

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ  
ETAPA LOCALĂ, 22.02.2015  
CLASA a-IX-a

1. Fie triunghiul  $ABC$  înscris într-un cerc de centru  $O$ . Fie  $P$  și  $Q$  simetricele ortocentrului și a vârfului  $A$  față de mijlocul lui  $(BC)$ . Demonstrați că  $\overrightarrow{OQ} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OP}$

*Gazeta Matematică*

2. Fie  $n \in \mathbb{N}^*$ . Aflați  $x \in \mathbb{Z}$  pentru care  $\frac{x^{5n} + 2x^{2n} - x^n + 1}{x^{5n} + x^n - 1} \in \mathbb{Z}$ .

*Carmen și Viorel Botea, profesori, Brăila*

3. Fie șirul  $(x_n)_{n \geq 1}$ ,  $x_1 = \frac{1}{2014}$ ,  $x_{n+1} = x_n(1 + x_1 + x_1^2 + \dots + x_1^n)$ , oricare ar fi  $n \geq 1$ .

Notăm cu  $S = \frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_3} + \dots + \frac{x_{2014}}{x_{2015}}$ . Aflați  $[S]$ .

*Carmen și Viorel Botea, profesori, Brăila*

4. Fie triunghiul oarecare  $ABC$ . Considerăm dreptele  $d_1 \parallel AB$ ,  $d_2 \parallel AC$ ,  $d_3 \parallel BC$  și notăm  $d_1 \cap (AC) = \{I\}$ ,  $d_1 \cap (BC) = \{F\}$ ,  $d_2 \cap (AB) = \{D\}$ ,  $d_2 \cap (BC) = \{G\}$ ,  $d_3 \cap (AB) = \{E\}$ ,  $d_3 \cap (AC) = \{H\}$ ,  $d_1 \cap d_2 = \{A'\}$ ,  $d_1 \cap d_3 = \{B'\}$ ,  $d_2 \cap d_3 = \{C'\}$ . Presupunem că  $\text{Aria}(AEH) = \text{Aria}(CIF) = \text{Aria}(BDG) = \text{Aria}(ADGC) = \text{Aria}(BEHC) = \text{Aria}(AIFB)$ .

Aflați  $\frac{\text{Aria}(A'B'C')}{\text{Aria}(ABC)}$ .

*Paul Crestez, elev, Brăila*

**Notă:**

**1. Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect valorează 7 puncte.**

**2. Timpul efectiv de lucru este de trei ore.**