

INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN

BRĂILA

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

ETAPA LOCALĂ, 22.02.2015

CLASA a-VIII-a

1. Se consideră numărul $N = \sqrt{2009 \cdot 2011 \cdot 2013 \cdot 2015 + 16}$. Calculați $\left[\frac{N}{2015} \right]$, unde $[a]$ reprezintă partea întreagă a numărului real a .

Ștefan Ciochină, profesor, Brăila

2. Dacă numerele reale $x, y, z \in [0, +\infty)$ verifică relațiile:

$$\frac{x+y}{2} \leq \sqrt{x \cdot y} + 1 \text{ și } \frac{y+z}{2} \leq \sqrt{y \cdot z} + 4,$$

demonstrați că $|\sqrt{z} - \sqrt{x}| \leq 3\sqrt{2}$.

Marius Damian, profesor, Brăila

3. Fie cubul $ABCD A' B' C' D'$ și $N \in (CD)$ astfel încât $DN = \frac{1}{3} DC$.

- a) Determinați muchia cubului știind că aria triunghiului $A'AN$ este $\frac{8\sqrt{10}}{3} \text{ cm}^2$.
- b) Determinați cosinusul unghiului dintre planele $(A'AN)$ și $(D'DA)$.
- c) Calculați distanța de la D la planul $(A'AN)$.

Daniela Tilincă și Adriana Mihăilă, profesori, Brăila

4. Se consideră triunghiul ABC , $AC = BC$, $m(\angle ACB) = 90^\circ$ și triunghiul DAB , $DA = DB$, situate în plane perpendiculare. Fie $M \in (BC)$, $BM = 2CM$, $N \in (AC)$, $AC = 3AN$, $P \in MN \cap AB$, T mijlocul segmentului $[AB]$, iar G centrul de greutate al triunghiului DAB . Să se calculeze tangenta unghiului plan corespunzător unghiului diedru determinat de planele (ABC) și (DBC) , știind că $3SD = 5CT$, unde $S \in PG \cap AD$.

Narcis Gabriel Turcu, profesor, Brăila

Notă:

1. Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect valorează 7 puncte.

2. Timpul efectiv de lucru este de trei ore.