OLIMPIADA DE MATEMATICĂ

Etapa locală – Constanţa, 15.02.2015

Clasa a IX-a

SUBIECTUL 1.
Să se rezolve în mulţimea numerelor reale ecuaţiile:

a) $x-2\sqrt{x-2}+\left[x-\frac{2010}{671}\right]^2=1$

b) $\left[\left\{\frac{x-2}{3}\right\}-\frac{x-2}{3}\right]=\frac{1-3x}{5}$,

unde $[a]$ reprezintă partea întreagă a numărului a şi $\{b\}$ reprezintă partea fracţionară a numărului b.

GMB

SUBIECTUL 2.
Fie $a,b,c\in(0,\infty)$ astfel încât $a+b+c\geq\frac{1}{abc}$. Demonstraţi că $a^2+b^2+c^2\geq\sqrt{3}$.

Cătălin Zîrnă

SUBIECTUL 3.

Fie paralelogramul ABCD şi $M\in \mathrm{Int}[ABCD]$, cu $AB=a, BC=b$. Arătaţi că se poate construi un patrulater convex cu laturile de lungime MA, MB, MC, MD şi diagonalele de lungime a şi b.

Dorin Arventiev

SUBIECTUL 4.

Fie ABCDEF un hexagon convex. Fie H_1,H_2,H_3 ortocentrele ΔABC, ΔCDE şi respectiv ΔEFA. Fie G_1,G_2,G_3 centrele de greutate ale ΔABC, ΔCDE şi respectiv ΔEFA. Demonstraţi echivalenţa:

ABCDEF inscriptibil $\Leftrightarrow \begin{cases}\overrightarrow{H_1H_2}=3\cdot\overrightarrow{G_1G_2}\\ \overrightarrow{H_2H_3}=3\cdot\overrightarrow{G_2G_3}\end{cases}$.

Nelu Chichirim

Notă:
Timp de lucru: 3 ore.
Toate subiectele sunt obligatorii.
Fiecare subiect se notează de la 0 la 7.
Nu se acordă puncte din oficiu.