OLIMPIADA DE MATEMATICĂ

Etapa locală – Constanța, 15.02.2015

Clasa a VIII-a

SUBIECTUL 1.

Fie expresia $E(x)=\sqrt{x^2+4x+4}+\sqrt{x^2-6x+9},\ x\in\mathbb{R}$.

a) Determinaţi cardinalul mulţimii $A=\{n\in\mathbb{N}\,|\,E(\sqrt{n})=5\}$.

b) Fie $m\in\mathbb{R}$ valoarea minimă a expresiei $E(x)$. Determinaţi m şi mulţimea $B=\{x\in\mathbb{R}|E(x)=m\}$.

SUBIECTUL 2.

Determinaţi elementele mulţimii

$$S=\left\{(a,b,c,d)\,\middle|\,2a+3b+5c+7d\le 174-\frac{8}{a}-\frac{27}{b}-\frac{125}{c}-\frac{343}{d}\ ,\ cu\ \ a,b,c,d\in(0,\infty)\right\}.$$

SUBIECTUL 3.

Fie $ABCDA'B'C'D'$ un paralelipiped dreptunghic, cu dimensiunile $AB=3a$, $BC=2a$ şi $AA'=a$, $a>0$. Fie $M\in(AB), N\in(BC)$ astfel încât $AM=BN=a$.

a) Demonstraţi că dreptele $D'M$ şi MN sunt perpendiculare.

b) Determinaţi măsura unghiului dintre planele $(D'DM)$ şi $(D'DN)$.

SUBIECTUL 4.

Fie $VABCD$ o piramidă patrulateră și M, N, P, Q proiecțiile vârfului V pe bisectoarele unghiurilor $V\hat{A}B$, $V\hat{B}C$, $V\hat{C}D$, respectiv $V\hat{D}A$. Să se arate că punctele M, N, P, Q sunt coplanare.

Notă:
Timp de lucru: 3 ore.
Toate subiectele sunt obligatorii.
Fiecare subiect se notează de la 0 la 7.
Nu se acordă puncte din oficiu.