OLIMPIADA DE MATEMATICĂ

Etapa locală – Constanţa, 15.02.2015

Clasa a VII-a

SUBIECTUL 1.

Dacă x este numărul submulţimilor mulţimii $A = \{\overline{abc} \mid \sqrt{\overline{0,a(bc)} + \overline{0,b(ca)} + \overline{0,c(ab)}} \in \mathbb{N}$ şi a>b>c>0$\}$ şi

$$y = (|3^{51} - 2^{85}| + 3^{2015} : 81^{491}) : (-4^{41}) + \sqrt{1296} + \sqrt{(8 - 5\sqrt{3})^2} - \sqrt{75} + \sqrt{2^8}$$

Calculaţi media geometrică a numerelor x şi y .

SUBIECTUL 2.

Se dă numărul $a = \frac{1}{5} + \frac{7}{10} + \frac{8}{15} + \cdots + \frac{2015}{10050} - (2^{-1} + 3^{-1} + \cdots + 2010^{-1})$

a) Arătaţi că $a - 2$ este pătrat perfect

b) Determinaţi $n \in \mathbb{N}$ astfel încât $\frac{a}{2n+1} \in \mathbb{Z}$

SUBIECTUL 3.

Fie ABC un triunghi isoscel cu m($\sphericalangle ABC$) =108^0 , $[AB] \equiv [BC]$, BD este înălţimea dusă din B, $D \in [AC]$, iar $[AF]$ este bisectoarea unghiului A, $F \in [BC]$. Demonstraţi că $AF = 2 \cdot BD$.

O.J. Dolj, 1996

SUBIECTUL 4.

Fie ABC un triunghi echilateral, $M \in (AC)$ astfel încât $\frac{AM}{AC} = \frac{2}{3}$ şi N este simetricul lui M faţă de BC.

Dreapta NC intersectează paralela prin A la BC în T, iar TM intersectează BC în O şi pe AB în Q.

a) Demonstraţi că $ABCT$ este romb.

b) Arătaţi că $[BO]$ este linie mijlocie în triunghiul ATQ.

(Gazeta matematică nr.1 - 2013)

Notă:
Timp de lucru: 3 ore.
Toate subiectele sunt obligatorii.
Fiecare subiect se notează de la 0 la 7.
Nu se acordă puncte din oficiu.