CONCURSUL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”

ETAPA LOCALĂ

28 februarie 2015

BAREM

CLASA A XII-A

1.)	**Din oficiu**	**1p**
a)	A, B $\in$H, A = $\begin{pmatrix} a_1 & a_2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ şi B = $\begin{pmatrix} b_1 & b_2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ $\Rightarrow$ A·B = $\begin{pmatrix} a_1 b_1 & a_1 b_2 + a_2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ $\in$ H,	**3p**
	deoarece $a_1, a_2, b_1, b_2 \in$ **R**, $\Rightarrow a_1 b_1, a_1 b_2 + a_2 \in$ **R**, şi $a_1 \neq 0$, $b_1 \neq 0 \Rightarrow a_1 b_1 \neq 0$	**2p**
b)	det (a) = $\begin{vmatrix} a & b \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = a \neq 0 \Rightarrow$ ($\exists$) X = A^{-1} astfel încât A·X = A·A^{-1}= I_2.	**4p**

2.)	**Din oficiu**	**1p**
	Elementul neutru este $e = 1 - i$	**3p**
	deci avem ecuaţia: $x^2 + 2ix - 1 - i = 1 - i$,	**2p**
	adică $x^2 + 2ix - 2 = 0$,	**1p**
	cu rădăcinile $1 - i$ şi $-1 - i$	**3p**

3.)	**Din oficiu**	**1p**
a)	$f'(x) = \left(\ln\left(x^2+1\right)\right)' = \dfrac{2x}{x^2+1} = g(x)$ $\Rightarrow$ funcţia *f* este o primitivă a funcţiei *g*.	**4p**
b)	$\int \dfrac{g(x)}{f(x)} dx = \int \dfrac{f'(x)}{f(x)} dx =$	**2p**
	$= \ln\lvert f(x)\rvert + C = \ln\left\lvert \ln\left(x^2+1\right)\right\rvert + C$	**3p**

4.)	**Din oficiu**	**1p**
	f continuă pe **R** $\Rightarrow$ *f* admite primitive pe **R**	**1p**
	O primitivă este de forma $F(x) = \begin{cases} -e^{-x}(x+1) + a & x < 0 \\ c & x = 0 \\ e^{x}(x-1) + b & x > 0 \end{cases}$	**3p**
	Din continuitatea lui *F* în *x* = 0 rezultă *a* –1 = *c* = *b*–1	**1p**
	Deci $F(x) = \begin{cases} -e^{-x}(x+1) + a & x \leq 0 \\ e^{x}(x-1) + a & x > 0 \end{cases}$, $a \in$ **R**.	**1p**
	Cum $O(0,0) \in G_F \Rightarrow F(0) = 0 \Rightarrow a = 1$ primitiva căutată este $F : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, F(x) = \begin{cases} -e^{-x}(x+1) + 1 & x \leq 0 \\ e^{x}(x-1) + 1 & x > 0 \end{cases}$	**1p**
	$\int_{-1}^{1} f(x) dx = 0$	**2p**