

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. a)	$\det A = 0$. Alegem un determinand de ordinul 2; $d_1 = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 2-1 = 1 \neq 0$ Deoarece $d_1 \neq 0 \Rightarrow$ rangA = 2	3p 2p
b)	Calcul $V(x) = \begin{pmatrix} 1+x & 1 & 1 \\ 1 & 2+x & 3 \\ 3 & 2 & 1+x \end{pmatrix}$ Determinare $f(x) = x^3 + 4x^2 - 5x + 1$ Rezolvare ecuația $x^3 + 4x^2 - 5x + 1 = 1$; $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = -5$	1p 2p 2p
c)	Presupun că există o matrice B, astfel încât $A \cdot B = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$. Atunci sistemul $AB = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x+y+z=1 \\ x+2y+3z=0 \\ 3x+2y+z=0 \end{cases}$ are soluție. Deoarece rangA =2, $\Delta_p = d_1 = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}$ este minor principal. Minorul caracteristic este $\Delta_c = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \\ 3 & 2 & 0 \end{vmatrix} = -4 \neq 0$. Deoarece determinantul caracteristic este nenul, conform Teoremei Rouche, sistemul este incompatibil. Deci afirmația este falsă.	1p 2p 2p
2. a)	$x * x = 2x - 3$ $x \circ x = x^2 - 6x + 12$ Din $x * x = x \circ x \Rightarrow x^2 - 8x + 15 = 0$	1p 1p 2p 1p

	Rezolvare ecuație și soluții $x_1 = 5, x_2 = 3$	
b)	$x \circ a = 3 \Rightarrow (x-3)(a-3)+3=3 \Leftrightarrow (x-3)(a-3)=0$ Pentru $x \neq 3 \Rightarrow a=3$ Pentru $x=3 \Rightarrow 3\circ 3 = 0\cdot 0 = 0$	3p 2p
c)	Sistemul devine $\begin{cases} x+y=3 \\ x-y=2 \end{cases}$ Finalizare, $x=\frac{5}{2}, y=\frac{1}{2}$	3p 2p

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. a)	$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'\cdot v - u\cdot v'}{v^2}$ $f'(x) = \frac{x^2+2x}{(x+1)^2}$	2p 3p
b)	Știm că , pentru un $x_0 \in D$, unde D este domeniul de definiție al funcției, funcția are derivată în x_0 , atunci există relația $\lim\limits_{x\to x_0} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} = f'(x_0)$, finită În cazul nostru, $\lim\limits_{x\to 1} \frac{f(x)-f(1)}{x-1} = f'(1) = \frac{3}{4}$	3p 2p
c)	Domeniul de concavitate se găsește în intervalul în care $f''(x) \leq 0$, iar domeniul de convexitate, în ntervalul în care $f''(x) \geq 0$ $f''(x) = \frac{2}{(x+1)^3}$ Din semnul funcției $f''(x)$, vedem că funcția f este strict convexă pentru $x \in (-1, +\infty)$	1p 2p 2p
2. a)	$I_1 = \int_e^{e^2} x \ln x \cdot dx$	1p

	Folosim formula de integrare prin părți și obținem: $I_1 = \frac{3e^4 - e^2}{4}$	3p
b)	$I_{n+1} = \int_e^{e^2} x \ln^{n+1} x\, dx$ Funcția $f : [e, e^2] \to \mathbb{R}, f(x) = \ln x$ este crescătoare pe domeniul de definiție, deci $\ln^n x \le \ln^{n+1} x \Rightarrow x \ln^n x \le x \ln^{n+1} x, \forall x \in [e, e^2]$ $\Rightarrow \int_e^{e^2} x \ln^n x\, dx \le \int_e^{e^2} x \ln^{n+1} x\, dx \Rightarrow I_n \le I_{n+1}, \forall x \in [e, e^2], n \in \mathbb{N}$	1p 1p 2p 1p
c)	După calcule, se obține $I_n = \frac{e^4 \cdot 2^n - e^2}{2} - \frac{n}{2} I_{n-1}$	3p 2p