



INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN SĂLAJ  
Loc. Zalău, str. Unirii, nr. 2, Cod 450059  
Tel: 0260661391, Fax: 0260619190,  
E-mail: isjsalaj@isj.sj.edu.ro



MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI  
CERCETĂRII ȘTIINȚIFICE

SOCIETATEA DE ȘTIINȚE MATEMATICE – filiala SĂLAJ

## CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”

Etapa locală – 14 februarie 2015

Clasa a IX-a, specializarea Tehnic

### **PROBLEMA 1**

Se numerotează 10 cutii de la 1 la 10 și în fiecare cutie se așază un același număr de mere. După o oră, în fiecare cutie se mai pun câteva mere, după regula: în cutia cu numărul  $n$  se adaugă  $n$  mere. Dacă acum sunt în total 145 de mere, puteți calcula câte mere au fost la început în fiecare cutie?

### **PROBLEMA 2**

Să se arate că  $5^{2n+1} \cdot 2^{n+2} + 3^{n+2} \cdot 2^{2n+1} : 19, \forall n \geq 1$

### **PROBLEMA 3**

Se consideră funcția  $g : R \rightarrow R$  cu proprietatea că  $3g(-x) - 9g(x) = 5x^3 + 9x, \forall x \in R$ . Să se demonstreze că funcția  $g$  este funcție impară.

### **PROBLEMA 4**

(4p) a) Să se calculeze :  $|1 - \sqrt{3}| + |2\sqrt{3} - 5| + \sqrt{3}$ .

(3p) b) Determinați valoarea minimă a expresiei  $E(x,y) = 4x + 5y$ , știind că  $x, y \in \mathbb{R}, |3x + 1| \leq 4$   
și  $|4y - 1| \leq 5$

*Notă: Toate problemele sunt obligatorii. Pentru fiecare problemă se acordă 7 puncte. Timpul de lucru este de 3 ore.*

SOCIETATEA DE ȘTIINȚE MATEMATICE – filiala SĂLAJ

## CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”

Etapă locală – 14 februarie 2015

Clasa a X-a, specializarea Tehnic

### **PROBLEMA 1**

Să se determine numărul real  $x$  astfel încât să existe expresia  $E(x) = \log_{x^2-x-1}(2+x)$

### **PROBLEMA 2**

Se dă numărul  $z_n = 1 + i + i^2 + \dots + i^n, n \in \mathbb{N}^*$ .

(4p) a) Calculați  $z_4$  și  $z_{100}$ .

(3p) b) Determinați valorile naturale ale lui  $n$  pentru care  $z_n = 1 + i$

### **PROBLEMA 3**

Fie 
$$E = \left[ \frac{(1-x^2)^{-\frac{1}{2}} + 1}{(1-x^2)^{-\frac{1}{2}} - 1} \right]^{-\frac{1}{2}} + \left[ \frac{(1-x^2)^{-\frac{1}{2}} - 1}{(1-x^2)^{-\frac{1}{2}} + 1} \right]^{-\frac{1}{2}}, x \in (-1, 0).$$

(6p) a) Aduceți  $E$  la forma cea mai simplă.

(1p) b) Calculați  $E(a)$  pentru  $a = -0, (3)$ .

### **PROBLEMA 4**

Se consideră funcția  $f: D \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \sqrt{-x^2 + 5x}$

(3p) a) Aflați domeniul maxim de definiție al funcției

(4p) b) Comparați numerele  $f\left(\frac{2}{3}\right)$  și  $f\left(\frac{7}{10}\right)$

*Notă: Toate problemele sunt obligatorii. Pentru fiecare problemă se acordă 7 puncte. Timpul de lucru este de 3 ore.*

SOCIETATEA DE ȘTIINȚE MATEMATICE – filiala SĂLAJ

**CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ  
„ADOLF HAIMOVICI”**

Etapa locală – 14 februarie 2015

Clasa a XI-a, specializarea Tehnic

**PROBLEMA 1**

Să se determine  $a, b, c \in \mathbb{R}$ , astfel încât  $\lim_{x \rightarrow \infty} x(ax - \sqrt{-2 + bx + cx^2}) = 1$

**PROBLEMA 2**

Se consideră matricea  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \in M_3(\mathbb{R})$ .

(2p) a) Arătați că :  $A^3 - A = A^2 - I_3$ .

(3p) b) Demonstrați că :  $A^n - A^{n-1} = A^2 - I_3$ ,  $\forall n \in \mathbb{N}, n \geq 3$ .

(2p) c) Calculați :  $A^{100}$ .

**PROBLEMA 3**

În planul raportat la sistemul ortogonal de axe de coordonate se consideră punctele  $A_n(n+1, n^2 + 2n + 4), n \in \mathbb{N}^*$

(3p) a) Calculați aria triunghiului  $A_1 A_2 A_3$

(4p) b) Arătați că aria triunghiului  $A_{n-1} A_n A_{n+1}$  este independentă de  $n$ .

**PROBLEMA 4**

Se consideră determinantul  $f(x) = \begin{vmatrix} e^{2x^2} & e^{-a} & e^{-x} \\ e^{-a} & e^{2x} & e^{-x^2} \\ e^{-x} & e^{-x^2} & e^{2a} \end{vmatrix}, a \in \mathbb{R}$ .

(5p) a) Pentru ce valori ale lui  $a \in \mathbb{R}$ , ecuația  $f(x) = 0$  are soluții reale?

(2p) b) Să se determine  $a \in \mathbb{R}$  pentru care ecuația  $f(x) = 0$  are soluții strict negative.

*Notă: Toate problemele sunt obligatorii. Pentru fiecare problemă se acordă 7 puncte. Timpul de lucru este de 3 ore.*

SOCIETATEA DE ȘTIINȚE MATEMATICE – filiala SĂLAJ

**CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ  
„ADOLF HAIMOVICI”**

Etapa locală – 14 februarie 2015

Clasa a XII-a, specializarea Tehnic

**PROBLEMA 1**

(4p) a) Arătați că funcția  $f: (0; \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ;  $f(x) = \begin{cases} \frac{\ln x}{x}; x > 1 \\ \frac{x-1}{x}; 0 < x \leq 1 \end{cases}$  admite primitive pe  $(0; \infty)$  și apoi

determinați o primitivă a sa.

(3p) b) Fie funcția  $f: (0; \infty) \rightarrow (0; \infty)$  derivabilă pe  $(0; \infty)$ . Calculați  $\int \frac{x \cdot f'(x) - f(x)}{x^2} dx$

**PROBLEMA 2**

Pe mulțimea  $\mathbb{R}$  se definește legea de compoziție  $x * y = x \cdot y - 3x - 3y + 12$

(1p) a) Demonstrați că  $x * y = (x-3)(y-3) + 3$  ( $\forall$ )  $x, y \in \mathbb{R}$

(2p) b) Rezolvați în  $\mathbb{R}$  ecuația  $x * x = 19$

(2p) c) Studiați asociativitatea legii de compoziție “ $*$ ”

(2p) d) Calculați  $\sqrt[3]{1} * \sqrt[3]{2} * \dots * \sqrt[3]{2015}$

**PROBLEMA 3**

Rezolvați în  $\mathbb{Z}_5$ : (3p) a)  $\hat{3}x + \hat{2} = \hat{4}$

(4p) b)  $\begin{cases} \hat{3}x + \hat{2}y = \hat{4} \\ \hat{2}x + y = \hat{3} \end{cases}$

**PROBLEMA 4**

Calculați: (3p) a)  $\int \left( 2x - x^3 - \frac{5}{x} + e^x + \frac{13}{x^2 - 4} \right) dx$

(4p) b)  $\int e^x (3x^2 - 5) dx$

*Notă: Toate problemele sunt obligatorii. Pentru fiecare problemă se acordă 7 puncte. Timpul de lucru este de 3 ore.*