



OLIMPIADA DE MATEMATICĂ

Etapă locală – Constanța, 15.02.2015

Clasa a V-a

Barem de corectare și notare

Subiectul 1.

$$a = (2 \cdot 7^x \cdot 7^2 + 3 \cdot 7^x \cdot 7 - 7^x) : 7^x = 7^x (98 + 35 - 21) : 7^x = 112 \dots\dots\dots 2p$$

$$b = \left(3^{\frac{30 \cdot 31}{2}} + 2 \cdot 3^{15 \cdot 31} + 6 \cdot 3^{93 \cdot 5} \right) : 3^{467} = (3^{465} + 2 \cdot 3^{465} + 6 \cdot 3^{465}) : 3^{467} \dots\dots\dots 2p$$

$$= 3^{465} (1 + 2 + 6) : 3^{467} = 1$$

$$c = u(2^{2015}) = u(2^{4 \cdot 503 + 3}) = u(2^3) = 8 \dots\dots\dots 2p$$

$$\text{deci } A = 112 + 1^{2015} + 8 = 121 = 11^2, \text{ deci } A \text{ este pătrat perfect.} \dots\dots\dots 1p$$

Subiectul 2.

$$N = \overline{abcd} = 100\overline{ab} + \overline{cd} \dots\dots\dots 2p$$

$$= 100\overline{ab} + 5\overline{ab} = 105\overline{ab} \dots\dots\dots 2p$$

$$= 7 \cdot 15 \cdot \overline{ab} \Rightarrow$$

$$N \text{ se divide cu } 7 \dots\dots\dots 3p$$

Subiectul 3.

$$a) u(5x + 3) \in \{3; 8\} \text{ acesta nu poate fi pătrat perfect, rezultă că } x^2 = 36, \text{ deci } x = 6 \dots\dots 2p$$

$$A = \{33, 36\} \text{ și atunci } 7y + 5 = 33, \text{ de unde } y = 4 \dots\dots\dots 2p$$

$$b) \text{ Pentru ca } A \cup B \text{ să poată avea trei elemente trebuie ca } A \cap B \text{ să aibă un element, și conform a), rezultă că } x = 6 \dots\dots\dots 1p$$

$$\text{se impune condiția } 7y + 5 \neq 33 \dots\dots\dots 1p$$

$$\text{deci, pentru orice } y \text{ număr natural diferit de } 4, \text{ reuniunea are } 3 \text{ elemente.} \dots\dots\dots 1p$$

Subiectul 4.

$$\overline{aab5} = x \cdot q + 98, 0 \leq 98 < x \dots\dots\dots 1p$$

$$\text{cum } x \text{ are două cifre, rezultă că } x = 99, \text{ deci } \overline{aab5} = 99 \cdot q + 98 \dots\dots\dots 2p$$

$$\text{rezultă că ultima cifră a lui } 99 \cdot q + 98 \text{ este } 5, \text{ deci ultima cifră a lui } q \text{ este } 3,$$

$$\text{dar } 1105 \leq \overline{aab5} \leq 9995 \Leftrightarrow 1105 \leq 99 \cdot q + 98 \leq 9995, \text{ de unde se obține că } 11 \leq q \leq 99 \text{ și, cum ultima cifră a lui } q \text{ este } 3, \text{ urmează că } q \in \{13, 23, 33, \dots, 93\} \dots\dots\dots 2p$$

$$\text{deci, deîmpărțitul este egal cu } 3365, \text{ împărțitorul este egal cu } 99 \text{ și câtul este egal cu } 33 \dots\dots 2p$$

Notă : Orice altă soluție corectă, diferită de cea din barem, va primi punctaj maxim.