**OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ**

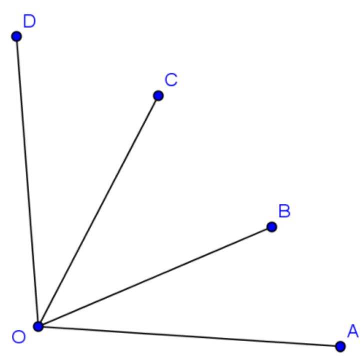
**ETAPA LOCALĂ - BRĂILA, 22 februarie 2015**

**CLASA A VI-A – Soluții**

**1.** Fie $\angle AOD$ cu $m(\angle AOD)=98^0$ şi $(OB$, $(OC$ semidrepte incluse în interiorul $\angle AOD$, $(OC$ semidreaptă inclusă în interiorul $\angle BOD$ astfel încât $a\cdot m(\angle AOB)=c\cdot m(BOC)$ şi $b\cdot m(\angle BOC)=c\cdot m(COD)$ unde $a$, $b$, $c$ sunt numere prime care verifică relația $3a+5(3b+7c)=195$. Să se afle $m(\angle AOB)$, $m(\angle BOC)$ şi $m(\angle COD)$.

***Carmen Botea şi Viorel Botea, Supliment GMB nr. 1/2014***

Soluție




$$3a+5(3b+7c)=195 \Rightarrow a=5 \Rightarrow 5(3b+7c)=180 \Rightarrow c=3 \Rightarrow b=5$$

Rezultă că $\begin{cases} m(\angle AOB)+m(\angle BOC)+m(\angle COD)=98^0 \\ 5\cdot m(\angle AOB)=3\cdot m(BOC) \\ 5\cdot m(\angle BOC)=3\cdot m(COD) \end{cases}$

$$\Rightarrow m(\angle AOB)=18^0 \Rightarrow m(\angle BOC)=30^0 \Rightarrow m(\angle COD)=50^0$$

2. Rezolvare:

$3^{2015}+4^{2015}<5^{2015}=5^{2}\cdot 5^{2013}=(3^{2}+4^{2})\cdot 5^{2013}=3^{2}\cdot 5^{2013}+4^{2}\cdot 5^{2013}$

$3^{2015}<3^{2}\cdot 5^{2013}$ , $3^{2013}<5^{2013}$ (A) şi $4^{2015}<4^{2}\cdot 5^{2013}$ , $4^{2013}<5^{2013}$ (A)

3.Rezolvare:

$a)M_nM_{n+1}=2^{n+2}+1; M_8M_9=2^{10}+1=1025$

$b)M_1M_n=M_1M_2+M_2M_3+M_3M_4+.........+M_{n-1}M_n=(2^3+1)+(2^4+1)+.....(2^{n+1}+1)=2^{n+2}-2^3+n-1$
$=8194$ .Pentru n=11, $M_1M_{10}=2^{11+2}-8+11-1=2^{13}+2=8194 => n=11$
$c)M_2A=M_2M_7+M_7M_9:2=(2^4+1)+(2^5+1)+(2^6+1)+(2^7+1)+(2^8+1)+$
$[(2^9+1)+(2^{10}+1)]:2=(2^9-2^4)+5+2^8+2^9+1=1270$

4. Notăm S=$\frac{a_1}{a_1+1}+\frac{a_2}{a_2+2}+.........+\frac{a_{2015}}{a_{2015}+2015}$ şi adunând obținem 2015=S+2000$\Rightarrow$S=15

şi $15=16-1=2^4-1$