CONCURSUL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”

Etapa locală – Constanţa, 15.02.2015

Clasa a XII-a

filiera teoretică: profil real, specializarea ştiinţe ale naturii

Barem de corectare şi notare

SUBIECTUL 1

a) $x\circ x=(x-3)^2+3$ ....**1p**; (inducţie) $x^{[k]}=(x-3)^k+3,\ k\in N^*$ **1p**

$S=\sum\limits_{k=1}^{n}\left[(5-3)^k+3\right]=\sum\limits_{k=1}^{n}\left(2^k+3\right)$ ....**1p**; $S=2^{n+1}-2+3n$ **1p**

b) $x\circ 3=3$ şi $3\circ x=3,\ \forall x\in R$ ....**1p**; $\sqrt[3]{-n}\circ\sqrt[3]{-n+1}\circ\ldots\circ\sqrt[3]{-1}\circ\sqrt[3]{1}\circ\ldots\circ\sqrt[3]{n}=3,\ \forall n\geq 27$ **2p**

SUBIECTUL 2

a) $(G,\circ)$ grup comutativ.. **4p**

b) $(X(a))^2=X\left((a+1)^2-1\right)$..............**1p**; demonstraţie prin inducţie matematică.... **1p**

$(X(a))^n=X\left((a+1)^n-1\right),\ n\in N^*$ **1p**

SUBIECTUL 3

a) $I=\int\frac{x+e^x-e^x-1}{e^x+x}dx=\int dx-\int\frac{e^x+1}{e^x+x}dx$ ....**1p**; $=x-\ln\left(e^x+x\right)+C$ **1p**

b) $I+J=\int\frac{x^{11}+x^3}{x^{16}+1}dx=\int\frac{x^8+1}{x^5\left(x^8+\frac{1}{x^8}\right)}dx$ **1p**

$=\frac{1}{4}\int\frac{\left(x^4-\frac{1}{x^4}\right)'}{\left(x^4-\frac{1}{x^4}\right)^2+2}dx=\frac{1}{4\sqrt{2}}arctg\frac{x^4-\frac{1}{x^4}}{\sqrt{2}}+C$ ....**1p**; $I-J=\int\frac{x^{11}-x^3}{x^{16}+1}dx=\int\frac{x^8-1}{x^5\left(x^8+\frac{1}{x^8}\right)}dx$ **1p**

$=\frac{1}{4}\int\frac{\left(x^4+\frac{1}{x^4}\right)'}{\left(x^4+\frac{1}{x^4}\right)^2-2}dx=\frac{1}{8\sqrt{2}}\ln\left|\frac{x^4+\frac{1}{x^4}-\sqrt{2}}{x^4+\frac{1}{x^4}+\sqrt{2}}\right|+C$ ....**1p**; Calculul lui I şi J finalizare..........**1p**

SUBIECTUL 4

a) $f(x)=\begin{cases}e^{-x}, & x\geq 0\\ -\frac{1}{e^x-2}, & x<0\end{cases}$ **1p**

f continuă pe R $\Rightarrow$ f admite primitive pe R **1p**

$F(x)=\begin{cases}-e^{-x}+C_1, & x\geq 0\\ \frac{1}{2}\ln\left|\frac{e^x}{e^x-2}\right|+C_2, & x<0\end{cases}$ **2p**

F continuă în $x_0=0\Rightarrow F(x)=\begin{cases}-e^{-x}+C, & x\geq 0\\ \frac{1}{2}\ln\left|\frac{e^x}{e^x-2}\right|+C-1, & x<0\end{cases}$ **1p**

b) $F(1)=\frac{1}{e}\ \Rightarrow\ C-\frac{1}{e}=\frac{1}{e}\ \Rightarrow\ C=\frac{2}{e}$ **1p**

$F(x)=\begin{cases}-e^{-x}+\frac{2}{e}, & x\geq 0\\ \frac{1}{2}\ln\left|\frac{e^x}{e^x-2}\right|+\frac{2}{e}-1, & x<0\end{cases}$ **1p**