CONCURSUL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”
Etapa locală – Constanţa, 15.02.2015
Clasa a X-a
filiera teoretică: profil real, specializarea ştiinţe ale naturii

SUBIECTUL 1

Aflaţi numerele $x, y \in \mathbf{Z}$, astfel încât $x^2 + y^2 + x + y - 2 = 2^{|x-y|} + 1$.

SUBIECTUL 2

a) Să se calculeze $S = \dfrac{1}{\sum\limits_{k=1}^{n} \log_2 k} + \dfrac{1}{\sum\limits_{k=1}^{n} \log_3 k} + \ldots + \dfrac{1}{\sum\limits_{k=1}^{n} \log_n k}$, $n \in \mathbf{N}$, $n \geq 2$.

b) Fie $a, b, c \in (0, +\infty)$. Să se arate că $\left(\dfrac{bc}{a}\right)^{\lg\frac{b}{c}} \cdot \left(\dfrac{ac}{b}\right)^{\lg\frac{c}{a}} \cdot \left(\dfrac{ab}{c}\right)^{\lg\frac{a}{b}} \in \mathbf{N}$

SUBIECTUL 3

Fie ecuaţia $x^2 - 2x + 2 = 0$ cu rădăcinile $x_1, x_2 \in \mathbf{C}$.
a) Să se calculeze $x_1^{2015} + x_2^{2015}$.
b) Să se arate că $x_1^5 + x_2^5 = 2(x_1^3 + x_2^3)$.

SUBIECTUL 4

a) Să se arate că dacă $z_1, z_2, z_3 \in \mathbf{C}$, atunci $|z_1 + z_2 + z_3| \leq |z_1| + |z_2| + |z_3|$.
b) Fie $z \in \mathbf{C}$ cu $|z| = 1$. Arătaţi că $|z^3 + 1| + |z^2 + 1| + |z + 1| \geq 2$

Notă:
Timp de lucru 3 ore
Toate subiectele sunt obligatorii
Fiecare subiect se notează de la 0 la 7
Nu se acordă puncte din oficiu