

SOCIETATEA DE ȘTIINȚE MATEMATICE – filiala SĂLAJ

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”

Etapa locală – 14 februarie 2015
 Clasa a XI-a, specializarea Servicii

Barem de corectare

PROBLEMA 1

- a) Det $M=x+1$ 1p
 $x+1=5, x=4$ 1p
- b) Cerința rezultă din $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & 1 \\ 3 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 0$ 2p
- c) $S = \frac{1}{2} |\Delta|$ unde $\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ n+1 & 2-n & 1 \end{vmatrix} = 3n$ deci $S = \frac{3}{2} |n|$ 2p
 $n=1$ 1p

PROBLEMA 2

- a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2+1} - \sqrt{x+1}}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - x}{x(\sqrt{x^2+1} + \sqrt{x+1})} = \dots$ 2p
 $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(x-1)}{x(\sqrt{x^2+1} + \sqrt{x+1})} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x-1}{\sqrt{x^2+1} + \sqrt{x+1}} = \frac{-1}{2}$ 2p
- b) $\lim_{x \rightarrow \infty} x^3 \sin\left(\frac{1}{x}\right) = \lim_{x \rightarrow \infty} x^2 \frac{\sin\left(\frac{1}{x}\right)}{\frac{1}{x}} = \infty$ 3p

PROBLEMA 3

- a) $2 \cdot A = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \det(2A) = 4$ 1 p
 Cum $\det(A) = 1 \Rightarrow \det(2A) - 2\det(A) = 4 - 2 = 2$ 2 p
- b) $A^2 = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = -I_2, \quad A^3 = -A \text{ și } A^4 = I_2$ 2 p
- Se calculează suma $A + A^2 + A^3 + A^4 = O_2$ 1p
 Atunci $A + A^2 + \dots + A^{100} = (A + A^2 + A^3 + A^4)(I_2 + A^5 + \dots + A^{96}) = O_2$ 1 p

PROBLEMA 4

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2+1}{x+1} - ax \right) = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2+1-ax^2-ax}{x+1} \right) \dots\dots\dots 2p$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{(1-a)x^2-ax+1}{x+1} \right) \dots\dots\dots 2p$$

$$1-a=0 \dots\dots\dots 2p$$

$$a=1 \dots\dots\dots 1p$$