OLIMPIADA DE MATEMATICĂ

Etapa locală – Constanța, 15.02.2015

Clasa a VII-a

Barem de corectare şi notare

Subiectul 1.

$\sqrt{\frac{\overline{abc}-a+\overline{bca}-b+\overline{cab}-c}{990}} = \sqrt{\frac{110a+110b+110c}{990}} = \sqrt{\frac{a+b+c}{9}} \in \mathbb{N}$ deci $a+b+c=9$. **2p**

Cum $a>b>c>0$ rezultă $A=\{621;531;432\}$, deci $x=2^{cardA}=2^3=8$ **1p**

Ţinând seama că $3^{51}=(3^3)^{17}=27^{17}; 2^{85}=(2^5)^{17}=32^{17} \Rightarrow 3^{51}<2^{85} \Rightarrow$

$y=(2^{85}-3^{51}+3^{2015}:3^{4\cdot 491}):(-2^{82})+36+5\sqrt{3}-8-5\sqrt{3}+16=36$ **3p**

$m_g=\sqrt{x\cdot y}=\sqrt{8\cdot 36}=12\sqrt{2}$ **1p**

Subiectul 2.

a) $2^{-1}+3^{-1}+\cdots+2010^{-1}=\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{2010}$ **1p**

$\frac{1}{5}+\frac{7}{10}+\frac{8}{15}+\cdots+\frac{2015}{10050}=\frac{1}{5}+\frac{5+2}{2\cdot 5}+\frac{5+3}{3\cdot 5}+\cdots+\frac{5+2010}{2010\cdot 5}$......................................**2p**

$a=\frac{1}{5}+\frac{1}{2}+\frac{1}{5}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{2010}+\frac{1}{5}-\frac{1}{2}-\frac{1}{3}-\cdots-\frac{1}{2010}=\frac{1}{5}\cdot 2010=402$ **1p**

$a-2=400=20^2$ =pătrat perfect **1p**

b) $\frac{402}{2n+1}\in\mathbb{Z} \Rightarrow (2n+1)\in D_{402}$..**1p**

$n\in\{0;1;33;100\}$ **1p**

Subiectul 3.

ΔABC: $[AB]\equiv[BC] \Rightarrow \sphericalangle A\equiv\sphericalangle C$ şi cum m($\sphericalangle ABC$) = $108^0 \Rightarrow$ m($\sphericalangle A$)=m($\sphericalangle C$)= 36^0 .... **1p**

m($\sphericalangle BAF$)=m($\sphericalangle FAC$)=18^0; m($\sphericalangle AFB$)=54^0...**1p**

m($\sphericalangle DBC$)=$54^0 \Rightarrow \Delta BOF$ este isoscel, unde $\{O\}=(BD\cap AF$, $\Rightarrow[OB]\equiv[OF]$..**1p**

Fie punctul E simetricul punctului B faţă de punctul $D \Rightarrow$ m($\sphericalangle AED$)=54^0 .... **2p**

dar m($\sphericalangle OAE$)=$54^0 \Rightarrow \Delta OAE$ este isoscel $\Rightarrow[AO]\equiv[OE] \Rightarrow AO+OF=OE+OB$...**1p**

$\Rightarrow AF=BE$, $BE=2\cdot BD \Rightarrow AF=2\cdot BD$...**1p**.

Subiectul 4.

a) $ABCT$ = paralelogram **2p**

cu $AB\equiv BC \Rightarrow ABCT$ = romb.. **1p**

b) Notăm: $AP=PM=MC=\frac{AC}{3}$. Se arată că $BMTP$ = romb...**2p**

$\Rightarrow BP\parallel TM \Rightarrow BP\parallel MO$. Dar M mijlocul lui [PC]$\Rightarrow MO$ = linie mijlocie în triunghiul BCP **1p**

$\Rightarrow$ O mijlocul lui BC. Deci $BO=\frac{BC}{2}=\frac{AT}{2}$ şi $BO\parallel AT \Rightarrow [BO]$ = linie mijlocie........................**1p**

<u>**Notă**</u> **: Orice altă soluţie corectă, diferită de cea din barem, va primi punctaj maxim .**