CONCURSUL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”
ETAPA LOCALĂ
28 februarie 2015

CLASA A XII-A

1.) Se consideră mulţimea $H = \left\{ A \in M_2(\mathbf{R}) | A = \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; a, b \in \mathbf{R}, a \neq 0 \right\}$.

a) Să se arate că H este parte stabilă a mulţimii $M_2(\mathbf{R})$ în raport cu operaţia de înmulţire a matricelor.

b) Arătaţi că pentru $(\forall)\, A \in H$, $(\exists)\, X \in H$, astfel încât $A \cdot X = I_2$.

2.) Pe mulțimea $M = C \setminus \{-i\}$ se definește legea de compoziție „ $*$ ” astfel: $a * b = ab + i(a+b) - 1 - i$. Dacă e este elementul neutru al legii de compoziție să se rezolve pe mulţimea M ecuaţia $x * x = e$.

3.) Se dau funcţiile $f, g : R \to R$, $f(x) = \ln(x^2+1)$, $g(x) = \dfrac{2x}{x^2+1}$.

a) Să se demonstreze, că funcţia f este o primitivă a funcţiei g .

b) Să se calculeze integrala nedefinită $\int \dfrac{g(x)}{f(x)} dx$.

4.) Fie funcţia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = xe^{|x|}$.

a) Să se determine aceea primitivă $F : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ a funcţiei f al cărei grafic trece prin punctul $O(0, 0)$.

b) Să se calculeze $\int_{-1}^{1} f(x)dx$.

Notă:

Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare problemă se punctează cu 10 puncte.

Timp de lucru 3 ore