

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
Etapa locală 28.02.2015
CLASA a V-a

Subiectul 1 (7 puncte)

1. Suma cifrelor unui număr natural este 23, iar câtul împărțirii sale prin 9 este 96. Să se afle numărul.

Subiectul 2 (7 puncte)

2. Să se scrie numărul 2003^{2003} ca sumă de 2003 numere naturale consecutive.

Subiectul 3 (7 puncte)

3. Determinați numerele naturale x astfel încât mulțimile
 $A = \{2x, 6x + 4, 3x + 5\}$ și $B = \{2x - 1, 2x + 1, 5x + 6\}$ să aibă un singur element comun.

Subiectul 4 (7 puncte)

4. Câte numere naturale verifică relația
 $(n + 7)(n + 8) < 100$?

NOTĂ: Toate subiectele sunt obligatorii.
Timp de lucru 2 ore.
Punctajul minim de calificare la etapa județeană a olimpiadei de matematică este de 14 puncte.

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
Etapa locală 28.02.2015
CLASA a VI-a

Subiectul 1 (7 puncte)

1. Arătați că pentru orice numere naturale n fracțiile $\frac{5n + 2007}{8}$ și $\frac{11n - 2006}{8}$ nu pot fi simultan numere întregi.

Subiectul 2 (7 puncte)

2. Fie numărul \overline{abcd} în baza 10 și suma $s = \overline{abcd} + \overline{dcba}$. Arătați că s se divide cu 27 dacă și numai dacă $a + b + c + d = 27$.

Subiectul 3 (7 puncte)

3. Două unghiuri sunt adiacente, iar bisectoarele lor sunt perpendiculare. Aflați măsurile unghiurilor, știind că $\frac{1}{7}$ din măsura unuia este jumătate din măsura celuilalt.

Subiectul 4 (7 puncte)

4. Pe laturile unghiului $\angle AOB$ se consideră punctele C și D astfel încât $C \in (OA)$, $D \in (OB)$, $[OC] \equiv [OD]$. Știind că $[OA] \equiv [OB]$ și $AD \cap BC = \{I\}$, demonstrați că $\angle IOA \equiv \angle IOB$.

NOTĂ: Toate subiectele sunt obligatorii.
Timp de lucru 2 ore.
Punctajul minim de calificare la etapa județeană a olimpiadei de matematică este de 14 puncte.

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
Etapa locală 28.02.2015
CLASA a VII-a

Subiectul 1 (7 puncte)

$$\left\{ \frac{1}{n}, \frac{2}{n}, \frac{3}{n}, \dots, \frac{n-1}{n} \right\}$$

1. Fie $n \in \mathbb{N}$, $n > 2$. Arătați că numărul fracțiilor ireductibile din mulțimea este par.

Subiectul 2 (7 puncte)

$$|a + |x - a|| = 3$$

2. Determinați valorile naturale ale lui a pentru care ecuația are două rădăcini întregi. Rezolvați în acest caz ecuația.

Subiectul 3 (7 puncte)

3. În triunghiul ABC se duc înălțimile [BH] și [CK], iar în triunghiul AKH se duc înălțimile [KM] și [HL].
a) Arătați că $AB \cdot AM = AC \cdot AL$
b) Arătați că $LM \parallel BC$.

Subiectul 4 (7 puncte)

4. În paralelogramul ABCD cu $AD = 15$ cm și $AB = 30$ cm se ia un punct M pe [AC] astfel $\frac{AM}{MC} = \frac{1}{2}$ încât . Prin punctul M se duc $MN \parallel AD$, $N \in [DC]$ și $MP \parallel DC$, $P \in [AD]$. Calculați perimetrul patrulaterului MNDP.

NOTĂ: Toate subiectele sunt obligatorii.
Timp de lucru 3 ore.
Punctajul minim de calificare la etapa județeană a olimpiadei de matematică este de 14 puncte.

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
Etapa locală 28.02.2015
CLASA a VIII-a

Subiectul 1 (7 puncte)

1. a) Determinați toate perechile de numere întregi (x,y) care verifică egalitatea:

$$2x^2 - 5xy + 2y^2 = 27$$

- b) Să se demonstreze inegalitatea

$$\sqrt{\frac{x(y+z)}{3}} + \sqrt{\frac{y(x+z)}{3}} + \sqrt{\frac{z(x+y)}{3}} \leq \frac{5}{6}(x+y+z) \quad \forall \quad x, y, z \in \mathbf{R}_+$$

Subiectul 2 (7 puncte)

2. Determinați numerele naturale a și b dacă numerele $\frac{a^2+b}{b^2-a}$ și $\frac{b^2+a}{a^2-b}$ sunt întregi.

Subiectul 3 (7 puncte)

3. Prisma triunghiulară regulată $ABCA'B'C'$ are $AB = AA'$.
- a) Determinați poziția punctului $T \in (BB')$ pentru care perimetrul triunghiului $A'TC'$ este minim.
- b) Demonstrați că $(BAC') \perp (TA'C)$

Subiectul 4 (7 puncte)

4. O piramidă patrulateră $VABCD$ are toate muchiile congruente și aria laterală de $36\sqrt{3}$ cm^2 .
- a) Demonstrați că piramida este regulată;
- b) Arătați că două muchii laterale opuse sunt perpendiculare.

NOTĂ: Toate subiectele sunt obligatorii.
Timp de lucru 3 ore.
Punctajul minim de calificare la etapa județeană a olimpiadei de matematică este de 14 puncte.