

1. Fie şirul cu termenul general  $s_n = \sum_{k=1}^n \frac{k}{\sqrt{9n^4 + k}}$ ,  $n \in N^*$  şi matricea  $A \in M_2(R)$ ,  $A = \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{s_n} \\ \frac{1}{s_n} & 1 \end{pmatrix}$ .

Dacă  $A^n = \begin{pmatrix} a_n & b_n \\ b_n & a_n \end{pmatrix}$ , să se arate că

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2015}{a_n + b_n} = 0.$$

Stelian Piscan , Giurgiu

2. Să se afle  $m \in R$ , ştiind că:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[4]{(m-3)^4 x^4 + 3x^2 + 1}}{2x + 5} = 3.$$

\*\*\*

3. Fie  $p \in N$ ,  $p \geq 2$  şi  $A \in M_p(C)$  astfel încât  $A^2 - 3A + 2I_p = O_p$ .

a) Să se arate că matricea  $B_n = (A - I_p)^n$  este independentă de  $n \in N^*$

b) Demonstraţi că există şirurile de numere întregi  $(x_n)_{n \geq 1}, (y_n)_{n \geq 1}$  pentru care :

$$A^n = x_n A + y_n I_p, \forall n \in N^*$$

c) Arătaţi că:

$$(3A - 2I_p)^n = [(2^n - 1)A + (2 - 2^n)I_p]^p, \forall n \in N^*.$$

Şerban Olteanu, Giurgiu

4. Fie A şi B matrici pătrate de ordinul doi cu coeficienţi reali care verifică condiţiile:  
rang A = 1,  $\det(B + A^*) = \det(B - A^*) = 2$ ,  $A^*$  fiind matricea adjunctă a matricei A.

Calculaţi det B.