

SOCIETATEA DE ȘTIINȚE MATEMATICE – filiala SĂLAJ

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”

Etapa locală – 14 februarie 2015
 Clasa a IX-a, specializarea Servicii

Barem de corectare

PROBLEMA 1

- a) Se aduce la numitor comun în membrul stâng: $\frac{4x(x-3)}{x^2-9} - \frac{x(x+3)}{x^2-9} = \frac{12}{9-x^2}$
- $$\frac{4x^2-3x}{x^2-9} - \frac{x^2+3x}{x^2-9} = \frac{12}{9-x^2} \dots\dots\dots 1p$$
- $$\frac{4x^2-12x-x^2-3x}{x^2-9} = \frac{12}{9-x^2}$$
- $$\frac{3x^2-15x}{x^2-9} = \frac{12}{9-x^2} \dots\dots\dots 1p$$
- Se obține ecuația: $-3x^2 + 15x - 12 = 0 \dots\dots\dots 1p$
 O împărțim cu -3 și rezultă: $x^2 - 5x + 3 = 0$
- $\Delta=13$ și $x_1 = \frac{5+\sqrt{13}}{2}$, $x_2 = \frac{5-\sqrt{13}}{2} \dots\dots\dots 1p$
- b) $-5 \leq \frac{3x-7}{4} \leq 5$, $-20 \leq 3x-7 \leq 20$, $-13 \leq 3x \leq 27$ $x \in [\frac{-13}{3}, \frac{27}{3}] \dots\dots\dots 3p$

PROBLEMA 2

- Realizarea verificării: $P(1): \frac{1^2}{1 \cdot 3} = \frac{1(1+1)}{2(2 \cdot 1+1)} \dots\dots\dots 1p$
- Scrierea lui P(k): $\frac{1^2}{1 \cdot 3} + \frac{2^2}{3 \cdot 5} + \dots + \frac{n^2}{(2n-1)(2n+1)} = \frac{k(k+1)}{2(2k+1)} \dots\dots\dots 1p$
- Scrierea lui P(k+1): $\frac{1^2}{1 \cdot 3} + \frac{2^2}{3 \cdot 5} + \dots + \frac{(k+1)^2}{(2(k+1)-1)(2(k+1)+1)} = \frac{(k+1)(k+2)}{2(2(k+1)+1)} \dots\dots\dots 1p$
- Stabilirea valorii de adevăr a implicație $P(k) \rightarrow P(k+1) \dots\dots\dots 3p$
- Finalizare $\dots\dots\dots 1p$

PROBLEMA 3

- a) $e_1 = 5$, $e_2 = 5+1$, $e_3 = 5+1+2$, $e_4 = 5+1+2+3$, $\dots\dots\dots 1 p$
- $e_{10} = 5+1+2+3+\dots+9 = 5+45 = 50 \dots\dots\dots 2 p$

b)

$$e_1 = 5, e_2 = 5 + 1 = 5 + \frac{1 \cdot 2}{2}, e_3 = 5 + 1 + 2 = 5 + \frac{2 \cdot 3}{2}, e_4 = 5 + 1 + 2 + 3 = 5 + \frac{3 \cdot 4}{2}, \dots$$

$$e_{10} = 5 + 1 + 2 + \dots + 9 = 5 + \frac{9 \cdot 10}{2} \dots\dots\dots 1p$$

Suma $e_1 + e_2 + \dots + e_{10}$ se poate calcula astfel:

$$e_1 + e_2 + \dots + e_{10} = 5 + 6 + 8 + 11 + 15 + 20 + 26 + 33 + 41 + 50 = 215 \dots\dots\dots 3p$$

Sau:

$$e_1 + e_2 + \dots + e_{10} = 5 \cdot 10 + \left(\frac{1 \cdot 2}{2} + \frac{2 \cdot 3}{2} + \dots + \frac{9 \cdot 10}{2} \right) = 50 + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^9 k \cdot (k + 1)$$

$$= 50 + \frac{1}{2} \cdot \frac{9 \cdot 10 \cdot 11}{3} = 50 + 165 = 215 \dots\dots\dots 3p$$

PROBLEMA 4

$$a) \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} = \vec{b} - \vec{a} \dots\dots\dots 1p$$

$$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM} = \vec{a} + \frac{1}{4}(\vec{b} - \vec{a}) = -\frac{3}{4}\vec{a} + \frac{1}{4}\vec{b} \dots\dots\dots 1p$$

$$\overrightarrow{AN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) = \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b}) \dots\dots\dots 1p$$

$$\overrightarrow{AP} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BP} = \vec{a} + \frac{3}{4}(\vec{b} - \vec{a}) = -\frac{1}{4}\vec{a} + \frac{3}{4}\vec{b} \dots\dots\dots 1p$$

$$b) \overrightarrow{NB} = -\overrightarrow{NC}$$

$$\vec{v} = \overrightarrow{NB} + \overrightarrow{NA} + \overrightarrow{NC} = -\overrightarrow{AN}$$

$$|\vec{v}| = 10 \dots\dots\dots 3p$$