CONCURSUL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”

Etapa locală – Constanța, 15.02.2015

Clasa a XII-a

filiera teoretică: profil umanist, toate specializările

SUBIECTUL 1

În M₂(***R***) se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ -1 & 1\end{pmatrix}$, $X=\begin{pmatrix}x & y\\ z & t\end{pmatrix}$ şi $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

a) Arătaţi că este adevărată relaţia: $X^2=(x+t)\cdot X-(xt-yz)\cdot I_2$.

b) Găsiţi matricea $X=\begin{pmatrix}x & y\\ z & t\end{pmatrix}$ cu proprietatea $A\cdot X=X\cdot A$.

SUBIECTUL 2

a) Fie matricele $A=\begin{pmatrix}a & b & c\end{pmatrix}$ şi $B=\begin{pmatrix}x & y & z\end{pmatrix}^t$ cu elemente numere reale. Calculaţi $A\cdot B$ şi $B\cdot A$.

b) Fie matricea $C(x)=\begin{pmatrix}0 & x & 0\\ 0 & 0 & x\\ x & 0 & 0\end{pmatrix}$, unde $x>0$. Rezolvaţi ecuaţia matriceală

$$\begin{pmatrix}2 & 2 & 2\end{pmatrix}\cdot C^2(x)\cdot\begin{pmatrix}3 & 3 & 3\end{pmatrix}^t=(24).$$

SUBIECTUL 3

În M₃(***R***) se consideră matricea $A=\begin{pmatrix}0 & 1 & 1\\ 0 & 0 & 2\\ 0 & 0 & 0\end{pmatrix}$.

a) Determinaţi cel mai mic număr natural n cu proprietatea $A^n=O_3$.

b) Calculaţi suma $S=2\cdot A+3\cdot A^2+4\cdot A^3+\ldots+2016\cdot A^{2015}$.

SUBIECTUL 4

În M₂(***R***) se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & -1\\ -1 & 1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}$ şi $M_t=\frac{t}{2}\cdot A+\frac{1}{2t}\cdot B, t>0$.

a) Calculaţi $A^2+B^2-2A\cdot B$.

b) Verificaţi identitatea $M_t\cdot M_v=M_{t\cdot v}$, $\forall\, t,v>0$.

c) Calculaţi $M_1\cdot M_2+M_2\cdot M_3+M_3\cdot M_4+M_4\cdot M_5$.

Notă:

Timp de lucru 3 ore
Toate subiectele sunt obligatorii
Fiecare subiect se notează de la 0 la 7
Nu se acordă puncte din oficiu