

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

ETAPA LOCALĂ, 22.02.2015

CLASA a-VI-a

1. Fie  $\angle AOD$  cu  $m(\angle AOD) = 98^\circ$  și  $(OB, (OC$  semidrepte incluse în interiorul  $\angle AOD$ ,  $(OC$  semidreaptă inclusă în interiorul  $\angle BOD$  astfel încât  $a \cdot m(\angle AOB) = c \cdot m(\angle BOC)$  și  $b \cdot m(\angle BOC) = c \cdot m(\angle COD)$  unde  $a, b, c$  sunt numere prime care verifică relația  $3a + 5(3b + 7c) = 195$ . Să se afle  $m(\angle AOB)$ ,  $m(\angle BOC)$  și  $m(\angle COD)$ .

*Carmen Botea și Viorel Botea, profesori, Supliment GMB nr. 1/2014*

2. Arătați că  $3^{2015} + 4^{2015} < 5^{2015}$ .

*Șerban George-Florin, profesor, Braila*

3. Fie  $M_1, M_2, M_3, \dots, M_n$  puncte coliniare în această ordine, astfel încât:  $M_1M_2 = 9$ ;  $M_2M_3 = 17$ ;  $M_3M_4 = 33$ ;  $M_4M_5 = 65$ ; ...  $M_{n-1}M_n$ .

a) Aflați lungimea segmentului  $M_8M_9$ .

b) Aflați  $n \in \mathbb{N}$  dacă  $M_1M_n = 8194$ .

c) Aflați lungimea segmentului  $M_2A$  unde  $A$  este mijlocul segmentului  $M_7M_9$ .

*Daniela Tilinca și Adriana Mihaila, profesori, Braila*

4. Fie numerele raționale pozitive  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{2015}$  astfel încât  $\frac{1}{a_1+1} + \frac{2}{a_2+2} + \dots + \frac{2015}{a_{2015}+2015} = 2000$ . Arătați că suma  $\frac{a_1}{a_1+1} + \frac{a_2}{a_2+2} + \dots + \frac{a_{2015}}{a_{2015}+2015}$  este un număr de forma  $2^n - 1$ ,  $n \in \mathbb{N}$ .

*Octavia Popa, profesor, Braila*

**Notă:**

1. Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect valorează 7 puncte.

2. Timpul efectiv de lucru este de două ore.