CONCURSUL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”

Etapa locală – Constanța, 15.02.2015

Clasa a XI-a

filiera teoretică: profil real, specializarea ştiinţe ale naturii

SUBIECTUL 1

Se consideră matricea $A=\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$.

a) Să se determine $X \in M_2(R)$ cu proprietatea $A\cdot X = X\cdot A$.

b) Să se rezolve în $M_2(R)$ ecuaţia $X^3-3X=A$.

SUBIECTUL 2

Se consideră numerele reale a, b, c, funcția $f:R\to R,\ f(x)=3x^3-2x+4$ și determinanții

$$A=\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^3 & b^3 & c^3 \end{vmatrix} \quad \text{și} \quad B=\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ f(a) & f(b) & f(c) \end{vmatrix}.$$

a) Să se arate că $A=(b-a)(c-b)(c-b)(a+b+c)$

b) Să se arate că $3A=B$

c) Să se arate că, pentru orice trei puncte distincte, cu coordinate naturale, situate pe graficul funcției f, aria triunghiului cu vârfurile în aceste puncte este un număr natural divizibil cu 3.

SUBIECTUL 3

Să se calculeze:

a) $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2+x+1}+x\right)$și $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt[3]{x^3+x^2+2x+1}-x\right)$

b) Să se determine parametrii reali a și b astfel încât :

$$\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt[3]{x^3+x^2+2x+1}+\sqrt{x^2+x+1}-ax-b\right)=2$$

SUBIECTUL 4

a) Să se calculeze: $\lim\limits_{x\to0}\left(\sqrt[3]{\dfrac{2^x+3^x+4^x}{3}}\right)^{\frac{1}{x}}$

b) Să se determine asimptotele funcției $f:R\to R,\ f(x)=\dfrac{x^2}{\sqrt{x^2+1}}$

Notă:

Timp de lucru 3 ore
Toate subiectele sunt obligatorii
Fiecare subiect se notează de la 0 la 7
Nu se acordă puncte din oficiu