

Olimpiada de matematică – clasa a IX-a  
etapa zonală – 15 februarie 2015

1. Determinați valorile parametrului real  $a$ , pentru care ecuațiile  $x^2 + x + a = 0$  și  $ax^2 + x + 1 = 0$  au o singură rădăcină reală comună.
2. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $\lfloor x - 1 \rfloor + \lceil x - 1 \rceil = 1$ , unde  $[a]$  reprezintă partea întreagă a numărului real  $a$ .
3. În planul triunghiului  $ABC$  considerăm punctele  $D$  și  $M$  astfel ca  $\overrightarrow{AD} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AB}$  și  $6\overrightarrow{MA} + 4\overrightarrow{MB} + 5\overrightarrow{MC} = \vec{0}$ .
  - a) Arătați că punctele  $C, M, D$  sunt coliniare;
  - b) Dacă  $AM \cap BC = \{E\}$  aflați valoarea raportului  $\frac{MA}{ME}$ .
4. Colorăm vârfurile unui poligon convex cu  $n$  laturi cu roșu sau negru. Pe segmentele determinate de vârfuri (laturi și diagonale) scriem 1 dacă au capetele de aceeași culoare și  $-1$  în caz contrar. Determinați minimul sumei numerelor scrise pe segmente.

Matematika tantárgyverseny – IX. osztály  
Területi szakasz – 2015. február 15.

1. Határozd meg az  $a$  valós parameter azon értékeit, amelyekre az  $x^2 + x + a = 0$  és  $ax^2 + x + 1 = 0$  egyenleteknek egyetlen közös megoldásuk van!
2. Oldd meg a valós számok halmazán a  $\lfloor x - 1 \rfloor + \lceil x - 1 \rceil = 1$  egyenletet, ahol  $[a]$  az  $a$  valós szám egészrészét jelöli!
3. Az  $ABC$  háromszög síkjában adottak a  $D$  és  $M$  pontok úgy, hogy  $\overrightarrow{AD} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AB}$  és  $6\overrightarrow{MA} + 4\overrightarrow{MB} + 5\overrightarrow{MC} = \vec{0}$ .
  - a) Igazold, hogy  $C, M, D$  kollineárisak!
  - b) Ha  $AM \cap BC = \{E\}$ , számítsd ki az  $\frac{MA}{ME}$  arány értékét!
4. Egy  $n$  oldalú konvex sokszög minden csúcsát kiszínezzük pirosra vagy feketére és a csúcsok által meghatározott szakaszokra (oldalakra és átlókra) 1-et írunk ha a két végpontja azonos színű, ellenkező esetben  $-1$ -est írunk. Határozd meg a szakaszokra írt számok összegének lehető legkisebb értékét!